claro que en el mismo dividendo solo podria caber una vez, á saber, el cociente seria 4 veces mas chico.

257. P. Cómo se parte un número mixto por otro mixto?

R. Se reducen los datos mixtos á quebrados impropios, y luego se parte conforme á la regla precedente. Así $(12+\frac{3}{11}) : (2+\frac{6}{7}) = \frac{135}{11} : \frac{20}{7} = \frac{135}{11} \times \frac{7}{20} = \frac{945}{220} = \frac{189}{44} = 4+\frac{13}{44}$.

258. P. Cómo se hace la division cuando solo uno de los datos es mixto?

R. Se reduce ántes el mixto á quebrado y luego se parte segun las reglas dadas arriba. Así $(2+\frac{4}{9}) : 11 = \frac{22}{9} : 11 = \frac{2}{9}$; y $\frac{7}{8} : (3+\frac{3}{4}) = \frac{7}{8} : \frac{15}{4} = \frac{7\times4}{8\times15}$, y por ser divisibles el numerador 4 y el denomi- 8 ambos por 4, quitando los factores comunes (N. 252) resulta igual á $\frac{7}{2\times15} = \frac{7}{30}$.

Por estos ejemplos se ve come se opera en los casos análogos, y por otra parte las reglas de las dos preguntas anteriores son tan obvias que no necesitan demostracion.

CAPITULO XII.

DE LOS QUEBRADOS DECIMALES.

NUMERACION.—CONSECUENCIAS INMEDIATAS DE ELLA.

259. P. Qué es quebrado decimal?

R. Quebrado ó fraccion decimal es aquella que en su numeracion escrita tiene por denominador suplido la unidad seguida de uno ó mas ceros.

La fraccion decimal se diferencia pues de la comun por su numeracion escrita y por el modo de calcularla.

260. P. Siendo el denominador de las fracciones decimales la unidad seguida de uno ó mas ceros, no se podria expresar aún en la numeracion escrita el denominador?

R. Se puede seguramente, como en $\frac{3}{10}$, $\frac{24}{100}$; pero escritas de este modo no difieren en nada estas fracciones de las comunes, de que ya hemos hablado; como ellas se calculan, y por consiguiente ya no son decimales.

261. P. De qué otro modo se escriben luego las fracciones decimales?

R. El sistema decimal de numeracion escrita (de que hemos hablado en el Capítulo III) nos suministra un medio fácil para escribir y calcular esta especie de fracciones. El principio convencional sobre que se funda ese sistema, es que partiendo de la derecha hácia la izquierda, las unidades de cada cifra toman un valor décuplo de las unidades de la cifra que está á su derecha, ó lo que es lo mismo, las cifras toman un valor de diez en diez veces mayor; y viceversa, yendo de izquierda á derecha, las cifras toman un valor subdécuplo, ó sea de diez en diez veces menor. Ahora bien, si se pone alguna señal para indicar la cifra de las unidades, y á su derecha se coloca otra cifra, las unidades de ésta son diez veces menores que las de la precedente, ó mas claro, cada una de ellas es la décima parte de una unidad entera. Por la misma razon si á la derecha de las décimas se coloca otra cifra, el valor de sus unidades será diez veces menor que el de las unidades de la cifra precedente, á saber, de las décimas; mas como la décima parte de un décimo es un centésimo (N. 251), luego cada unidad de esta segunda cifra vale la centésima parte de la unidad entera. Razonando de un modo análogo se verá que la tercera cifra á la derecha de las unidades representa milésimas partes de la unidad; la cuarta, diezmilésimas; la quinta, cienmilésimas, y así en adelante disminuyendo siempre su valor de diez en diez veces. De este modo se ve claramente que siguiendo el principio fundamental de la numeracion escrita, se escribe esta especie de fracciones expresando solo el numerador y dejando el denominador suplido.

