

celeritates si etiam æquales forent, esset $V: v :: M: m$, vires nimirum centrales massis proportionales.

204 Quod si in æstimatione virium centralium loco velocitatum ratio temporum periodicorum haberi oporteat, observandum est, quod quum sit $V: v :: \frac{MC^2}{R} : \frac{mc^2}{r}$, erit $\frac{Vmc^2}{r} = \frac{vMC^2}{R}$, ac proinde $VmRc^2 = vMrC^2$, unde deducta proportione $C^2: c^2 :: VmR: vMr$. At supra ostensum est (198) $T: \tau :: \frac{R}{C} : \frac{r}{c}$, quare $T^2: \tau^2 :: \frac{R^2}{C^2} : \frac{r^2}{c^2}$ (Matth. 211) ac $\frac{T^2 r^2}{c^2} = \frac{\tau^2 R^2}{C^2}$; atque exterminata fractione $T^2 r^2 C^2 = \tau^2 R^2 c^2$; unde deducta proportione $C^2: c^2 :: T^2 R^2: \tau^2 r^2$. Quapropter erit $VmR: vMr :: T^2 R^2: \tau^2 r^2$, ac propterea $VmR T^2 r^2 = vMr \tau^2 R^2$, seu $VmT^2 r = vMr \tau^2 R$, et $\frac{Vm r}{T^2} = \frac{vMr}{\tau^2}$, ac demum $V: v :: \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{\tau^2}$.
 Quamobrem generatim disserendo, vires centrales motrices sunt in ratione composita ex directa massarum, ac radiorum trajectoriarum, et reciproca duplicata temporum periodicorum: quæ tempora periodica si æqualia ponantur, erunt vires centrales in ratione composita directa tam massarum, quam radiorum trajectoriarum: pariter si tempora periodica ac massæ sint æqualia, vires erunt ut radii trajectoriarum; qui si æquales temporibus periodi-

cis supponantur, vires erunt ut massæ.

CAPUT QUINTUM.

De gravitate universali.

205 Gravitatis nomine frequentius intelligimus vim illam, qua corpora ad terram tendunt; perinde quasi cætera, quæ extra globum nostrum versantur, aut nullo modo invicem gravitarent, aut tellurem velut centrum respicerent. Præjudicium hoc à sensibus haustum, quibus omnia, quæ nos circumstant, in globo quidem nostro ad ipsius centrum dirigi experimur, quæ autem extrà ipsum existunt, circum ipsum ferri nobis videntur; ratio ipsa, ac observationes astronomica, maximè ab inventione telescopii factæ, prorsus ejurant. Nam planetæ omnes majores circa solem torquentur; minores circum proprios planetas volvuntur; stellæ etiam fixæ, quæ extra æquatorem sitæ sunt, axem quidem telluris circumire videntur in circulis ad æquatorem parallelis, ipsius tamen centrum nullo modo affectant: imò quæ ad polos jacent, ab ipso toto coelo aberrant.

206 Verum ante omnia gravitatem à pondere secernere oportet. Gravitatis enim prout sensus nostros afficit, est vis, quæ singulas materiæ particulas deorsum compellit; pondus verò est ipsa gravitatis singulorum elementorum summa, vel aggregatum, à quibus pondus definitur. Hinc rectè dixeris omnia corpora æquè gravia esse; minimè verò æquè pondero-

sa: quod rationem suppeditat phænomeni ab inventione machinæ Boileanæ, quam pneumaticam dicunt, observati; à ratione tamen jam à temporibus Lucretii prævisi (lib. 2, v. 225), à quo fortassè ex recentioribus primus derivavit Galilæus: in vacuo scilicet omnia æquali velocitate descendere.

Quod si fortè aliquis credit graviora potesse Corpora, quod citius rectum per inane feruntur, Incidere è supero levioribus, atque ita plagas Gignere, quæ possint genitales reddere motus, Avius à vera longè ratione recedit.

Nam per aquas quæcumque cadunt, atque aera deorsum,

Hæc pro ponderibus casus celerare necesse est: Propterea quia corpus aquæ naturaque tenuis Aeris haud possunt æquè rem quamque morari, Sed citiùs cedunt gravioribus exsuperata.

