dos factores y se busca el producto 12. En la división, conocido el producto 12 y uno de los factores 3, se trata de encontrar cuál es el otro factor, que multiplicado por 3 dé 12.

La división se indica de tres maneras:

$$\frac{12}{3}=4 \qquad 12\div3=4 \qquad \text{y} \qquad 12:3=4$$

y se lee: 12, dividido, ó partido por 3, igual á 4.

La cantidad que se ha de dividir se llama *dividendo:* aquella por la cual se ha de dividir, *divisor:* y el resultado de la operación, *cociente.* El dividendo es, pues, el producto del divisor por el cociente.

El dividendo y el divisor suelen ser de la misma especie; otras veces son cantidades heterogéneas, y á veces el divisor es abstracto. *Respecto de la especie de las unidades del cociente, debe tenerse presente que no siempre es de la especie del dividendo, ni de la del divisor, sino que la determina la pregunta.*

Por ejemplo, si partimos $12 entre 3 hombres y queremos saber *cuántos pesos* le tocan á cada hombre, el cociente expresará pesos por indicarlo la pregunta.

Si se quiere saber *á cuántas varas* equivalen 12 piés, dividiremos 12 piés por 3 piés, que tiene una vara, y el cociente 4 nos expresará varas, siendo en este caso de especie diferente de la del dividendo y de la del divisor.

75.—Definición.—*La división de los números enteros es la operación por medio de la cual se determina cuántas veces un número contiene á otro.*

Puede decirse igualmente *que la división tiene por objeto, conocido el producto y uno de sus factores, determinar el otro factor.*

76.—Teorema.—*Cuando se multiplica el dividendo por un número, el cociente resultará multiplicado, y si se divide, resultará dividido el cociente por el mismo número.*

Porque siendo el dividendo el producto del divisor por el cociente, al hacerse este producto cierto número de veces mayor, tendrá que hacerse uno de sus factores el mismo número de veces mayor; pero como el divisor permanece constante, resulta que el otro factor que es el cociente, tendrá que multiplicarse por el mismo número por el que se haya multiplicado el dividendo (61.) Recíprocamente, si se divide el dividendo, á causa de permanecer constante el divisor, el cociente que es el otro factor del dividendo, tendrá que resultar dividido. (62.)

77.—Teorema.—*Si se multiplica el divisor por un número, el cociente resultará dividido, y si se divide resultará multiplicado por el mismo número.*

Porque siendo el dividendo el producto del divisor por el cociente, es necesario que al multiplicarse el divisor, que es uno de los factores, por un número, el cociente que es el otro factor, se divida por el mismo número para que permanezca invariable el dividendo; y recíprocamente será necesario multiplicar el cociente por el número por que se divida el divisor (63) para que no se altere el dividendo.

78.—De los teoremas anteriores resulta que *en la división de los números enteros el cociente experimenta variaciones en el mismo sentido de las que se hacen sufrir al dividendo: y en sentido contrario de las que tenga el divisor.*

79.—Teorema.—*El cociente no se altera cuando se multiplican ó se dividen el dividendo y el divisor por el mismo número.*

Demostración.—Cuando se multiplica el dividendo por un número, el cociente se hace mayor tantas veces como unidades tiene este número (76); pero como cuando se multiplica el divisor, el cociente se hace menor el mismo número de veces (77), resulta que habrá perfecta compensación, y aumentando por una operación tanto cuanto disminuye por la otra el cociente permanecerá invariable.

Cuando se divide el dividendo, el cociente se hace menor tantas veces como unidades tiene el número por el que se divide el dividendo [76]; pero como cuando se divide el divisor, el cociente se hace mayor el mismo número de veces (77); resulta que habiendo perfecta compensación, el cociente permanecerá invariable.