262. P. Ponedme de manifiesto con alguna figura ese modo de escribir las fracciones decimales?

R. Puede servir la siguiente:

etc.	1	billon.
	1	cien mil millones.
	1	diez mil millones.
	1	mil millones.
	1	cien millones.
	1	diez millones.
	1	millon.
	1	cien mil.
	1	diez mil.
	1	mil.
	1	ciento.
	1	diez.
	(1)	unidad.
	1	décima.
	1	centésima.
	1	milésima.
	1	diezmilésima.
	1	cienmilésima.
	1	millonésima.
	1	diezmillonésima.
	1	cienmillonésima.
	1	milmillonésima.
	1	diezmilmillonésima.
	1	cienmilmillonésima.
	1	billonésima.
etc.		

En esta figura se ve que como partiendo de la unidad (que para mayor claridad se pone entre paréntesis) hácia la izquierda, la misma cifra 1 va tomando valores de diez en diez veces mayores;

del mismo modo partiendo de la unidad hácia la derecha, la cifra 1 toma un valor de diez en diez veces ménor, expresando partes decimales de la unidad, y esto sin necesidad de escribir el denominador. Si en lugar de la cifra 1 se hallase la cifra 2, 3, etc., en el lugar por ejemplo de la décima, serian 2, 3, etc. décimas, y así de las demas.

263. P. Cómo se suelen tambien llamar los guarismos que se colocan á la izquierda ó á la derecha de las unidades?

R. Los de la izquierda se llaman décuplos porque crecen de diez en diez veces mas; y los de la derecha subdécuplos, porque disminuyen tambien de diez en diez veces.

264. P. A qué distancia de la unidad se encuentran los décuplos y subdécuplos que tienen una denominacion análoga?

R. A la misma distancia, los unos á la izquierda y los otros á la derecha de la unidad, como puede verse en la figura precedente, en donde la decena ocupa el primer lugar de la izquierda, y la décima el primero de la derecha, y así de los demas.

265. P. De qué signo nos valdrémos para señalar el lugar de las unidades, de donde toman su valor las fracciones decimales?

R. Generalmente suelen los matemáticos escribir una coma despues de las unidades; así por ejemplo 3,4 segun ellos indica 3 unidades y 4 décimas; otros en lugar de la coma ponen un punto de este modo 3.4; pero como estos signos sirven tambien en aritmética para otros usos, parécenos mas conveniente para evitar la confusion separar las unidades de las fracciones decimales con dos comas, que es lo que comunmente se usa en el comercio de este modo 3,,4. En este tratado siempre usarémos de las dos comas.

266. P. Cómo se conoce el denominador suplido de una fraccion decimal?

R. El denominador de una fraccion decimal es siempre la unidad seguida de tantos ceros cuantas cifras decimales hay despues de las dos comas. Así 3,,4 tiene por denominador suplido 10; 6,,32 tiene 100; 4,,208 tiene 1000, y así de las demas.

267. P. Cómo se lee un número decimal?

R. Si el número es corto, primero se leen las unidades, si las hay, luego el numerador de la fraccion empezando por la primera cifra significativa de la izquierda como si fuese un número entero, y por último se enuncia el denominador como un número ordinal, á saber, con la terminacion *ésima, ésimas,* á la que se suple la palabra *parte* ó *partes.* Si no hay unidades enteras se empieza por la primera cifra significativa de la izquierda de la fraccion y se

lee como queda dicho. De este modo 3,,4 se lee *tres unidades y cuatro décimas;* 6,,32 *seis unidades y treinta y dos centésimas;* 4,,208 *cuatro unidades y doscientas y ocho milésimas;* 25,,0042 *veinticinco unidades y cuarenta y dos diezmilésimas;* 0,,03007 *tres mil y siete cienmilésimas.*