At contra nulli de nulla parte neque ullo Tempore inane potest vacuum subsistere rei Quin sua, quod natura petit, concedere pergat. Omnia quapropter debent per inane quietum Æquè ponderibus non æquis concita ferri.

Nam vis gravitatis constans est, ac in singula materiæ puncta æqualibus temporibus æqualiter agit; unde quemadmodum parvus et magnus currus, si æquis motibus traherentur, æqualibus temporibus æqualia spatia conficerent, ita duo quæcumque corpora, cum per inane gravitate trahantur paribus momentis, pavementum simul attingant necesse est. Inæqualitas descensus per medium resistens à flui-

dorum diversa resistentia provenit, ut suo loco exponetur.

207 Prop. I. "Omnia corpora tam coelestia, quam terrestria, in quibus aut experimenta capere licet, aut observationes instituere, gravitatem esse universalem materiæ legem ostendunt." Nam quin de corporibus crassioribus in tellure existentibus loquamur, quibus nullus jam dubitat gravitatem inesse, levissimus etiam aer, fluida elastica etc. ab experimentis gravia esse noscuntur, ut suis locis exponetur. Ac de aere quidem nemo jam in controversiam descendit, quum in barometris, quæ machinamenta sunt satis omnibus nota, aeris pressio manifestissima sit. Ceterum omnia corpora planetarii systematis in solem gravitare, ex ipso motu curvilineo, quo circa ipsum torquentur, planè deducitur. Motus enim ejusmodi à duabus viribus simul agentibus, centripeta nimirum et centrifuga, provenire supra demonstravimus (189). Neque enim eas distantias, respectusque æquales ad solem observarent in suis revolutionibus planetæ, nisi ipsum tamquam centrum respicerent, atque ex astronomicis observationibus, circum solem motus coelestes planetarum fieri, legitimè deducimus. Quin etiamsi versus solem minimè tendere gratis concederemus; saltem circa tellurem moveri quotidiana astrorum apparente revolutione, qua nostri sensus illuduntur, concedamus oportet: quum aliud nullum revolutionis centrum præter terram appareat, ad quod hujusmodi motus referantur. Quocirca quum supera,

inferaque omnia accessum quemdam manifestent ad aliquod communem centrum, gravitatem universalem esse naturæ legem, non injuria deducimus, ac in demonstratis habemus.

208 Prop. II. "Verisimilius est gravitatem esse legem singula materia puncta afficientem; ita ut gravitas, quæ in majoribus corporibus observatur, eadem proportione servata, quodlibet elementum afficiat invicemque gravitare compellat." Prob. nulla ratio sufficiens apparet, cur quædam corpora versus alia gravitent, alia non item: aut enim externa impulsione ad id compelluntur, ut placuit Cartesio, aut proprietate quadam materiæ intrinsicæ; vel demum generali Auctoris naturæ decreto sapientissimè id decernentis ad rerum compagem ordinemque servandum. Quocumque te vertas, nulla ostendi potest ratio, cur hanc quantitatem materiæ vortex Cartesianus secum rapiat, illam intactam relinquat; majora corpora ad centrum vorticis propellat, minora non item, in massam integram agat, ipsius elementis intactis. Quod si attributum sit materiæ, omne id, quod materia est, debet afficere, quacumque tandem mole contineatur. Demum si legem statuis, quam ab effectis deducis; quum effectus hic constans sit, ibique manifestetur, ubi distantia minora corpora ad majora accedere permittit, similis verò videtur, omnia materiæ puncta, si æqualibus distantis collocarentur, in unum orbem conventura.

Quem dixere chaos, rudis, indigestaque moles,
Nec quicquam nisi pondus iners, congestaque
eodem

Non bene junctarum discordia semina rerum..
Quæ postquam evolvit, coccoque exemit acervo,
Dissociata locis concordia pace ligavit. *Metam* 1.

Ea nimirum Deus certis inter se distantis collocando, ac majoribus globis motus projectionis imprimendo. Quin etiam solem cum suis planetis tamquam satellitibus circum aliud centrum convolvi, existimavit nuper Lambertus, astronomus ex Alsatia. Sed de hoc aliàs.

