Corolario I.—La fraccion decimal sale periódica simple cuando el denominador del quebrado comun irreducible no tiene por factor primero ni 2 ni 5. En efecto, toda fraccion periódica simple se reduce á su generatriz tomando por numerador las cifras del período, y dándole por denominador tantos 9 cuantas son las cifras del período (N. 294). Ahora por mas que se simplifique esta expresion, nunca podrá el denominador contener al factor 2 ó 5.

Corolario II.—La fraccion decimal sale periódica mixta cuando el denominador del quebrado comun irreducible contiene alguno de los dos factores 2 ó 5 ademas de algun otro factor diverso de éstos. En efecto, ya hemos demostrado (N. 286): 1º que cuando el denominador de un quebrado comun irreducible tiene un factor primero diverso de 2 ó 5, la fraccion decimal sale periódica. En 2º lugar hemos demostrado (N. 295) que el denominador de la generatriz de una fraccion periódica mixta es un número compuesto de tantos 9 cuantas son las cifras del período, seguidos de tantos ceros cuantas son las cifras decimales no periódicas, á saber, que es un múltiplo de 10 ó sea de 2 y de 5. En 3º lugar se ha demostrado (N. 296) que el numerador de la generatriz de una periódica mixta no puede rematar en cero. De consiguiente esta generatriz reducida á su mínima expresion debe tener por denominador un número que tenga algun factor primero diverso de 2 y 5, para que en la conversion pueda salir una fraccion periódica; y ademas alguno de los factores primeros 2 ó 5, porque aunque el numerador de la generatriz tenga á veces el factor 2 ó 5, nunca los puede tener ambos juntos, como que no puede rematar en cero; de consiguiente puede con la simplificacion desaparecer uno de ellos en el denominador, pero no ambos. Así si examinamos por ejemplo la fraccion irreducible $\frac{286}{675}$ que da lugar á la periódica mixta 0,,42370370.., verémos que el denominador $675=3\times3\times3\times5\times5$ (N. 189).

Escolio.—Notarémos aquí para mayor claridad que cuando queremos examinar de antemano la especie de fraccion decimal que debe salir de un quebrado comun propuesto, se ha de reducir éste á su mínima expresion; porque podria suceder que los dos términos del quebrado tuviesen unos mismos factores, los que desaparecen con la simplificacion.

CAPITULO XIV.

DE LAS CUATRO OPERACIONES DE LAS DECIMALES.

ADICION.

298. P. Cómo se hace la adicion de los números decimales?

R. La adicion de los números decimales, sea que tengan unidades enteras ó no, se hace del mismo modo que la de los números enteros; á saber, se colocan los sumandos uno debajo de otro, de manera que formen columna las cifras de un mismo órden, formando columna tambien las dos comas decimales; luego se empieza á sumar por la derecha y se prosigue como con los números enteros no olvidando de poner en la suma las comas decimales debajo de las de los sumandos. Los ejemplos siguientes señalan la prática de la regla:

I.	II.	III.
45,,003	0,,625	0,,075
30,,25	49,,	0,,37
4,,79065	0,,5074	0,,804
307,,8645	8,,	0,,5204
0,,07842	2,,75	0,,83
89,,524		
477,,51057	60,,8824	2,,5994

* Demostracion.—La demostracion de esta regla es la misma que la que se dió para la adicion de los números enteros (N. 79). Solo se agrega en ésta que se han de colocar las comas decimales en su lugar para dar á las cifras su valor relativo.

SUSTRACCION.

299. P. Cómo se hace la sustraccion de los números decimales?

R. Se escribe el sustraendo debajo del minuendo del mismo modo que para la adicion, pero reduciendo á un mismo denominador las fracciones (N. 278), si no tienen el mismo número de cifras decimales. Luego se resta como si fuesen enteros (N. 87), y se colocan en la diferencia las comas decimales debajo de las de

los datos. Así para restar por ejemplo 0,,075 de 0,,75, se escribe y opera como sigue:

$$\begin{array}{r} 0,,750 \\ 0,,075 \\ \hline 0,,675; \end{array}$$

si se tuviese 4,,007 − 0,,57, se haria como sigue:

