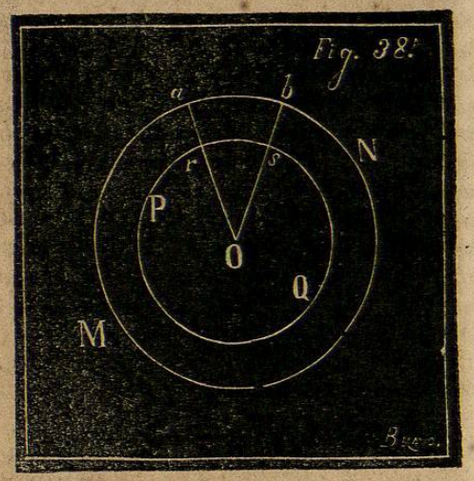
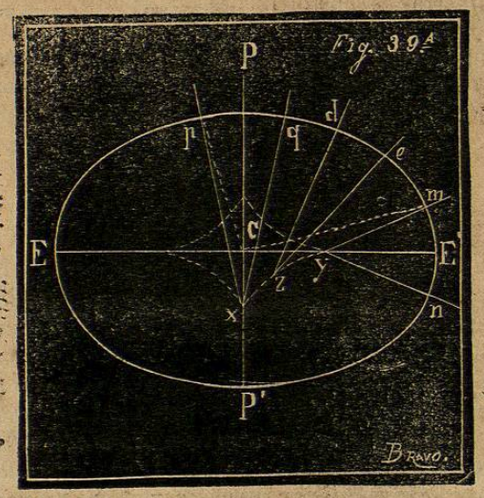
[fig. 38]: fórmese al centro O un ángulo de un grado; los arcos correspondientes *ab*, *rs*, iguales á un grado, serán proporcionales á los radios *ao*, *ro*; es decir, que siendo *ao* > *ro*, será tambien *ab* > *rs*. Supuesto esto, por lo dicho anteriormente sabemos que el arco *mn* [fig. 39] del Ecuador correspondiente á un grado en la esfera celeste, es más pequeño que el arco *pq* medido en el polo, y que corresponde tambien á un grado en el cielo [la curva *pq m n p*, representa la seccion de la tierra segun un meridiano cualquiera]: por lo tanto, si suponemos que el arco *mn* es igual al arco *rs* [fig. 38] del círculo PQ, y *pq* = *ab* del círculo MN, hallaremos que los radios correspondientes deben tambien ser iguales á los arcos respectivos; además, como los arcos *mn* y *pq* corresponden á un arco de un grado en la esfera celeste, deben tambien interceptar en el interior del globo un ángulo de un grado. Pero para que esto se verifique es necesario que los radios *xp*, *xq* correspondientes al arco *pq* sean iguales á los radios *oa*, *ob* correspondientes al arco *ab* (= *pq*) del círculo MN, y que los radios *ym*, *yn* á su vez sean iguales á los radios *or*, *os*. Los arcos, pues, en cuestion deben considerarse como arcos de diferentes círculos descritos desde varios pun-





tos en el interior del globo, y que sin embargo midan un ángulo del valor de un grado. Siendo esto así, las intersecciones de las verticales de los puntos *m*, *n*, *p* y *q* no se verificarán como en la esfera, en un punto central, sino en *x*, verbi gratia, más allá del centro para un arco de un grado en el polo, y en *y* fuera del centro, antes de llegar á él, para un arco de un grado en el ecuador. Para otro arco cualquiera la interseccion de las verticales caeria en *z*. Si se unen todos estos centros, que se llaman *centro de curvatura*, resultará una figura cerrada por las cuatro líneas imaginarias, como se vé en la figura 39, los radios *xp*, *ym*, *zd* se llaman radios de curvatura. Si ahora comparamos la distancia de la superficie terrestre al centro de la figura, que es lo que se llama radio terrestre, claro aparece que la distancia *m* C es mayor que *p* C, luego el radio ecuatorial es mayor que el radio polar; esta diferencia de radios dá á la tierra una forma de elipsóide.