209 Prop. III. "Gravitas universalis ex eo, quod ex terrestri gravitate per analogiam deduci potest, sequitur rationem directam massarum, et inversam quadratorum distantiarum corporum gravitantium." In exemplum magis, quam in probationem, tironum gratia, assumo diffusionem lucis, ab aliquo puncto in ratione inversa quadratorum distantiarum se propagantis. Sit corpus A (fig. 10) lucidum, quod in centro A locatum collustrat lucem suam cavam spheræ superficiem modò minorem BCD, modò majorem FGE; manifestum est, quæ lucis quantitas in una collustranda insumitur, eandem insumi et in altera collustranda: ergo unicuique majoris superficiæ parti tantò minus lucis continget, quàm unicuique parti superficiæ minoris, quantò est illa præ altera major. Ex quo apparet lucis intensitatem eò minorem fieri, quò major evadit superficies, atque adeò eandem sequi reciprocam superficiæ rationem.

At ex geometria habemus sphaericas superficies esse in ratione duplicata radiorum (Math. 380): ergo lucis intensitas sequitur rationem reciprocam duplicatam radiorum, seu distantiarum. Eodem pariter modo corpus, quod ponatur in A, gravitabit in corpora, quae in extremitatibus radiorum C, G; aut B, F; vel D, E existunt. Concipi enim potest gravitas veluti qualitas uniformiter diffusa è centro corporis gravitantis, quemadmodum lux emanans è radiantis corporis centro intelligitur; quod utrum sit veritati conforme, suo loco discutiemus. Hypothesis hæc, explicandi gratia assumpta, nullam qualitatem occultè agentem inducit: at effectus tantum designatur, à causa inibi agente productus, qui massarum directam, distantiarum autem inversam rationem proculdubio sequitur: ut ex seq. demonstr. clarius elucet.

210 Prob. 2. Gravitas lunæ versus terram, posita ejus distantia æquali 60 semidiamentris terrestribus, est ad ejus gravitatem, si in superficie telluris moveretur, ut quadratum 60 ad quadratum unius semidiamentri terrestris; sive ut 1 : 3600. Corpus nimirum in superficie telluris versus terræ centrum ter mille sexcenties plus gravitat, quàm si ad lunæ distantiam statueretur: atqui hæc ipsa ratio est inversa quadratorum distantiarum, nam massa eadem est, quæ utrobique ponitur. Jam vis centripeta est ipsamet gravitas, seu quantitas motus, quam luna haberet, si versus terram vi gravitatis descenderet; eamque in distantia media à terra consideramus; in qua vires centrales perinde

in ellipsi, atque in circulo computantur. Hinc vis centripeta lunæ æqualis est sinui verso DP (fig. 9), dum per arcum minimum DM suæ orbitæ DAB circum terram C moveretur (191); quod spatium minuto primo, seu 60'' conficere ponamus. Constat autem ex astronomia sinum DP = 15 pedibus circiter esse in orbita lunæ circum terram se torquentis. Instituatur igitur hæc proportio per regulam auream: si in distantia 60 semidiament. terrestrium gravitas lunæ intra 60'' versus terram 15 ped. ipsam impellit, quis erit ejusdem gravitatis effectus spatio unius secundi? Quadrata temporum hic adhibenda sunt, quum spatia decursa hic comparentur, quæ sunt ut quadrata temporum (infra 226). En igitur proportionem:

$$60''^2 : 15 :: 1''^2 : x; \text{ adeoque } x = \frac{15}{60''^2}$$

Habemus itaque ad distantiam 60 semidiament. terrestrium effectum gravitatis esse = $\frac{15}{60''^2}$; quid ergo erit ad distantiam unius semidiament. terrestris, sive in superficie telluris? Ut per regulam auream hoc deducatur, quadrata distantiarum sunt adhibenda in ratione inversa, si stat veritas in proportionem enuntiata, sive $1^2 : \frac{15}{60''^2}$

$$: : 60^2 : x = \frac{15 \times 60^2}{60''^2} \quad (\text{Math. } 50) = \frac{15 \times 3600}{3600} = 15 \text{ ped.}$$

Veritas hujus deductionis demonstrabitur infra, ubi de descensu gravium in superficie terrestri; constat enim ab experimentis sæpius institutis gravia des-

cendia in superficie telluris vis gravitatis $15 \frac{7}{10}$ ped. decurrere.

