La suma consta de tantas unidades como todos los sumandos juntos y es siempre mayor que uno y que varios sumandos. La resta consta de las unidades que le faltan al substraendo para ser igual al minuendo, y es siempre menor que este término. El producto de una multiplicación de números enteros, generalmente es mayor que los factores que lo han formado, y tantas veces mayor que un factor, como unidades tiene el otro; pero la multiplicación no siempre da el resultado de aumento que el significado de esta palabra envuelve en el lenguage común: el objeto de esta operación es engendrar un número que tenga con el multiplicando la misma relación que el multiplicador tiene con la unidad; por esto, una cantidad multiplicada por la unidad no aumenta sino que da la misma cantidad, y multiplicada por cero produce cero. El cociente de una división que no ha dado resta, es tantas veces menor que el dividendo como unidades tiene el divisor. Cuando la división no resulta exacta, el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente, más la resta.

La regla dada en la substracción para el caso de que uno ó varios guarismos del substraendo sean mayores que los correspondientes del minuendo, se funda en que la diferencia entre dos cantidades no se altera cuando se les agrega una misma cantidad. Las abreviaciones indicadas para los casos de la multiplicación y de la división, se fundan en las convenciones del sistema de numeración, haciéndose el valor de una cantidad 10 veces mayor por cada cero que se le agrega á la derecha, y disminuyéndose proporcionalmente cuando se suprimen ceros: en que toda cantidad multiplicada ó dividida por la unidad, da la misma cantidad: en que todo número multiplicado por 0 produce 0, y en que el cociente no se altera cuando se multiplican ó dividen por un mismo número el dividendo y el divisor. El resultado de la adición, substracción y multiplicación de los enteros siempre es número entero; pero el resultado de la división unas veces es entero y otras una fracción ó un número fraccionario.

Las propiedades de los factores y de los divisores de los números enteros, se han deducido de las de los números primos, y de las de las partes en que las cantidades pueden descomponerse. Unas veces se han descompuesto los números en las partes del sistema de numeración que los forman; otras en los factores de que constan, y otras en productos de determinado divisor, más una resta. De tales fundamentos, se han deducido las reglas correspondientes para encontrar los factores y divisores de un número, para determinar el máximo común divisor, y para obtener el menor múltiplo común á varios números. Por último, fundándose en las propiedades del número 10 y de sus potencias divi-

didas por los primeros números primos, hemos fijado las condiciones que debe satisfacer una cantidad para que sea divisible por los números inferiores á 12.

CALCULO DE LAS FRACCIONES COMUNES Y DE LOS NUMEROS FRACCIONARIOS.

SISTEMA DE NUMERACIÓN, PRINCIPIOS Y OPERACIONES FUNDAMENTALES.

136.—Definiciones.—Vamos á tratar en este capítulo del modo de calcular con las cantidades, cuyos valores estén comprendidos entre 0 y la unidad, ó entre dos números enteros consecutivos. Cuando decimos que tenemos tres cuartas partes de vara, el valor de la cantidad es mayor que cero y menor que una vara, y cuando decimos que tenemos 8 varas y 5 sextas partes de vara, este es un valor comprendido entre 8 y 9 varas.

Si tuviéramos que dividir, por ejemplo, 25 pliegos de papel entre cuatro personas, como $25 \div 4$ les toca á 6 y sobra 1; daríamos 6 pliegos enteros á cada persona, y debiendo repartir el pliego sobrante entre cuatro, lo partiríamos en cuatro pedazos iguales y daríamos uno de ellos á cada persona. Cada uno de estos pedazos es menor que la unidad y es la cuarta parte de ella. Se representa por $\frac{1}{4}$ de pliego, y se lee un cuarto de pliego.

Si tuviéramos que repartir 29 manzanas entre 8 niños; como $29 \div 8$ les toca á 3 y sobran 5: daríamos 3 manzanas á cada niño y para distribuir entre ellos las 5 sobrantes, por ser 8 los niños, cada manzana la partiríamos en 8 pedazos iguales y dando cinco de estos pedazos á cada niño resulta que recibiría en conjunto 3 manzanas enteras y 5 octavas partes de una manzana. Este resultado se representa por $3+\frac{5}{8}$ de manzana, y se lee: 3 más 5 octavos de manzana.

