CAPITULO XV.

De la formacion de los números cuadrados, y extraccion de sus raices.

P. Qué se entiende por número *cuadrado?*

R. El producto de dos factores iguales: así 25 es el cuadrado de 5, porque 5 multiplicado por 5 es 25. Tambien llaman al cuadrado de un número la *segunda potencia* de dicho número; y cuando el producto proviene de tres factores iguales, se llama *cubo ó tercera potencia;* si de cuatro, *bicuadro ó cuarta potencia &c.*

P. Qué reglas se necesitan para cuadrar un número cualquiera?

R. Las de la multiplicacion, pues basta multiplicar el número por sí mismo para que produzca su cuadrado: así los cuadrados de los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, son respectivamente, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

P. De cuántas partes consta el cuadrado de un número compuesto de decenas y unidades?

R. De tres: 1.ª, del cuadrado de las decenas: 2.ª, del doble producto de decenas por unidades; y 3.ª, del cuadrado de las unidades.

P. Podreis formar el cuadrado de un número por sus partes?

R. Sí: y sea, por ejemplo, el del número 46: cuadraré las cuatro decenas, que como son lo mismo que cuarenta unidades, su cuadrado será 1.600, que coloco como se ve en el ejemplo: duplicaré las cuatro decenas, y este duplo lo multiplicaré por las 6 unidades, y el producto 480 lo escribiré debajo de la primera partida: pondré el cuadrado 36 de las 6 unidades, y sumaré estas tres partidas, y la suma 2.116 expresará el cuadrado de 46, cuyo resultado es el mismo que saldria de multiplicar 46 por 46.

1.600
480
36
2 116

P. Qué se llama raiz cuadrada de un número?

R. Se da este nombre á un número que multiplicado por sí mismo produce el número ó el cuadrado propuesto: así 6 es la raiz cuadrada de 36, porque multiplicando 6 por 6 el producto es 36.

P. Pueden todos los números tener raiz cuadrada exacta?

R. No: porque no todos los números proceden de otros multiplicados una vez por sí mismos. El número 6 no tiene raiz cuadrada exacta, porque no hay número ninguno que multiplicado por sí mismo produzca 6.

P. Cómo se llama la raiz cuadrada de un número que no es cuadrado perfecto?

R. Llámase *raiz sorda ó irracional*, pero esta se puede aproximar mucho á la *racional* por medio de decimales, como se verá mas adelante. Por ejemplo la raiz cuadrada de 72 es 8 en número entero, porque estando 72 entre 64 y 81, su raiz está entre las raices de estos, á saber, entre 8 y 9. La raiz es, pues, 8 y una fraccion, y esta fraccion se podrá aproximar por decimales.

P. Cómo se conoce el número de cifras que debe tener la raiz de un número dado?

R. Cuando el número propuesto del que se procura extraer la raiz tiene tres ó cuatro cifras, su raiz debe tener dos; si tiene cinco ó seis, su raiz debe tener tres; si tiene siete ú ocho, su raiz debe tener cuatro, y así sucesivamente. Es bien claro que el menor número de dos guarismos es 10, y su cuadrado 100 se compone de tres; el menor número de tres guarismos es 100, y su cuadrado 10,000 tiene cinco, &c. Luego todos los números de uno ó dos guarismos ó menores que 100, darán un guarismo de raiz, que cuando mas será 9. Todos los números de tres ó cuatro cifras, ó menores que 10,000 darán dos cifras de raiz, que cuando mas será 99, &c. Conviene á saber, que no tendrá raiz cuadrada cabal número ninguno, cuyo guarismo de unidades sea 2, 3, 7 ú 8.

P. Dadme una regla para extraer la raiz cuadrada de un número.

R. Divídase todo el cuadrado, empezando por la derecha, en períodos de dos guarismos, poniendo un punto en cada separacion, y no le hace que el último periodo contenga solo un guarismo; á su derecha se colocan las mismas rayas que para partir: véase cual es el mayor cuadrado contenido en la última porcion á la izquierda, y colóquese su raiz al lado, debajo de la raya. Multiplíquese esta raiz por sí misma, y esto se llama cuadrarla, y el producto ó cuadrado se restará del número de donde procedió. Al lado de esta resta se bajarán los otros dos guarismos siguientes del cuadrado, y se separa con una coma el guarismo de la derecha; lo que queda á la izquierda de la coma, se parte por el duplo de la raiz hallada; el cociente que resulta se pone en la raiz á la derecha del guarismo anterior, y al lado del duplo de la raiz hallada antes; se multiplica este duplo junto con el cociente por el mismo cociente, y el producto se resta del resíduo anterior, junto con los dos guarismos del cuadrado que se bajaron; al lado de la resta que resulte se bajan otros dos guarismos, y se separa el último; lo que queda á la izquierda se parte por el duplo de toda la raiz hallada, y así se continúa hasta que no haya mas cifras que bajar; en cuyo caso si la última resta es cero, es señal de que el número tiene raiz exacta, y si no, es señal de que no la tiene.

