

terrificolis suspiceretur. Omnis igitur differentia ab horizontis terrestris diversa positione oriri debet: ut jam art. 254 explicuimus. Diversa porrò horizontis positio à perpendicularibus DA, EB ad superficiem terrestrem AB (221) sive ad planum horizontale puncto A, quod cum tangente hujus puncti congruit, definitur.

Jam si tellus perfectè sphærica esset, omnes lineæ visuales DAC, EBC in centro C concurrerent, ac superficiem convexam AB æqualibus semper 360 portionibus gradum mensuræ respondentibus dividerent. Posita autem compressiore ad polos figura, res aliter evenire debet. Esto AE *ae* (fig. 21) tellus, cujus æquator Aa prolixior sit quam axis Ee: circumscribatur circulus AP *ap*; planum horizontale erit *tt* (Math. 523), cui in circulo planum TT responderet, cui normalis est GC in eo puncto, quo curvedo ellipsis multò minor est quam circuli: proindeque planum horizontale minus variatur quam in circulo, ac in parte magis convexa A ellipsis, quæ cum circulo congruit. Atqui dum planum horizontale minus variatur, altitudines stellarum, ac totius coeli aspectus, à quo potissimum gradus meridiani definiuntur, minus etiam varius est: tractus igitur longior in tellure requiritur ad gradum unum percurrendum.

261 Schol. Obiter etiam hic notandum, punctum C non esse centrum gravium, nisi pro iis corporibus, quæ sunt in quatuor punctis AE *ae*; in quibus nimirum directio gravitatis, quæ per lineam verticalem horizontali plano perpendicularis est, omninò congruit cum

lineis AC, EC, *aC*, *dC* (fig. 21). Nam gravitatis directio est verticalis DB, normalis ad tangentem *tt*; at punctum, in quo BD diametrum æquatoris secat, extra centrum est; in tellure itaque centrum gravium cum centro magnitudinis sæpius non congruit.

CAPUT ULTIMUM.

De viribus vivis, ac mortuis.

262 Rustico homini *virium vivarum*, ac *mortuarum* nomen debet philosophia. Ab eo se illud accepisse fatetur Leibnitius, qui hujusmodi schisma inter philosophos disseminavit. Nam ante illum omnes nullo discrimine facto inter vires agentes, aut agere nitentes, motum æstimabant per factum ex massa in velocitatem (87); post ipsum autem *scisum est studia in contraria vulgus*, alteris vires vivas et mortuas æquè ex producto massæ in celeritatem, ut Cartesius et Newtonus computaverant, perpendicularibus; alteris cum Leibnitio per massam in quadratum velocitatis ductam vires vivas æstimari debere contendentibus, mortuas autem, ut antea fieri solebat, per simplicem velocitatem in massam ductam computare non gravantur. Porrò vires mortuas illas dicunt, quæ in corporibus quiescentibus non exeruntur, putà in ponderibus in bilance æquilibratis aut quocumque gravi in quiete posito, nitentes tamen ad centrum per gravitatem accedere. In quolibet autem corpore in motu posito vires vivæ

considerantur; quasi è morte aut torpore, in quo jacebant, dum quiescerent, per motum excitarentur.

263 Plura utrinque argumenta proposita sunt, experimenta in comprobationem adducta, præsertim in corporibus decidentibus, atque à virium compositione petita, quæ tamquam demonstrationes venditantur: quod scrupulum iniecit nonnullis à partium amore liberis paralogismum aut *logomachiam* huic quæstioni subesse, ob quæ nondum comperta scissura promoveretur. Quædam ex his re benè expensa, pura puta sophismata non disfitetur. Vincentius Riccatus, mathematicus non ignobilis è Soc. Jesu, qui tamen Leibnitii partes agit in opere singulari de hoc argumento italicè edito: quam Riccati notam plures alii recentiores omnibus argumentis inurunt, quæ à Leibnitianis afferuntur, ut controversiam promoveant. Mirandum sanè est, nullum in experimentis, ac productis in æstimatione virum apud prædictos rivales dissidium reperiri: ex gr. duo globi æquales A et B in planum perfectè mollè demittantur; A tempus unius minuti secundi in descensu impendat; B autem duplo tempore seu duobus secundis descendat: observatum est, foveam quadruplo majorem illa, quàm A exalpsit, à B excavari. Idem contingeret, si globi A et B perfectè elastici supra planum durum eisdem ac modo dictis temporibus decidere ponantur, aut planum in quod decidunt, perfectè elasticum foret: globi nimirum ob elaterium ad altitudines ascenderent, quarum B quadra-

pla esset altitudinis A. Hactenus omnes conveniunt. At, inquit Leibnitiani manifestum est 4 esse quadratum 2; ergo vires hic sunt ut productum massæ in quadrata celeritatum: in A $1 \times 1 = 1$: in B $2 \times 2 = 4$.

