ces mayor; pero como al prescindir de la coma en el divisor el cociente se hace el mismo número de veces menor, habrá perfecta compensación y el cociente será el verdadero.

La prueba de esta operación, las abreviaciones correspondientes á sus casos y los usos, son los mismos que los de la división de enteros.

El valor del cociente es menor que el dividendo cuando el divisor consta de enteros; pero si el divisor consta solo de decimales, el cociente es mayor que el dividendo.

* (179).—Observaciones sobre el cálculo de las decimales.—La sencillez de las operaciones ejecutadas con las decimales, depende de tener el denominador tácito, y de haber adoptado las mismas convenciones del sistema de numeración de los enteros.

El valor de una decimal depende de la relación que hay entre el valor expresado por sus cifras y el de su denominador sobrentendido, el cual depende á su vez del número de cifras decimales que hay después de la coma.

Por esto el valor de una decimal se altera cuando se cambia de lugar la coma; si se corre á la derecha, se multiplica, y si se corre á la izquierda, se divide por 10 y por las potencias de 10.

El valor de un número decimal no se altera cuando se suprimen ó agregan ceros á la derecha. Como operaciones fundamentales, tenemos, además de la multiplicación y división de las decimales por 10 y sus potencias, su abreviación, su reducción á un común denominador y las transformaciones de un quebrado en decimal, y de un número decimal en quebrado.

Cuando se reduce un quebrado á decimal, si después de haber descompuesto sus términos en sus factores primos, y después de haber suprimido los que sean comunes, *el denominador* solo consta de las potentencias de 2 y de 5, el quebrado podrá transformarse exactamente en decimal; si no consta de 2 ni de 5, no podrá transformarse exactamente, y el resultado será una fracción periódica simple; y cuando el denominador consta de 2 ó de 5 y de otros factores primos, el resultado será una fracción periódica mixta. El número de cifras de la decimal depende especialmente de los exponentes de los factores en el denominador.

En la conversión de las decimales á quebrados, se les da por denominador la unidad seguida de ceros cuando su valor es exacto ó aproximado. Cuando es periódica simple, se convierte en quebrado poniéndole por denominador tantos nueves como cifras tiene el período. Las fracciones mixtas se consideran compuestas de dos quebrados cuyos valores se suman.

La ejecución de las operaciones es como la de los enteros, debiendo

conservarse la coma en la adición y substracción en la columna que ocupa en los datos.

En la multiplicación se separarán del producto tantas decimales como hay en ambos factores; y en la división se hará préviamente que el dividendo y el divisor tengan igual número de cifras decimales.

El valor del resultado de la suma y de la resta con relación á los datos, es el mismo que en enteros. En la multiplicación depende de que un factor sea mayor ó menor que la unidad, y en la división el cociente tendrá la misma relación con el dividendo que la que tenga la unidad con el divisor.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL Y MEDIDAS ANTIGUAS.

180.—Diversas especies de unidades.—Hemos dicho que número es el conjunto de unidades ó de partes de la unidad; y que por unidad se entiende una cantidad elegida arbitrariamente las más veces, para que sirva de término de comparación con todas las de su especie.

En las aplicaciones que se hacen de la aritmética á las necesidades de la vida, es preciso casi siempre considerar, no solo el valor, sino también la especie de las cantidades que entran en los cálculos, y de esto nace la clasificación de las unidades. Por ejemplo, se sabe que el número 8 es igual á la reunión de 8 unidades; pero según sea el caso podrá representar 8 pesos, 8 varas ú 8 horas, y para determinar las diferentes especies de las cantidades se han escogido unidades para cada clase con sus correspondientes denominaciones y subdivisiones.

Las unidades de que se hace uso en matemáticas son de *longitud*, de *superficie*, de *volumen*, de *peso*, de *valor* y de *tiempo*.

Se usa la *unidad de longitud*, cuando se quiere medir ó valuar la distancia entre dos puntos, ó cuando se quiere apreciar una sola dimensión de un cuerpo. Así, por ejemplo, decimos que la distancia de México á Tacubaya, es de dos leguas, y que la altura de un hombre es de 7 piés. En el primer caso se supone conocida la longitud de la legua, y se concibe que la distancia de México á Tacubaya es igual á dos veces la longitud de la unidad escogida. En el segundo ejemplo se compara la estatura de un hombre con el tamaño del pie.