P. Demostradme el modo de sacar la raiz cuadrada del número 1.764.

```
        { 82
17.64   { ------
16      { 42 raiz.
------
 16,4
 16 4
------
    0
```

R. Divídase con puntos en períodos de dos cifras, segun la regla que se acaba de dar. Se buscará la raiz próxima menor de 17 que es 4, se escribirá al lado debajo de la raya, y su cuadrado 16 se escribirá debajo del 17; réstese y queda 1, á cuyo lado se bajará el 64 del cuadrado y se separará el 4 del 6 con una coma. Duplíquese la raiz 4, y su duplo 8 se escribirá como divisor encima de la raiz 4. Volviendo al 16,4 sin hacer caso del 4 que está separado, se dirá: 16 partido por 8, toca á 2 que se escribirá al lado de la raiz 4, y tambien encima de ella junto al 8. Multiplíquese el 82 del divisor por el 2 de la raiz, y el producto 164 se restará del 164 de donde procedió el 2 de la raiz: 164 restado de 164, da 0, y esto es señal de que 42 es la raiz cuadrada cabal de 1.764. En efecto, si se multiplica 42 por 42, dará por producto 1.764.

P. Decidme ¿cuál es la raiz cuadrada de 55.284?

```
          { 465
5.52.84   { 43
4         { ----------
-------     235 59/471 raiz.
 15,2
 12 9
-------
 238,4
 232 5
-------
     59
-------
```

R. Divídase de dos en dos cifras: sáquese la raiz mas inmediata de 5, que es 2; escríbase al lado, y restando su cuadrado 4 de 5 queda 1, á cuyo lado se bajará el 52 del cuadrado. Escríbase 4, duplo de la raiz, encima de ella, y pártase por él el 15, (pues el 2 inmediato al 5 no entra en esta operacion, y por eso se marca con una coma) toca á 3, el cual se escribirá tanto en la raiz junto al 2, como encima de ella al lado del 4, y estas dos cifras compondrán 43: multiplíquese este 43 por el 3 de la raiz, y su producto 129 escrito debajo del 152 y restado, deja 23; á cuyo lado se bajarán los 84 del cuadrado. Se tomará el duplo de la raiz hallada 23, que es 46; se escribirá encima del 43, y se partirá (dejando el 4) 238 por 46; toca á 5, que se pondrá con la raiz 23, y al lado del divisor 46; con lo cual formará la cantidad de 465: multiplíquense estos 465 por el 5 que se acaba de poner en la raiz, y réstese el producto 2.325 de 2.384 quedan 59; y como no hay mas guarismos del cuadrado que bajar, la raiz mas próxima de 55.284 es 235, y sobran 59.

P. De dónde procede el quebrado $\frac{59}{714}$ que tiene la raiz cuadrada del ejemplo anterior?

R. Siempre que al extraer una raiz cuadrada queda un resíduo, este se pone en forma de quebrado, cuyo numerador es la misma resta, y el denominador es el duplo de toda la raiz y 1 mas: de este modo se saca una raiz mas cabal; así 471 es el doble y 1 mas de la raiz 235.

P. Cómo se extrae la raiz cuadrada cuando con los enteros hay decimales?

R. La separacion de períodos se hace desde la coma; en las decimales de izquierda á derecha, y si el número de cifras decimales fuere impar, se escribirán á la derecha de la decimal los ceros necesarios para que sea par el número de dichas cifras. Despues se extrae como si fuese todo un número entero, y en la raiz se separan con la coma tantas cifras como eran las divisiones ó períodos decimales.

P. Demostradme el modo de sacar la raiz cuadrada de 69865,0624.

R. Primeramente hago los períodos de derecha á izquierda en los enteros, y de izquierda á derecha en las decimales: extraigo la raiz como en los ejemplos anteriores, la cual es 26432, y por último separo con la coma tantas cifras de derecha á izquierda, como divisiones de decimales habia en el número dado, las cuales siendo dos, tendré en 264,32 la raiz pedida.

	52862
	5283
	524
6.98.65,06.24	46
4	
——	——
29,8	264,32 raiz.
27 6	
2 26,5	
2 09 6	
16 90,6	
15 84 9	
1 05 72,4	
1 05 72 4	
0	

P. Cuando la raiz cuadrada de un número es irracional ó sorda, como en el ejemplo segundo de este capítulo, ¿qué se hace para aproximarla mas?

R. En lugar de poner el resíduo en forma de quebrado, como se ha hecho en el citado ejemplo, se puede poner á continuacion del resíduo, dos, cuatro, seis ó mas ceros en número par, segun las cifras decimales que se desee tener en la raiz; cuidando de separar despues en esta tantas como sean la mitad de los ceros añadidos al resíduo.

P. Cuál es la raiz cuadrada de 55,284 aproximada á milésimas?

R. Véase el ejemplo segundo de este capítulo: despues de sacar la raiz 235, me queda un resíduo de 59, y agregándole dos ceros, prosigo la operacion con 5900 como en los ejemplos anteriores y se ve aquí: hallo la cifra 1 en la raiz, y queda el resíduo 1199. A este resíduo 1199 agrego otros dos ceros, y hecha una operacion semejante á la anterior, queda otro resíduo 25856, al que agrego otros dos ceros, y tendré 2,585,600; saco la raiz, y me queda otro resíduo 234.375, al cual le dejo en este estado, porque solo me han pedido tres cifras decimales en la raiz, y las separo de las otras cifras de la misma raiz por medio de una coma, por ser la mitad de los ceros que he añadido y así será 235,125 la raiz pedida.

```
                 ┌ 470245
                 │ 47022
resíduo. 590,0 ─┤ 4701
                 │ ──────
                 │ 235,125
          470 1  └ raiz.
        ───────
        1199 0,0
         940 4 4
        ────────
        258 5 6 0,0
        235 1 2 2 5
        ───────────
         23 4 3 7 5
        ───────────
```