Habiéndose calculado la longitud de los radios terrestres, se han obtenido los resultados siguientes:

		kil.		leg. de 25 p. grado.
Diámetro ecuatorial	=	12.754,863	=	2870.1
Diámetro polar	=	12.712,251	=	2860.5
Aplanamiento	=	42,612	=	9.6
Diámetro medio á 45°	=	12.733,557	=	2865.3

La relacion de los diámetros es sensiblemente $= \frac{298}{299}$; de suerte que su diferencia es $\frac{1}{299}$ más grande, es decir, poco más de $\frac{1}{300}$. Es muy probable que el error del cálculo en averiguar el valor de estos diámetros no pase de 8,000 metros, y que el aplanamiento real de la tierra no esté equivocado en 0,1 de su valor.

§ 6.

Longitud del metro.

63. La medida de un arco de meridiano dió lugar á fines del siglo pasado (1790), á una reforma muy importante. Para evitar la confusion de pesos y medidas que existía en el comercio en Francia, quiso la Asamblea Nacional de Paris sustituir un sistema que fuera la base de las medidas y que tuviera relacion con la magnitud de la tierra. Al efecto, nombró una comision compuesta de varios astrónomos, especialmente de los Señores Delambre y Mechain, encargándoles midiesen el arco de meridiano entre Dunkerque y Barcelona, que abraza casi 10 grados. Por el método de triangulacion hallaron que la longitud de un cuarto de meridiano era = 5.130,740 toesas.

Dividiendo toda esta longitud en 10,000000 de partes, se tomó la diez millonésima parte del meridiano terrestre por la nueva unidad de longitud, á la cual dieron el nombre de metro (del griego *μετρον*, que significa *medida*). Así pues, siendo 5,130,740 toesas=10,000000 de metros, la longitud de un metro será = 0.513,074 toesas, ó sea = 3 piés, 11 líneas, 296 milésimas = 443 líneas, 296 milésimas.

64. Habiéndose posteriormente discutido y comparado las medidas antiguas con las modernas, se ha reconocido que el aplanamiento adoptado para llegar á la determinacion de la longitud del metro era excaso. El conjunto de estas medidas hace ver que el aplanamiento se acerca más á la fraccion $\frac{1}{299}$ que á $\frac{1}{300}$. Esta modificacion lleva consigo la correspondiente en la longitud del cuarto de la elipse meridiana, la cual en lugar de ser =10,000000 de metros, es un poco más grande, á saber: 10,000,856 metros. Puede formarse una idea del aplanamiento de la tierra, imaginando un globo que represente exactamente su forma. Si el diámetro ecuatorial de este globo tuviera un metro de longitud, el diámetro polar deberia diferir de $\frac{1}{299}$, es decir, un poco más de 0^m, 003, no habria más que milímetro y medio de diferencia. Por estos resultados el valor medio del arco de un grado en la superficie terrestre es $=111,120^m$; el arco de $1' = 1852^m$, y el de $1'' = 30^m$, 9.

§ 7.

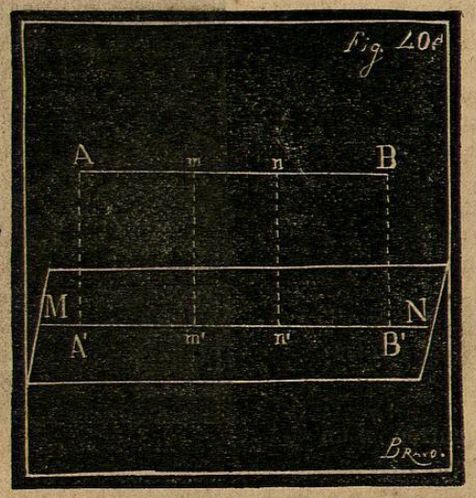
Nociones sobre las cartas geográficas.