Cuando se estima la extensión en dos dimensiones, su largo y su ancho, prescindiendo del grueso, se valúa su superficie y se compara á la *unidad de superficie*. Por ejemplo, al calcular el valor de un terreno se estima su *superficie*, la cual depende del largo y del ancho del terreno,

y se multiplica por el precio de la unidad de superficie, como la vara cuadrada. La unidad que se escoge generalmente para medir la superficie, es un cuadrado, esto es, una figura de cuatro lados en la que tanto los lados como los ángulos son iguales entre sí.

Cuando se consideran las tres dimensiones de un cuerpo, el objeto es valuar su volumen ó capacidad, comparándola con una unidad de la misma clase. Por ejemplo, tratar de saber cuántos tercios de algodón podrán caber en una bodega, ó de medir las fanegas de maíz que hay en un depósito, ó la cantidad de líquido que contiene un barril, son otros tantos casos en que se considera el volumen de los cuerpos, el cual, para poderlo valorizar, es preciso compararlo con una unidad de volumen. La que comunmente se escoje es el cubo, que es un cuerpo de figura semejante á la de un dado limitado por seis caras, que son cuadrados iguales y que tienen por lado la unidad de longitud.

Además de las unidades correspondientes á la extensión lineal, superficial y de volumen, hay necesidad de otra clase de unidad cuando se trata de valuar el peso de un cuerpo. La medida del peso de los cuerpos se refiere á una unidad de esta clase, como la libra ó el gramo, fijándose las condiciones necesarias para que esta unidad tenga un peso constante y bien determinado.

El valor de las cosas se estima en unidades de moneda, el cual valor á su vez depende de la cantidad de cierto metal que contiene la unidad escogida. En las monedas mexicanas la unidad es el peso.

La unidad para medir el tiempo es el día.

Además de estas unidades hay otras especiales usadas en geometría, en mecánica y en otras ciencias.

Definición.—*Sistema métrico-decimal es el conjunto de convenciones hechas para establecer y uniformar las unidades de pesos y medidas de acuerdo con nuestro sistema de numeración, tomando por base la magnitud del Meridiano terrestre.*

181.—Base del sistema métrico-decimal.—La facilidad con que se ejecutan las operaciones de aritmética cuando las fracciones de la unidad se estiman en partes decimales, hizo concebir la idea de servirse en la práctica de unidades y subdivisiones arregladas á este sistema. Además, la diversidad de unidades usadas para un mismo objeto en cada país y aun en los pueblos de un mismo país; la variedad en el sistema de subdivisiones, y la inestabilidad de los patrones ó tipos de las unidades, determinó, á fines del siglo pasado, al gobierno francés á ordenar que se emprendiesen trabajos de gran importancia que debían servir, y sirvieron de base al sistema métrico-decimal de pesos y medidas que vamos á explicar.

Para fijar la unidad lineal, se midió una porción del meridiano terrestre que pasa por París, y de esta medida ejecutada por procedimientos muy precisos, se dedujo la longitud del meridiano terrestre. Esta longitud, dividida en 40 000 000 de partes, determina la magnitud de la unidad de las medidas lineales llamada *metro*, con la cual están relacionadas las demás unidades. Comunmente no se considera la longitud de todo el meridiano terrestre, sino la de la cuarta parte de este círculo á la que se llama cuadrante, por lo cual se dice que el *metro es igual á la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre.* La longitud del metro próximamente es igual á una vara y un quinto.

Una vez determinada la magnitud del metro para medir la extensión lineal, éste ha servido de base para las unidades de las otras especies de extensión.

Las superficies se valúan en *metros cuadrados, siendo el metro cuadrado la superficie de un cuadrado que tiene un metro por lado.*

Los volúmenes se estiman en *metros cúbicos, y el metro cúbico es el volumen de un cubo limitado por seis cuadrados iguales de un metro por lado.*

El peso de los cuerpos se estima en *gramos, siendo el gramo el peso de un cubo de agua que tiene la centésima parte de un metro por lado.*

La unidad de moneda escogida en el sistema métrico fué el *franco, que es una pieza del peso de 5 gramos, que contiene $4\frac{1}{2}$ gramos de plata y $\frac{1}{2}$ gramo de cobre.* Las dimensiones del franco están relacionadas al metro.

No siendo cómodo servirse siempre de una misma unidad para medir toda clase de magnitudes, pues se comprende que la unidad que sirve para medir la distancia entre los pueblos, no sería adecuada para valuar el grueso de las monedas; ni la unidad que sirve para pesar la leña, sería á propósito para pesar las pequeñas dosis de substancias empleadas en medicina, se han formado unidades mayores ó menores en el sistema métrico, de acuerdo con las convenciones de la numeración de los enteros y de las decimales, de constituir sucesivamente unidades superiores con la reunión de 10 unidades menores, y subdividir la unidad principal sucesivamente en 10 partes para formar unidades inferiores. Adoptando este sistema, se comprende desde luego que las unidades superiores y las subdivisiones de la unidad, se escriben exactamente como los números enteros y como las fracciones decimales, que el valor de cada especie de unidades queda determinado por el lugar que ocupa el guarismo que la representa, y que las operaciones se ejecutarán como las de los enteros y las decimales.