$$\begin{array}{r} 4,,007 \\ 0,,570 \\ \hline 3,,437. \end{array}$$

300. P. Si uno de los datos es un entero, cómo se hace la operacion?

R. Si el entero es el minuendo, se escriben despues de él las dos comas decimales, y en seguida tantos ceros cuantas son las cifras decimales del sustraendo. Así para restar 1,,505 de 4 por ejemplo, se escribe y se opera como sigue:

$$\begin{array}{r} 4,,000 \\ 1,,505 \\ \hline 2,,495. \end{array}$$

Mas si el entero es el sustraendo se pueden escribir ó no despues de las dos comas tantos ceros cuantas son las cifras decimales del minuendo. Así si se quiere restar 324 de 527,,386, se podrá disponer la operacion de los dos modos siguientes:

$$\left.\begin{array}{r} 527,,386 \\ 324,,000 \\ \hline 203,,386 \end{array}\right\} \text{ó bien} \left\{\begin{array}{r} 527,,386 \\ 324,, \\ \hline 203,,386 \end{array}\right.$$

301. P. En todo caso, ¿no se pueden dejar de reducir á un mismo denominador los dos datos decimales de la sustraccion, ó bien de escribir ceros despues de un entero?

R. Sí se puede; pero entónces deben hacerse estas operaciones mentalmente, á saber, suponer en la operacion ceros en donde faltan cifras decimales. Con todo, el método que proponemos es mas claro y ménos sujeto á error.

*302. Demostracion.—La demostracion de esta regla es la misma que la que se dió para los números enteros (N. 88). Solo se observa aquí que cuando se reducen las fracciones á un mismo denominador no se varía en nada el valor de los datos; como tampoco cuando se agregan ceros á la derecha de un entero, por que las comas decimales conservan al entero su valor, y los ceros solo sirven para ayudar al que opera.

MULTIPLICACION.

303. P. Cómo se multiplica un número decimal por otro decimal?

R. Los números decimales se multiplican lo mismo que si fuesen números enteros, no haciendo caso en la operacion de las comas decimales; pero se separan luego en el producto con las dos comas tantas cifras decimales á la derecha cuantas son las cifras decimales en ambos factores. Sea por ejemplo 44,,63×7,,8, se podrá disponer la operacion como sigue:

$$\begin{array}{r} 4463 \\ 78 \\ \hline 35704 \\ 31241 \\ \hline 348,,114 \end{array}$$

separando en el producto tres cifras decimales, porque otras tantas son las decimales de ambos factores.

304. P. Cuando el producto no contiene tantas cifras como las que se han de separar á la derecha, qué se hará?

R. Se completa el número de ellas con ceros á la izquierda, y ademas se pone otro cero con las dos comas decimales para indicar el lugar de las unidades. Así 2,,045×0,,004 haciendo la operacion segun la regla anterior

$$\begin{array}{r} 2045 \\ 4 \\ \hline 8180 \end{array}$$

da un producto de solo cuatro cifras; mas como seis son las cifras decimales que se han de separar en este caso, se suplen con ceros las que faltan, y resulta el verdadero producto 0,,008180.

Sea tambien 0,,537×0,,84, será

$$\begin{array}{r} 537 \\ 84 \\ \hline 0,,45108 \end{array}$$

agregando cero á la izquierda por las unidades que faltan despues de haber separado en el producto cinco cifras decimales.

305. P. Cómo se hace la operacion si uno de los factores es entero?

R. Se multiplica como si ambos fuesen enteros, y se separan en el producto tantas cifras decimales cuantas son las del factor decimal. Así 0,,0046×58 será 46×58=2668, y separando cuatro cifras decimales, el verdadero producto será 0,,2668.

*306. Demostracion.—Tomarémos, para demostrar, el primer ejemplo que hemos propuesto 44,,63×7,,8; convirtiendo estas fracciones decimales en sus generatrices tenemos $\frac{4463}{100}\times\frac{78}{10}$ (N. 289). Esta multiplicacion se hace (N. 247) multiplicando el numerador 4463 por el numerador 78, ó sea multiplicando dos factores enteros; luego al producto 348114 se le da por denominador el producto de los denominadores 100 y 10, á saber, se divide el producto por 1000, lo que se obtiene aquí separando en el producto tres cifras decimales (N. 276), á saber, tantas cuantas hay en ambos factores. Mas esto es precisamente conforme á la regla que hemos propuesto para multiplicar decimales.

Se podria tambien observar en general que multiplicar centésimas por décimas es lo propio que tomar décimas partes de centésimas ó sea milésimas, pues la décima parte de una centésima es una milésima (N. 251).