264 Minimè, inquit antiquæ sententiæ propugnatores, hæc consequentia descendit. Nam ut legitima foret, opus esset, ut utrinque omnia æqualia ponerentur, quod in casu figurato non accidit. Corpus enim B dupla celeritate et duplo tempore ponitur effectum producere: at $2 + 2 = 4$: ergo summa, non productum in hoc phænomeno considerari debet. Fac, Petrum et Joannem simul currere: Petrus horæ quadrante milliari conficiat; Joannes autem duobus quadrantibus quatuor millia passuum percurrat: manifestum est, vires Joannis non quadruplas, verum duplas esse Petri viribus. Ad hoc enim ut quater Joannes celeritate Petrum vinceret, opus esset, ut uno quadrante iter quadruplum confecisset, ut luce meridiana clarius est; quod quum non nisi tempore duplo decurrerit, dupla non quadruplex vis à Joanne insumpta dicenda est. Effectus tamen eodem modo computabitur, sive summam colligeris, $2 + 2 = 4$, sive $2 \times 2 = 4$, multiplicaveris.

265 Quod ut manifestius appareat, fac duo mobilia sibi invicem occurrere velocitatibus, quæ sint in ratione inversa massarum: alterum massa = 2 celeritate = 6 alterum massa = 6 celeritate = 2; si corpora non elastica fuerint, post conflictum quiescunt (132); quod si elastica ponantur, æqualibus viribus recedunt (137),

ac ante percusionem ferebuntur. Ex quod id luculentè descendit, vires non esse ut quadrata velocitatum: nam si corpus ponatur $massa=2$, sex gradibus velocitatis ferri, ejus vires seu quantitas motus esset $6 \times 6 = 36 \times 2 = 72$, admissa nova computandi methodo: alterum vero, cujus $massa=6$, $velocitas=2$ vires habebit $2 \times 2 = 4 \times 6 = 24$: adeòque si elastica non forent profectò non quiescerent, sed illud, cui major est velocitas, alterum impelleret per suam directionem, eam ipsi celeritatem imprimendo, qua ambo equis passibus spatium conficerent, ut in hoc casu fieri debere ostendimus art. 132. Nimirum $72 - 24 = 48$ esset quantitas motus, quæ remaneret post conflictum, distribuenda inter duo mobilia, quæ tunc per velocioris directionem contenderent (87, 132). Idem proportione servata de prædictis corporibus collidentibus, si elastica ponantur, dicendum in æstimatione virium Leibnitatia; quæ non æquis viribus resilirent, ac ante conflictum colliserunt: ut in casu corporum non elasticorum eventurum ostendimus.

266 Unde tamen, inquires, hæc opinandi diversitas inter summos viros, qui unquam paralogismi origo ipsis suboluerit? "Ex eo, inquit Orlandus in notis ad Muschem. Leibnitii partes sequentem, quod virium mensuram, quæ definitione contineri debebat, mathematicis ratiociniis et experimentis stabilire placuerit. Duplex enim distingui debet quantitatis species, propria scilicet et impropria: prior est, quam altera ejusdem speciei quantitas metitur,

ut linea pollicem, pollex pedem, pes perticam, seu decempedam. Impropria est, quæ nisi per aliam quantitatem diversæ speciei dignosci in sua mensura non potest. Ejusmodi est velocitas, quæ nisi per spatium et tempus in eo percurrendo insumptum, intelligi nequit celeritas alterius dupla, tripla, æqualis etc. Quantitates propriæ tres tantum numerantur; extensio, numerus, et temporis duratio: quam nonnullus etiam inter improprias fortasse relegarit (Metaph. 310), si de duratione relativa sit sermo. Longè major quantitatum improprium est numerus, ut celeritas, motus, densitas, elasticitas, vires motrices. Ut igitur hæc quantitates improprie scientiarum objectum fiant, oportet accuratas earundem definitiones exhibere; quod nisi per mensuras notas et proprias, quæ determinatum objectum seu quantitatem propriam repræsentent, obtineri non potest. Nam nisi corporum motorum vires ad aliam quantitatem, cujus nota sit mensura, ipsa definitione referantur, intelligi numquam, vel determinari poterit, quæ vis alterius sit dupla vel tripla, vel quænam alia inter eas interveniat ratio. Virium sanè conceptus sine hac mensura nimium vagans est, incertus et indefinitus. Omne autem illico evanescit dissidium, si talis virium statuatur definitio, quæ earundem mensuram per alias notas quantitates exhibeat. Newtonus æstimaturus quantitatem acceleratricem et motricem vis centripetæ, sic illam definit. "Vis centripetæ quantitas acceleratrix est ipsius mensura velocitati proportionalis,

quam dato tempore generat. Vis centripetæ quantitas motrix est ipsius mensura proportionalis motui, quem dato tempore generat." Hæc definitio simplex et clara virium mensuram exhibet omnium sensui accomoditissimam. Nam ratum omnibus est, aucta vel minuta corporis velocitate ejus vim productricem augeri vel minui; destructa aut evanescente, perire. Deinde si duo corpora configant, et in ictu utriusque motus sine novi productione pereat; æquales utrinque vires fuisse, omnes incunctanter pronuntiant. Idem evenit in mechanica, quum potentia et pondus sunt in æquilibrio, seu vires se mutuò elidunt ob reciprocam velocitatum rationem, quam servant; quas nemo non vires æquales esse pronuntiat. Hinc etiam, posita vi gravitatis constanti, statim deducitur æqualibus temporibus æquales velocitatis gradus acquiri. Constat igitur, definitione tantum adstrui, vim corporis moti esse ut velocitatem, quin id ratiociniis aut experimentis ratum esse contendatur."