Estos números como $\frac{1}{4}$ y $\frac{5}{8}$ menores que la unidad se llaman *quebrados*. Los números como $3+\frac{5}{8}$ se llaman *mixtos*, y cuando el número mixto tiene la forma de quebrado se le llama *fraccionario*, como $\frac{6}{4}=\frac{4}{4}+\frac{2}{4}=1+\frac{2}{4}$. En un quebrado como $\frac{5}{8}$, el número 8 que indica en cuántas partes se considera dividida la unidad se llama *denominador*, y el número 5 que expresa de cuántas de estas partes consta el quebrado se llama *numerador*.

Considerando el peso dividido en 4 partes, las pesetas son fracciones

del peso y se indican por $\frac{1}{4}$\$ por $\frac{2}{4}$\$ y por $\frac{3}{4}$\$. Considerando el peso dividido en 8 partes, los reales son octavos de peso, y así cinco reales equivale á $\frac{5}{8}$\$, cinco octavos de peso.

Si el día se considera dividido en dos partes, cada una de ellas será medio día, y si lo consideramos dividido en 24 partes, cada una de ellas será un veinticuatroavo de día, y en lugar de estimar el tiempo en horas y de decir una hora, 5 horas, podremos hacerlo dando á estos valores la forma de fracciones é indicar $\frac{1}{24}$ día, un veinticuatroavo de día, $\frac{5}{24}$ día, cinco veinticuatroavos de día.

Se comprende que el valor de un quebrado depende de la relación que existe entre los dos números que lo representan, y que cambiando estos números podremos obtener un valor que se acerque á la unidad ó que se aleje de ella tanto como se quiera.

Se llaman fracciones ó quebrados, los números qne representan las cantidades menores que la unidad; como un quinto, dos tercios, etc.

Se llaman números mixtos, los que constan de unidades enteras y de partes de la unidad, como 82 y 3 octavos.

Se llaman fraccionarios los números mayores que la unidad que tienen la forma de quebrados, como $\frac{6}{4}$.

137.—Sistema de numeración.—Para tener una idea exacta del valor de una fracción es necesario conocer dos cosas: 1.º, en cuántas partes está dividida la unidad: 2.º, de cuántas de estas partes consta la fracción; por lo cual tanto para representar como para denominar una fracción es preciso escribir y expresar los números que indican el valor de estas dos cosas.

Los quebrados se representan por medio de dos guarismos puestos uno sobre otro, separados por una raya, de este modo: $\frac{5}{8}$. El número que se pone encima se llama *numerador y expresa el número de partes de la unidad de que consta el quebrado.* El número que se pone abajo se llama *denominador y expresa el número de partes en que está dividida la unidad.* Al numerador y al denominador juntos se les llama *términos del quebrado.*

Para leer las fracciones ó quebrados se lee primero el numerador como número entero y en seguida el denominador, como número *partitivo*, esto es, se dice medios, cuando el denominador es 2; tercios, cuando es 3; cuartos, cuando es 4; quintos, cuando es 5; sextos, cuando es 6; séptimos, cuando es 7; octavos, cuando es 8; novenos, cuando es 9; décimos, cuando es 10; y de 10 en adelante se agrega la terminación *avos*, al nombre del número del denominador

Por ejemplo: $\frac{7}{9}$ se lee: siete novenos.

$\frac{345}{872}$ se lee: 345, 872 avos.

Para escribir los números fraccionarios ó mixtos se ponen los enteros y á continuación los quebrados, separados generalmente por el signo + más, y se leen primero los enteros y á continuación la fracción como acaba de explicarse

$72+\frac{3}{12}$ se lee: 72 unidades y 3 doceavos.

El valor de un quebrado depende de la relación que existe entre el valor del numerador y el del denominador, y no de la magnitud de sus términos; por esto es, que, por ejemplo:

$$\frac{3}{4}\text{ hora}=\frac{6}{8}=\frac{45}{60}.$$

no obstante que los números que representan los tres quebrados son muy distintos.