Raciocinios análogos se pueden repetir con cualquiera multiplicacion propuesta de decimales. Luego queda demostrada en general la regla anterior.

DIVISION.

307. P. Cómo se hace la division de los números decimales?

R. Si tienen el mismo denominador se descuidan las comas y se parten como si fuesen números enteros. Pero si tienen el denominador diferente, primero se reducen á un comun denominador y luego quitando las comas se parten como enteros. Así para dividir 351,,135 por 7,,893, se hace como sigue:

```
351135 | 7803
39015  | 45
     0
```

y 45 es el cociente que resulta. Si tuviese que partir 18,,1 por 0,,724, reduciria ántes los datos á un comun denominador agregando dos ceros al dividendo y luego partiendo 18100 por 724 tendria por cociente 25.

* Demostracion.—Los datos de una division se pueden considerar como dos términos de un quebrado cuyo numerador es el dividendo, y el divisor el denominador, pues 351,,135 : 7,,803=

$\frac{351,,135}{7,,803}$; ahora, supuesto que estos dos términos tengan un igual número de cifras decimales, con quitar en ambos las comas decimales no se hace otra cosa sino multiplicar los dos términos por un mismo número, lo que no varia el valor del quebrado (N. 274 y 243); será, pues, $\frac{351,,135}{7,,803}=\frac{351135}{7803}$. Esto mismo nos hace ver la necesidad de reducir los términos á un comun denominador, cuando no lo tienen.

Podria tambien demostrarse la regla con convertir las decimales en sus generatrices; pero la demostracion viene á ser la misma.

308. P. Si la division no sale exacta, qué se hace?

R. Se puede convertir la resta en decimales (N. 282). Sea por ejemplo 25,,3 : 1,,6, se dispone la operacion como sigue:

```
253 | 16
93  | 15,,8125
130
  20
   40
    80
     0
```

despues de haber obtenido en el cociente 15 unidades enteras, queda una resta 13 que podria escribirse al lado de los enteros en forma de quebrado comun; mas bien se puede reducir á décimas agregando ceros y dividiendo por 16, y así se hace con las demas restas hasta concluir, como en este caso, ó hasta tomar tantas cifras decimales como se necesitan, si la fraccion saliese periódica.

309. P. Cómo se hace la division cuando uno de los datos es un número entero?

R. Si el entero es el dividendo, se le agregan tantos ceros cuantas son las cifras decimales del divisor, y quitando las comas á este último, se parte como en los enteros. Así 5 : 1,,25= 500 : 125=4.

Pero si el entero es el divisor se divide primero la parte entera del dividendo y luego la parte decimal, agregando á ésta la resta que quede de los enteros, y poniendo las comas decimales en el cociente despues de las unidades enteras. Así para dividir 146,,15 por 37 se hará como sigue:

```
146,,15 | 37
351     | 3,,95
185
0
```

Despues de haber dividido la parte entera y escrito en el cociente 3, queda una resta 35; á su lado, bajo la primera cifra decimal 1, pongo en el cociente las dos comas decimales despues del entero 3 y en seguida el cociente 9 que resulta; al lado de la otra resta 18 bajo la cifra 5 del dividendo, y pongo el cociente parcial 5 despues de 9, y así se proseguiria si hubiese mas cifras en el dividendo. Si quedase una resta y no hubiese mas cifras que bajar en el dividendo, se pondria cero al lado de la resta para reducirla tambien á decimales, y así en adelante hasta tomar el número de decimales que se quiera (N. 308).

* Demostracion.—Cuando al dividendo entero se agregan tantos ceros cuantas son las cifras decimales del divisor, y luego se quitan á éste las comas decimales, se multiplican los dos datos por un mismo número.

Cuando el divisor es entero se le podrian agregar tambien ceros como en el caso precedente; pero es mas corta la operacion que hemos propuesto. Su demostracion consiste en que cuando despues de obtenido el cociente de la parte entera queda una resta, se puede ésta reducir á decimales agregando cero; mas lo propio se consigue luego que en lugar de cero bajamos á su lado la cifra decimal que sigue en el dividendo, porque se multiplica con esto por 10, ó lo que es lo mismo se reduce á décimas: de consiguiente se deben en el cociente colocar las comas decimales al lado del cociente entero obtenido; pues el cociente parcial que sale en seguida expresa décimas, porque décimas son las que se parten entónces. En cuanto á las demas cifras decimales que van saliendo, el mismo lugar que ocupan les da el valor relativo conveniente. Así en el ejemplo antecedente, bajando al lado de la resta 35 la primera cifra decimal 1, multiplico el 35 por 10, ó lo que es lo mismo lo reduzco á décimas y le agrego una décima; el dividendo parcial es aquí, pues, 351 décimas, luego el cociente parcial 9 ha de ser tambien décimas.