P. Cómo se extrae la raiz cuadrada de un quebrado comun?

R. Se saca la del numerador y la del denominador; pero pueden ofrecerse tres casos: 1.°, cuando ambos términos del quebrado son números cuadrados; como $\frac{36}{49}$, cuya raiz cuadrada es $\frac{6}{7}$: 2.°, cuando uno de los términos es un número cuadrado no siéndolo el otro, como $\frac{4}{7}$, en que la raiz cuadrada es $\frac{2}{2{,}64}$ ó partiendo el numerador por el denominador, se reduce á la decimal 0,757; y 3.°, cuando ambos términos del quebrado no son números cuadrados, como $\frac{3}{5}$, y entónces se multiplican numerador y denominador por el numerador, de lo que resultará $\frac{9}{15}$, cuya raiz cuadrada es $\frac{3}{3{,}87}$, en donde 3 es la raiz exacta de 9, y 3,87 es la de 15, aproximada hasta las centésimas; y dividiendo 3 por 3,87 resultaria para la raiz pedida 0,77, próximamente; pero si se quiere hallar una raiz mas aproximada al valor verdadero de la del quebrado, se multiplicarán sus dos términos por el denominador, procediendo en todo lo demas como se acaba de practicar.

P. Qué se hace para extraer la raiz cuadrada de un número mixto?

R. Se le da la forma de quebrado, y se hace la operacion conforme se acaba de manifestar en la respuesta anterior: por ejemplo, si se me ofrece extrear la raiz de 1 y $\frac{7}{9}$, reduciré este número á $\frac{16}{9}$, cuya raiz es $\frac{4}{3}$. Tambien se reducen primero á decimales los quebrados cuya raiz se pide, y luego se extrae dicha raiz del quebrado decimal: v. g., la raiz de $\frac{3}{8}$ es lo mismo que la de 0,375, por que $\frac{3}{8}$ convertido en decimal es 0,375 ó 0,3750; y la raiz cuadrada de esta cantidad es 0,61, próximamente.

CAPITULO XVI.

De las razones y proporciones.

P. Qué es razon?

R. La relacion que hay entre las cantidades que se comparan, y las hay de dos especies, aritméticas y geométricas. Cuando las dos cantidades que se comparan son iguales, se llama razon de igualdad. Cuando la cantidad que se compara es mayor que aquella con quien se compara, se llama razon de mayor desigualdad, y si al contrario, la razon es de menor desigualdad.

P. Qué es *razon aritmética?*

R. La diferencia entre dos cantidades. La cantidad que se compara se llama *antecedente*, aquella con quien se compara *consecuente*, y el resultado de la comparacion se llama *relacion:* tambien se llama á la razon aritmética *razon por diferencia.* Si comparo 14 con 8, á fin de hallar su diferencia 6, tendré que 14 es antecedente, 8 el consecuente, y 6 la relacion; de modo que para hallar la razon por diferencia entre 14 y 8, bastará restar 8 de 14, ó en general, el consecuente del antecedente.

P. Cómo se llaman el antecedente y consecuente juntos?

R. Términos de la razon.

P. Cómo se señala la razon aritmética?

R. Separando ambos términos con un punto: así 24.7 que se lee: 24 es *aritméticamente* á 7.

P. Se alterará una razon aritmética ó por diferencia agregando á sus dos términos ó quitando de ellos una misma cantidad.

R. No, porque la diferencia, que es lo que constituye la razon, permanece la misma: así es que, la razon entre 14 y 8 es la de 17 á 11, agregando 3 á cada uno de los términos 14 y 8, ó la de 9 á 3, quitando 5 á cada uno de los mismos términos.

P. Qué se llama *razon geométrica?*

R. El cociente que resulta de divir una cantidad por otra: tambien se llama á la razon geométrica *razon por cociente.* Si comparo 15 á 5, con la mira de saber cuántas veces 15 contiene 5, el cociente 3 es la razon geométrica ó por cociente, de 15 á 5; de modo que para hallar dicha razon, bastará dividir 15 por 5, ó en general se partirá el antecedente por el consecuente.

P. Cómo se señala la razon geométrica de dos cantidades?

R. Separándolas con dos puntos; así, 16:8, que se lee: 16 *es geométricamente* á 8.

P. Se alterará una razon geométrica multiplicando ó dividiendo sus dos términos por un mismo número?

R. No: porque el cociente, que es el que constituye la razon, permanece el mismo: así es que, la razon de 16:8, es la misma que la de 32: 16, multiplicando por 2 los términos 16 y 8; ó si se dividen dichos términos por 4, resultará ser la razon 4: 2, la misma que 16: 8. Esto sirve para simplificar la razon. Si tuviera que averiguar la razon de $6\frac{3}{4}$ á $10\frac{2}{3}$ diria, reduciendo todo á fraccion, que esta razon es igual á la de $\frac{27}{4}$ á $\frac{32}{3}$, ó reduciéndolos á un mismo denominador, lo mismo que $\frac{81}{12}$ á $\frac{128}{12}$; y su primiendo el dominador 12 (que es lo mismo que multiplicar los dos términos de la razon por 12), esta razon es la misma que 81 á 128.

