

quam, et alia, quæ facile congeri possent, mittenda existimo, quum hypotheses ejusmodi hoc uno argumento confutentur: *prob.* Indubium enim est, plura comminisci ingenium posse, quibus utcumque ad descendendum corpora determinentur. In exemplum esto hypothesis illa Newtoni, cujus meminit Jacquierius, quam ex litteris ad Boyleum ejusdem Newtoni exscriptisse testatur. Subtilissimum ponit ætherem ex particulis mole diversis per gradus indefinitos formatum; assumit deinde in corporum poris minus ætheris crassioris contineri, quàm in spatiis liberis; proindeque aeris regionem magis ætheris crassioris referam, quàm tellurem et corpora in ipsa contenta. Crassiora deinceps strata ponendo ejusdem ætheris, quo magis à terra recedunt, ac rariora dum ad centrum proximiora sunt, fiet, ut corpora, quæ ponantur in aere suspensa, aut in ipsa superficie telluris posita, quum ætheris inferioris particulæ subtiliores sint, locum cedant corpori, ipsumque descendat. Aliæ qualitates fingi possent in æthere, quibus descensus corporum utcumque explicarentur: quibus tamen nihil aliud philosophia proficeret, quam ut numerum opinionum augetet: physicarum autem notionum ac germanæ philosophandi methodi utilitate privaretur.

217 Quod si tandem à me quæras, quid demum de gravitatis causa sentiam? Respondeo, "nihil tam temerarium, tamque indignum philosophi gravitate atque constantia, quàm aut falsum sentire, aut quod non satis exploratè perceptum sit, et cognitum, sine ulla dubi-

tatione defendere." (*Cic. de Nat. lib. I, c. I.*) Dum melior lux physicæ non affulgeat, ut gravitatis causa detegatur, illam à Dei decreto provenire non renuo, quo omnia materiæ elementa invicem gravitare jussit; è qua simplicissima lege, altera projectionis addita, corporibus cœlestibus eum motum imprimendo, quo curvas ellipticas circum commune gravitatis centrum describerent; mirabilis ille ac perpetuò fluens motus curvilineus temperatur, quo universi partes invicem accedunt, ac recedunt; mirabilique proportionem, ut infinitè sapientem Geometram, si Deo cum Leibnitio hoc nomen applicare fas est, decebat; et sic omnia in numero, pondere, ac mensura disponuntur.

## CAPUT SEXTUM.

*De gravitatis terrestris phænomenis.*

218 Gravitas vel absoluta est, vel relativa: prima est gravitas ipsa sine respectu ad alia corpora; relativa, ex collatione cum aliis corporibus definitur. Hinc levitatis notio ortum duxit: nam illa, quæ cum aliis collata minus gravitant, levia dicuntur; non quod existat corpus ullum gravitate destitutum, verum quia alia aliis graviora quum sint, quæ minus gravia sunt, levia dicuntur. Omnium instar sit aer, qui levis habetur, eo quod reliquis corporibus, sensus nostros afficientibus, levior apparet, quum ceteroqui gravem esse, certo certius sit.

219 Triplex corporum centrum distingui-mus, *magnitudinis* videlicet seu *figuræ*; *gra-*

*vitatis seu ponderis; et gravium.* Centrum magnitudinis figuram corporis in duas partes æquales dividit, etiamsi altera alteram pondere superet: quod non evenit in centro ponderis, seu puncto illo, ex quo si suspendatur corpus, immotum manet, quamvis partes inæqualis magnitudinis sint. Unde perspicuè deducitur, si plano quoquam (Math. 384) corpus secetur secundum centri magnitudinis directionem, in duas partes magnitudine æquales divisum iri; quod si id fiat planum ducendo per centrum gravitatis, in duas partes pondere æquales scabatur. Denique centrum gravium est illud, quo omnia gravia tendunt, ut est centrum telluris, ad quod omnia terrestria diriguntur. Ejus directio est linea verticalis, id est linea recta plano horizontali perpendicularis: quum omnia gravia descendentia ubique terrarum hanc directionem affectent, quod constanti experimento omnibus notum est.