80.—Teorema.—*Cuando hay que ejecutar varias divisiones sucesivas es arbitrario el orden en que deban efectuarse, pudiendo hacerse una sola tomando por divisor el producto de todos los divisores.*

Si se divide 30 por 3, y en seguida el cociente 10 se divide por 2, decimos: que el resultado 5 de estas divisiones sucesivas será igual al que se obtiene dividiendo primero 30 por 2, y en seguida dividiendo el cociente 15 por 3; é igual al que se obtiene dividiendo 30 por 6, producto de los divisores 3 y 2. Esto es:

$$(30\div3)\div2=(30\div2)\div3=30\div(3\times2).$$

Demostración.—Como el objeto de la división es determinar uno de los factores de un producto, resulta que *si el producto de dos factores se divide por uno de ellos, el cociente será el otro factor.*

Luego para dividir una cantidad compuesta de varios factores por uno de ellos, bastará suprimir éste para obtener el cociente; y como en el ejemplo tomado por base de nuestra demostración se tiene que

$$30=3\times2\times5=6\times5$$

se infiere que para obtener el cociente de las divisiones sucesivas de 30 por 3 y por 2, es indiferente suprimir primero el factor 3 y en seguida 2 ó viceversa, ó ambos á la vez para obtener el cociente final de 5.

81.—Teorema—*El cociente de toda cantidad dividida por la unidad es la misma cantidad.*

Demostración.—Como toda cantidad multiplicada por la unidad produce la misma cantidad, (64) y el dividendo es el producto del divisor, (que en este caso es la unidad) por el cociente, éste tendrá que ser igual al dividendo, para que multiplicado por la unidad, dé por producto el mismo dividendo.

82.—Fundamento de la regla para la división de enteros.—Supuesto que la división es una operación recíproca de la multiplicación, el conocimiento de los productos de las unidades simples nos conduce á determinar los cocientes de los números inferiores á 100 divididos por las unidades. Si sabemos que $8\times7=56$, inferimos que $56\div8=7$. Cuando no se saben de memoria estos cocientes, la tabla de Pitágoras (66) puede servir para hacerlos conocer. Se busca el divisor en la línea horizontal, 8 por ejemplo, y después se recorre la columna vertical de los números que quedan debajo del 8, hasta encontrar el número 56; recorriendo entonces la línea horizontal, el guarismo 7 que la termina nos indica el cociente de $56\div8$.

El producto de dos números enteros es siempre un número entero: pero como no todos los números provienen del producto de dos números enteros, resulta que en el mayor número de casos el cociente es un número mixto. Así, por ejemplo, como $8\times2=16$, y $8\times3=24$, todos los números intermedios entre 16 y 24, carecen de cociente entero cuando se les divide por 8, supuesto que es necesario multiplicar 8 por un número mayor que 2 y menor que 3. En este caso, que es el más común, el dividendo se compone de un producto, más una cantidad *que se llama resta;* por ejemplo, $19=(8\times2)+3$.

Cuando se busca el cociente de un número que no es divisible exactamente por otro, se determina el cociente de otro número menor que el dividendo que dé un cociente exacto y *una resta menor que el divisor.* Si se quiere conocer el cociente de $50\div8$, se tiene $6\times8=48$, y $7\times8=56$; luego 50 está entre los productos de 8 por 6 y por 7: se toma el próximo menor 6 y el producto 48 se resta de 50 para determinar la resta 2.

$$50=8\times6+2$$

Conocido el cociente de las cantidades menores que 100 divididas por las unidades, se puede fácilmente obtener el cociente de cualquiera cantidad dividida por un número inferior á 10. Para esto se descompone el dividendo en las partes que lo forman, según los órdenes del sistema de numeración; se dividen estas partes por el divisor y se obtienen tantos cocientes parciales como sean las partes del dividendo, cuya suma nos dará el cociente total.