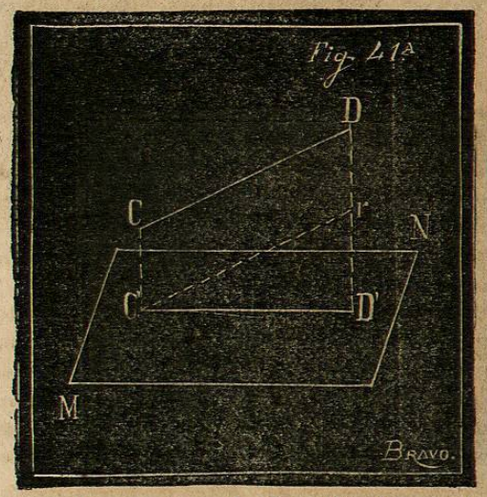
65. Tratando de las coordenadas geográficas, hemos visto anteriormente cómo puede determinarse por medio de estas, la posicion de un punto cualquiera de la superficie terrestre. Trátase ahora de representar esta superficie por medio de líneas trazadas sobre un plano, de modo que se conserven las distancias relativas de los varios puntos del globo segun el valor de las coordenadas. Es este un problema de geometría descriptiva que se resuelve por los métodos ordinarios de proyeccion, ó de desenvolvimiento.

66. Se dividen las cartas geográficas en dos clases: unas se llaman Mapamundis, en donde los dos hemisferios se representan por entero, y otras se llaman particulares, que están destinadas á representar alguna parte de la tierra. Cualquiera de estas dos especies de cartas representan á toda la superficie terrestre, ó parte de ella, por proyeccion sobre un plano. Pero antes daremos una breve noticia sobre las proyecciones.

67. Llámase *proyeccion* la representacion de una figura cualquiera sobre un plano, ejecutada por el trazo de las líneas que pueden dirigirse de cada uno de los puntos de la figura al plano mismo. Si

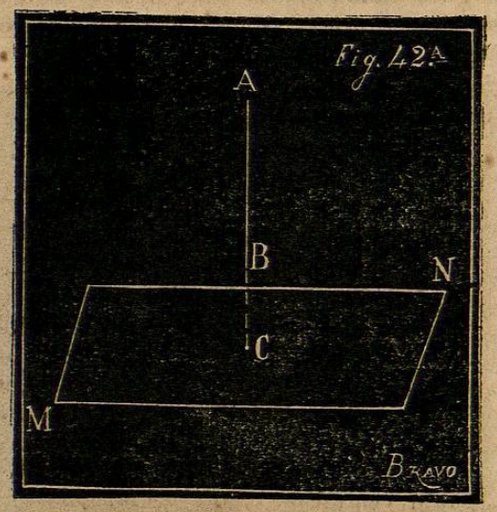
estas líneas son paralelas y forman ángulo recto con el plano, la proyeccion se llama *ortogonal;* en este caso la proyeccion del punto de la figura viene á ser el pié de la perpendicular. Si las líneas concurren de toda la superficie de la figura en un punto solo, la proyeccion será *central.* Si las líneas siendo paralelas, no son sin embargo perpendiculares al plano, la proyeccion será *oblícua.* Sea una línea recta AB, (fig. 40), trazando de los puntos A, *m*, *n*....B las perpendiculares AA', *m m'*, *n n'*.....BB' al plano MN, la línea A' B' será la proyeccion de la línea AB. Como esta línea es paralela al plano, todos sus puntos serán representados con las mismas distancias respectivas y la proyeccion A'B' será igual y de la misma longitud que A B. Pero si la línea fuera oblícua al plano, como la C D (fig. 41), su proyeccion seria tanto más pequeña cuanto mayor fuera el ángulo que podria formar con el plano, pues el cateto C'D' siempre es menor que la hipotenusa C'*r*, paralela é igual á CD. Finalmente, si el ángulo de la línea con el plano fuera 90°, la proyeccion no seria más que un punto, como se vé en la fig. 42. De aquí nace que un cuadrado ó un círculo paralelo á un plano, tendrán por proyeccion un cuadrado y un círculo igual; pero si fueran perpendiculares al plano,