Si despues de la division de la parte entera no queda resta, es claro entónces que partiendo la primera cifra decimal que expresa décimas, ha de dar décimas en el cociente.

310. P. Si el divisor tiene ménos cifras decimales que el dividendo, no se puede abreviar la operacion?

R. Se puede del modo siguiente: se corren en el dividendo las comas decimales tantos lugares hácia la derecha cuantas son las cifras decimales del divisor, y quitando las comas del divisor, se

divide primero la parte entera y luego la parte decimal del dividendo. Así para dividir 191,,1092 por 5,,42, se hará como sigue:

```
19110,,92 | 542
 2850       35,,26
  1409
   3252
     0
```

* Demostracion.—Fácilmente se demuestra esta abreviacion, si se repara que con correr las comas decimales en el dividendo y quitarlas en el divisor, se multiplican en este caso los dos términos por un mismo número. Luego se divide primero la parte entera y en seguida la parte decimal, como se acaba de demostrar en la regla antecedente (N. 309).

311. Concluirémos este capítulo indicando cómo se opera cuando en una de las cuatro operaciones ocurren decimales juntamente con quebrados comunes y con números mixtos.

P. Cómo se hacen las operaciones cuando parte de los datos son decimales y parte quebrados comunes?

R. Se pueden hacer de dos modos, á saber, ó convirtiendo los decimales en quebrados comunes, ó viceversa convirtiendo los quebrados comunes en decimales; en este segundo caso se advierte que si la fraccion decimal sale periódica, basta tomar el número de cifras decimales que se quiera segun lo exija el problema. Hé aquí algunos ejemplos:

1.º Sea $\frac{4}{5}+0,,194+2\frac{5}{9}+20,,25$, reduciendo todo á decimales se tiene $0,,8+0,,194+2,,5555\ldots+20,,25$ y haciendo la operacion segun la regla (N. 298), tendrémos 23,,7996, cogiendo cuatro decimales de la periódica 0,,555... y aumentando la cuarta decimal de una unidad (N. 288). Se pueden tambien reducir todos los datos á quebrados comunes y luego hacer la adicion, lo que daria $\frac{4}{5}+\frac{97}{500}+\frac{23}{9}+\frac{81}{4}$, y haciendo uso de la observacion del N. 232, se reducen todos los quebrados al comun denominador 4500, producto de 500 por 9; la suma será, pues, $\frac{107093}{4500}=23+\frac{3598}{4500}=23+\frac{1799}{2250}$. Comparando la expresion $23+\frac{1799}{2250}$ con 23,,7996 que se obtuvo con la operacion precedente, lo que se puede hacer reduciendo á un comun denominador los dos quebrados $\frac{1799}{2250}$ y $\frac{7996}{10000}$ (N. 228), resulta el primero igual á $\frac{17990}{22500}$ y el segundo $\frac{17991}{22500}$ con una diferencia de $\frac{1}{22500}$ menor de la mitad de $\frac{1}{10000}$, correspondiente á lo que se agregó con añadir una unidad á la cuarta cifra decimal de la periódica 2,,5555....

2.º Sea $(23+\frac{5}{8})-12,,483737\ldots$, reduciendo á decimal el número mixto y tomando cuatro cifras decimales del sustraendo periódico, tenemos $23,,625-12,,4837=11,,1413$. Pero si queremos reducir el sustraendo decimal á quebrado comun, tendrémos $(23+\frac{5}{8})-\frac{12358 9}{9900}=\frac{189}{8}-\frac{12358 9}{9900}=\frac{1871100-988712}{79200}=\frac{882388}{79200}=\frac{22059 7}{19800}$ $=11+\frac{2797}{19800}$. Comparando los dos resultados $11+\frac{2797}{19800}$ y $11,,1413$, lo que podria hacerse tambien reduciendo el quebrado $\frac{2797}{19800}$ á decimal, se verá que hay una diferencia menor de $0,,0001$ debida al haberse descuidado esta parte con tomar solo cuatro cifras decimales del sustraendo periódico $12,,483737\ldots$.