220. Corol. Si corpus quodcumque in omnibus suis partibus æqualem densitatem habeat, magnitudinis et gravitatis centra congruunt: secus est, dum partes corporum inæqualis sunt densitatis, ut plerumque evenit; tunc enim ut habeatur æquilibrium, si corpus è puncto, in quo centrum gravitatis situm est, suspendatur, partes inæqualis magnitudinis utrinque animadvertuntur: dum vero è centro magnitudinis appenditur, semper movetur, nisi impedimento aliquo detineatur. Omne igitur corpus cujus centrum gravitatis quiescit, in quiete existit, etiamsi aliqua ejus particulæ in motu sint, ut

in homine sedente, cujus aliquod membrum moveatur: contra verò si centrum gravitatis è loco deturbetur, totum corpus moveatur, necesse est; quod in navi, aut curru vectis usuvenit, etiam quiescentibus.

221. Linea horizontalis est illa, quæ ab uno puncto ad alterum horizontis ducta concipitur, cui si alia quæcumque ex alio ad aliud horizontis punctum perpendicularis ducatur, erunt in eodem plano (Math. 386), quod *horizontale* planum vocari consuevit. His opponitur linea, et planum verticale, quod est linea aut planum lineæ aut plano horizontali verticaliter perpendicularare. Planum horizontale habitatoris terrestris per ipsius plantas ad horizontem usque perrectum concipitur: verticale per verticem ductum alteri perpendicularare est. Per horum planorum intersectionem linea *directionis* gravium ducta intelligi potest è centro gravitatis ad centrum terræ pertingens, ac *gravitatis* etiam *directio* dici solet. In fig. 10, FE velut linea, aut planum horizontale concipi potest: GA tamquam linea aut planum verticale. His præmissis sit.

222. Phænomenon 1. Omnia corpora extra superficiem terræ posita, sibi relicta ad centrum terræ per lineas horizontali plano perpendiculares descendunt; adeoque linea directionis seu gravitatis est recta, ducta à centro gravitatis ad centrum terræ, ac plano horizontali perpendicularis. Notandum tamen, centrum gravitatis et magnitudinis in terra non omnimodè congruere propter inæqualem utriusque hemisphærii densitatem. Ab ultimis siquidem

terræ circumvectionibus à Cookio præsertim ac Meares institutis, quum hemisphærium australe aqua penè obductum sciamus, cum septentrionali maximam partem terræ, ac montibus altissimis eminente, in æquilibrio densitatis esse non potest. Verum differentia in mole adeo magna, ut tellus nostra est; quæ etiam magnis hiatibus, et cavernis ad partem borealem abundare pro comperto habemus, quibus nonnihil inæqualitas compensatur; distantia utriusque centri adeo exigua habenda est, ut sensibiliber congruere existimandum sit.

223 Corol. 1. Si globus terraqueus perforatus esset à polo ad polum, aut juxta cujuscumque diametri directionem, ac per foramen globus aliquis demitteretur, ad centrum terræ deveniens, nonnihil illud transgrederetur propter vim acquisitam in descensu, sed à gravitate retractus ad centrum, post aliquas oscillationes tandem in ipso quiescere. Quod quidem intelligendum est, si globus per medium resistens, ut nunc fit, moveretur. Aliter enim à vi acquisita in descensu ad alteram globi extremitatem adduceretur, ad terræ centrum iterum descensurum vi gravitatis, atque ad alteram extremitatem vi acquisita iterum adducendum; sicque itus ac reditus perpetuò continuaret, veluti pendulum, quod in medio non resistente oscillaret. Homo etiam inibi existens ita collocaretur, ut utriusque, hominis scilicet, ac terræ centra congruerent; ac suspensus ibidem permaneret, quin fulcro aliquo sustentaretur. Ex his facile est corrigere præjudicia infantia, ob

quæ Antipodas concipimus veluti pedibus in cælum versis; quum eadem positura incedant omnia in opposita globi parte, ac nos in plaga, ad quam degimus, compositi sumus.

224 Corol. 2. Parietes ac perpendiculara, quæ nobis ad sensum parallela videntur, geometricè talia non sunt. Nam linea directionis gravitatis utriusque ad centrum terræ fertur, inibique concurrunt; quod lineis geometricè parallelis evenire non potest (Math. 285). Quum verò inclinatio adeo exigua sit, ut sensu discerni non possit, sine ullo errore sensibili pro parallelis usurpantur.