211 Hæc demonstratio hac etiam methodo proponi posset, quam Newtonus invenit. Ex periodico tempore lunæ, quæ 29 diebus, 7 horis, 43 min. revolutionem suam absolvit, deducunt astronomi arcum DM (fig. 9) uni minuto primo respondentem, quam proximè 33" æqualem esse, hæc instituta proportione: ut totum tempus periodicum, in minuta prima resolutum, ad totam orbitam lunarem, seu ad 360 gradus; ita 1 minutum ad arcum DM. Hic autem est mensura anguli DCM = 33", cujus DP est sinus versus. Ex quo hæc altera propositio resultat, ut radius ad sinum versus 33", ita DC ad DP. Jam in hac proportione primus et secundus terminus ex tabulis seu canone trigonometrico eruuntur, tertius terminus sunt 60 semidiam. terrest. media lunæ à tellure distantia, quartus denique effectum gravitatis uni minuto primo respondentem indigitat = 15.

212 Opponit quidam recens auctor: si in statera duo pondera inæqualia collocentur in ratione distantiarum ponderibus reciproca, ex. gr. si ponderum massæ sint in ratione 3: 2, distantia sint ut 2: 3 à centro motus, in æquilibrio consistunt: ergo gravitas non rationem quadratorum, sed simplicem inversam distantiarum sequitur. R. conc. ant., nego cons. In casu figurato pondera collocata sunt in eadem à centro telluris distantia, adeoque nisus gravitatis tantum sequi debet massarum proportionem; quæ quidem certè inæqualis est. Ille

alter motus in jugo stateræ considerari potest velut genitus à duabus viribus applicatis ad majorem et minorem vectem; in qua quidem machina vires in ratione longitudinis vectis sive distantia ab hypomochlio agunt, atque à majore velocitate, quàm in diversis punctis pro ratione distantiarum ab hypomochlio pondera acquirunt, eorum vires computantur. Quamobrem si inæqualitas virium reciproca est eum magnitudine vectis seu distantia ab hypomochlio, effectus æquales erunt: et hinc oritur æquilibrium in statera ponderibus inæqualibus in reciprocis distantis collocatis. Ex quo perspicuè, ni fallor, sequitur, nihil ex adducto phænomeno contra theoriam gravitatis, in inversa ratione quadratorum distantia agentis, deducitur. Quippe motus in statera est artificialis, ipsiusque centrum: centrum universalis gravitatis non existit, perindeque hoc argumentum theoriam expositam conficit, ac istud: Si vir, et puer viribus in ratione 3: 1 ad vectem applicentur reciproce ab hypomochlio distantes, idem pondus elevabunt: ergo gravitas non sequitur rationem quadratorum, sed simplicem inversam distantiarum à centro motus. Vide infra in Statica dicenda.

213 Prop. 4. "Gravitas universalis per vortices cartesianos explicari non potest." Magno doctrinæ apparatu Cartesius suam hypothesein proposuit, quo sanè magnum se geometram, acricque ingenio præditum omnibus probavit; vorticum tamen existentiam paucis, iisque illius temporis hominibus, persuasit. Materiam

quamdam subtilissimam vir ille ingeniosus excogitavit, quam circa terram, imo per universum, quâ latè patet, orbem vorticoso motu agitari jussit, ac circum axem terræ ceterorumque systematum convolvi; eoque motu à vi centrifuga concepto corpora terrestria versus terram, aliaque ad propria centra detorquere conatus est, secundum directionem vis centripetæ vi centrifugæ oppositum. In exemplum advocant cartesiani corpora in fluido quocumque motu circulari agitato, in quo leviora magis à centro remota feruntur, densiora ad centrum proximè torquentur, quippe illa majore vi centrifuga, minore centripeta urgentur, contra atque densioribus usuvenit, quæ idcirco vortex ad centrum terræ trudere debet. Jam ut paucis rem concludamus, si vera esset hypothesis cartesiana, corpora non ad centrum terræ, sed ad ejus axem ferrentur, contra ac experientia nos docet. Nam vortex circum terram actus, pro centro habet axem telluris, ut stellæ in motu apparente cælorum quæ circum telluris axem torqueri videntur. Itaque in polis terrestris orbis nullum corpus descenderet, etiam si in altum projiceretur, quoniam in centro motus esset collocatum.