Para formar los nombres de las unidades superiores, se ha convenido

en anteponer las raíces griegas: *deca*, *hecto*, *kilo* y *miria*, al nombre de la unidad que se considera. *Deca*, significa diez; *hecto*, cien; *kilo*, mil y *miria*, diez mil. Así, con la longitud de diez metros, se forma una nueva unidad llamada *decámetro*. Reuniendo mil gramos se forma una nueva unidad llamada *kilógramo*, etc.

Para denominar las unidades inferiores, se antepone al nombre de la unidad uno de los radicales latinos *deci*, *centi* y *mili*, para expresar partes ó unidades *diez*, *cien*, *mil veces menores* que la unidad principal. Así, se dice *centímetro*, para expresar una medida cuya longitud es cien veces menor que el metro. El *miligramo*, representa una unidad de peso mil veces menor que el gramo.

Así, pues, la nomenclatura del sistema métrico-decimal, tiene la ventaja de formarse con muy pocas palabras; de conservar el nombre de la unidad principal á que se refiere la que se considera, y de dar cada nombre una idea exacta del valor que con él se denomina.

182.—Diversas unidades del sistema métrico-decimal.—Consideraremos: 1º Unidades lineales; 2º Unidades superficiales; 3º Unidades de volumen; 4º Unidades de peso; y 5º Unidades de moneda.

Unidades lineales.—Se ha tomado como base el *metro*, *cuya longitud es igual á la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre.*

Las unidades mayores que el metro, son:

el decámetro = 10 metros.
el hectómetro = 100 metros.
el kilómetro = 1000 metros.
y el miriámetro = 10000 metros.

Las unidades lineales menores que el metro, son:

el decímetro = la décima parte del metro,
el centímetro = la centésima „ „
y el milímetro = la milésima „ „

Se ve, pues, que las unidades lineales van siendo sucesivamente 10 veces mayores que su inmediata menor; y siendo este sistema el adoptado para los números enteros y las decimales, naturalmente la escritura de las unidades lineales del sistema métrico, así como las operaciones que con ellas tengamos que ejecutar, estarán sujetas á las reglas dadas para la escritura y para el cálculo de los enteros y de las decimales; bastando correr la coma hacia la derecha para reducir unidades de especie mayor á menor y viceversa.

	m	kilómet.	milímet.
Así, pues,	3745'876 =	3'745876 =	3745876

Unidades superficiales.—La base de las unidades superficiales es el *ara que es la superficie de un cuadrado que tiene diez metros por cada lado.* (1)

Las unidades superficiales mayores que el ara son:

la *hectara*, que es la superficie de un cuadrado que tiene 100 metros por lado.

y la *miriara*, que es la superficie de un cuadrado que tiene 1000 metros por lado.

Las unidades superficiales menores que el ara son:

la *centiara ó metro cuadrado*, que es la superficie de un cuadrado de un metro por lado.

el *decímetro cuadrado*, que es la superficie de un cuadrado de un decímetro por lado.

el *centímetro cuadrado*, que es la superficie de un cuadrado de un centímetro por lado.

y el *milímetro cuadrado*, que es la superficie de un cuadrado de un milímetro por lado.

Las relaciones entre estas diversas unidades son las siguientes:

La miriara = 100 hectaras,
la hectara = 100 aras,
el ara = 100 centiaras,
la centiara ó metro cuadrado = 100 decímetros cuadrados.
el decímetro cuadrado = 100 centímetros cuadrados.
el centímetro cuadrado = 100 milímetros cuadrados.

En consecuencia, las unidades superficiales van siendo sucesivamente 100 veces menores que la unidad inmediata mayor, por lo cual, para reducir unidades superficiales de especie mayor á menor es preciso correr la coma de dos en dos lugares á la derecha y recíprocamente. Por ejemplo:

aras.	hectaras.	miriaras.	m. cd.
32584'7961 =	325'847961 =	3'25847961 =	3258479'61.

Unidades de volumen.—Estas son: el *esterio* y el *litro*. El *esterio ó metro cúbico, es el volumen de un cubo de un metro por lado.*

(1) La Academia española emplea la palabra *área;* pero en México el uso ha sancionado la de *ara*, que es el nombre con el que la Secretaría de Fomento designó la unidad principal de superficie en el Reglamento expedido en 20 de Febrero de 1896. Por otra parte, es conveniente usar voces distintas para denominar la clase de extensión y la unidad adoptada para valuarla.