225 Phænom. 2. Gravia omnia liberè decidentia motum habent æquabiliter acceleratum; nimirum si corpus decidens primo instanti acquisivit unum celeritatis gradum, altero duos habebit, sequenti tres, et sic deinceps. Etenim altitudines à superficie terræ, ex quibus corpora decidunt, respectu habito ad telluris semidiametrum, adeo exiguæ sunt, ut actio gravitatis, quæ ex lege suprâ exposita quadrato distantia à centro terræ proportionalis esse deberet; veluti constans et invariata censi debeat, in quacumque à centro terræ altitudine, experimenta capere liceat, ad corporum casus examinandos. Posita autem in corporibus cadentibus invariata actione gravitatis, ab ea æqualem semper impulsu momentis singulis corpora decidentia sentire debent. Quum autem semel acquisivit, semper retineat, motus ex prioribus et posterioribus gradibus celeritatis

componetur. Hoc quod Galilæus ratione dederat, ac demonstraverat, sequentibus experimentis Bononiæ factis PP. Joan. B. Ricciolius, et Grimaldus, ambo è Soc. Jesu, confirmarunt. In turri Asinellorum 280 ped. rom. alta, intervala pedum numeris satis conspicuis distinxerunt, qui ab attentis observatoribus discerni commodè possent, ut cum globi demitterentur, pedes decursos alta voce enuntiarent; dum observatores alii vibrationes penduli 10 minutis tertijs quamlibet oscillationem conficiantis, simili voce indicarent, ut in adversaria referrentur. His ita constitutis, è summa turris fenestra demiserunt globum cretaceum unc. 8 rom. ponderis, cujus descensus cum vibrationibus collatus ita se habuit:

Vibrationes.	Pedes decursi.
10	10
15	40
20	90
25	160
	250

226 Corol. 1. Divisis utrinque per primum terminum singulis summis, indicabunt tempora et spatia, ut in sequenti schemate;

Tempora.	Spatia.
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

Ex quo conficitur. 1 Spatia à gravibus in descensu percursa esse, ut quadrata temporum, quibus descendunt; quod tempora spatiis comparando, perspicuum est: spatiorum enim numeri numerorum temporum sunt quadrata. 2. Tempora esse in ratione subduplicata spatiorum, sive ut radices numerorum, quibus spatia exprimuntur; quod etiam de celeritatibus dictum habe. Hoc etiam ex altero experimento post primum ibidem instituto, ac per minuta secunda computato denuò confirmatur. Nam demisso globo spatia prodierunt ut sequitur:

Minuta sec. tem.	Spatia seu pedes.
1"	15
2"	60
3"	135
4"	240

Si spatiorum summam per primum terminum 15 diviseri, rursus prodibunt numeri 4, 9, 16 in quotiente.

227 Corol. 2. Spatia à gravi liberè cadente descripta, temporibus æqualibus allis deinceps post alia acceptis sunt ut numeri impares 1, 3, 5, 7 etc. Animadvertendum quippe est, minuto 2" nom jam 60 summam esse illi respondentem, sed tantum 45; nam numeri in pariete descripti pedum rom. indicabant summam totalem intra tempus descensus; quare numeri superiores ab inferioribus subducendi sunt: ut summa cuique minut. respondens habeatur: 60 - 15 = 45; 135 - 60 = 75; 240 - 135 = 105

quos numeros si per 15 divideris, habebis quotos 1, 3, 5, 7.

228 Phænom. 3. Corpus sursum perpendiculariter projectum defertur motu eadem ratione retardato, qua in descensu ejus motus acceleratur. Nam acceleratur à gravitate, uniformiter ipsum ad terræ centrum detrudente; quumque gravitatis actio constans sit, eos gradus motus, quos in descensu corpori communicavit juxta directionem suam versus terræ centrum; directione contraria facta, ab eodem debet auferre. Quamobrem si corpus cadens ab altitudine pedum 240 velocitate acquisita retrocedat, ac per eandem lineam directione contraria sursum ascendat; primo minuto secundo pedes conficit 105, secundo pedes 75, tertio 45, quarto 15, atque ita motus ejus uniformiter retardatus quatuor minuta temporis durabit, totidem scilicet, quod duraverat antea ejus motus uniformiter acceleratus.