138.—Quebrados propios é impropios.—Según la representación que tiene cada uno de los términos del quebrado, resulta: 1º que mientras más se aproxima el numerador al denominador, más se acercará el valor del quebrado á la unidad; 2º, que cuando el numerador sea igual al denominador, el quebrado será igual á la unidad; y 3º, cuando el numerador es mayor que el denominador, el quebrado tiene un valor mayor que la unidad, esto es, representa un número fraccionario.

Definición.—*Se da el nombre de quebrado propio, ó fracción común á todo quebrado cuyo valor es menor que la unidad, lo cual se conoce en que el numerador es menor que su denominador.*

Definición.—*Se llama quebrado impropio ó fraccionario, á todo aquel cuyo valor es mayor que la unidad, lo cual se conoce en que su numerador es mayor que su denominador*

139.—Reducción de los enteros á fracción.—*Cuando se le quiera dar á un entero la forma de quebrado, se le pondrá por denominador la unidad:* $8=\frac{8}{1}$. En este caso se considera la unidad compuesta de una sola parte.

Cuando se quiere reducir un entero á fracción de determinado denominador, se multiplicará el entero por el denominador que se quiera que lleve la fracción, y al producto se le pondrá por denominador el propuesto. Por ejemplo, para reducir 7 enteros á quintos se multiplicará 7 por 5, y al producto 35 se le pondrá 5 por denominador: $7=\frac{35}{5}$

Esta regla se funda en que es un uso de la multiplicación reducir unidades de especie mayor á menor, y como la unidad se compone de 5 quintos, multiplicando 7 por 5, tendremos el número de quintos que tienen 7 unidades, y al producto 35 le pondremos 5 por denominador, para indicar el valor de las partes de la unidad.

Cuando se quieren reducir los enteros á la forma de quebrados que los

acompañan, se multiplicará el entero por el denominador del quebrado, al producto se le agrega el numerador, y á la suma se le da por denominador el del quebrado.

Por ejemplo, si se quiere dar al número mixto $7+\frac{5}{9}$ la forma de quebrado, se multiplicará 7 por 9, al producto 63 le agregamos el numerador 5, dándole á la suma 68 por denominador 9.

$$7+\frac{5}{9}=\frac{68}{9}$$

Demostración.—Al multiplicar el entero por el denominador del quebrado, reducimos unidades de especie mayor á menor, y al agregar el numerador, sumamos cantidades homogéneas; esto es, partes de la unidad de la misma especie, cuyo valor expresamos poniendo por denominador el del quebrado.

140.—Transformación de los fraccionarios en enteros ó en números mixtos.—*Cuando se quiere determinar los enteros que contiene un quebrado impropio, se divide el numerador por el denominador, y si hay resta se le pone por denominador el del quebrado.*

Sea por determinar los enteros que contiene el quebrado impropio $\frac{387}{12}$. Dividiremos 387 entre 12, y obtendremos 32 por cociente que serán los enteros contenidos, y á la resta 3 se le pondrá 12 por denominador, resultando que $\frac{387}{12}=32+\frac{3}{12}$

$$\begin{array}{r|l} 387 & 12 \\ \cline{2-2} 27 & 32 \\ 3 & \end{array}$$

Demostración.—Al ejecutar esta regla, no hacemos más que reducir unidades de especie menor á mayor, doceavos á unidades, que es uno de los usos de la división, y siendo la resta partes de la unidad, cuya magnitud indica el denominador del quebrado impropio, se le deberá poner este número por denominador.

141.—Valor relativo entre quebrados de iguales denominadores ó numeradores.—Entre quebrados de iguales denominadores:

$$\frac{5}{12},\ \frac{3}{12},\ \frac{2}{12}\ \text{y}\ \frac{9}{12}$$

1º el mayor es $\frac{9}{12}$, que es el que tiene mayor numerador;

2º el menor es $\frac{2}{12}$, que es el que tiene menor numerador.

En razón de que, estando la unidad dividida en todos los quebrados en igual número de partes, la magnitud de éstas será la misma, y de que expresando el numerador el número de partes de que consta el quebrado el que tenga mayor numerador tendrá mayor valor, y el que lo tenga menor consta de menos partes.

Entre los quebrados de iguales numeradores:

$$\frac{6}{13},\ \frac{6}{9},\ \frac{6}{7}\ \text{y}\ \frac{6}{10}$$

el mayor es $\frac{6}{7}$, que es el que tiene menor denominador, y el menor es $\frac{6}{13}$ que es el que tiene mayor denominador.