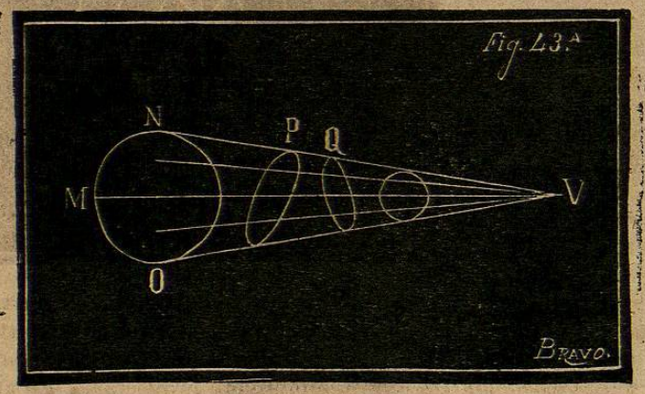


UNIVERSIDAD DE NUEVO LEON
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
"ALFONSO REYES"
Apdo. 1625 MONTERREY, MEXICO

su proyeccion seria solo una línea recta. Si formaran un ángulo cualquiera, la proyeccion del cuadrado seria solo un paralelógramo, la del círculo una elipse, más ó menos abierta, segun que el ángulo que forma con el mismo plano fuera menor ó mayor.



68. Hay otra especie de proyeccion que se llama *central*, á saber: cuando las líneas que se trazan de todos los puntos de la figura concurren en un punto, que se llama *centro;* en este caso el plano de proyeccion es siempre una seccion de la pirámide, cono, ó cualquiera otro sólido geométrico que forman las líneas trazadas de cada uno de los puntos de la superficie que quiera representarse. Trátase de proyectar un círculo MNO (fig. 43): sea V el centro, las proyecciones oblícuas al eje P y Q serán elipses, la paralela al círculo será tambien un círculo, con la diferencia, que cuanto más lejos del centro se considere la

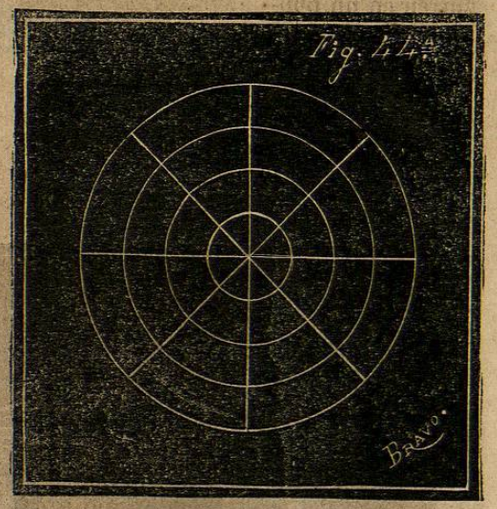


seccion, tanto mayor será la escala en que se representa la figura, y será tanto más pequeña cuanto más se acerca al centro V. Esta especie de proyeccion es muy usada, no solo para representar la partes

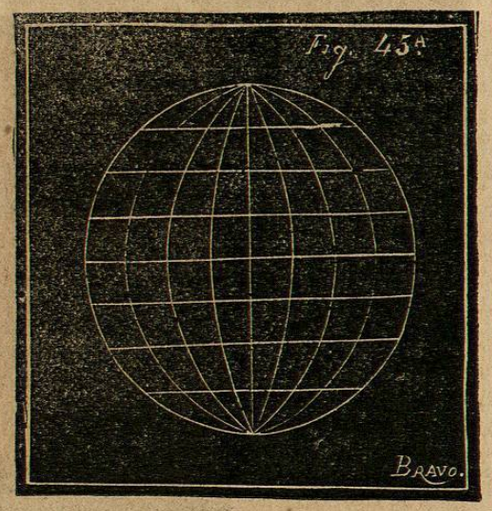
del globo terrestre, sino especialmente para construir los cuadrantes solares, de donde ha tomado el nombre de proyeccion gnomónica, de la cual hablaremos tratando del Sol en el capítulo segundo.

