doble de la raíz 74, veo que no cabe, escribo cero en la raíz bajo el otro período, separo una cifra, y dividiendo 5926 por el doble de la raíz hallada 740, encuentro 8 por cociente, lo averiguo segun la regla, y tengo 0 de resta; luego 3708 es la raíz buscada.

3.º Se quiere construir un campo de Marte cuadrado, de manera que su superficie sea igual á 190655 varas cuadradas; ¿cuál será el lado de esta plaza? Se sabe de la Geometría que para buscar el lado se ha de extraer la raíz cuadrada del numero de varas cuadradas propuesto: tenemos, pues,

varas cuadradas 19,06,55	436,,6405 varas
16	
—	
30,6	83
24 9	3
—	—
575,5	249
519 6	—
—	866
5590,0	6
5235 6	—
—	5196
35440,0	—
34929 6	8726
—	6
52040,00,0	—
43664 02 5	52356
—	—
8375 97 5	87324
	4
	—
	349296
	—
	8732805
	5
	—
	43664025

Despues de haber sacado la parte entera de la raíz que es 436 varas, queda un resíduo 559 al lado del cual se colocan dos ceros, y separando uno con una coma, se divide el resto por el duplo de la raíz 872 y se ensaya el cociente 6 como los demas, luego se escribe á la derecha de la raíz, advirtiendo de poner ántes las dos comas decimales; al lado de la resta 3544 se agregan otros dos ceros y haciendo la misma operacion se obtiene el cociente 4 que se escribe á la derecha de la raíz, y así se prosigue agregando dos

ceros á la resta por cada cifra decimal que se quiera. En este caso si se quiere tomar una aproximacion con una diferencia menor de una mitad de línea, segun el N. 333 se han de tomar tres cifras decimales, y por el N. 288 se han de averiguar cuatro cifras decimales. La raíz mas aproximada es pues 436,,641 varas, ó bien 436 varas 23 pulgadas y 9 décimas de línea.

408. El ejemplo precedente nos hace ver como se ha de extraer la raíz cuadrada de un número decimal; se divide por esto el número propuesto en períodos de dos cifras empezando la division desde las dos comas decimales tanto hácia la izquierda como hácia la derecha, agregando un cero si el último período de la derecha constase de una sola cifra, y tantas veces dos ceros mas cuantas son las decimales que se quieran ademas de las que daría el número propuesto. Sacada la parte entera de la raíz, se baja el primer período de las decimales al lado del resíduo, se colocan á la derecha de la raíz las dos comas decimales, y se hace la operacion como en el ejemplo precedente.

Así para extraer la raíz cuadrada de 27,,348 con cuatro decimales, se prepara el número como sigue 27,,34,80,00,00, y haciendo la operacion segun la regla se tiene por raíz 5,,2295.

409. Se ha visto (N. 247) que para multiplicar un quebrado por un quebrado se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador; luego para cuadrar un quebrado se cuadra el numerador y el denominador; así el cuadrado de $\frac{3}{5}$ por ejemplo es $\frac{9}{25}$. Viceversa si se quiere extraer la raíz cuadrada de un quebrado, se ha de extraer la raíz del numerador y del denominador; así la raíz cuadrada de $\frac{9}{25}$ es $\frac{3}{5}$.

410. Mas si los términos del quebrado no son ambos cuadrados perfectos, el mejor método es reducir el quebrado á decimal (N. 280) y luego sacar la raíz cuadrada en decimales. Se tomarán en la reduccion tantas veces dos decimales cuantas son las que se quieran obtener en la raíz, y la operacion se hace lo mismo como si el número fuese entero, cuando el quebrado es propio, advirtiendo de poner un cero y las dos comas decimales ántes de escribir en la raíz ninguna cifra significativa. Si el quebrado es impropio, habiendo entónces una parte entera, se hace como se dice en el N. 408. Así para extraer la raíz cuadrada de $\frac{3}{7}$ con la aproximacion de dos decimales, convierto la fraccion comun en esta otra 0,,4285, y extrayendo la raíz segun la regla tengo 0,,65.