Como todos los quebrados tienen iguales numeradores constan del mismo número de partes, y su valor dependerá de la magnitud de estas partes; pero como mientras menos sean las partes en que se divida la unidad, más grande será cada una de ellas, y recíprocamente; resulta que tendrá mayor valor el quebrado que tenga menor denominador y viceversa. De esto se infiere:

1º Que entre quebrados de iguales denominadores, el que tenga mayor numerador será el de mayor valor.

2º Que entre quebrados de iguales denominadores, el que tenga menor numerador será el menor.

3º Que entre quebrados que tienen iguales numeradores, es mayor el que tiene menor denominador; y

4º Que entre quebrados de iguales numeradores, será menor el que tenga mayor denominador.

142.—Principios fundamentales del cálculo de los quebrados.—Las operaciones que se ejecutan con las fracciones y los números fraccionarios se fundan en los cuatro principios siguientes:

Primer principio.—*El valor de un quebrado se hace mayor tantas veces, como unidades tiene el número por el cual se multiplica su numerador.*

Si multiplicamos por 4 el numerador del quebrado $\frac{3}{15}$, se obtendrá el quebrado $\frac{12}{15}$ que es cuatro veces mayor que $\frac{3}{15}$.

Demostración.—Hay que demostrar dos cosas: 1ª que el valor del quebrado *se hace mayor*, y 2ª que se hace mayor *tantas veces* como unidades tiene el factor del numerador. 1º Expresando el numerador las partes de la unidad de que consta el quebrado, al multiplicar por un número entero el numerador aumentará este término, y por tanto *se hará mayor* el valor del quebrado; 2º como el producto de los enteros es tantas veces mayor que uno de los factores como unidades tiene el otro, el valor del nuevo quebrado será *tantas veces* mayor que el primitivo como unidades tiene el número por el cual se multiplique su numerador.

Segundo principio.—*El valor de un quebrado se hace menor tantas veces, como unidades tiene el número por el cual se multiplica su denominador.*

Si se multiplica por 2 el denominador del quebrado $\frac{3}{15}$, se obtendrá el quebrado $\frac{3}{30}$ dos veces menor que $\frac{3}{15}$

Demostración.—Hay que demostrar: 1º, que el valor del quebrado *se hace menor*, y 2º, que se hace *menor tantas veces* como unidades tiene el número por el cual se multiplica el denominador: 1.º Representando el denominador el número de partes en que está dividida la unidad, al multiplicar por un número este término, aumentará el número de partes de la unidad, y menor será cada una de ellas, por lo cual, el valor del quebrado *se hará menor:* 2º como el producto de los enteros es tantas veces mayor que uno de los factores como unidades tiene el otro factor, el valor del quebrado se hará *tantas veces* menor como unidades tenga el número por el cual se multiplique su denominador.

Tercer principio.—*El valor de un quebrado se hace menor tantas veces como unidades tiene el número por el cual se divide su numerador.*

Si dividimos por 3 el numerador del quebrado $\frac{6}{15}$, nos resultará $\frac{2}{15}$ tres veces menor que $\frac{6}{15}$.

Demostración.—El segundo quebrado $\frac{2}{15}$ es menor que $\frac{6}{15}$, porque entre quebrados de igual denominador, *es menor* el que tiene menor numerador. Además, siendo el numerador 2 el cociente de 6, dividido por 3, será el valor del numerador, y en consecuencia, el del segundo quebrado, *tantas veces menor* que el primero, como unidades tiene el número por el cual se dividió el numerador.

Cuarto principio.—*El valor de un quebrado se hace mayor tantas veces, como unidades tiene el número por el cual se divide su denominador.*

Si dividimos por 4 el denominador del quebrado $\frac{3}{24}$, resultará $\frac{3}{6}$ cuatro veces mayor que $\frac{3}{24}$.

Demostración.—Hay que demostrar: 1º, que el valor del quebrado *se hace mayor*, y 2º, que se hace *mayor tantas veces* como unidades tiene el número por el cual se divide su denominador. 1º Indicando este término las partes en que está dividida la unidad, cuando se divide por un número disminuirá, y resultando mayor el valor de cada una de las partes de la unidad, el valor del quebrado *se hará mayor;* 2º como el cociente es *tantas veces* menor que el dividendo como unidades tiene el divisor, el valor del quebrado se habrá hecho *tantas veces mayor* como unidades tiene el número por el cual se divide su denominador.