Cuando tanto el dividendo como el divisor tienen muchas cifras, la operación se hace igualmente por partes. Para esto, comenzando por las unidades de orden superior del dividendo, se dividen por el divisor sucesivamente todas las partes de que está formado, y el cociente es igual á la suma de los cocientes parciales. La operación abreviada de la práctica debe concebirse como sigue:

Sea por dividir 1720312 por 4972. Como los cocientes parciales han de estar formados de un solo guarismo, con el objeto de encontrar el primer cociente parcial, separaremos del dividendo los guarismos suficientes de la izquierda para formar la cantidad próxima mayor á 4972, que es 17203, y en consecuencia, consideramos el dividendo compuesto de centenas, decenas y unidades, esto es, $1720312=1720300+10+2$ que dividiremos sucesivamente por 4972. Para hallar el primer cociente, dividiremos 17203 por 4972 y encontraremos el cociente 3: pero como 17203 es 100 veces menor que 1720300, dividendo parcial verdadero, al cociente le agregaremos dos ceros para darle el valor que le corresponde, haciéndolo 100 veces mayor y obtendremos 300 como primer cociente parcial. Multiplicando este número por el divisor, se obtiene el producto 1491600, que restado de la primera parte del dividendo deja la resta 228700. A esta se le agrega la segunda parte del dividendo 10, y dividida la suma por el divisor, se obtiene, haciendo consideraciones semejantes, por segundo cociente parcial 40, y la resta 29830. A esta se le agrega 2, última parte del dividendo, y se obtiene 6 unidades como último cociente parcial, que multiplicado por el divisor produce 29832 y 0 por resta, por lo cual la división es exacta y el cociente igual á 346, suma de los tres cocientes parciales.

1720300+10+2	4972
−1491600	300
228700	40
+ 10	6
228710	346
− 198880	
29830	
+ 2	
29832	
− 29832	
0000	

83.—Tales son los fundamentos de la siguiente

Regla general para dividir los números enteros.—*A la derecha del dividendo se escribe el divisor separado por una línea vertical, y se tira otra horizontal para poner debajo de ella el cociente.*

El primer dividendo parcial se forma separando con una coma de la izquierda del dividendo tantos guarismos como tiene el divisor ó uno más para formar una cantidad mayor que el divisor; y á fin de determinar el primer guarismo del cociente se divide la primera ó las dos primeras cifras del dividendo por la primera del divisor, y el número que resulte se escribe debajo del divisor. En seguida se multiplica este guarismo del cociente por el divisor, y el producto se va restando á paso y medida que se forma de las cifras separadas del dividendo.

Para formar el segundo dividendo parcial se baja al lado de la resta la cifra siguiente del dividendo y se determina el segundo guarismo del cociente, lo mismo que se determinó el primero, á cuya derecha se escribe. Se multiplica el divisor por el segundo guarismo del cociente y al formar el producto se va restando del dividendo parcial, y así se continúa la operación hasta obtener las unidades del cociente y la última resta.

Cuando alguno de los dividendos parciales es menor que el divisor, se pone cero en el cociente antes de bajar la cifra siguiente del dividendo y continuar la operación.

Se conoce que un cociente parcial es mayor que el verdadero, en que su producto por el divisor resulta mayor que el dividendo parcial; y se conoce que un cociente parcial es menor que el verdadero, en que la resta resulta mayor que el divisor. En ambos casos debe corregirse el cociente y repetirse la multiplicación por el divisor haciendo la resta.

84.—Para encontrar fácilmente los cocientes parciales, puede seguirse la siguiente regla: *Después de haber encontrado el cociente, dividiendo el primero ó los dos primeros guarismos del dividendo por el primero del divisor, se comienza á hacer la multiplicación y la resta por las cifras de orden superior: si el producto no puede restarse, el cociente será mayor que el verdadero; en caso contrario, se formará con la resta y la cifra de orden inmediatamente menor del dividendo una cantidad de la cual se restará el producto del cociente por el guarismo que sigue del divisor, y así se continuará la operación hasta que un producto no pueda restarse, ó hasta hallar una resta igual ó mayor que el guarismo del cociente. Cuando se encuentra un producto mayor que el dividendo, el cociente será mayor que el buscado, y cuando se obtiene una resta igual ó mayor que el cociente, éste será el verdadero, ó tal vez menor que el verdadero.*