214. Ut huic objectioni obviam iret Hugenius, vorticis motus per circulos maximos spheræ terrestris aut cujuscumque systematis excogitavit, quod nescio an cum legibus motus componi queat. Quomodo enim concipi potest hujusmodi vortices sese ad angulos omnis generis secantes in perpetuo motu consistere posse, quin

in suis directionibus deturbentur, aut se invicem destruant? Hoc sanè majus mysterium mysterio gravitatis esset, quod explanare intendit Hugenius. Itaque hypothesim Bulfingerus reformans, versus duos axes materiam subtilem moveri posuit, quorum alter sit ipse terrestris, alter diameter quædam æquatoris, ac ex motu ab his duobus composito corpora versus terram flecti deduxit, ne ad axem à motibus parallelis componerentur. Sed hujusmodi curvam ab his duobus motibus proventientem, non quæ usus erat ad rem, sed aliam ad sextum ordinem pertinentem esse demonstrat Boschovichius; Jacquierius autem figuræ 8 similem esse deducit.

215. Aliam inît viam novissimus ille auctor, quem supra memoravi, ut gravitatem explicet, postquam omnes vias cartesiani systematis fulciendi tentaverat: satis, ait, esse, quod omnia corpora, quæ centrum telluris respiciunt, undequaque premantur aliis corporibus, quæ in universi machinam ingrediuntur. Hoc autem posito, insistit ipse, corpora omnia circa tellurem posita ad centrum ipsius telluris propellantur, necesse est; quod quidem undequaque vi æquali premitur, et urgetur. Quapropter corpora, quæ graviora sint, centro viciniora esse debent: contra vero quæ leviora sunt, et minorem specificam gravitatem habent, ab ipso centro magis recedunt. Constat id quidem experimentis omnibus. Posita namque æquali pressione, quæ graviora sunt corpora, deorsum trunduntur; leviora autem attolluntur, et recedunt facillimè, et extremitates occupant. Ex quo pa-

lam fit, qua ratione gravitationes, et attractiones ad telluris centrum explicari possint, et totius naturæ universale principium. = Enimvero si ut ad rem usus est, hujusmodi pressio fluidi cujusdam, puta materiæ subtilis, esse ponatur, fluidorum pressio non rationem quantitatis, sed voluminis sequitur; adeoque corpora eò brevius descenderent, quo majore volumine donarentur. Demum in vacuo Boyleano descensus corporum non esset æqualis: fluidum enim premens magis incitaret ad casum voluminosiora corpora, quandoquidem in grandiorum superficiem majorem exereret actionem. Sed de his satis.

216 Opponunt. Omnia in physica mechanicè fluunt, ac mechanicè explicari debent: hoc autem fit per vortices cartesianes, maximè post hypothesis reformationes, in quibus dura quædam à Cartesio inventa, quoad fieri possunt, emolliuntur per Leibnitium, Hugenium, Bulfingerum etc. ergo, ne Deo omnia tribuamus, tamquam causæ immediatæ, ad vortices confugiendum est. R. Aut materia subtilis gravis est, aut absolutè levis? Quodcumque tetigeris, ultus est. Nam si gravem dixeris, à quo tandem illius gravitas provenit? Quod si levem asserueris, vim igitur centripetam habere non potest, ruitque vorticosus ille motus, qui per curvam descriptus, à vi centripeta agatur, oportet (184). Neque recursus ad superiores vortices aliquid juvat, qui materiam subtilem reprimentes, per curvam inflectant, vim ipsi centripetam imprimendo. Opus enim esset, in infinitum proce-

dere ab uno in alium vorticem sine fine; nisi illos intra crystallinam sphaeram incluseris, ut olim Tolemaici sphaeras cœlestes. Planum namque est, ultimos vortices ab aliis non flecti, unde difficultas semper remanet, nescio an unquam enodanda. Ex quo perspicuè fluit, parum juvare cartesianos vortices tritum illud axioma, *mechanicè philosophandum*; quod quidem ad certos usque limites ostendendum est: *nam id arbitror apprimè in vita esse utile, ut nequid nimis.* Motus sanè materiæ subtilis mechanicus non est: ac si illum etiam ab alia causa deducere placuerit, in id tandem deveniendum, ut non à materia, sed à supremo Motore motus incipiat; nisi monades inducere velis, motum ab intrinsecis attributis habentes.