P. Qué se entiende por *proporcion?*

R. La igualdad de dos razones de una misma especie.

P. Cuántas especies de proporciones hay?

R. Dos: proporcion aritmética y proporcion geométrica.

P. Qué viene á ser la proporcion aritmética?

R. La igualdad de dos razones aritméticas.

P. Cómo se escribe una proporcion aritmética?

R. Se pone una razon á continuacion de la otra, y ambas separadas con dos puntos. Las cuatro cantidades 7, 9, 12, 14, forman una proporcion aritmética, porque la diferencia de las dos primeras es la misma que la de las dos últimas, y se escribe así: 7.9:12.14; que quiere decir: 7 es á 9, como 12 es á 14.

P. Qué nombre se les da á las cuatro cantidades que forman una proporcion?

R. En general se llaman *términos de la proporcion.*

P. Qué nombres tienen en particular los términos de una proporcion?

R. El primero y el último se llaman *extremos;* el segundo y el tercero *medios;* el primero y segundo se llaman *los dos primeros términos,* y el tercero y cuarto *los dos segundos términos* ó *los dos últimos.* Como toda proporcion consta de dos razones iguales, y cada una de estas tiene un antecedente y consecuente, habrá en la proporcion dos antecedentes y dos consecuentes; por cuya razon el primero y el tercer término se llaman los *antecedentes,* y el segundo y cuarto los *consecuentes.* En la proporcion anterior, 7 y 14 son los extremos: 9 y 12 los medios, 7 y 9 los dos primeros términos, 12 y 14 los dos últimos, 7 y 12 los antecedentes, 9 y 14 los consecuentes.

P. Cómo podré formar una proporcion aritmética?

R. Escribiendo dos cantidades cualesquiera, separadas entre sí con un punto para que formen la primera razon; colocando despues dos puntos, y luego á las dos cantidades primitivas se les añadirá ó quitará una misma cantidad, y estos dos números se pondrán despues de los puntos, separados entre sí con un punto, los cuales formarán la segunda razon. Supongamos dos cantidades cualesquiera, 8 y 3; las separo con un punto, y pongo dos puntos despues del 3: añado por ejemplo, 4 á cada número y tendré 8.3:12.7; lo cual leeré: 8 es aritméticamente á 3, como 7 á 12. Si en lugar de añadir 4 hubiera quitado 2, tendria 8.3:6.1, y seria lo mismo.

P. Cómo se llama la proporcion cuyos términos medios son iguales?

R. Llámase proporcion *continua*: 3.7:7.11, es una proporcion aritmética continua, y se escribe así: ÷3.7.11 los dos puntos con la raya sirven para advertir que se debe repetir el término medio que aquí es 7.

P. Qué se entiende por proporcion geométrica?

R. La igualdad de dos razones geométricas.

P. Cómo se escribe una proporcion geométrica?

R. Se pone una razon á continuacion de la otra, y ambas separadas con cuatro puntos. Las cuatro cantidades 3, 15, 4, 20, forman una proporcion geométrica, porque 3 está contenido en 15, como 4 lo está en 20; y se escriben así: 3:15::4:20, que se lee: 3 es á 15, como 4 es á 20.

P. Cómo podré formar una proporcion geométrica?

R. Escribiendo dos cantidades para que formen la primera razon; luego los cuatro puntos, y despues por segunda razon la que resulte de multiplicar ó partir por una misma cantidad los dos términos de la primera. Pongo por ejemplo 15 y 3: separo estos números con dos puntos, y escribo cuatro puntos despues del 3; multiplico ó parto ambas cantidades por otra cantidad cualquiera, tal como 4, y tendré, multiplicando la razon, 15 : 3 :: 60 : 12, lo cual leeré: 15 es geométricamente á 3, como 60 á 12. Si hubiéramos partido por 4, resultaria 15:3:: $\frac{15}{4}$: $\frac{3}{4}$, que tambien forman proporcion. Si se quiere que no haya quebrados, será mejor multiplicar ambos términos de la razon en lugar de partirlos.

P. Cómo se escribe una proporcion geométrica continua?

R. Supongamos la proporcion 5:20::20:80: escrita en abreviatura es ∺5:20:80: el uso de los cuatro puntos y de la raya es el mismo que en la proporcion aritmética continua.

CAPITULO XVII.

Propiedades de las proporciones aritméticas y geométricas.

P. Cuál es la propiedad fundamental de la proporcion aritmética?

R. Que la suma de los extremos es igual con la suma de los medios. Se ve en esta proporcion 3.7:8.12, que la suma 3 y 12 de los extremos, y la de 7 y 8 de los medios, son igualmente 15.

P. A qué es igual la suma de los extremos en una proporcion aritmética continua?

R. La suma de los extremos en una proporcion aritmética continua, es el duplo del término medio, ó el término medio es la mitad de la suma de los extremos. Así, para tener un medio aritmético entre 7 y 15, por ejemplo, añado 7 á 15, y tomando la mitad de la suma 22, tengo 11 por término medio; de modo que ÷7.11.15.

P. A qué se llama proporcion discreta?

R. Llámase proporcion *discreta* aquella cuyos medios están representados por diferentes cantidades, es decir la que no es continua como 7. 9: 12. 14.

P. Dados tres términos de una proporcion aritmética discreta, ¿cómo se halla el cuarto?

R. Sumando el segundo con el tercero, y de esto quitando el primero, Por ejemplo, si se nos pide hallar el cuarto término de 5, 9 y 12, dirémos: 9 y 12 son 21; 21 ménos 5 son 16, y el cuarto término será 16; de modo que se tendrá 5. 9: 12. 16.

