El real.....	2 medios, ó 12 granos.
El medio.....	2 cuartillas.
La cuartilla.....	2 tlacos ó chicas.

Solo ponemos aquí las divisiones que sirven para el cálculo, observando que los granos y los centavos son monedas nominales. Las monedas de oro, de plata y de cobre se pueden ver en la tabla segunda del capítulo XVIII.

Medidas de tiempo.

326. Estas son algo enredadas por la diferencia que hay entre el año civil que se calcula de 365 dias, y el año solar que es de 365 dias 5 horas 48 minutos y 48 segundos, ó mas brevemente de 365 y cerca de 6 horas. Para arreglar esta diferencia se ha convenido que cada 4 años el civil, que entónces se llama *bisiesto*, tenga 366 dias. Así el año 1856 habiendo sido bisiesto, ó de 366 dias, los tres siguientes 1857, 1858, 1859 son años *comunes* de 365 dias, y el cuarto siguiente 1860 de nuevo bisiesto. Puesto esto las medidas de tiempo se pueden señalar como sigue:

El siglo tiene.....	100 años, ó 20 lustros de 5 años.
El año (a.).....	365 dias, si es comun, y 366 idem si es bisiesto.
El dia (d.) tiene.....	24 horas.
La hora (h.).....	60 minutos.
El minuto (').....	60 segundos.
El segundo (").....	60 terceros ("'), etc.

Suele tambien el año dividirse en 12 meses, pero esta division no puede entrar en la tabla anterior, porque los meses no tienen todos el mismo número de dias.

He aquí el nombre de los meses con el número de dias que tiene cada uno:

1 Enero tiene	31 dias.	7 Julio tiene	31 dias.
2 Febrero...	28 id. en el año comun 29 id. en bisiesto.	8 Agosto....	31 id.
		9 Setiembre.	30 id.
3 Marzo.....	31 id.	10 Octubre...	31 id.
4 Abril.....	30 id.	11 Noviembre	30 id.
5 Mayo.....	31 id.	12 Diciembre.	31 id.
6 Junio.....	30 id.		

El año se divide tambien en semanas de 7 dias cada una, los que se repiten siempre con el mismo órden, y son lúnes, mártes, miércoles, juéves, viérnes, sábado y domingo. De este modo el año comun tiene 52 semanas y 1 dia, y el bisiesto 52 semanas y 2 dias. De aquí se ve que no siempre empieza el año por el mismo dia de la semana.

No ponemos las medidas hidrométricas, porque éstas, segun se ha visto en el núm. 312, no son realmente medidas.

Hay ademas en los diferentes Estados de la República otra confusion de medidas y denominaciones particulares que cada uno podrá aprender sobre el lugar, cuando lo necesite.

No fuera mal poner aquí unas tablas que sirviesen para indicar las relaciones que tienen entre sí las especies superiores con las inferiores, y en las que pudiese verse de una mirada sin hacer multiplicacion ninguna, cuántas onzas por ejemplo, ó cuántos adarmes tiene un quintal ó una arroba; pero como tenemos que poner unas tablas análogas en el capítulo XVIII que trata del sistema métrico, para no hacer repeticiones inútiles, advertimos al estudiante que puede consultar aquellas tablas, cuando lo necesite, en el núm. 396.

CAPITULO XVI.

CONVERSION DE LOS QUEBRADOS EN COMPLEXOS Y VICEVERSA.

Ya hemos visto lo que es número complexo ó denominado (N. 35), las pesas y medidas que están todavía en uso en la república mejicana (Capítulo XV), hemos visto tambien el modo de reducir las unidades de órden superior á las de órden inferior (N. 119, 120 y 121), y viceversa las inferiores á superiores (N. 155); solo nos queda, ántes de pasar á las cuatro operaciones fundamentales, exponer algunas operaciones preliminares, que sirven muchísimo en el cálculo de los complexos. Estas son: 1.ª la conversion de un número complexo en quebrado comun ó decimal, y 2.ª la conversion de un quebrado comun ó decimal concreto en número complexo, lo cual se llama valuar el quebrado.