268. P. Si el número fuese largo, como se lee?

R. Si el número es largo se divide en ternarios y períodos (segun hemos visto en el Capítulo III), empezando por las dos comas de las unidades hácia la izquierda si tambien las cifras de los enteros son muchas; luego se divide del mismo modo la fraccion decimal empezando por la derecha hasta la última cifra significativa de la izquierda. Preparado así el número se lee segun la regla de la pregunta precedente. Sea por ejemplo 1342034678,,004257009327, preparando el número como sigue:

$$1{,}342^{1}.034{,}678{,,}004{,}257^{1}.009{,}327,$$

se lee *mil trescientos cuarenta y dos millones, treinta y cuatro mil seiscientas setenta y ocho unidades, cuatro mil doscientos cincuenta y siete millones, nueve mil trescientas veintisiete billonésimas.* Y el número 0,,0008934523600018, despues de haberlo preparado como sigue:

$$0{,}{,}0008^{2}.934{,}523^{1}.600{,}018,$$

se lee *ocho billones, novecientos treinta y cuatro mil, quinientos veintitres millones, seiscientas mil y diez y ocho diezmilbillonésimas.*

269. P. Si el número decimal tiene unidades enteras, nó se puede leer de otro modo?

R. Sí se puede: pues que sabemos que 1 es igual á $\frac{10}{10}=\frac{100}{100}=\frac{1000}{1000}$, etc., que $10=\frac{100}{10}=\frac{1000}{100}=\frac{10000}{1000}$, etc., y así de los demas enteros (N. 261); se sigue tambien que $2=\frac{20}{10}=\frac{200}{100}=\frac{2000}{1000}$, y $20=\frac{200}{10}=\frac{2000}{100}=\frac{20000}{1000}$, etc., y así de los demas guarismos. De aquí se concluye que 12,,2 se podrá leer segun la regla ya dada, *doce unidades y dos décimas,* ó bien *ciento y veintidos décimas;* pues $\frac{122}{10}=12+\frac{2}{10}=12{,}{,}2$.

Puesto esto, un número decimal que tiene unidades enteras puede tambien leerse segun la regla siguiente: se leen las unidades enteras juntamente con las cifras decimales como si fuese un solo número entero y luego se enuncia el denominador suplido con la terminacion *ésimas.* Si el número fuese largo, ántes de leerlo se prepara todo como si fuese un solo número entero. Así 2,,34 se dirá *doscientas y treinta y cuatro centésimas;* 407,,954 se leerá *cuatrocientas siete mil, novecientas cincuenta y cuatro mi-*

lésimas. El número 640568,,6083958 se prepara ántes de esta manera:

$$6^{2}.405,68,,6^{1}.083,958,$$

y se lee *seis billones, cuatrocientos cinco mil, seiscientos ochenta y seis millones, ochenta y tres mil, novecientas y cincuenta y ocho diezmillonésimas.*

270. P. Cómo se consideran estos números leyéndolos segun el primero ó el segundo modo?

R. Leidos segun el primer modo son verdaderos números mixtos; y del segundo, quebrados impropios ó números fraccionarios decimales.

271. P. Cómo se escribe un número decimal?

R. Si el número decimal es un quebrado propio, se ve primero cuantos ceros tiene el denominador enunciado, sea á voz, sea con palabras escritas, porque otras tantas han de ser las cifras decimales del numerador; luego se empieza por la izquierda y se pone un cero seguido de dos comas por las unidades que faltan; en seguida se escribe el numerador enunciado como si fuese un entero, si tiene tantas cifras como ceros el denominador; pero si tiene ménos cifras de lo que tenga de ceros el denominador, se ponen inmediatamente despues de las comas tantos ceros cuantas son las cifras que faltan en el numerador. Así si se quiere escribir por ejemplo *trescientas y dos milésimas,* veo que el denominador 1000 tiene tres ceros, y como el denominador tiene centenas, las que exigen tambien tres cifras, escribo del tiro 0,,302. Si tuviese que escribir *mil y veintisiete millonésimas,* reparo en primer lugar que el denominador un millon tiene seis ceros; mas como el numerador no pasa de los millares, los que solo requieren cuatro cifras, sustituyo dos ceros despues de las dos comas á las dos cifras decimales que faltan y escribo 0,,001027. Del mismo modo *cuatro centésimas* se escriben 0,,04; y *doscientas cuarenta y dos mil, quinientas y veinticuatro milmillonésimas* se escriben 0,,000242524.