P. Cuál es la propiedad fundamental de la proporcion geométrica?

R. Que el producto de los extremos es igual al producto de los medios. Por ejemplo, en 3:15::7:35, el producto de 35 por 3, y el de 15 por 7 son igualmente 105;

P. A qué es igual en la proporcion geométrica continua el producto de los extremos?

R. Al cuadrado del término medio; porque siendo los dos medios iguales, su producto es el cuadrado de uno de ellos. Así, para tener un medio geométrico entre 4 y 9, multiplico 4 por 9, y la raiz cuadrada 6 del producto 36, es el medio proporcional buscado.

P. Dados tres términos de una proporcion geométrica, ¿cómo se halla el cuarto?

R. Multiplicando el segundo por el tercero, y partiendo el producto por el primero. Si se desea hallar el cuarto término á estos tres 5, 7 y 15, multiplíquese el 7 por el 15; y el producto 105 pártase por 5; el cociente será 21, y tendrémos que este número es el cuarto término de la proporcion 5 : 7 : : 15 . 21.

P. Dados dos términos de una proporcion geométrica, ¿cómo se hallará el tercero continuo proporcional?

R. Se cuadrará el segundo, y este cuadrado se partirá por el primero. Si quisiéramos hallar el tercer término á estos dos 4 y 6, diriamos: el cuadrado de 6 es 36: 36 partido por 4 da 9; luego 9 es el tercer término pedido, y tendré ∺ 4 : 6 : 9.

P. Cómo se encontrará un medio geométrico continuo proporcional á dos cantidades dadas?

R. Multiplicando dichas dos cantidades, y extrayendo del producto la raiz cuadrada, la cual será el medio pedido; de modo que si entre 3 y 27 quisiera hallar un medio, multiplicaria el 3 por el 27, y del producto 81 extraeria la raiz cuadrada, que es 9, y me dará ∺ 3 : 9 : 27. Si no se pudiese extraer la raiz cuadrada cabal, se aproximará por decimales

P. Qué es lo que se puede hacer con toda proporcion geométrica?

R. Seis cosas, sin que deje de subsistir proporcion, á saber: *alternar, invertir, componer, partir, permutar y convertir.*

P. Qué se entiende por *alternar* en una proporcion geométrica?

R. Comparar antecedente con antecedente, y consecuente con consecuente de cada razon, cuya operacion queda hecha con mudar de lugar los medios ó los extremos.

P. Qué quiere decir *invertir* una proporcion geométrica?

R. Es comparar consecuente con antecedente en cada una de las razones, cuya operacion queda hecha con poner los medios en lugar de los extremos, y los extremos en lugar de los medios.

P. Qué es *componer* una proporcion geométrica?

R. Comparar la suma de antecedente y consecuente con uno de los dos, esto es, ó con el antecedente ó con el consecuente de cada razon.

P. Qué se entiende por *partir* una proporcion?

R. Es comparar la diferencia de antecedente y consecuente con uno de los dos en cada una de las razones, esto es, ó bien con el antecedente, ó bien con el consecuente de cada razon.

P. Qué es *permutar* una proporcion?

R. Mudar de lugar las razones, ó poner la segunda razon por primera y la primera por segunda.

P. Qué quiere decir *convertir* una proporcion?

R. Es comparar el antecedente con la suma ó diferencia de antecedente y consecuente; cuando se compara con la suma, se llama *convertir componiendo*, y cuando con la diferencia, *convertir dividiendo.* Véase todo esto explicado en el siguiente ejemplo.

Proporcion. . . .	3	:	8	: :	12	:	32
Alternar.	3	:	12	: :	8	:	32
Invertir.	8	:	3	: :	32	:	12
Componer . . .	8 mas 3 : 3	:	32	mas	12	:	12
Partir. . . .	8 menos 3 : 3	:	32	menos	12	:	12
Permutar	12	:	32	: :	3	:	8
Convertir	3	:	11	: :	12	:	44

P. A mas de la propiedad fundamental de la proporcion geométrica, ¿hay otras particulares que considerar?

R. Sí: y sea la 1.ª que la suma de antecedentes es á la de consecuentes, como un antecedente es á su consecuente; de modo que la proporcion 16 : 4 : : 12 : 3, por esta propiedad se convierte en 28:7::12:3.

2.ª Que la diferencia de antecedentes es á la de los consecuentes, como un antecedente á su consecuente: así es que la proporcion 15 : 10 : : 3 : 2 se reduce á 12 : 8 : : 3 : 2.

3.ª Que la suma de antecedentes es á la de consecuentes, como la diferencia de aquellos es á la de estos, v. g.; de la proporcion 21 : 18 : : 7 : 6, sacamos 28 : 24 : : 14 : 12.

4.ª Que la suma de los dos primeros términos es á la de los dos últimos, como la diferencia de aquellos es á la de estos; así es que, de la proporcion 23 : 17 : : 69 : 51, sale esta, 40:120::6:18.

CAPITULO XVIII.

De la regla de tres simple.

P. Qué se entiende por *regla de tres?*

R. Es la que sirve para hallar un número que esté en proporcion geométrica con otros tres conocidos: cuya operacion, que siempre se reduce á buscar algun término que falte, acaba de enseñarse en el capítulo anterior.

P. De cuántos modos puede ser la regla de tres?

R. De dos: *simple y compuesta.*

P. En cuántas partes se subdivide la regla de tres simple?

R. En *directa é inversa.*

P. Por qué se llama regla de tres simple?

R. Porque la cuestion á que se aplica nunca encierra mas que cuatro cantidades, de las cuales tres son conocidas y la cuarta está por hallar.