Por ejemplo, vamos á buscar el cociente de 372456 dividido por

372456	6945
1	6

6945. 37 entre 6 á 6, y decimos: 6 por 6, 36, á 37, 1, que unido al 2 siguiente del dividendo forma 12; 6 por 9, 54, que no pudiendo restarse de 12, nos indica que 6 es un cociente muy fuerte. Repetimos la operación con el cociente 5. Multiplicando 5 por 6 da 30, á 37, 7; resta que siendo mayor que el cociente 5 nos indica que este número es el cociente verdadero, supuesto que ya probamos que 6 no puede serlo. Esta operación auxiliar se ejecuta siempre á la memoria. La razón de esta parte de la regla es que la cifra retenida al formar el producto de un número por otro que no llega á 10, es menor que el multiplicador; y en consecuencia, cuando comenzando por las unidades de especie mayor se obtiene una resta igual ó mayor que el cociente, es seguro que podrá hacerse la resta al ejecutar la operación en el orden directo.

372456	6945
7	5

85.—Ejemplo.—Sea por dividir 28.003,842 por 875. Conforme á la regla, las cantidades se escriben como se ve en la operación adjunta. Separando tres cifras del dividendo, resulta 280 que no puede contener al divisor 875, por lo que tomaremos cuatro cifras, 2800 que representan decenas de millar, de cuyo orden será el primer guarismo del cociente. Dividiendo 28 entre 8, se obtiene 3 por cociente. El producto y la resta se forman como sigue: 3 por 5, 15, á 20, 5 y van 2; 3 por 7, 21, y 2 retenidas son 23, á 30, 7 y van 3; 3 por 8, 24, y 3, 27, á 28, 1. Al lado de la resta 175, que es menor que 875, se baja el guarismo 3 del dividendo, y dividiendo 1753 entre 875 se encuentra el cociente 2, que se pone á la derecha de 3; y la resta 3. Al lado de esta resta se baja el guarismo 8, y como 38 no puede dividirse entre 875 se pone 0 en el cociente y se baja el 4 del dividendo. Como 384 es menor que el divisor, se pone otro 0 en el cociente y se baja el 2 del dividendo. Dividiendo 3842 por el divisor, se encuentra 4 unidades por cociente, y la resta 342.

28003842	875
1753	32004
003842	
342	

El cociente es 32004 y la resta 342. Esto es,

28003842=875×32004+342. Con la resta y el divisor se forma un quebrado como lo explicaremos en el párrafo 150.

El cociente de dos números enteros consta de tantos guarismos como tiene el dividendo, menos los del divisor, ó de uno más. En efecto, el cociente consta de la cifra que resulta de dividir el primer dividendo parcial por el divisor y de una cifra más por cada una de las que se separaron á la derecha. Cuando el primer dividendo parcial tenga una

cifra más que el divisor, el cociente constará de tantas cifras como tenga el dividendo menos las del divisor; y cuando el primer dividendo parcial tenga igual número de cifras que el divisor, el cociente constará de tantas cifras como tenga el dividendo menos las del divisor y de una más.

86.—Demostración de la regla general de dividir enteros.—Cuando con todas las partes que constituyen una cantidad, se ejecuta una operación, el resultado es el mismo que se obtiene de ejecutar con toda la cantidad la misma operación. Practicando la regla hemos encontrado el cociente de todas las partes del dividendo divididas por el divisor, y hemos dado á cada cociente parcial el valor que le corresponde; luego la suma de los cocientes parciales, que es el cociente obtenido, será el valor verdadero del dividendo dividido por el divisor.

87.—Prueba.—Para ejecutar la prueba de la división procederemos como en el siguiente ejemplo:

734645	638
966	1151
3284	
945	
307	

La suma de los guarismos del dividendo da 29; sumando los dos de esta cantidad se obtiene 11, y los de esta dan 2 *unidades*. La suma de los guarismos del divisor da 17 y la de los del 17 da 8. Los del cociente dan 8. La suma de los guarismos de la resta da 10 y los de este número, 1 *unidad*. Ahora multiplicamos el número que procede del divisor por el del cociente: 8×8=64, agregamos el de la resta 1; y sumamos los guarismos del resultado 65, 6+5=11, 1+1=2, hasta obtener *unidades*. El número encontrado, 2, deberá ser igual al que procede del dividendo 2, si la operación ha estado bien hecha.

PRUEBA.

Dividendo.	*Divisor.*
29....11....2	17.....,8
Resta....1	8 cociente.