327. P. Cómo se convierte un número complexo en quebrado comun?

R. Se reduce primero el número complexo á la especie inferior propuesta, y al resultado se le da por denominador el número que indica cuantas unidades de la especie inferior contiene una unidad

de la especie principal superior que se considera como unidad. Así para convertir por ejemplo 64 varas, 2 piés, 11 pulgadas, 8 líneas en quebrado comun, reduzco todo el complexo á líneas, y al resultado 28076, puesto que se quiera tomar por unidad la vara, le pongo por denominador 432, pues tantas son las líneas que tiene una vara, y tengo el quebrado $\frac{28076}{432}=\frac{7019}{108}$ de vara.

* Demostracion.—Siendo una línea igual á $\frac{1}{432}$ de vara, lo mismo es decir 28076 líneas que $\frac{28076}{432}$ de vara. Una observacion análoga puede hacerse en la conversion de los demas complexos.

328. P. Cómo se convierte un número complexo en decimal?

R. Se convierten primero en quebrado comun, segun la regla antecedente, todas las partes del número complexo, inferiores á la unidad principal que se toma como tal, dejando intactas las unidades enteras que haya; se convierte en seguida el quebrado comun, que aquí es propio, en quebrado decimal (N. 282), y se agrega éste á la derecha de las unidades enteras despues de las comas decimales. Si la conversion no sale exacta, se coge un número de cifras decimales segun la aproximacion que se quiere. Así para convertir en decimal el número complexo que propusimos en la pregunta anterior, se convierten en quebrado comun las partes inferiores á la vara, si se quiere tomar la vara por unidad, empezando por los dos piés, y el quebrado comun que resulta $\frac{428}{432}$, ó su equivalente $\frac{107}{108}$ de vara, se convierte en el decimal 0,,99074074..., y agregando éste á la derecha de las 64 varas enteras, tendrémos 64 varas, 2 piés, 11 pulgadas, 8 líneas =64,,99074074... varas.

Si se tomase en este mismo ejemplo por unidad el pié, se convertirian en fraccion decimal de pié solo las partes inferiores que son las pulgadas y las líneas: la parte entera serian entónces las varas y los piés; pero seria preciso convertir en piés las varas para tener una sola especie de unidades. Por lo mismo, si se tomase por unidad una cantidad de especie superior á todas las expresadas en el número complexo propuesto, se reduciria todo el complexo á fraccion decimal de la unidad que se elige, y el número decimal no contendria enteros. Así si en el ejemplo anterior se tomase por unidad la legua, se convertirian en fraccion decimal de legua todas las partes del complexo. Estas observaciones se aplican á la regla precedente (N. 327).

* Demostracion.—Esta regla no es mas que un corolario de las demostraciones antecedentes, y tan claro que no necesita demostracion. Solo advertirémos que si se convierten en fraccion decimal las solas partes inferiores á la unidad que se elige, es porque convertir en quebrado las unidades enteras seria un trabajo en balde, pues volverian en el número decimal los mismos enteros que ya se tienen.

329. P. Cómo se convierten los quebrados comunes en números complexos?

R. Si el quebrado es propio se multiplica el numerador por el número que indica las unidades de la especie inmediatamente inferior que contiene la unidad principal á la que pertenece el quebrado; se parte el producto por el denominador, y el cociente entero indicará unidades de la especie inferior. Si queda una resta se reduce del mismo modo á la otra especie inmediatamente inferior, y así sucesivamente; y la resta que queda despues de la última especie que se toma, se escribe á su lado como quebrado. Si despues de haber multiplicado el numerador ó una resta del modo que se ha dicho el producto es menor que el denominador divisor, es señal que no hay unidades de la especie inmediatamente inferior; se pone, pues, cero en su lugar en el cociente, y se sigue multiplicando el producto como si fuese una resta.