Quod ad *radiationes* Leibnitii attinet, qui, ut erat vir hypotheseon feracissimus, ut descensum in vortice ad centrum converteret, quod ad axem fieri debebat, motum alium è centro ad circumferentiam commentus est per radios vorticis, quo à centro ad peripheriam vorticilli (nam majores vortices vorticillis implet) propellantur, sicque corpora ad centrum protrudant: ad hæc, inquam, quæ ex se ruunt, nihil aliud dicendum occurrit, nisi gratis hæc asseri sine ulla probatione, nec addendum judico, quod Bernullius Joannes opposuit, fluidum undequaque conclusum, et à centro ad peripheriam impulsum, quiescere juxta leges æquilibrii oportere; aut quod alii animadverterunt, ad circumferentiam potiùs quàm ad centrum hanc radiationem pellere corpora debere. Hæc iu-

quam, et alia, quæ facile congeri possent, mittenda existimo, quum hypotheses ejusmodi hoc uno argumento confutentur: *prob.* Indubium enim est, plura comminisci ingenium posse, quibus utcumque ad descendendum corpora determinentur. In exemplum esto hypothesis illa Newtoni, cujus meminit Jacquierius, quam ex litteris ad Boyleum ejusdem Newtoni exscripsisse testatur. Subtilissimum ponit ætherem ex particulis mole diversis per gradus indefinitos formatum; assumit deinde in corporum poris minus ætheris crassioris contineri, quàm in spatiis liberis; proindeque aeris regionem magis ætheris crassioris referam, quàm tellurem et corpora in ipsa contenta. Crassiora deinceps strata ponendo ejusdem ætheris, quo magis à terra recedunt, ac rariora dum ad centrum proximiora sunt, fiet, ut corpora, quæ ponantur in aere suspensa, aut in ipsa superficie telluris posita, quum ætheris inferioris particulæ subtiliores sint, locum cedant corpori, ipsumque descendat. Aliæ qualitates fingi possent in æthere, quibus descensus corporum utcumque explicarentur: quibus tamen nihil aliud philosophia proficeret, quam ut numerum opinionum augetet: physicarum autem notionum ac germanæ philosophandi methodi utilitate privaretur.

217 Quod si tandem à me quæras, quid demum de gravitatis causa sentiam? Respondeo, "nihil tam temerarium, tamque indignum philosophi gravitate atque constantia, quàm aut falsum sentire, aut quod non satis exploratè perceptum sit, et cognitum, sine ulla dubi-

tatione defendere." (*Cic. de Nat. lib. I, c. I.*) Dum melior lux physicæ non affulgeat, ut gravitatis causa detegatur, illam à Dei decreto provenire non renuo, quo omnia materiæ elementa invicem gravitare jussit; è qua simplicissima lege, altera projectionis addita, corporibus cœlestibus eum motum imprimendo, quo curvas ellipticas circum commune gravitatis centrum describerent; mirabilis ille ac perpetuò fluens motus curvilineus temperatur, quo universi partes invicem accedunt, ac recedunt; mirabilique proportionem, ut infinitè sapientem Geometram, si Deo cum Leibnitio hoc nomen applicare fas est, decebat; et sic omnia in numero, pondere, ac mensura disponuntur.

CAPUT SEXTUM.

De gravitatis terrestris phænomenis.

218 Gravitas vel absoluta est, vel relativa: prima est gravitas ipsa sine respectu ad alia corpora; relativa, ex collatione cum aliis corporibus definitur. Hinc levitatis notio ortum duxit: nam illa, quæ cum aliis collata minus gravitant, levia dicuntur; non quod existat corpus ullum gravitate destitutum, verum quia alia aliis graviora quum sint, quæ minus gravia sunt, levia dicuntur. Omnium instar sit aer, qui levis habetur, eo quod reliquis corporibus, sensus nostros afficientibus, levior apparet, quum ceteroqui gravem esse, certo certius sit.

219 Triplex corporum centrum distingui-mus, *magnitudinis* videlicet seu *figuræ*; *gra-*