69. Dadas estas nociones principales, veamos como pueden construirse las cartas geográficas por medio de las proyecciones. De estas hay tres especies: *Ortográfica*, *Estereográfica*, y *Homológráfica*.

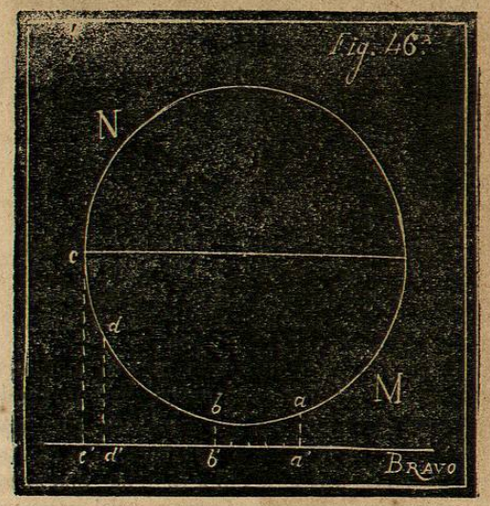
70. *Proyeccion ortográfica.* En este sistema debido á Apolonio que vivió 200 años antes de Jesucristo se supone á la tierra aislada en el espacio. De cada punto de su superficie bájase una perpendicular sobre un plano, que represente el plano de proyeccion. El pié de la perpendicular dará la posicion de cada punto correspondiente sobre la carta. Se escoge ordinariamente por plano de proyeccion el ecuador, ó un meridiano cualquiera. En el primer caso, el polo se proyecta en el centro de la carta; los meridianos serán líneas rectas que divergen de dicho centro y forman los radios del círculo; los paralelos serán círculos concéntricos al ecuador, representado por el círculo exterior. La fig. 44 representa dicha proyeccion, en la cual el punto central, no solo representa la proyeccion del polo, sino tambien la del eje del mundo perpendicular al plano. En el segundo caso los meridianos son elipses que tienen por eje comun la línea de los polos proyectada paralelamente al plano, y los paralelos son rectas perpendiculares á dicha línea, como se vé en la fig. 45. En este sistema de proyeccion ortográfica se representan en su verdadera magnitud las regiones centrales, pero mientras mas se acercan á los bordes de la carta, más se deforman los contornos, disminuyendo cada vez más la relacion de magnitud de las proyecciones con respecto á la superficie de la region que quiere proyectarse. En efecto, sea MN (fig. 46) el círculo ecuatorial proyectado; tómense dos arcos iguales *ab*, *cd*, uno en el centro de la figura, el otro en el borde; sus proyecciones serán *a' b'*, *c' d'*; comparando estas dos proyecciones,