143.—Los cuatro principios que anteceden, pueden reasumirse en la tabla siguiente:

Si se multiplica Si se divide	el numerador..	se multiplicará se dividirá	el quebrado.
Si se multiplica Si se divide	el denominador.	se dividirá se multiplicará	el quebrado.

Por ejemplo:

$$\frac{6}{24}\times 3=\frac{18}{24}$$
$$\frac{6}{24}\times 3=\frac{6}{8}$$
$$\frac{6}{24}\div 3=\frac{2}{24}$$
$$\frac{6}{24}\div 3=\frac{6}{72}$$

Por esto se ve: 1º, que las operaciones fundamentales del cálculo de las fracciones son dos: multiplicar un quebrado por un entero, y dividir un quebrado por un entero; 2º, un quebrado se puede multiplicar por un entero multiplicando su numerador ó dividiendo su denominador; 3º, un quebrado se divide por un entero, dividiendo su numerador ó multiplicando su denominador; y 4º, la multiplicación del numerador, multiplica el quebrado y la división del numerador divide el quebrado; pero las mismas operaciones ejecutadas con el denominador, producen el resultado que daría la operación inversa hecha con el quebrado.

144.—En qué casos no se altera el valor de un quebrado.—Teorema.—*El valor de un quebrado no se altera cuando se multiplican ó se dividen sus dos términos por un mismo número.*

Demostración.—1º Cuando se multiplica el numerador de un quebrado por un número, el valor del quebrado se hace tantas veces mayor como unidades tiene el número por el cual se multiplicó el numerador: pero cuando se multiplica el denominador, el valor del quebrado se hace el mismo número de veces menor; luego aumentando por una operación tanto cuanto disminuye por la otra, el valor del quebrado no sufrirá alteración.

2º Cuando se divide el numerador de un quebrado por un número su valor se hace menor tantas veces como unidades tiene el número por el cual se dividió su numerador; pero cuando se divide el denominador por el mismo número, el valor del quebrado se hace igual número de veces mayor; luego disminuyendo por la primera operación tanto cuanto aumenta por la segunda, el valor del quebrado no sufrirá alteración.

La primera parte de este teorema es el fundamento de la reducción de los quebrados á un común denominador, y la segunda parte sirve para abreviarlos.

145.—Simplificación de los quebrados.—Definición.—*Simplificar ó abreviar un quebrado, es transformarlo en otro de igual valor cuyos términos sean más sencillos.*

Regla.—*Para simplificar un quebrado, se dividen el numerador y el denominador por un mismo número.*

Demostración.—1º El valor del quebrado simplificado será igual al del primitivo, porque el valor de un quebrado no se altera cuando se dividen sus dos términos por un mismo número; 2º los términos del quebrado simplificado serán más sencillos, porque el cociente de la división de enteros es menor que el dividendo.

El objeto de la abreviación ó simplificación de los quebrados es ejecutar las operaciones con más facilidad y menos probabilidad de equivocaciones.

Cuando se trata de simplificar un quebrado, lo que importa es determinar los divisores que son comunes al numerador y al denominador, y la simplificación puede ejecutarse de dos maneras: dividiendo el numerador y el denominador sucesivamente por los divisores parciales que les son comunes, ó por su máximo común divisor, para lo cual debe tenerse presente todo lo expuesto en los números del 119 al 131, y del 110 al 114.