411. Si se tuviese que extraer la raíz cuadrada de un número mixto, se convertiria primero en decimal la fraccion, y unida á la

parte entera, se extraeria la raíz segun se dijo en el N. 408. Así para extraer la raíz cuadrada de $341+\frac{1}{17}$ con una aproximacion de tres cifras decimales, lo convertimos primero en 341,,705882 cuya raíz cuadrada es 18,,488.

Extraccion de la raíz cúbica.

412. De la tabla del N. 404 se ve que ningun cubo de un número digito pasa de tres cifras, y reparando ademas que el cubo de 10 es 1000, concluimos que la raíz cúbica de un número que no pase de tres cifras es en su parte entera un número dígito.

Para buscarla, si el número propuesto es un cubo perfecto, la sola tabla predicha bastará; pero si no lo es, se toma entónces la raíz cúbica del mayor cubo perfecto contenido en el número propuesto, y la resta que queda se aprenderá á valuarla despues por aproximacion. Así la raíz cúbica de 174 es 5 mas la resta 49 que no puede expresarse exactamente ni en enteros ni en quebrados.

413. Si el número pasa de tres cifras se puede observar la regla siguiente.

1.º Empezando por la derecha se divide el número en períodos de tres cifras, pudiendo el último constar de una, dos ó tres.

2.º Se extrae la raíz del mayor cubo comprendido en el primer período de la izquierda, y se escribe en su lugar en las líneas como se hace para la raíz cuadrada. Luego se cubica esta primera cifra de la raíz, y se resta el cubo del primer período.

3.º Al lado del residuo se baja el período siguiente, se separan dos cifras á la derecha, y se divide lo que queda por el triplo cuadrado de la raíz hallada.

4.º Antes de escribir el cociente, que nunca puede pasar de 9, se ensaya cubicando la raíz hallada junta con el cociente al lado, y restando este cubo de los dos primeros períodos. Si se puede efectuar la sustraccion, se escribe el cociente en su lugar á la derecha de la raíz; si no, se disminuye de una unidad, y se ensaya como ántes, hasta que pueda restarse el cubo.

5.º Al lado del segundo residuo se baja el tercer período, se separan dos cifras á la derecha, se divide lo que queda por el triplo del cuadrado de la raíz hallada, se ensaya el cociente como ántes restando el cubo de la raíz hallada junto con el cociente al lado de los tres primeros períodos; y así se prosigue hasta concluír.

6.º Si algunos de los resíduos que quedan junto con la primera cifra del período siguiente es menor que el triplo cuadrado de la raíz hallada, se pone cero á la derecha de la raíz, se baja el otro período y se repite la misma operacion.

7.º Si alguno de los residuos fuese igual ó mayor del triplo cuadrado de la raíz hallada mas el triplo de la misma raíz mas la unidad, es señal que en la raíz se puso demasiado poco, y se debe rehacer la operacion.

8.º Concluida la operacion, si no queda resta es señal de que el número propuesto es un cubo perfecto; pero si hay resta se puede tomar una aproximacion en decimales, agregando tantas veces tres ceros cuantas son las decimales que se quieran obtener, haciendo las mismas operaciones que ántes, y colocando las dos comas decimales á la derecha de la parte entera de la raíz.

414. En Algebra se verá el modo de abreviar el ensayo del cociente ántes de escribirlo en la raíz. Por ahora bastará dar algunos ejemplos.

1.º Se quiere saber la raíz cúbica de 79507; se prepara el número como sigue:

79,507	43
64	—
155,07	48
795 07	
0	

Se extrae la raíz del mayor cubo que hay en 79, que es 4, y se escribe entre las líneas en el lugar de la raíz, se cubica 4 y se resta el cubo 64 de 79. Al lado de la resta 15 se baja el otro período, se separan dos cifras á la derecha y se divide 155 por el triplo cuadrado de la raíz hallada que es 48. Antes de escribir en la raíz el cociente 3 se ensaya cubicando á parte la raíz hallada con el 3 á lado, ó sea 43, el cubo 79507 siendo igual al número propuesto, tenemos cero de resta, y concluimos que es un cubo perfecto y que su raíz cúbica es 43.

2.º Se quiere saber la raíz cúbica de 28934443.