3.º Sea $34,,043043\ldots\times\frac{25}{13}$, convirtiendo al multiplicador en número decimal y tomando de cada periódica tres cifras decimales tenemos $34,,043\times1,,923=65,,464689$. Pero convirtiendo en quebrado comun el multiplicando, tenemos $\frac{34009}{999}\times\frac{25}{13}=\frac{850225}{12987}=65+\frac{6070}{12987}$. Comparando los dos productos se verá que hay una diferencia menor de $0,,003$ debida á las dos aproximaciones que se tomaron de las dos periódicas.

4.º Sea por último $(45+\frac{7}{8}):3,,542$, convirtiendo el número mixto en decimal tenemos $45,,875:3,,542=12,,9517$, tomando cuatro cifras decimales. Y convirtiendo en quebrado comun el divisor, tenemos $\frac{367}{8}:\frac{3542}{1000}=\frac{367000}{3542\times8}$ y dividiendo por $8=\frac{45875}{3542}=12+\frac{3311}{3542}$. Si se reduce el quebrado de este cociente á decimales y se toman cuatro cifras decimales, saldrá el cociente $12,,9517$ idéntico con el primero que se obtuvo, porque en este caso las conversiones de los datos salen ambas exactas.

En todos estos ejemplos se echa de ver que el cálculo de las decimales es incomparablemente mas fácil que el de las fracciones comunes; pero generalmente es mas exacto el segundo.

CAPITULO XV.

DE LOS NUMEROS COMPLEXOS.

DENOMINACIONES Y DIVISIONES DE LAS PRINCIPALES MEDIDAS, PESAS Y MONEDAS QUE SE USAN EN LA REPUBLICA DE MEJICO.

312. Para que no se crea que exajeramos, ó que somos parciales, transcribimos aquí á la letra lo que el Ministerio de Fomento de

Méjico hizo publicar en 1857 en un cuaderno al que dió el título de *Sistema Métrico-decimal.*

MEDIDAS MEJICANAS Y SU RELACION CON EL METRO.

„El desórden de las medidas mejicanas difícilmente pudiera imaginarse ni averiguarse, si no se estuviese presenciando diariamente. Una ligera mencion dará idea suficiente de tanto desconcierto.

Medidas lineales.

„Dos siglos despues de la conquista, el gobierno español remitió á Méjico los patrones de las medidas que debian regir en el país, y entre éstas la vara que habia de servir de norma para las medidas lineales. Es de creerse que se tuvo la intencion que ésta fuese una copia exacta de la vara de Burgos, la que en España es la que mas generalmente se emplea; sin embargo, la diferencia que se nota entre el valor de esta medida, comparada con la vara que llegó á Méjico, es demasiado considerable.

„Ciscar describe con evidente exactitud la vara de Burgos, y manifiesta todas las imperfecciones de su construccion; pero á pesar de esto, la vara de Burgos, siendo hecha de hierro, y de platina el patron original del metro, y habiendo sido rigorosamente determinadas las dilataciones de ambos metales, se ha podido establecer una comparacion entre las dos medidas con una notable aproximacion, y el valor de la vara de Burgos resultó ser, segun unos, de metros $0,,8359056936$, y segun otros, de metros $0,83590580$, ambos valores sensiblemente iguales.

„La vara mejicana, cuyo patron se halla depositado en la oficina del Fiel-contraste de esta capital, aparece haber sido construida en Burgos el año de 1721. Es de madera, y tiene sus extremidades guarnecidas con casquillos de hierro, la tapa de uno de los cuales se ha desprendido en parte y se presta á movimientos demasiado sensibles. En varias épocas fueron nombradas comisiones con el encargo de averiguar el valor verdadero de la vara mejicana, pero sin resultados plausibles; ni podia ser de otro modo, pues si las dilataciones de los metales se sujetan á leyes fijas y bien conocidas, no hay reglas que determinen las alteraciones que sufren las maderas á consecuencia de la torcion y de los cambios higrométricos.

„Entre las comisiones mencionadas, la última, comparando á la simple vista, y sin mas advertencias, un metro modelo de acero con la vara del Fiel-contraste, creyó adivinar que esta equivalia