8×8=64+1=65.....11.....2

Suma del dividendo.....2

Regla.—*Para hacer la prueba de la división de los números enteros, se reducen á unidades simples separadamente el dividendo, el divisor, el cociente y la resta. Se forma el producto de la cifra del cociente por la del divisor y se agrega la de la resta. El resultado se reduce á unidades simples; debiendo obtenerse, cuando no ha habido error en la división, un guarismo igual al que resultó de reducir á unidades simples el dividendo.*

El fundamento de esta prueba lo daremos en el párrafo 133.

88.—Casos.—Los casos de la división de enteros son seis:

1.° *Cuando el divisor consta de una sola cifra, y el dividendo es menor que el producto de esta cifra por* 10.

2.° *Cuando el divisor tiene un guarismo y el dividendo consta de muchos.*

3.° *Cuando tanto el divisor como el dividendo constan de muchos guarismos.*

4.° *Cuando el divisor es la unidad seguida de ceros.*

5.° *Cuando el dividendo y el divisor terminan en ceros; y*

6.° *Cuando solo el divisor termina en ceros.*

El primer caso se resuelve á la memoria.

Segundo caso.—*Cuando el divisor tiene un solo guarismo,* la operación se dispone y ejecuta como vamos á explicarlo en el ejemplo adjunto:

4386÷7=626+4 de resta.

626+4

Se dice séptima de 43 son 6, que se escribe debajo del 3; 6 por 7 son 42 á 43 sobra una centena que unida á 8 decenas forma 18; séptima de 18 son 2, que se escribe debajo; 2 por 7 son 14 á 18 sobran 4 decenas, que unidas á 6 unidades forman 46; séptima de 46 son 6 por 7 son 42 á 46 sobran 4 unidades. El cociente es 626 y la resta 4.

Tercer caso.—*Cuando tanto el dividendo como el divisor constan de muchos guarismos, la operación se resuelve por la regla general* (83.)

Cuarto caso.—*Cuando el divisor es la unidad seguida de ceros, se separan en el dividendo, contando de derecha á izquierda tantos guarismos como ceros tenga el divisor: el cociente será la cantidad representada por los guarismos del dividendo que quedaron á la izquierda, y la resta la indicarán los guarismos separados á la derecha.*

Ejemplo. 38745÷1000=38(745

el cociente es 38 y la resta 745.

Demostración.—Como toda cantidad dividida por la unidad da por cociente la misma cantidad (81), si el divisor fuera la unidad, el cociente sería el dividendo; pero como aquel es 10, 100, 1000, etc., veces mayor que la unidad, según sea el número de ceros en que termine; para que el cociente sea el verdadero, tendremos que hacer al dividendo 10, 100, 1000, etc., veces menor; lo cual se consigue separando tantas cifras á la derecha como ceros tenga el divisor (20;) quedando la otra parte como resta, supuesto que cualquier cociente multiplicado por los ceros del divisor, produce cero, que restado del dividendo, la diferencia es igual á las cifras del dividendo separadas á la derecha.

Quinto caso.—*Cuando el dividendo y el divisor terminan en ceros, se*

suprime igual número de ceros en ambos términos, y se dividen las cifras restantes.

Ejemplo. $385000 \div 2200 = 3850 \div 22$

el cociente es 17 y la resta 11.

Demostración.—Como se ha visto (76), cuando se suprimen los ceros del dividendo, se hace el cociente 10, 100, 1000, etc, veces menor; pero al suprimirse igual número de ceros en el divisor, el cociente se hace 10, 100, 1000, etc., veces mayor (77); luego disminuyendo por la supresión de los ceros del dividendo, tanto como aumenta por la de los del divisor, el valor del cociente no sufrirá alteración y será el verdadero (79).

Sexto caso.—*Cuando sólo el divisor termina en ceros, se separan éstos, é igual número de guarismos á la derecha del dividendo, se hace la división de las cifras significativas que no se hayan separado, y al concluir la división se agregan á la resta las cifras separadas en el dividendo, volviendo á expresar el divisor con los ceros de que consta.*

Sea por ejemplo, dividir 7345785 por 328000.