267 Hoc autem si vellet Leibnitius tamquam definitionem statuere, corporum scilicet motorum vires esse ut celeritatum quadrata, nullus contradiceret. Definitiones quippe nominis cuique liberum est pro libito assumere (Log. 57); adeoque de nomine tantum lis esset, ac de vocibus disceptares, qui contra Leibnitio diceret. Ex qua definitione ad placitum auctoris statuta id planè deducitur, vim alterius quadruplam esse, quæ corpori duplam celeritatem impartitur juxtà alterius sententiæ patronos; nonu-

plam alterius; quæ triplam communicat corpori velocitatem: et ita porrò duplicata semper ratione velocitatum servata. Atque ita semel re constituta, nullus poterit subesse in effectibus æstimandis error, et sermone tenus non re discrepantes erunt conclusiones; dum quam alteri simplicem velocitatum rationem definiunt, alteri celeritatum duplicatam à se vocari statuunt. Quæmadmodum si quis sumat pedis mensuram sex tantum digitis constare, proindeque perticam 20 pedes longam esse deducat, eandem decempedæ quantitatem tribuit, quam alter, qui decem tantum pedibus decempedam constare, juxtà communem supputandi modum ex recepta pedis acceptione, deducat.

268 Ceterum quod virium mensura sit velocitatis quadratum, experimentis et ratiociniis suffultum, ajunt Leibnitianis. Si ita est, inquam, profer virium definitionem, quæ includat earundem mensuram per alias notas quantitates, ut par est. Altitudo, respondent, ad quam corpora ascendunt, aut spatium, quod à corporibus decurritur, mensura est virium acquisitarum, atque integer effectus ejusdem vis; adeoque per illa computari potest vis; quandoquidem effectus suis causis sunt proportionales. Id utique verum est, si spatia non absoluta, nec sine ulla determinatione accepta ponamus: non enim effectus est indefinitus vis determinatæ; quemadmodum si dicas, Petrum tria milliaria confecisse, Joannem novem, quin tempus, quo hæc spatia decursa sunt, exprimas. Mensura igitur virium est spatium eo-

dem tempore percursum, sive determinata celeritas, quæ ab spatio definitur (71). Nonnulla tamen adducunt exempla, in quibus temporis ratio nulla habetur: si quis 10 grad. virium, quibus morbo resistat, valuerit? his absumptis occumbet, sive uno sive decem aut 50 diebus vires frangantur: in sumptibus faciendis ad pecuniæ summam, minimè verò ad tempus, quo hæc erogatur, attenditur; aliisque sexcentis. Respondent Antileibnitiani, temporis quidem nullam habendam esse rationem, si de viribus agitur determinatis, quas sive longiore sive breviori tempore libuerit, exercere poteris: non verò dum sermo de aliis viribus incidit, quæ à motu et celeritate dependent, in quibus æstimandi temporis ratio omnino habenda est, quum è diversitate temporum effectus prorsus inæquales producant. Et quidem si quantitatem virium in morbo deperditas aliquo modo æstimare velimus, ex gr. per gradus, ad tempus quo insumptæ fuerint vires, recurrere debemus. Quod ad expensas attinet, intentum non evincunt; certum quippe est, permutationes rerum, in quibus expensarum ratio consistit, nullum ad tempus respectum habere: celeritas autem, nisi ejus notionem imutare velimus, ab spatio et tempore, quo corpus transfertur, definiri debet. Hæc quidem, ut et plura alia, quæ in medium afferri possent, satis ostendunt, in principiis partes contententes non convenire: quod aptum natum est ad quæstiones æternum producendas, quin spes affulgeat veritatis unquam obtinen-

dæ. Fortassè etiam à rivalitate Leibnitium inter et Newtonum hujusmodi controversias originem traxisse, ut hominum est ingenium, quis suspicabitur?

Ubi nominabit Phædriam: tu Pamphilam Contind. Si quando illa dicet, Phædriam Intromittamus comessatum: tu, Pamphilam Cantatum provocemus. Si laudabit hæc Illius formam: tu hujus contrà. Denique Par pari referto, quod eam mordeat.

Ceterum jam nunc inter omnes convenit, vires per quadratum velocitatis esse mensurandas, si à numero obstaculorum, quæ ab ipsis superantur, sint desumendæ: quod si ab summa resistentiarum, quæ ab obstaculis opponuntur, vires perpendendæ forent, eas esse ut simplicem velocitatem.