229 Corpus à quavis altitudine liberè lapsum tantam acquirit velocitatem, ut si ea velocitate æquabiliter deinde movèretur, per quamlibet directionem tempore æquali illi, quod insumpsit labendo, spatium conficeret duplum ejus altitudinis, à qua lapsum est. Hoc expertus est Atrood, duo corpora in trochlea mobilissima è longa trabe suspensa ad perfectum æquilibrium componens ut autem alterum ad descensum determinaret, discum mobilem imposuit, quem primo pede trabis percurso deponeret. Planum est, reliquum spatium motu acquisito mobile conficere debuisse, quin gravitas in ip-

sum ageret: quippe in æquilibrio cum altero pondere existens, ab illo actio gravitatis elidebatur. Observavit igitur prælaudatus physicus, pondus post primum pedem à gravitate decursum, illius actione extincta, constanter duos pedes tempore eodem, quo primum confecerat, percurrisse: duplum nimirum spatium ejus, quod primo tempusculo descriperat. Animadvertendum tamen est, quod hactenus resistantiam aeris non consideravimus, à qua nonnihil impediri actionem gravitatis, quandoque etiam omnino extinguui, ex infra dicendis, nedum ex his, quæ manibus palpamus, perspicuum fit. Constanti enim experimento sentimus motum nostrum ab aere retardari: eoque magis ab ipso impediri, quò majore velocitate incedimus, aut membra movemus. Quamobrem si mobile ex magna altitudine decidat, postquam motum primis instantibus uniformiter acceleravit, dum sensim quantitatem motus adauget, incipit acceleratio decrescere, donec tandem motus fiat uniformis, medii resistantia vim acceleratricem elidente.

230 Phænom. 4. Desagulierus coram Newtono, Hallejo, Grahamo, aliisque oculatissimis in rebus physicis, in templo D. Pauli Londinensi ex altitudine 272 ped. anglicorum globos diversæ magnitudinis ex vesica suilla formatos, ac intrà formam globi lignei ad perfectam rotunditatem conformatos, atque aere inflatos dimisit; quorum pondera, diametri, descensus ita se habuerunt:

Diamet.	Pondera.	Temp. descen.
Pol. 5 : 3 part. dec.	128 gran.	14 $\frac{1}{4}$ min. sec.
5 : 193	156	12 $\frac{3}{4}$
5 : 33	137 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{3}{4}$
5 : 26	97 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{4}$
5 :	99 $\frac{1}{8}$	17

Ex his planum est deducere gravia, quò majore volumine, minoreque pondere donantur lentius descendere; majore existente pondere, minore volumine comprehenso, descensus velociore fore. Unde illa tardius in descensu ad motus uniformitatem perveniunt, quæ densitate majore pollent; incirco in globis à Ricciolo demissis insensibilis fuit gravitatis seu vis acceleratricis diminutio. In globis autem plumbeis diametro duorum pollicum à Desaguliero ex prædicto loco demissis nulla diminutio accelerationis animadversa est; descendunt quippe quatuor min. sec. cum quadrante; quo tempore 289 ped. anglos percurrere debuissent; quum non nisi 292 esset altitudo. Fortasse etiam in his tentaminibus levis aliquis error ex his, quos humana parum natura cavit, irrepsit; ex quo illa 17 ped. diminutio in supputatione, magis quam ex aeris resistentia originem traxit. Verum indubium est ab aliis innumeris experimentis, gravitatis actionem à medii resistentia primum insensibiliter minui, deinde propemodum retardari, donec tandem omnino extinguatur. Frenichlius, referente Du Hamelio in Hist. Acad. Scient. globum ex medulla sambuci, quæ admodum levis est, diamet. 41 linearum è qua-

dam altitudine demissum usque ab 20 ped. motum accelerasse animadvertit; deinceps motu æquabili cursum confecisse. Quod tentamen cum fuisset repetitum, post 12 ped. motu accelerato confectus, æqualiter descendisse, quantum oculis percipi poterat, prospexit.

Id autem ita contingere debere ratio etiam suadet. Nam corpus in fluido resistente motum singulis momentis fluidum impellit, ac propterea debet ei id ipsum accidere, quod in collisione corporum usuvenire novimus, nempe debet corpus de sua vi motrice amittere, ut motum continuare queat. Quo posito, sint globi duo volumine æquales, massa verò inæquales qui in fluidum decidunt. Propter voluminis æqualitatem fluidum æquè resistet utrique; ideoque æquè uterque de sua motus quantitate amittet. Si ergo per P denotetur motus quantitas, quam amittit unus, denotabitur etiam per P motus quantitas, quam amittit alter. Jam verò motus quantitas est productum ex massa in velocitatem; quare si motus quantitas per massam dividatur, deducetur velocitas. Sit igitur M. massa globi gravioris, m massa minus gravis: erit  $\frac{P}{M}$

velocitas, quam amittit globus gravior;  $\frac{P}{m}$  velocitas quam amittit minus gravis. At si M est major quam m, erit  $\frac{P}{M}$  minor quam  $\frac{P}{m}$  (Mat. 45): ergo propter fluidi resistentiam minus de sua velocitate amittit globus gravior, plus verò minus gravis. At gravitas eandem velocitatem

parit in utroque globo (206): indensu igitur globorum per fluidum globo graviori plus, globo autem minus gravi minus de illa velocitate relinquitur, ideoque gravior citius, minus gravis tardius movetur.