28,934,443	307
27	—
19,344,43	2700
289 344 43	
0	

Preparado el número como se ve arriba, se extrae la raíz del mayor cubo de 28, que es 3, y se escribe en su lugar, luego restando de 28 el cubo 3 ó sea 27, tenemos 1 de resta; se baja á su lado el otro período y se separan dos cifras á la derecha. Se divide luego 19 por el triplo cuadrado de la raíz, que es 27, mas como el divisor no quepa en el dividendo, se pone cero á la derecha de la raíz; se baja el período siguiente, se separan dos cifras y se divide 19344 por el triplo cuadrado de la raíz hallada 2700. Antes de escribir el cociente 7 en la raíz, lo ensayo cubicando á parte 307, y por ser el cubo igual al número propuesto, tengo cero de resta; 28934443 es, pues, un cubo perfecto, y 307 es su raíz.

3.º Sabemos que 3600 pulgadas cúbicas son la cabida de una media fanega mejicana, se quiere saber cual deberia ser el lado de una medida de una media fanega, si se le quisiese dar una forma cúbica (N. 375). Se sabe de la Geometría que para conocer este lado se ha de extraer la raíz cúbica de 3600, y por no ser éste un cubo perfecto, se ha de tomar una aproximacion. En el presente caso bastará una aproximacion de una media línea; se han de tomar, pues, segun el N. 333 dos cifras decimales, y para observar la regla del N. 288 se han de averiguar tres; 3600 se prepara pues como sigue, agregándole nueve ceros:

3,600,,000,000,000	15,,326
1	
26,00	3
33 75	
2 250,00	675
35 815 77	
184 230,00	70227
35 956 407 68	
43 592 320,00	7041072
35 998 670 659 76	
1 329 340 24	

Despues de haber escrito la primera cifra 1 de la raíz, y restado el cubo 1 de 3, tengo una resta 2, bajo á su lado el otro período, separo dos cifras á la derecha, y divido 26 por el triplo cuadrado de la raíz hallada, que es 3, ensayo el cociente 8 ántes de escribirlo en la raíz, cubicando á parte 18; mas el cubo 5832 no pudiéndose restar de los dos primeros períodos 3600, bajo el cociente á 7, luego por la misma razon á 6, y finalmente á 5, y siendo el cubo de 15 igual á 3375 lo resto de 3600, y tengo un resíduo 225; escribo 5 á la derecha de la raíz, y por no haber mas cifras en la parte entera del número propuesto, pongo á la derecha de la raíz las dos comas decimales. Bajo al lado del resíduo el otro período, y prosigo la operacion segun la regla sin reparar en las comas decimales. La raíz cúbica aproximada es pues 15,,326 pulgadas, ó tomando dos cifras decimales 15,,33, ó bien 15 pulgadas 3 líneas y 9 décimas de línea.

415. Este último ejemplo nos hace ver como se ha de operar para extraer la raíz cúbica de un número decimal. En efecto, se divide el número en períodos de tres cifras, partiendo de las comas decimales tanto hácia la izquierda como hácia la derecha; si el último período de la derecha tiene ménos de tres cifras, se suplen con ceros las que falten; si se quieren obtener mas cifras decimales de las que dé el número propuesto, se agregan tantas veces tres ceros cuantas sean las cifras que se quieran demas, y se repara de poner las dos comas decimales á la derecha de la parte entera de la raíz. Así si se quisiese la raíz cúbica del número 6,,54 con dos cifras decimales, preparado el número de esta manera 6,,540,000, se hace la operacion como en el número precedente, y se obtiene por raíz cúbica aproximada 1,,87.

416. Del N. 247 se deduce que para cubicar un quebrado es preciso cubicar el numerador y el denominador; viceversa, para extraer la raíz cúbica de un quebrado, se extrae la raíz tanto del numerador como del denominador. Así la raíz cúbica de $\frac{27}{64}$ es igual á $\frac{3}{4}$. Pero si los dos términos del quebrado no son cubos perfectos, el método mas acertado es convertir el quebrado comun en decimal, tomando tantas veces tres cifras decimales cuantas son las que se quieran en la raíz, y luego hacer la operacion como se dijo en el número precedente. Lo propio se hará si el número propuesto es un número mixto, pues entónces se convierte en decimal el quebrado.

Así si se quiere la raíz cúbica de $7\frac{3}{11}$ con una aproximacion de tres decimales, se trasforma el número en este otro 7,,272727272, y se tiene por raíz aproximada 1,,937.