P. Por qué se llama regla de tres directa?

R. Porque se va á buscar de lo mas á lo mas, ó de lo menos á lo menos; esto se entenderá con un ejemplo. Seis caballos consumen al dia 30 cuartillos de cebada, y se quiere saber, cuánto consumirán 8 caballos en el mismo tiempo. Plantearé la proporcion del modo siguiente:

6 cab. : 30 cuart. : : 8 cab. : á lo que se busca, ó de este otro modo:

6 cab. : 8 cab. : : 30 cuart. : 40 cuart.

En ambos casos si se multiplican los medios, y se parte el producto por el extremo conocido, resultará el término buscado que en este ejemplo es 40, y manifiesta los cuartillos de cebada que consumirán los 8 caballos de la pregunta. Aquí hemos ido á buscar de lo mas á lo mas, esto es, de mayor número de caballos á mayor número de cuartillos de cebada que consumirán. Pongamos este ejemplo. Si 8 caballos consumen al dia 40 cuartillos de cebada, 6 caballos, ¿cuántos cuartillos consumirán en el mismo tiempo? Plantearémos la proporcion como sigue:

8 cab. : 40 cuart. : : 6 cab. : 30 cuart.; ó bien de este otro modo: 8 cab. : 6 cab. : : 40 cuart. : 30 cuart.

Hecha la operacion, como queda explicado, resultará que los 6 caballos, por ser menos que 8 caballos, consumirán menos cuartillos de cebada, esto es, 30. En estos ejemplos la regla es directa, y en el último se va de lo menos á lo menos, á saber: de menos caballos á menos cuartillos de cebada que consumirán.

P. Qué se entiende por regla de tres inversa?

R. Aquella en que, concurriendo igual número de términos que en la directa, sigue un órden enteramente inverso; esto es, cuando se va á buscar de lo mas lo menos, ó de lo menos lo mas, lo cual aclararemos con ejemplos. Habiendo consumido 40 caballos un pajar en 15 dias, se desea saber en cuántos lo hubieran consumido 60 caballos, comiendo igual racion diaria. Escribo la proporcion del modo siguiente: 60 : 40 : : 15 : 10, y multiplicando como en la regla directa, 40 por 15, que son los medios, y partiendo el producto por 60, que es el estremo conocido, resultará 10, que es el número de dias en que los 60 caballos consumirán el pajar. Bien se ve que esta regla es inversa, porque se va de lo mas á lo menos, esto es, de 60 caballos, mayor que 40, á 10 dias, menor número que 15 dias. Supongamos ahora que 60 caballos consumen un pajar en 10 dias, y que se desea saber en cuántos dias lo consumirán 40 caballos comiendo igual racion diaria. Escribiré la proporcion del modo siguiente: 40 : 60 : : 10 : 15, y hecha la operacion, como ya se ha explicado, resulta 15, número de dias que tardarian los 40 caballos en consumir dicho pajar. Este ejemplo es de regla de tres inversa, porque se va de menos caballos á mas dias que tardarán en consumir el pajar.

P. Explicad el modo de resolver una cuestion perteneciente á la regla de tres simple, bien sea directa, bien inversa.

R. Para esto es necesario observar, que de las cuatro cantidades que forman una regla de tres simple, dos de las tres que se conocen hacen relacion una con otra, por lo que se llaman *relativas*, y la tercera con la que se busca han de tener la misma relacion que las primeras, por cuya razon se les da á estas el nombre de *correlativas*. Ahora, si la cuestion que se propone pertenece á la regla de tres directa, se planteará la proporcion haciendo que las cantidades conocidas de un mismo nombre formen la primera razon, y que el primero y tercer término, esto es, los antecedentes sean las relativas, ó que el primer término haga relacion con el tercero, ó el segundo con el cuarto que se busca. Por ejemplo: sé que un hombre camina 3 leguas en dos horas, y deseo saber cuántas horas tardará en caminar 11 leguas, con las mismas circunstancias. En esta cuestion las cantidades relativas son 3 leguas y 2 horas, y las correlativas 11 leguas y las horas que se buscan, cuyas cantidades, por ser directa la regla á que pertenece dicha cuestion, dispongo así: 3 leguas: 11 leguas: 2 horas: á lo que se busca ó al cuarto término, que es $\frac{22}{3}$ horas: en donde veo que las cantidades 3 leguas y 11 leguas, son de un mismo nombre, y que el primer término 3 leguas hace relacion con el tercero 2 horas, y por consiguiente que el segundo término 11 leguas, hace tambien relacion con el cuarto $\frac{22}{3}$ horas.

Si la cuestion pertenece á la regla de tres inversa, se formará la primera razon con las cantidades de un mismo nombre, como en la directa; pero las relativas serán los medios de la proporcion, y de consiguiente el primer término hará relacion al que se busca. Por ejemplo: sé que 3 hombres acaban una obra en 8 dias, y quiero saber el número de hombres que se necesitan para concluir la misma obra en 2 dias, en igualdad de circunstancias. Esta cuestion corresponde á la regla de tres inversa, y por lo mismo la dispongo de este modo: 2 dias : 8 dias : : 3 hombres: al cuarto término 12, que es el número de hombres que acabarán la obra en 2 dias, en cuya proporcion se observa que la primera razon está formada por las cantidades 2 dias y 8 dias, que son las de un mismo nombre, y que las relativas 3 hombres y 8 dias son los medios; de suerte, que el primer término 2 dias hace relacion al cuarto 12 hombres.