Ejemplo.—Sea por simplificar el quebrado

$$\frac{5160}{6840}$$

buscando los números que dividen exactamente los dos términos del quebrado, observaremos que, terminando ambos en 0, serán divisibles por 10; sacándole décima parte se convertirá en $\frac{516}{684}$; en este quebrado, siendo pares las últimas cifras 6 y 4 de sus dos términos, se podrán dividir por dos; pero teniendo cuarta parte 16 y 84, los términos del quebrado serán divisibles por 4, lo cual lo transforma en $\frac{129}{171}$; los términos de este nuevo quebrado son divisibles por 3, porque la suma de las cifras del numerador 1+2+9 da un número múltiplo de 3, las del denominador 1+7+1 también dan un múltiplo de 3; por último, sacándole tercera parte, se obtiene el quebrado $\frac{43}{57}$ compuesto de números primos entre sí. En consecuencia el quebrado

$$\begin{array}{l} 43 \\ 129 \\ 516 \\ \overline{5160} \\ \overline{6840} \\ \frac{1}{10}\ 684 \\ \frac{1}{4}\ 171 \\ \frac{1}{3}\ 57 \end{array}$$

$$\frac{5160}{6840}=\frac{43}{57}$$

146.—Simplificación de los quebrados por medio de los divisores parciales de sus dos términos.—Cuando se quiere abreviar un quebrado dividiendo sucesivamente sus dos términos por divisores enteros comunes á ambos, se examina:

1º *Si la última cifra del numerador y la del denominador es* 0 *ó* 5.

Si ambas son 0, *los términos del quebrado serán divisibles exactamente por* 10 (119). *Si una es* 0 *y la otra* 5, *ó si ambas son* 5, *los términos del quebrado tendrán quinta parte* (120).

2º *Se observa, si tanto la última cifra del numerador como la del denominador es cero ó par: en este caso los términos del quebrado serán divisibles por* 2 (121). Cuando se ve que esta condición está satisfecha, *se examina si tanto las dos últimas cifras del numerador como las del denominador, tienen cuarta parte; en este caso, los dos términos del quebrado la tendrán* (122). Cuando se ve que esta última condición está satisfecha, *se examina si las tres últimas cifras del numerador y las del denominador tienen octava parte; en este caso los dos términos del quebrado la tendrán* (123).

3º Se observa si la suma de los guarismos que representan al numerador, y si la suma de los guarismos que representan al denominador, dan un número divisible por 9 ó por 3. *Cuando la suma de los guarismos de cada término del quebrado da un número múltiplo de* 9, *se podrán dividir por* 9 *y cuando la suma de los guarismos es un múltiplo de* 3, *los términos del quebrado serán divisibles por* 3 (125 y 124).

4º *Se observa si los dos términos del quebrado tienen mitad y tercera: en este caso se podrá simplificar dividiendo sus dos términos por* 6 (129).

Sean por abreviar los siguientes quebrados:

$$\frac{72}{96}=\frac{3}{4}\cdot\ \frac{945}{1080}=\frac{7}{8}\qquad \frac{216}{396}=\frac{6}{11}\qquad \frac{1800}{3240}=\frac{5}{9}$$

147.—Simplificación de los quebrados por el máximo común divisor.—*Para encontrar el máximo común divisor de los términos de un quebrado, se divide el denominador por el numerador; si la división sale exacta, el numerador será el máximo común divisor; en caso contrario, se divide el número que sirvió de divisor por la resta, y si la división no sale exacta, se continúa la operación dividiendo sucesivamente el último divisor por su resta hasta obtener una división exacta, siendo el máximo común divisor de los términos del quebrado el último divisor.*

La demostración de esta regla la hemos dado en el número 112.

Una vez encontrado el máximo común divisor, *el quebrado se simplifica dividiendo cada uno de sus términos por el máximo común divisor.*

Sea por determinar el máximo común divisor de los términos del quebrado $\frac{742}{1643}$.

La operación se facilita disponiéndola como sigue:

1643	742	159	106	53	00
	2	4	1	2	
31	14	3	2	1	

El máximo común divisor es 53, y para determinar los términos del quebrado reducido á su más simple expresión, se pone la unidad debajo del último cociente; en seguida se multiplica la unidad por este cociente y el producto se pone en la casilla de la izquierda, y se continúa multiplicando el guarismo inferior por el cociente que está sobre él, se agrega al producto el guarismo de la derecha, y se pone el resultado en la casilla de la izquierda. El fundamento de esta regla lo hemos dado en el número 114.

El quebrado $\frac{742}{1643}$ reducido á su más simple expresión, es igual á $\frac{14}{31}$.