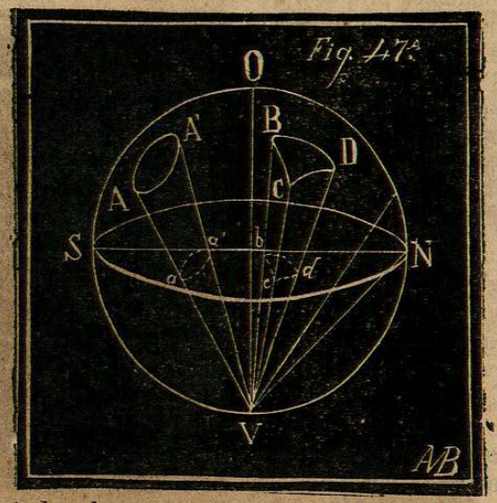


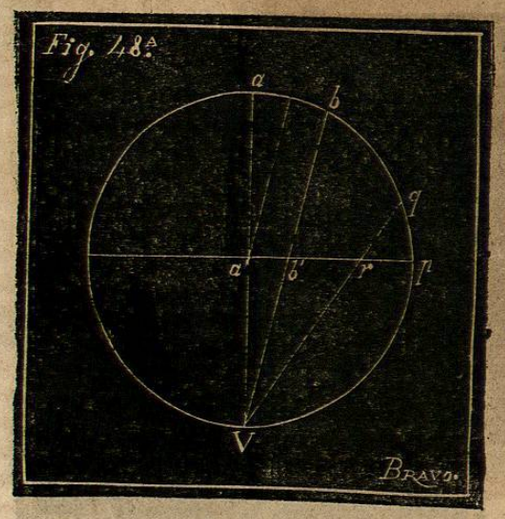
claro se vé que $a' b' > c' d'$, y la relacion que hay entre ellos es aproximadamente como 1 á 5. Segun esta especie de proyeccion se nos presentan los astros de diámetro mensurable, como la luna, el sol, los planetas; la tierra misma se presentaria, vista desde la luna, bajo la forma de la proyeccion ortográfica.



71. 2º *Proyeccion estereográfica.* Esta segunda especie de proyeccion, debida á Hiparco, dá una verdadera perspectiva del hemisferio que se quiere representar. El plano de la carta es la base misma del hemisferio, y el ojo del observador se supone situado en la extremidad del diámetro perpendicular á ese plano; ó de otro modo, supuesto el hemisferio SON (fig. 47) que se trata de proyectar, el plano será la base de ese mismo hemisferio SN. En este caso, imaginando á la tierra trasparente, y puesto el observador en V, dirigirá sus visuales á los diferentes puntos de la superficie. Las intersecciones de estas visuales con el plano de proyeccion darán las posiciones de los puntos correspondientes. Así la elipse AA′ corresponderá á la elipse $a\ a'$, y el triángulo BCD al triángulo $b\ c\ d$. En este sistema los círculos trazados sobre la superficie del globo, cualesquiera que sean, tienen tambien por proyeccion círculos aunque más pequeños, á excepcion de los que pasan por el eje óptico, pues estos están representados por líneas rectas. Así mismo, los triángulos estarán representados en proyeccion por triángulos semejantes. Con todo, en este sistema las diferentes figuras trazadas sobre el globo no tienen la misma relacion con sus proyecciones. En efecto supongamos que deba proyectarse el arco $a\ b$ (fig. 48); las proyecciones de sus extremidades serán los puntos $a'\ b'$, y todo el arco será representado por la línea $a'\ b'$; pero por la geometría sabemos que $a'\ b' = \frac{1}{2}\ a\ b$, por consiguiente, las líneas proyectadas al centro del globo serán reducidas á la mitad, y la superficie á la cuarta parte. Si ahora consideramos un arco pq en el borde del hemisferio, este será representado en la proyeccion por la línea pr; pero la misma geometría demuestra que pq es casi igual á pr, y tanto más, cuanto más se acerca al orígen del arco p; por lo tanto, la proyeccion de las partes cercanas á los bordes serán representadas sensiblemente en su verdadera magnitud.

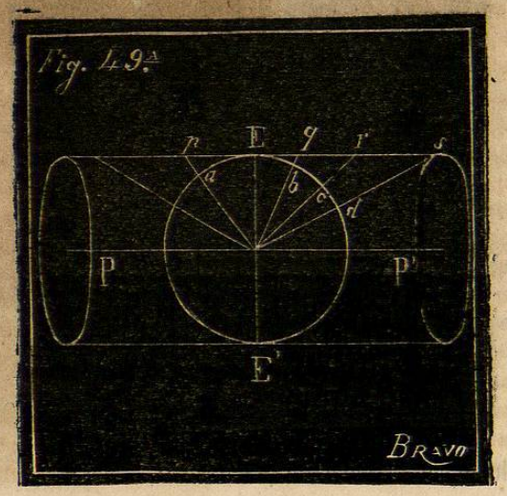
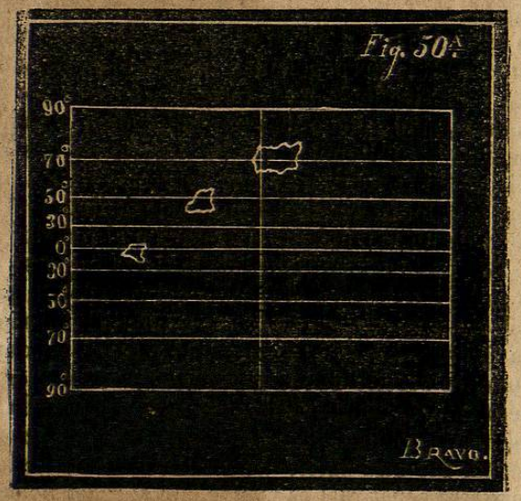