El litro es el volumen de un cubo que tiene un decímetro por lado.

Los múltiplos del esterio no son usados.

Las unidades de volumen menores que el esterio son:

el decímetro cúbico ó litro, que como acabamos de decir, es el volumen de un cubo que tiene un decímetro por lado;

el centímetro cúbico, que es el volumen de un cubo que tiene un centímetro por lado;

el milímetro cúbico, que es el volumen de un cubo que tiene un milímetro por lado.

La relación entre estas unidades es la siguiente:

El esterio ó metro cúbico = 1000 litros;
el *litro ó decímetro cúbico* = 1000 centímetros cúbicos;
el *centímetro cúbico* = 1000 milímetros cúbicos.

Por tanto, las unidades de volumen van siendo sucesivamente 1000 veces menores que la que se deduce de la unidad lineal inmediata mayor; y para reducir las de especie mayor á menor, habrá que correr la coma tres lugares á la derecha, y recíprocamente.

m. cúb. lit.
32'465179=32465'179=32465179 cent. cúb.

Las unidades de volumen mayores que el litro, más usadas son:

el decalitro = 10 litros;
el hectolitro = 100 litros;
el kilolitro = 1000 litros.

Las unidades de volúmenes menores que el litro son:

el decilitro = la décima parte del litro;
el centilitro = la centésima parte del litro;
el mililitro = la milésima parte del litro.

Unidades de peso.—En el sistema métrico-decimal, la unidad de peso es el *gramo, que es el peso de un centímetro cúbico de agua, químicamente pura, tomada á la temperatura de 4 grados, porque es á la que tiene mayor densidad.*

Ahora bien, como el volumen de un litro = 1000 centímetros cúbicos; y el de un metro cúbico = 1000 litros, supuesto que
un centímetro cúbico de agua pesa un gramo,
un litro ó decímetro cúbico de agua pesará un kilogramo, y
un metro cúbico de agua pesará 1000 kilogramos ó una tonelada métrica.

Las unidades de peso mayores que el gramo son:

el decagramo = 10 gramos,
el hectogramo = 100 „
el kilogramo = 1000 „
el quintal métrico = 100 kilogramos,
y la tonelada métrica = 1000 kilogramos.

Las unidades menores que el gramo son:

el decigramo = la décima parte del gramo,
el centigramo = la centésima „ „
el miligramo = la milésima „ „

Unidades de moneda.—En el sistema métrico se ha tomado por unidad el *franco*, moneda que pesa cinco gramos, estando compuesta de 4½ gramos de plata y ½ gramo de cobre; y tiene 23 milímetros de diámetro. La moneda de oro de 100 francos pesa 32'258 gramos, contiene 9 décimos de oro y 1 de cobre, y mide 35 milímetros de diámetro.

183.—Relación entre las unidades de superficie y de volumen.—*El número de subdivisiones de que consta una unidad de superficie es igual á la segunda potencia del número de subdivisiones de la unidad lineal á que se refiere.*

Hemos visto que el *metro cuadrado* es la superficie de un cuadrado que tiene un metro por cada lado. Si dividimos cada uno de los lados, tanto los dos verticales como los horizontales en 10 partes iguales, y por los puntos de división tiramos líneas paralelas, resultará la superficie de *un metro cuadrado* dividido en 10 hiladas de 10 cuadrados cada una, esto es, en 100 cuadrados iguales, y teniendo cada uno de ellos un decímetro por lado, será un *decímetro cuadrado;* luego *un metro cuadrado es igual á cien decímetros cuadrados*; esto es, al producto de 10 (número de decímetros que tiene el metro lineal) por 10. Si se concibe la superficie de un *decímetro cuadrado,* y si cada uno de sus lados se divide en 10 partes, tirando líneas paralelas por los puntos de división, resultarán 10 hiladas de á 10 *centímetros cuadrados;* luego el *número de centímetros cuadrados que tiene un decímetro cuadrado es igual á 100, segunda potencia del número de centímetros qne tiene un decímetro lineal.* Del mismo modo, si en la superficie de *un centímetro cuadrado* se divide cada uno de sus lados en 10 partes, y por los puntos de división se tiran líneas paralelas, resultarán 10 hileras de á 10 cuadrados iguales, cada uno de un *milímetro cuadrado*; luego el número de *milímetros cuadrados que tiene un centímetro cuadrado es igual á 100, segunda*