231 Phénom. 5. Corpus quodcumque horizontaliter projectum curvam describit CB (fig. 8) à duabus viribus productam, quarum una constans est, altera semper crescit, ab eaque spatia describuntur justa seriem numerorum imparium 1, 3, 5, 7 etc., quod observare licet in ludo trucidulorum, dum per foramen globus eburneus expellitur, qui curvam designatam plus, minusve amplam, juxta impulsus à globo impellente receptum, describit. Id etiam in tormentis bellicis manualibus, aut muralibus notatu dignum est, ac artis *ballisticae* fundamentum. *Parabolam* hujusmodi curvam dicunt mathematici (Math. 489), cujus notionem proiis, qui sectiones conicas omiserint, prout ad rem præsentem attinet, hic damus. Præter ea, quæ articulo 182 et seq. de curvis genericè præmisimus, hæc pauca modò sunt recollenda. In figura 8 punctum C dicitur vertex parabolæ, CA ejus axis, GI, HK, AB ordinatæ in ratione 1, 2, 3, 4 etc. crescentes; CG, CH, CA abscissæ imparium numerorum 3, 5, 7, proportionè divissæ. In hac abscissarum, et ordinatarum comparatione facile est proportionem inter ipsas intercedentem invenire: nam CG abscissa  $\equiv 1$ ; ordinata GI  $\equiv 1$ , cujus quadratum  $\equiv 1$ : abscissa CH  $\equiv 1+3 \equiv 4$ : ordinata HK  $\equiv 2$ , cujus quadratum  $\equiv 4$ : abscissa CA  $\equiv 1$

+ 3 + 5  $\equiv 9$ ; ordinata AB  $\equiv 3$ , ejus autem quad.  $\equiv 9$  etc. sunt igitur abscissæ ut quadrata ordinatarum, quæ notio parabolæ genuina est (Math. 491).

232 Corol. Gravia quacumque directione projecta, quæ perpendicularis non sit, parabolam describunt. Esto (fig. 11) M punctum projectionis; MP ejus directio. Si gravitas non ageret, corpus per rectam MP motu æquabili incederet, spatia temporibus proportionalia decurrens: at vero à gravitatè cum vi projectionis conjuncta, corpus curvam quamdam, ex. gr. Mbr describet. Assumantur in hac curva duo puncta, ut b, et r, ducanturque ab his punctis verticales ba, rd, quæ in directionem projectionis in duobus punctis a, d incurrant. Perspicuum est, quod dum corpus arcum curvæ Mb describit, gravitate non agente, spatium Ma in MP percurrisset; unde apparet, corpus ideo in b reperiri, quia gravitas, dum spatium Ma confecisset ipsum descendere compulit per quandam minimorum spatiorum seriem, quæ simul formant spatium ab: quod pariter de quantitate Md dicendum venit, quam dum percurrisset corpus, gravitas per spatium dr ipsum descendere compulit. Jam Ma, Md spatia sunt motu æquali describta, adeoque proportionalia temporibus, quibus corpus ea percurrisset, quæque in describendis arcibus Mb, Mr consumpsit: spatia verò ab, dr eisdem temporibus verticaliter à corpore vi gravitatis describta, quadratis eorundem temporum proportionalia sunt (226), ideoque etiam proportio-

lia quadratis spatiorum  $Ma$ ,  $Md$ , quæ præfatis temporibus proportionalia sunt. Porro ducatur per  $M$  verticalis  $MO$ , cui à punctis  $b$ ,  $r$  in curva sumptis, ducantur recte  $bN$   $rO$  parallelae ad  $MP$ : quum sit  $MN = ab$ ,  $MO = dr$ . ut etiam  $Nb = Ma$ ,  $Or = Md$  (Math. 351), erunt abscissæ  $MN$ ,  $MO$  curvæ à corpore descriptæ, proportionales quadratis respondentium ordinarum  $Nb$ ,  $Or$ , ideoque curva erit parabolica.