Los ejemplos siguientes harán ver la práctica de esta regla. Sean por ejemplo $\frac{45}{48}$ de carga, se simplifica primero el quebrado y resulta $\frac{15}{16}$, luego para convertirlo en complexo se dispone la operacion como sigue:

cargas.....	15	16
	2	1 fanega +1 med. fanega +4 almud.s +2 cuart.s
fanegas....	30	
	14	
	2	
med. faneg.	28	
	12	
	6	
almudes....	72	
	8	
	4	
cuartillos...	32	
	0	

Como el numerador 15 es menor que el denominador, dividiendo no da en el cociente ninguna carga; empiezo, pues, por redu-

cir las 15 cargas del numerador á fanegas multiplicando por 2, y el producto 30 lo parto por 16 y escribo el cociente 1 que es una fanega; la resta 14 fanegas la reduzco á medias fanegas multiplicando por 2, y parto tambien por 16 el producto 28, el cociente 1 expresa una media fanega; la resta 12 la reduzco á almudes multiplicando por 6, parto el producto 72 por 16, y resultan 4 almudes de cociente con la resta 8 almudes; ésta la reduzco á cuartillos multiplicando por 4, el producto 32 partido por 16 da 2 cuartillos exactos sin ninguna resta. Luego $\frac{15}{16}$ de carga =1 fanega +1 media fanega +4 almudes +2 cuartillos.

Del mismo modo se opera para convertir en complexo el quebrado $\frac{641}{800}$ de arroba; véase la siguiente operacion:

```
arrobas 641 | 800
          25  20 libras +0 onzas +8 adarmes
        ----
        3205
        1282
        -----
libras 16025
          25
          16
        ----
         150
          25
        ----
onzas    400
          16
        ----
adarmes 6400
           0
```

En este ejemplo se ve que despues de haber reducido las 25 libras de resta en 400 onzas, este producto es menor que el divisor 800; se pone, pues, cero en el cociente por las onzas; luego se reducen las 400 onzas á adarmes y se continúa la division.

330. P. Cómo se convierte en complexo un quebrado impropio?

R. Se sacan primero los enteros y luego se convierte la resta que queda en complexo segun la regla precedente. Así para convertir en complexo el quebrado $\frac{1398}{240}$ de fanega, simplificado el quebrado por 6, lo que da $\frac{233}{40}$, se establece la operacion como sigue:


```
fanegas 223 | 40
         33  5 faneg.s +1 med. faneg. +3 almud. +3 cuart. +24/40
          2
          --
med. fan. 66
          26
           6
          ---
almudes 156
          36
           4
          ---
cuartill. 144
           24
```

Despues de haber sacado 5 fanegas enteras en el cociente, queda una resta de $\frac{33}{40}$ de fanega, y este quebrado se reduce á partes inferiores á la fanega, como se ve en la operacion. Despues de haber obtenido los 3 cuartillos en el cociente, queda una resta 24 que se pone en forma de quebrado al lado de los cuartillos por no haber otra especie inferior á ésta, lo que da $\frac{24}{40}=\frac{3}{5}$ de cuartillo.

* 331. Demostracion.—Basta para demostrar las reglas que acabamos de dar para la conversion en complexos de los quebrados, reparar que cuando tenemos por ejemplo $\frac{641}{800}$ de arroba, el numerador 641 expresa verdaderas arrobas, que se han de dividir por 800, número que se considera como abstracto, y no pudiéndose efectuar aquí la division, se reducen las 641 arrobas á 16025 libras multiplicando por 25; este número, pues, de libras dividido por 800 debe dar en el cociente libras. Lo propio se dice de la resta que queda y de los demas quebrados.

Pero puede tambien considerarse este como un caso particular del problema general del N. 285. En efecto, reducir $\frac{641}{800}$ de arroba en libras, es lo mismo que convertir este quebrado en 25 avos, á saber, *en otro equivalente que tenga por denominador* 25. Por esto se multiplica el numerador 641 por el nuevo denominador 25, y se parte el producto 16025 por el denominador primitivo 800: solo falta poner al cociente entero 20 el denominador 25; pero esto se hace implícitamente con el mero hecho de llamar al cociente 20 *libras* y no *arrobas*, pues las libras son veinticincoavos de arrobas. La resta 25 que queda y que se ha de dividir por 800 ó sea el quebrado $\frac{25}{800}$, ya no es fraccion de arroba sino de libra. Se reduce, pues, á la especie inferior á la libra, á saber, á onzas, de la misma manera que se ha hecho para el quebrado de arrobas. Esta de-