272. P. Cómo se escribe un número decimal que ademas de la fraccion tenga unidades enteras?

R. Si el número decimal se enuncia como un número mixto, primero se escriben las unidades enteras segun las reglas dadas en el Capítulo III, se ponen las dos comas y en seguida la fraccion decimal segun la regla precedente. Sea por ejemplo *doscientas y cuarenta y cuatro unidades, y trescientas cincuenta y cinco milésimas,* se escribirá 244,,355; *veinticuatro millones, cuarenta y dos mil setecientas y ocho unidades, mil doscientos cincuenta y cuatro millones, treinta y siete mil novecientas y setenta y ocho diezbillonésimas,* se escribirá:

$$24^{1}.042,708,,0001,254^{1}.037,978.$$

Escritas las unidades enteras, reparo que el denominador enunciado diez billones tiene 13 ceros, y como el numerador enunciado, no pasando de los millares de millones, no tiene mas que diez cifras, suplo las tres que faltan con tres ceros despues de las dos comas, y escribo en seguida el numerador como si fuese un número entero.

273. P. Cómo se escribe un número decimal enunciado como un número fraccionario?

R. Se escribe todo el numerador como si fuese un número entero, y luego se separan con dos comas á la derecha tantas cifras decimales cuantos ceros tiene el denominador enunciado. Así para escribir *cincuenta y cuatro mil, doscientas veinticinco diezmilésimas,* se escribe primero el numerador 54,225 como un número entero, y luego en el mismo número se separan á la derecha cuatro cifras decimales, porque cuatro son los ceros del denominador 10000, y resulta 5,,4225. El número *setenta y dos mil, trescientos y cuarenta millones, noventa y tres mil, cuatrocientas y ocho diezmillonésimas,* se escribe:

$$72,34,,0^{1}.093,408.$$

274. P. Cómo se multiplica un número decimal por la unidad seguida de uno ó mas ceros?

R. Se multiplica corriendo las dos comas tantos lugares hácia la derecha cuantos son los ceros del multiplicador. Así 734,,269 × 10=7342,,69; el mismo multiplicando multiplicado por 100 es igual á 73426,,9; y multiplicado por 1000 es igual á 734269, no habiendo en este último caso necesidad de escribir las dos comas por no quedar ninguna cifra decimal. Si se quisiese multiplicar por 10000 seria preciso correr las dos comas cuatro lugares hácia la derecha; pero como no hay mas que decimales se agregaria un cero á la derecha y resultaria 7342690. Lo propio se haria cuando el multiplicador tuviese mas ceros.

* Demostracion.—La razon de esta regla es que cuando se corren las dos comas, por ejemplo un lugar hácia la derecha, todo el número queda multiplicado por 10. En efecto, cuando en lugar de 734,,269 escribo 7342,,69 las unidades 4 pasan á ser decenas; las 3 decenas, centenas; y las 7 centenas, millares; luego todas las cifras de la izquierda toman un valor décuplo: del mismo modo á

la derecha las 2 décimas pasan á ser unidades; las 6 centésimas, décimas; y las 9 milésimas, centésimas. Luego todo el número queda multiplicado por 10. Un análisis semejante hariamos si corriésemos las dos comas dos, tres ó mas lugares hácia la derecha.