233 Schol. Quando angulus à recta  $MP$  et linea horizontali factus 45 grad. fuerit, curvæ amplitudo maxima est, vi projectionis, et aliis circumstantiis eisdem manentibus. Amplitudines etiam horizontales duorum jactuum, æquæ per excessum, aut defectum à 45 grad. distantium, æquales sunt, ceteris eisdem manentibus. Verum amplitudinem jactum in tormentis exactè metiri, ita ut majore, qua fieri potest, vi ad scopum perveniat, maxima est artis ballisticæ difficultas; in qua et pulveris nitrati qualitas, et quantitas, quæ tempore explosionis accenditur, antequam de ore tubi exeat globus tormentarius, longitudo tubi, glandium magnitudo, ac rotunditas, compressio pulveris, internarum parietum lævigatio consideranda sunt: ex quibus omnibus simul pensatis effectus computandus est; quod experientia magis, quam præceptis acquiritur.

234 Phænom. 6. Gravia per plana inclinata descendunt motum etiam uniformiter accelerant. Sit plunum inclinatum  $AD$  (fig. 12), per quod descendat mobile  $C$ . Planum autem

erit inclinatum, quoties non sit nec verticale, ut  $AB$ , nec horizontale, ut  $BD$ ; majorque erit inclinatio, quò magis ad planum horizontale accedit, sive quò plani inclinati vertex minus distat ab ipso plano horizontali. Quare assumpto  $AD$  pro radio sinus  $AB$  (Math. 443 erit mensura inclinationis plani  $AD$ : eodemque manente radio  $AD$ , quò minor fit  $AB$ , crescit inclinatio plani; atque adeo inclinationes erunt, ut sinus inversè. In gravi autem per globum  $C$  repræsentato, ex centro  $C$  ducta intelligatur  $CG$ , ejus gravitatem absolutam repræsentans, ac plano horizontali perpendicularis, quæ in duas vires resolvitur: altera  $CF$  plano inclinato perpendicularis, altera  $FG$  eidem plano parallela (178): vis, quæ directione  $CF$  agit, tota in plano premendo insumitur, adeoque nihil ad descensum confert. Tantum igitur restat vis æqualis  $FG$ , vi cujus ad descensum determinetur. Jam ob triangula rectangula  $ABD$ ,  $CFG$  similia (Mathem. 338)  $FG : CG :: AB : AD$ , quæ proportio per totum descensum semper obtinet, eadem semper manente directione virium, seu gravitatis absolutæ  $CG$ , ac relativæ  $FG$ , Itaque gravitas relativa constans est, sive uniformis: ideoque motum uniformiter acceleratum parere debet.

235 Corol. 1. Ex dictis comparare licet descensus per diversa plana inclinata, ut sunt tria illa  $AD$ ,  $AN$ ,  $AM$  (fig. 12): ex puncto  $B$  demittantur perpendiculares ad prædicta plana; eodem tempore quo corpus descendit per planum verticale ex  $A$  in  $B$ , in plano  $AD$  perve-



niet in F, in altero AN erit in K, in AM descendet ad L, si ex puncto A eodem tempore demittantur. Nam gravitas absoluta CG est ad gravitatem relativam FG, ut longitudo plani ad illius altitudinem, quæ quum constantes sint, erunt ut velocitates eodem tempore genitæ. Jam triangula ABN, ABK sunt rectangula, atque adeo  $AK : AB :: AB : AN$ ; scilicet AB ubique media proportionalis inter longitudo plani ad spatium percurrendum tempore casus verticalis: idcirco AK erit ad AB ut velocitas per AK ad velocitatem eodem tempore genitam per AB, quum spatia percurta sint ut velocitates: spatia igitur AK, AB eodem tempore percurruntur. Eadem demonstratio tenet in puncto L plani AM, aut in quibuscumque aliis, diversis inclinationibus formati. Ex quo planum est deducere, tempus impensum in descensu per AD, AN, AM esse ad tempus, ex quo cadit per lineam perpendicularem, ut longitudo plani ad ejus altitudinem seu lineam verticalem. Nam quum motus sit uniformiter acceleratus (præc.), erit ut quadrata temporum (226): ergo AN, ad AK, ut quadratum tem. per AN, ad quad. temp. per AK, seu AB; enimverò  $AN : AB :: AB : AK$  (Math. 338): et  $AN^2 : AB^2 :: AN : AK$  (Matth. 211); quadratum igitur temporis per AN, est ad quadratum per AB, ut AN ad AK, seu AB; atque adeo tempus descensus per AN ad tempus per AK seu AB, ut AN ad AB.