mostracion sirve como se ve para todos los problemas de esta clase

332. P. Cómo se convierte un número decimal en complexo?

R. Se deja intacta la parte entera, si la hay, y se multiplica la fraccion decimal por el número que indica cuantas unidades de la especie inmediatamente inferior contiene la unidad del número decimal propuesto; y en el producto se separan tantas cifras decimales cuantas eran las de la fraccion primitiva. La parte entera de este resultado son unidades de la especie inferior; si las cifras de la derecha de las comas son todas ceros, es señal que no hay unidades de otra especie; pero si entre ellos hay cifras significativas, es una fraccion decimal de la especie inferior á la propuesta, que se puede convertir á la especie inferior inmediata de la misma manera que se hizo para la primera, y así sucesivamente. Concluida la operacion se recogen todas las partes enteras que expresan las especies en que se ha hecho la conversion, y la última se escribe con su fraccion decimal á lado, si ésta tiene cifras significativas. Los ejemplos siguientes ponen de manifiesto la práctica de esta regla. Sean $ 45,,65625, para reducir la fraccion decimal 0,,65625 de peso en las especies inferiores al peso, se dispone la operacion como sigue:

	$ 45,,65625
	8
reales	5,,25000
	2
medios	0,,50
	2
cuartilla	1,,0

Primero se reduce la fraccion de peso á reales multiplicándola por 8 y dejando intacta la parte entera 45; en el producto se separan cinco cifras decimales, y resultan 5 reales enteros y 0,,25000 de real, ó descuidando los tres ceros de la derecha, que no influyen en el valor (N. 277), 5 reales y 0,,25 de real. Esta fraccion de real se convierte en medios multiplicándola por 2, lo que, separando dos cifras decimales en el producto, da 0,,50=0,,5 de medio; como este resultado no contiene sino una fraccion de medio, la convierto en cuartillas multiplicando por 2, y resulta una cuartilla sin otra fraccion por ser cero la cifra que está á la derecha de las comas decimales. Recogiendo, pues, todas las partes enteras, tenemos $ 45,,65625=45$+5 reales +0 medios +1 cuartilla.

Sea la fraccion 0,,7874 de vara cuadrada, para convertirla en complexo se opera como sigue:

0,,7874	de vara cuadrada
9	
7,,0866	piés cuadrados
144	
3464	
3464	
866	
12,,4704	pulgadas cuadradas
144	
18816	
18816	
4704	
67,,7376	líneas cuadradas
144	
29504	
29504	
7376	
106,,2144	puntos cuadrados.

Se convierte primero la fraccion en piés cuadrados multiplicando por 9, pues 9 son los piés cuadrados que tiene una vara cuadrada, y separadas las cuatro cifras decimales tenemos por resultado 7,,0866 piés cuadrados; del mismo modo se convierte la fraccion de pié en pulgadas cuadradas multiplicando por 144, pues 144 pulgadas cuadradas tiene un pié cuadrado, y así se prosigue hasta apurar las especies inferiores. Luego recogiendo las partes enteras y la última fraccion decimal tenemos 0,,7874 de vara cuadrada, =7 piés cuadrados +12 pulgadas cuadradas +67 líneas cuadradas +106,,2144 puntos cuadrados.

* Demostracion.—La demostracion es la misma que se ha dado (N. 331) para la conversion de los quebrados comunes en números complexos; la única diferencia que hay en esta especie de operacion es que el producto de la fraccion decimal por el número que indica las unidades inferiores contenidas en la unidad de especie superior se parte por el denominador suplido de la fraccion decimal con el mero hecho de separar en este producto tantas cifras deci-

males cuantas eran las que tenia dicha fraccion decimal (N. 276).

333. P. Hemos visto que en la conversion de los quebrados comunes, ó de los números complexos en decimales, la division no siempre sale exacta y á veces es muy larga, ¿qué número de cifras decimales se tomará, pues, en estos casos para tener una aproximacion conveniente?