Se separan los tres ceros del divisor y las tres últimas cifras del dividendo, dividiendo únicamente 7345 entre 328, siendo el cociente 22; pero el resultado final debe expresarse así

7345(785	328(000
785	22
129785	

$$7345785 = 328000 \times 22 + 129785$$

Demostración.—Hay dos cosas que demostrar; 1.ª que el cociente verdadero es 22, y 2.ª que la resta de la división es 129785. Cuando hemos hecho abstracción de los tres ceros separados del divisor lo hemos hecho *mil* veces menor; pero como al prescindir de las tres últimas cifras separadas en el dividendo hemos hecho este término también *mil* veces menor, el cociente 22 será el verdadero (79). En cuanto á la resta, como al multiplicar el cociente 22 por el divisor 328000 la resta de los millares es 129 millares, y el producto de los tres ceros con que termina el divisor es cero, la diferencia al dividendo sería 785 unidades, y por tanto, la resta total de la división será 129785.

89.—Usos.—Los usos de la división son cuatro principales:

1.º—*Ver cuántas veces un número contiene á otro.*

2.º—*Reducir unidades de especie menor á mayor.*

3.º—*Conocido el valor total de muchas unidades y el número de ellas, determinar el valor de una.*

4.º—*Conocido el valor de muchas unidades y el de una sola, determinar el número de ellas.*

Además, tiene los usos que en general se derivan de la naturaleza de la operación, como determinar cuántas veces se puede restar una cantidad de otra; buscar una cantidad cierto número de veces menor que otra; dividir un número en partes iguales; hacerlo cierto número de veces menor, determinar uno de los dos factores de un producto, etc.

90.—Como ejercicio, pondremos los siguientes ejemplos:

1.º Una persona quiere repartir el caudal de $125,000 entre sus ocho hijos, por partes iguales, y se quiere conocer la cantidad que le tocará á cada uno de ellos.

2.º La superficie de una hacienda es de 443.988,745 varas cuadradas, y se quiere reducir á criaderos de ganado mayor, en el concepto de que un criadero de ganado mayor es igual á 6.250,000 varas cuadradas.

3.º Por 1200 toneladas de rieles se han pagado 288,000 pesos, y se quiere conocer el precio de cada tonelada.

4.º Se quiere saber cuántas veces podrá restarse 100 del número 8000.

5.º Una compañía ha gastado 22.914,795 pesos en la construcción de un ferrocarril de una sola vía, y según sus cuentas, como término medio, el costo de la legua ha resultado á razón de $78,745; se quiere saber cuántas leguas de largo tendrá la vía.

6.º Un distrito, cuya superficie es de 345 leguas cuadradas, tiene una población de 66230 habitantes: se quiere saber cuál es su población relativa, esto es, cuántos habitantes tiene por legua cuadrada

1.º—$125000÷8		2.º—44398(8745	625(0000
15625		648	71 criad. y 238745 vs. cds.
		238745	
3.º—$2880(00	12(00	4.º—80(00	1(00
48	240 $ tonelada		80 veces.
00			
5.º—$229147,9,5	78745 $	6.º—66230	345 leguas.
716579	291 leguas	3173	191
78745		680	
0000		335	

Prueba $\left\{\begin{array}{l|l} 3 & 4 \\ & 3 \\ & \overline{12}....3 \end{array}\right.$ Prueba $\left\{\begin{array}{l|l} 8 & 3 \\ 2 & 2 \\ & \overline{6}+2=8. \end{array}\right.$

91.—Como habrá podido observarse, la división es la única operación de enteros que se comienza por la izquierda, lo cual tiene por objeto que la resta de las partes de mayor especie pueda reducirse á la

inmediata siguiente, obteniéndose así en el cociente por cada resta un solo guarismo de cierto orden.

La división de los números enteros pocas veces conduce á un cociente entero, y por esto es necesario concebir el dividendo formado por el producto de dos números, más una cantidad igual á la resta.