236 Corol. 2. In circulo ADBG (fig. 13), corpus descendens per quodcumque ex planis

inclinatis AL, AM, AH, AN; partem AD, AC etc. seu chordam ejusdem circuli percurreret eo tempore, quo per descensum perpendicularem totam diametrum AB transcurreret; seu brevius; corpus eo tempore descendet per chordam quamcumque circuli, quo per ejus diametrum horizonti perpendicularem; adeoque omnes chordæ eodem tempore percurruntur. Hoc perspicue descendit ex demonstr. præc. corol. Ex quo facile deducitur methodus conferendi invicem, et cum descensu perpendiculari casus omnes obliquos per plana inclinata: altitudine nimirum perpendiculari, ut AB pro diametro assumpta circuli describendi, per ejus circumferentiam chordæ AD etc. diversæ inclinationis plana exhibebunt, ac proportionem modo enuntiata reliqua deducuntur.

237 Corol. 3. Tempora descensuum per quodcumque plana æqualis altitudinis sunt, ut eorundem longitudes: nam tempus per AL (fig. 13) est ad tempus per AB, ut AL ad AB: pariter tempus per AH, est ad tempus per AB, ut AH ad AB; proinde tempus per AL ad tempus per AH, ut AL ad AH. Quod si ad duo plana æque alta AN, AM (fig. 12) à puncto B communis altitudinis AB ducantur duæ perpendiculares BK, BL, erunt velocitates in punctis K, L acquisitæ, planorum longitudinibus reciproce proportionales. Nam ex supra dictis corpora demissa ex A eodem tempore perveniunt ad puncta K, L; quare velocitates in K, L sunt eodem tempore acquisitæ: ac velocitates eodem tempore acquisitæ sunt, ut gravita-

tes, quæ eas genuerunt: ergo velocitates in *K* et *L* acquisitæ, sunt ut gravitates relativæ, quibus corpora per duo plana aguntur. Atqui hæc gravitates relativæ sunt reciproçè proportionales longitudinibus *AN*, *AM* planorum; ergo etiam velocitates in *K* et *L* acquisitæ. Ex quo illud etiam deducitur, celeritates in punctis *B*, *M* etc. diversorum planorum æquales esse. Nam denotetur per *V* velocitas in *K*, et per *v* velocitas in *L*, eritque ex modò dictis.  $V : v :: AM : AN$ ; ideoque  $VAN = vAM$ . Quod si per *X* denotetur velocitas in *N*, et per *Z* velocitas in *M*, quoniam in motu uniformiter accelerato velocitates sunt in ratione subduplicata spatiorum, erit  $X : V$  in subduplicata  $AN : AK$ , idest  $K : V :: AN : AB$ : ideoque  $XAB = VAN$  et ob eandem rationem erit  $Z : v$  in subduplicata  $AM : AL$ , idest  $Z : v :: AM : AB$ : ideoque  $ZAB = vAM$ . Si ergo  $VAN = vAM$ , etiam erit  $XAB = ZAB$ , quod fieri nequit nisi  $X = Z$  fuerit.

238 Corol. 4. Quum effectus gravitatis idem sit, sive perpendiculariter, sive obliquè cadat per planum inclinatum ex hactenus demonstratis, corpusque cadens, directione in oppositam conversa, iisdem viribus actum eodem ascendet, unde decidit (228); si corpus per planum inclinatum descendens, directione opposita sursum per idem planum feratur, æquali tempore ad punctum ex quo descendit, velocitatibus inversis ascendet. Tempora quidem descensus recti, et obliqui diversa sunt, plusque temporis impendit: ut per planum inclinatum in ratione longitudinis, seu minoris in-

clinationis plani, quàm ut perpendiculariter descendat, in fine autem descensus, sive in punctis plani horizontalis velocitates æquales sunt; ut in præc. art. demonstravimus.

239 Corol. 5. Mobile igitur descendens (fig. 14) per planum inclinatum *ad*, aut successivè per plana *ab*, *bc*, *cd*; aut per arcum circuli *abcd*; sive per curvam *mno*, quum ad punctum *d* pervenit, eandem velocitatem obtinet, ac si per *hd* verticaliter descendisset. Plana autem hujusmodi velut minima, seu infinitesima, consideramus: nam si majora statuuntur, in transitu ab uno in aliud planum nonnihil crescit celeritas in ratione, qua sunt sinus totus, et sinus complementi ejus anguli, qui à duobus planis *ad*, *cd* fit, ut Varignonius Galilæum corrigens demonstravit; atque ex eo Orlandus in notis ad Muschem. Jam si grave postquam descendit, eadem velocitate retroactus ascenderet in altitudinem *a*, vel *m*, aut *h* perveniret, prout fuerit punctum ex quo descendit (præc.): ergo etiam in altitudinem æqualem *g*, si ex altitudine *a* dirigeretur: quod pariter de ceteris punctis dictum habe.