R. En estos casos el problema propuesto determina la aproximacion y el número de cifras decimales que basta coger; á saber, se ve cuantas cifras tiene el número que indica las unidades de la última especie, que no se quiere perder, contenidas en la unidad principal, y otras tantas son las cifras decimales que se cogen. Supongamos que se quiera convertir en fraccion decimal de marco el número complexo 5 onzas +4 ochavas +2 tomines +9 granos, sin perder ni la mitad de un grano. Examino cuantas cifras tiene el número que indica los medios granos contenidos en un marco, y por ser éste 9216 veo que son cuatro sus cifras; bastará, pues, en este caso tomar cuatro cifras decimales. Haciendo luego las operaciones indicadas en el número 327, convierto primero el complexo en quebrado comun, y tengo $\frac{3201}{4608}=\frac{1067}{1536}$ de marco, éste último lo convierto en decimal con cuatro cifras decimales, segun las reglas de los números 282 y 288, y tengo 0,,6947 de marco, fraccion que tiene un poco mas del número complexo propuesto, pero cuyo exceso no llega á la mitad de un grano. En efecto, haciendo por prueba la operacion contraria, á saber, convirtiendo el quebrado decimal 0,,6747 de marco en número complexo (N. 332) tendriamos 5 onzas +4 ochavas +2 tomines +9,,1776 granos, con la diferencia de 0,,1776 de grano mas que no llega á la mitad de un grano.

Si se tuviese que convertir en decimal un quebrado de vara con una diferencia menor de una línea, observando que la vara tiene 432 líneas, bastaria tomar una aproximacion de tres cifras decimales.

Estos ejemplos bastan para indicar el número de cifras decimales que se han de coger segun la aproximacion que se quiera en los demas casos análogos.

* Demostracion.—Aunque la regla precedente no necesite demostracion, observarémos sin embargo que cuando se toman tantas cifras decimales cuantas son las del número que expresa las unidades inferiores, que se quieren coger, contenidas en la unidad principal, se toman partes aun mas pequeñas de las que se buscan; por ejemplo, teniendo una vara 432 líneas, una línea es $\frac{1}{432}$ de vara; luego cogiendo una fraccion de vara de tres cifras decimales, ó sea de milésimas, se cogen partes mas pequeñas que la línea. La cifra decimal de la derecha que se descuida, representa unidades diez veces mas pequeñas de las que se toman; esta aproximacion se aumenta aun mas observando la regla del N. 288; luego la diferencia en mas ó en ménos nunca podrá llegar á formar una unidad de las que se han de coger.

CAPITULO XVII.

DE LAS CUATRO OPERACIONES FUNDAMENTALES DE LOS NUMEROS COMPLEXOS.

334. Las cuatro operaciones fundamentales de los complexos podrian todas ejecutarse haciendo uso de las operaciones preliminares de que acabamos de hablar en el capítulo precedente; á saber, podrian los datos complexos convertirse en quebrados comunes ó decimales, hacerse con ellos las operaciones indicadas y luego convertirse los resultados en complexos. Pero este modo de operar relativamente á la adicion y sustraccion seria demasiado complicado. Nos valdrémos luego de otro medio mas directo para estas dos operaciones, empleando el primero solo en la multiplicacion y division.

ADICION.

335. P. Cómo se hace la adicion de los números complexos?

R. Se escriben los sumandos uno debajo de otro empezando cada uno por la izquierda y por la especie mayor, y colocando las demas por su órden sucesivo, pero de manera que cada especie forme una columna separada; luego, tirada una raya, se empieza á sumar la columna de la especie inferior de la misma manera que se suman los números enteros, y si es larga se escribe aparte la suma. Esta se examina para ver si sus unidades llegan á formar por lo ménos una unidad de la especie inmediatamente superior ó no: si no llegan, se escribe toda la suma debajo de la columna respectiva; pero si llegan, se averigua por medio de la division cuantas unidades del órden superior contiene esta suma, se escribe solo la resta debajo de la columna respectiva, y se llevan las uni-