P. Proponed y resolved algunas cuestiones pertenecientes á la regla de tres simple y directa.

R. 1.ª Supongamos que 30 hombres fabrican 152 varas de un lienzo en cierto tiempo, y quiero saber cuántos hombres fabricarán 2.000 varas en el mismo tiempo. Aquí las cantidades relativas son 30 hombres y 152 varas, y las de un mismo nombre 152 varas y 2.000 varas, que dispondré segun la explicacion anterior, del modo siguiente:

152 varas: 2.000 varas : : 30 hombres: al cuarto término 394 hombres, mas $\frac{112}{152}$ del trabajo de otro, cuyo quebrado, dividiendo sus dos términos por 8 es $\frac{14}{19}$, y el número de hombres que trabajarán las 2.000 varas será 394 $\frac{14}{19}$.

2.ª Un individuo ha prestado 750 pesos con un 18 por 100 de interés, y se quiere saber cuánto ganará en los 750 pesos. En esta cuestion las cantidades relativas son 100 pesos y 18 pesos, y las de un mismo nombre son 100 pesos y 750 pesos, porque estas representan ó se consideran como capitales; plantearé, pues, la proporcion como se ve.

100 pesos, capital: 750 pesos, capital : : 18 pesos, ganancia: 135 pesos, ganancia de los 750 pesos.

3.ª Supongamos que se desea saber cuál es el rédito que darán en un año 3.000 pesos á razon de un $4\frac{1}{2}$ por 100. Observaré que las cantidades relativas son 100 y

su rédito $4\frac{1}{2}$ pesos, y que 100 pesos y 3.000 pesos son las
de un mismo nombre, porque ambas se consideran co-
mo capitales, y por lo mismo dispondré la proporcion de
este modo:
100 pesos, capital: 3.000 pesos, capital : : $4\frac{1}{2}$ pesos, ré-
dito: 135 pesos, rédito de 3.000 pesos.
4.ª Se quiere saber cuál será el capital que dé 135
pesos de ganancia, en el supuesto de que 100 pesos den
$4\frac{1}{2}$ de ganancia. En este caso las cantidades relativas
son 100 pesos y $4\frac{1}{2}$ pesos, y las de un mismo nombre $4\frac{1}{2}$
pesos y 135 pesos que son las ganancias: plantearé la
proporcion como se ve.
$4\frac{1}{2}$ pesos, ganancia: 135 pesos, ganancia : : 100 pesos,
capital: 3.000 pesos, que es el capital pedido.
5.ª Con 3.000 pesos he ganado 135 pesos, y deseo
saber qué ganancia me han dado 100 pesos; ó de cuánto
por 100 es dicha ganancia. Como las cantidades relati-
vas son 3.000 pesos y 135 pesos, y las de un mismo nom-
bre 3.000 pesos y 100 pesos, la escribo de este modo:
3.000 pesos, capital: 100 pesos, capital : : 135 pesos
ganancia: $4\frac{1}{2}$ ps., que es la ganancia que dan 100 ps.
6.ª Habiéndome costado 30 pesos, 5 reales $6\frac{2}{3}$ va-
ras de paño, quiero saber el importe de $17\frac{1}{2}$ varas. Aquí
las relativas son $6\frac{2}{3}$ varas y 30 pesos 5 reales que han
costado, y las de un mismo nombre $6\frac{2}{3}$ varas y $17\frac{1}{2}$ va-
ras; dispóngolas como se ve.
$6\frac{2}{3}$ varas: $17\frac{1}{2}$ varas : : 30 pesos 5 reales: 80 pesos, 3
reales, $1\frac{1}{2}$ granos, valor de las $17\frac{1}{2}$ varas.
P. Qué observaciones hay que hacer acerca de es-
tas proporciones?
R. Que antes de calcular el cuarto término se deben
simplificar, siempre que se pueda, partiendo los dos tér-
minos de la primera razon por un mismo número que
dé un cociente sin quebrados; así es que la segunda pro-
porcion se reduce á 2 : 15 : : 18 : 135, dividiendo por 50
los términos 100 y 750 de su primera razon: la tercera se
convierte en 1: 30 : : $4\frac{1}{2}$: 135, partiendo por 100 los térmi-

nos 100 y 3.000: la quinta se reduce á 6 : 1 : : 27 : $4\frac{1}{2}$, dividiendo sus dos primeros términos por 100, y sus antecedentes por 5: la cuarta viene á ser lo mismo que 9: 270 : : 100 : 3.000, reduciendo los $4\frac{1}{2}$ á $\frac{9}{2}$, y multiplicand despues por 2 los términos $4\frac{1}{2}$ y 135; pero esta proporcion no se ha simplificado, y solo se ha conseguido evitar que entre en el cálculo del cuarto término el quebrado $\frac{1}{2}$, en cuyo caso está la sexta proporcion; porque la primera razon $6\frac{2}{3}$ á $17\frac{1}{2}$, se convierte en 40 á 105, reduciendo primero $6\frac{2}{3}$, á $\frac{20}{3}$, y $17\frac{1}{2}$ á $\frac{35}{2}$, y multiplicando despues $\frac{20}{3}$ y $\frac{35}{2}$ por el producto 6 de sus denominadores 2 y 3.