Cuando el cociente es entero y no hay resta, el dividendo es tantas veces mayor que el divisor, como unidades tiene el cociente, y recíprocamente el divisor es tantas veces menor que el dividendo como unidades tiene el cociente, supuesto que el dividendo es el producto del divisor por el cociente.

En consecuencia, si el producto de dos factores se divide por uno de ellos, el cociente será el otro factor.

Por último, debemos repetir que el cociente suele ser de especie diferente á la del dividendo y á la del divisor: que no se debe obtener un cociente parcial mayor que 9, ni ninguna resta mayor que el divisor; y que por cada resta se determina un guarismo en el cociente pudiendo ser éste cero.

PROPIEDADES DE LOS FACTORES Y DIVISORES ENTEROS.

92.—Definiciones.—*Número primo es el que no da un cociente entero sino cuando se le divide por sí mismo ó por la unidad.* Tales son los números 7 y 13, de los que no se obtiene un cociente entero sin resta, sino cuando el divisor es el mismo número ó la unidad.

93.—*Todo número que no es primo, es el producto de varios factores diferentes de la unidad, y se llama múltiplo* de cualquiera de sus factores. Por ser $35=7\times5$, será múltiplo de 7 y de 5.

94.—*Recíprocamente, se llama submúltiplo ó parte alícuota de una cantidad, el número que la puede dividir dando un cociente entero sin ninguna resta.*

95.—*Varios números son primos entre sí cuando no tienen más divisor común que la unidad.* Por ejemplo: 4 y 9 son primos entre sí, y los números 6, 9 y 12 no son primos entre sí, porque son divisibles por 3.

96.—*Se llama máximo común divisor de varios números, el mayor número que puede dividirlos exactamente.*

Por ejemplo: 6 es el máximo común divisor de 12 y de 18, habiendo otros números menores que 6, como 3, que también pueden dividirlos.

El máximo común divisor de varios números primos es la unidad.

97.—*Se llama menor múltiplo común de varios números, el menor número que puede resultar como producto de multiplicar sucesivamente cada uno de los propuestos por algún número entero.*

Por ejemplo: 24 es el menor múltiplo de 6 y de 8; habiendo otros, como 48, mayores que 24 que son múltiplos de 6 y de 8.

98.—*Descomponer un número en sus factores, es encontrar varios números cuyo producto sea el número propuesto.* Siendo $30=2\times3\times5$ se ha descompuesto en tres factores, 2, 3 y 5.

99.—*Cuando los factores de un producto son todos iguales entre sí, al producto se llama potencia del número que ha servido de factor.*

Siendo $25=5\times5$ y $81=3\times3\times3\times3$, 25 es la segunda potencia de 5 y 81 es la cuarta potencia de 3.

Se llama grado de la potencia el número de factores del producto. Así, 2 y 4 son los grados de las potencias á que ha sido necesario elevar respectivamente 5 y 3 para producir 25 y 81.

A la 2.ª potencia se le llama generalmente *cuadrado* y á la 3.ª potencia *cubo* del número propuesto.

La potencia de una cantidad se indica poniendo arriba y á la derecha, un pequeño número llamado *exponente, que expresa cuántas veces ha entrado la cantidad como factor en el resultado.*

Así $5^2=25$ y $3^4=81$

se lee 5 elevado al cuadrado igual á 25, y 3 elevado á la 4ª potencia igual á 81.

Debe observarse que *por ser 10 la base del sistema de numeración, toda potencia de 10 es igual á la unidad seguida de tantos ceros como unidades tenga el exponente ó grado de la potencia.*

100.—*Se llama raiz de un número, otro número que multiplicado una ó varias veces por sí mismo da por producto el primer número.* Siendo $81=3\times3\times3\times3$ se dice que 3 es raíz de 81, y por entrar el número 3, cuatro veces como factor en el producto 81 decimos que es la raíz 4ª

Se indica $3=\sqrt[4]{81}$

leyéndose 3 igual á la raíz 4.ª de 81.

10 es la raíz del número representado por la unidad seguida de tantos ceros como expresa el índice de la raíz. Por ejemplo:

$10=\sqrt[3]{1000}$. En efecto, $10^3=10\times10\times10=1000$.

011157