Como ejercicio, búsquese el máximo común divisor de los quebrados siguientes:

$$\frac{171}{969}=\frac{3}{17} \quad \frac{627}{1425}=\frac{11}{25} \quad \frac{477}{1219}=\frac{9}{23} \quad \frac{799}{2961}=\frac{17}{63}$$

148.—Reducción de los quebrados á un común denominador.—Definición.—*Reducir los quebrados á un común denominador, es transformarlos en otros de igual valor, y cuyos denominadores son iguales entre sí.*

Esta operación puede ejecutarse de dos maneras:

1ª Regla.—*Para reducir los quebrados á un común denominador, se multiplican los dos términos de cada quebrado por el producto de los demás denominadores.*

Ejemplo.—Sea por reducir á un común denominador los quebrados

$$\frac{2}{3},\ \frac{1}{4}\ \text{y}\ \frac{7}{8}$$

Multiplicaremos los términos del primer quebrado $\frac{2}{3}$ por 32, producto de los otros denominadores 4 y 8, y se convertirá en $\frac{64}{96}$. Los términos del segundo quebrado $\frac{1}{4}$, los multiplicaremos por 24 producto de los demás denominadores, y se transformará en $\frac{24}{96}$.

Por último, multiplicaremos los términos del tercer quebrado $\frac{7}{8}$ por 12, producto de los denominadores de los demás quebrados, y se convertirá en $\frac{84}{96}$. Así, los quebrados

$$\frac{2}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{7}{8},\ \text{se transforman en}\ \frac{64}{96},\ \frac{24}{96},\ \frac{84}{96}.$$

Demostración.—Hay dos cosas que demostrar: 1ª, *los quebrados que resultan son respectivamente iguaes en valor á los primeros*, porque el valor de un quebrado no se altera cuando se multiplican sus dos términos por un mismo número (144); 2ª *los quebrados tendrán el mismo denominador*, porque estando formado cada uno de los nuevos denominadores del producto de los mismos números, (los denominadores de los quebrados primitivos) serán iguales entre sí.

2ª Regla.—*Para reducir los quebrados á un común denominador, se forma el menor múltiplo común á los denominadores, y en seguida se multiplican los dos términos de cada quebrado por el cociente que resulta de dividir el múltiplo común entre su denominador.*

Ejemplo.—Sea por reducir á un común denominador los quebrados

$$\frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{4},\ \frac{5}{6}$$

el menor múltiplo común á los denominadores 2, 3, 4 y 6, es 12. Los términos del primer quebrado $\frac{1}{2}$ los multiplicaremos por 6, cociente obtenido de dividir el común múltiplo 12 entre el denominador 2, y se transformará en $\frac{6}{12}$. Los términos del segundo quebrado $\frac{2}{3}$ los multiplicaremos por 4, cociente de $12 \div 3$, se transforma en $\frac{8}{12}$. Los términos del tercer quebrado $\frac{3}{4}$ los multiplicaremos por 3, cociente de $12 \div 4$, y se transforma en $\frac{9}{12}$. Por último, los términos del quebrado $\frac{5}{6}$ los multiplicaremos por 2, cociente de $12 \div 6$, y se transforma en $\frac{10}{12}$. Así, los quebrados

$$\frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{6}\ \text{se han transformado en}\ \frac{6}{12}\ \frac{8}{12}\ \frac{9}{12}\ \frac{10}{12}$$

Demostración.—Los quebrados no han mudado de valor, porque el numerador y el denominador de cada quebrado, se han multiplicado por el mismo número (144), y resultan con el mismo denominador, porque cada denominador se ha multiplicado por el número escogido convenientemente para que se obtenga como producto el menor múltiplo común.

Para encontrar el menor múltiplo común á todos los denominadores, se aplica la regla dada (104). Esto es: *se comienza por excluir los denominadores que son factores de otros: los que quedan, que son los de mayor valor numérico, se descomponen en los factores primos que los forman. y el menor múltiplo común, es igual al producto de todos los diferentes factores primos de que están compuestos los denominadores, afectado cada uno del mayor de los exponentes.*

Así, en el ejemplo anterior, siendo 4 múltiplo de 2, y 6 de 3, se excluyen los denominadores 2 y 3, porque el múltiplo de 4 y de 6 también lo será de 2 y de 3. En seguida, descomponemos 4 y 6 en sus factores primos: $4=2^2$ y $6=2\times3$; y el menor múltiplo común será $2^2\times3=12$