240 Corol. 6. Quod si tempora descensus computemus, brevius per *hd*, quam per *mno*; per hoc itidem spatium descendet celerius, quam per arcum *abcd*; quod itidem dicendum de hoc arcu respectu planorum *ab*, *bc*, *cd*; quemadmodum si hæc plana singillatim minora, cum majore *ad* conferas, citius per tria illa simul quam per brevius *ad* ad punctum *d*. perveniet. Ratio hujus est, quia quo pla-

na minus inclinata sunt, magis ad lineam verticalem accedunt, adeoque in fine hujus descensus ea celeritate in aliud planum ingreditur, qua ad idem punctum verticaliter decidisset (237); hac velocitate auctus celerius conficiet alterum planum, quàm si ex illo motus inciperet, et sic deinceps: idcirco citius plana *ab*, *bc*, *cd*, quam alterum *ad* conficiet: eoque velocius descendet, quò angulus à plano, et verticali factus, acutior fuerit, ut in angulo *b a p* respectu *d a p*, et in *n m r*, si præcedentibus conferantur, videre licet.

241. Schol. Cycloidem appellant curvam illam *m n o d*, quam feliciter accomodavit Hugenius ad horologiorum pendula, ut motus uniformis constanti lege haberetur. Hanc facile describes curvam, si circulum *A E F G* (fig. 15.) ita volveris in plano *AB*, ut omnia circumferentiæ circuli puncta planum tangant, donec punctum *A* redeat in *B*. Et generatam cycloidem, cujus basis est planum *AB*, altitudo *CD*, que diameter est circuli generantis, et punctum *lineans* dicitur, à quo incipit circuli revolutio. Pulcherrimas, et utilissimas hujus curvæ proprietates demonstrant geometræ, quarum tres præcipuas solum indicabimus, quæ ad vibrationem penduli per illius arcus *isochroniam* demonstrandam sufficiunt. 1. Si circulus generator sub cycloidis axe statuatur, atque à quovis cycloidis puncto *I* ad axem recta *IP* ordinetur, peripheriam circuli secans in *K*, recta *IK* æqualis est arcui circulari *KD*. 2. Tangens *IH* ex puncto *I* cycloidis ducta us-

que ad axem in *H*, parallela est chordæ *KD*, quæ ex vertice *D* ad punctum intersectionis *K* demittatur. 3. Quilibet cycloidis arcus *ID* duplus est respondentis chordæ *KD*, adeoque semicyclois *AID* diametri dupla, et tota cyclois diametri quadrupla.

242. Motus oscillatorius ille est, quem habet corpus ex aliquo puncto suspensum, quod *pendulum* audit, ut *C* (fig. 16) si ad motum concitetur; ejusque itus, ac reditus ex *B* in *b* *oscillationes* dicuntur; ac si æquales sint, *isochronæ*; quare integra oscillatio ex itu, ac reditu componitur. Pendulum autem *simplex* est, aut *compositum*. Simplex est corpus aliquod, putà globus: è puncto aliquo suspensus filo, in quo nulla concipitur gravitas, nulla flexibilitas. Quod si plura corpora è filo pendeant, aut filum ipsum grave existat, ut semper est, pendulum erit compositum. Quare nullum est in rerum natura pendulum simplex, quæ tamen dicenda sunt, pleraque de pendulo simplici intelliguntur; concipiendo mobile oscillans, veluti planetas, quos nullum corpus cum centro motus conjungit. Centrum autem *motus* est punctum suspensionis *A*: *quietis* verò illud infinitum est *C*, in quo, motu cessante, perfectè quiescit; seu punctum lineæ verticalis à centro motus ad centrum terræ ductæ, ac per centrum gravitatis transiens. Si corpus è centro quietis ad punctum *B* deferatur, motu accelerato describet arcum *BC* (225), in cujus puncto *C* quiesceret, si nullam in descensu celeritatem acquisivisset; quum autem eam ibi-