P. Proponed y resolved algunos casos de la regla de tres inversa.

R. Supongamos que el capital 3.600 pesos me ha dado cierta ganancia en 5 meses, y quiero saber cual es otro capital que en 2 meses me dé la misma ganancia. Aquí las cantidades relativas son 3.600 pesos y 5 meses, y las de un mismo nombre 2 meses y 5 meses; dispóngolas segun la explicacion dada sobre la regla de tres inversa, de este modo:

2 meses: 5 meses : : 3.600 pesos, capital: 9.000 pesos, capital pedido.

Girando un capital de 9.000 pesos he ganado con él una cierta cantidad en 2 meses, y deseo saber por qué tiempo giraré el capital de 3.600 pesos en la misma negociacion para que me dé la misma ganancia que dan los 9.000 en dos meses. En esta cuestion las relativas son 9.000 pesos y 2 meses, y las de un mismo nombre 9.000 pesos y 3.600 pesos, que son los capitales; plantearé la proporcion como se ve.

3.600 pesos, capital: 9.000 pesos, capital : : 2 meses: 5 meses, tiempo que se busca.

Valiendo la carga de harina 13 pesos, se vende el pan á un real por 28 onzas de peso; cuando valga la carga 11 pesos, ¿cuántas onzas de pan se darán por un real? Aquí las relativas son 13 pesos y 28 onzas, y las de un mismo nombre 13 pesos y 11 pesos, que son los diferentes precios de la carga de harina: dispondré la proporcion de este modo:

11 pesos, precio: 13 pesos, precio : : 28 onzas, 33 $\frac{1}{11}$ onzas, peso que se pide.

En una plaza sitiada hay víveres para 8 meses, ¿á cuánto se debe reducir la racion diaria para que los víveres duren 10 meses? Representaré por 1 esta racion, y serán las cantidades relativas 8 meses y 1 racion, y las de un mismo nombre 10 meses y 8 meses; dispóngolas como se ve.

10 meses: 8 meses : : 1 racion $\frac{8}{10}$ racion ó $\frac{4}{5}$, que es á lo que se reduce la racion diaria: de modo que si en el primer caso de la cuestion expresada, la racion era del peso de dos libras, en el segundo se disminuye á los $\frac{4}{5}$, y lo mismo sucederia si tuviese el peso de 3, 4 &c. libras.

CAPITULO XIX.

De la regla de tres compuesta.

P. Qué se entiende por regla de tres compuesta?

R. La que tiene mas de cuatro términos.

P. Cómo se resuelve una regla de tres compuesta?

R. Por medio de varias reglas de tres simples, las cuales á veces son todas directas, á veces todas inversas, y á veces mixtas de directas é inversas.

P. Demostradme con ejemplos la práctica de la regla de tres compuesta.

R. Supongamos que 20 hombres hacen 160 varas de obra en quince dias, y se quiere saber cuántas varas trabajarán 30 hombres en doce dias. Buscaré primero el número de varas que trabajarán los 30 hombres en el mismo tiempo que 20 hombres trabajan 160 varas, esto es, en 15 dias, diciendo: si 20 hombres hacen 160 varas, 30 hombres harán mas; por lo que la regla de tres es directa, que dispongo de este modo:

20 hombres: 30 hombres : : 160 varas: 240 varas que trabajarán los 30 hombres en 15 dias. Para saber las

varas que harán en 12 dias diré: si en 15 dias los 30 hombres trabajan 240 varas, en 12 dias trabajarán menos de 240 varas; dispongo, pues, los términos como se ve.

15 dias: 12 dias : : 240 varas: 192 varas que se piden.

P. Antes de pasar adelante, ¿hay algunas observaciones que hacer acerca de la resolucion de las cuestiones que dependen de la regla de tres compuesta?

R. Sí, y son: que siempre que la cuestion se tiene que resolver por medio de reglas de tres simples, es necesario suponer iguales dos circunstancias de la tal cuestion, para formar una de las proporciones que conducen á la resolucion del problema, y que el cuarto término de dicha proporcion y las circunstancias que antes se supusieron iguales, han de entrar en otras de las proporciones que sirven para satisfacer el caso que se propone. Por ejemplo: en la cuestion anterior, para formar la primera proporcion no se tuvo como dato á los 15 ó 12 dias, que fué lo mismo que suponer iguales estas dos circunstancias, y en la segunda proporcion aparecen los mismos datos 15 dias y 12 dias, y el cuarto término 240 varas de la primera proporcion; todo lo cual se observará en los ejemplos siguientes:

Supongo que un ingeniero de minas tiene necesidad de abrir un socavon, en un terreno de cierta dureza, de 70 varas de largo, $2\frac{1}{2}$ de alto y $1\frac{1}{2}$ de ancho, con el fin de desaguar las labores de una veta, y quiere calcular el importe de esta obra, sabiendo que otro socavon de 50 varas de largo, 3 de alto y dos de ancho, construido en otro terreno de la misma dureza, costó 5.500 pesos. Para esto se formará la primera proporcion sin atender mas que á la longitud de los socavones, esto es, se supondrá que las alturas y los anchos son iguales, y tendrémos.

50 largo: 70 largo : : 5.500 pesos: 7.700 pesos, valor del socavon en los supuestos expresados. Ahora, suponiendo los anchos iguales, diremos: si un socavon de 3 varas de alto importa 7.700 pesos, si tuviera $2\frac{1}{2}$ varas de alto importaria menos: dispongo, pues, los términos como se ve.