72. 3º *Proyeccion Homalográfica.* Babinet, miembro del Instituto de Francia, ha imaginado esta especie de proyeccion. Este sábio académico se propuso, no solo evitar los inconvenientes de deformacion que presentaban los dos sistemas anteriores, sino tambien obtener la ventaja de representar, por medio de partes iguales tomadas sobre el plano de proyeccion, las partes iguales de la esfera. En este sistema los círculos de latitud están representados por rectas paralelas que se alejan poco á poco una de otras, á medida que se acercan á los polos, mientras que los meridianos, á excepcion del primero que representa por una recta la proyeccion de un círculo, están representados por arcos elípticos á igual distancia uno de otro, de modo que las superficies interceptadas por dos meridianos respectivos sean iguales, y las superficies comprendidas entre dos paralelos correspondientes, en igualdad de base, sean tambien iguales. Este sistema ofrece una gran ventaja sobre los otros arriba expuestos, especialmente en las cartas particulares, pues expresa exactamente la relacion de magnitudes de la region de que se trata, con su proyeccion.

73. *Cartas particulares de Mercator.* La proyeccion de Mercator es enteramente artificial, pues en lugar de representar la esfera, como se veria simultáneamente desde un punto cualquiera, representa las diversas partes, de modo que el ojo las vea sucesivamente una despues de otra, segun la marcha de los meridianos, aunque para la construccion se suponga en el centro del globo. Concíbase un cilindro de papel que envuelve al globo, y sea solo tangente al círculo ecuatorial. Si el observador, supuesto en el centro del globo, dirige las visuales á los varios puntos *a, b, c, d,* (fig. 49), estas serán las secantes del círculo que encontrarán á las tangentes en los puntos *p, q, r, s:* dichos puntos serán las proyecciones de los que quieren representarse. Claro está que cuanto más se alejan del ecuador las secantes, en tanto mayor escala serán representadas las partes del globo, hasta que llegando á la proyeccion de los polos P y P′, estas serán infinitas, por ser paralelas á la tangente. Una vez desarrollado el cilindro de papel, se verá que el polo está representado por el límite del cilindro paralelo al ecuador, como si el punto que representa el polo en el globo se hubiera extendido hasta formar una línea igual y paralela al ecuador. De este modo todos los meridianos no serán más que líneas rectas perpendiculares al ecuador.



74. En este sistema, por lo dicho anteriormente, se representa fielmente en cuanto á la forma cada porcion pequeña en particular, aunque sobre una escala muy diferente segun las regiones, pues aumentando las secantes, aumenta la escala de la proyeccion, á medida que se acerca al polo. La adjunta fig. 50 dá una idea de dicho aumento, tratándose de representar una isla que abraza en su superficie el mismo número de grados pero á diferentes latitudes. Esta particularidad que sería un inconveniente muy grande para las cartas geográficas ordinarias, constituye una ventaja para las cartas de los marinos: pues estos teniendo que registrar y marcar en los mapas el itinerario de sus viajes, con los mapas ordinarios tendrian el inconveniente de abarcar con un punto en la demarcacion, no solo varios minutos, sino tambien grados, cuanto más se acercasen á los polos; mientras que con el sistema de Mercator, en igualdad de circunstancias, pueden tener cuenta de los minutos y segundos en una escala mayor, lo que dá medios oportunos para resolver muchas cuestiones relativas á la navegacion.