275. P. Cómo se parte un número decimal por la unidad seguida de uno ó mas ceros?

R. Corriendo las dos comas tantos lugares hácia la izquierda como ceros tiene el divisor. Si á la izquierda de las dos comas no se encuentran tantas cifras cuantos son los ceros del divisor, se suplen con ceros las que faltan. Así 734,,269 : 10=73,,4269; el mismo número dividido por 100 es igual á 7,,34269, y dividido por 1000 es igual á 0,,734269; dividido por 1000 seria igual á 0,,0734269, y así en adelante. Del mismo modo 0,,549 : 100= 0,,00549. En todo caso de division por la unidad seguida de ceros es preciso escribir en el cociente las dos comas decimales, poniendo cero á su izquierda para indicar la falta de unidades, cuando no hay cifra significatica.

276. P. Este modo de partir por la unidad seguida de ceros, nó se puede extender á los números enteros?

R. Se puede sin duda, pues en este caso no hay mas que hacer sino separar con las dos comas tantas cifras decimales á la derecha como hay ceros en el divisor, y suplir con ceros á la izquierda los que faltan. Así 42756 : 10=4275,,6; 27 : 1000=0,,027.

* Demostracion.—La razon de esta regla es análoga á la que dimos para la multiplicacion de las decimales cuando el multiplicador es la unidad seguida de ceros. En efecto, se concibe fácilmente, haciendo el análisis, que cuando se corren las dos comas un lugar hácia la izquierda, ó bien se separa una cifra decimal á la derecha de un número entero, cada cifra de este número toma un valor subdécuplo de lo que tenia ántes, y de consiguiente todo el número queda dividido por 10. La misma division de todo el número sucede si se corren las dos comas dos ó mas lugares hácia la izquierda, ó si se separan en un entero dos ó mas cifras decimales á su derecha.

277. P. Se cambia el valor de un número decimal agregando ó quitando uno ó mas ceros á la derecha de las decimales?

R. El valor queda lo mismo, aunque las decimales tomen en tal caso una diferente denominacion. Así por ejemplo 4,,7=4,,70 =4,,700, etc.; y 32,,6000=32,,600=32,,60=32,,6.

* Demostracion.—No se cambia el valor de las decimales agregando ceros á su derecha, porque entónces se multiplica el

el numerador y el denominador suplido por el mismo número, á saber, por 10, 100, 1000, etc., lo que no altera el valor de la fraccion (N. 223). En efecto, cuando á la derecha de 4,,7 pongo un cero y resulta 4,,70, es verdad que en lugar del numerador 7 tengo un numerador décuplo 70; pero tambien es verdad que el denominador suplido 10 de la primera expresion se cambia en 100, valor décuplo, en la segunda. Si al contrario se quitan ceros á la derecha, se divide el numerador y el denominador por un mismo número, lo que tampoco cambia el valor del quebrado. Las cifras que representan enteros á la izquierda de las dos comas tampoco varian porque están siempre á la misma distancia de la division decimal.

278. P. Cómo se reducen las fracciones decimales á un mismo denominador?

R. De lo que acabamos de decir es fácil inferir que para reducir fracciones decimales á un mismo denominador, no hay mas que agregar tantos ceros á la derecha de las que tienen menor denominador cuantos necesitan para que todas tengan el mismo número de cifras decimales. Así 4,,7+0,,047+0,,25=4,,700+0,,047 +0,,250.

279. P. Se cambia el valor de una fraccion decimal agregando ó quitando ceros á su izquierda, á saber, entre las dos comas de division y las cifras decimales?

R. No hay duda que entónces cambia su valor, porque las cifras decimales no conservan ya la misma distancia de la unidad. De manera que si se agregan ceros, la fraccion tomará un valor tantas veces menor cuanta es la unidad seguida de tantos ceros como los que se agregan; y si se quitan, la fraccion toma un valor tantas veces mayor cuanta es la unidad seguida de tantos ceros como los que se quitan. Así, si á la fraccion 0,,4 se agregan dos ceros por ejemplo despues de las comas, se tendrá la fraccion 0,,004 cien veces menor que la primera; y si á la fraccion 0,,025 se quita un cero, resulta 0,,25, fraccion diez veces mayor.