Para la sombra mínima CB = AB tg. (33°,26′,31″—ω),
ó sea DB = 0^m,0572 × tg. 56°,53′,31″
y CB = 0^m,0572 × tg. 9°,59′,31″

Por lo tanto tendremos:

log. 0^m,0572 =	8.757396	log. 0^m,0572 =	8.757396
+log. tg. 56°,53′31″ =	0.185692	+log. tg. 9°59′31″ =	9.245952
log. DB =	8.943088	log. CB =	8.003348
DB =	0^m,0877	CB =	0^m0107

PROBLEMA 4º *Hallar la latitud de un país por medio de la sombra en un dia cualquiera, conociendo la declinacion del sol.*

Sabemos que la latitud de un lugar está representada por el ángulo que forma el plano del Ecuador con el vértice del gnómon, cualquiera que sea su altura, es decir, por el ángulo EAB [fig. 93]. La sombra proyectada por el gnómon puede ser mayor ó menor que dicho ángulo, pero siempre entre los límites C y D que representan la declinacion máxima del sol. Siendo esto así, si á la longitud de la sombra observada añadimos la declinacion del sol, positiva ó negativa, tendremos la latitud del lugar. En efecto, siendo la distancia zenital del sol (que en este caso está representada por la longitud de la sombra) siempre igual á la latitud del lugar más ó ménos la declinacion [Lib. II. Cap. I. § 3º], lo que manifiesta la fórmula $Z = \lambda \pm \delta$, resulta que llamando M la longitud de la sombra, podrá resolverse el problema por la fórmula $\lambda = M \pm \delta$.

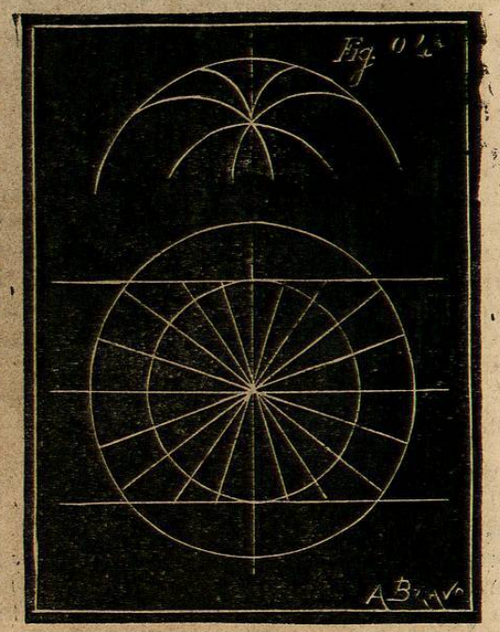
La aplicacion práctica del problema se deja á los aficionados. Los problemas enunciados son el fundamento sobre que se apoya la construccion de los cuadrantes solares, de que vamos á hablar.

§ 4.

Gnomónica.

152. Esta es aquella parte de la ciencia astronómica que enseña el modo de construir los cuadrantes solares. Trataremos aquí del modo práctico, indicando solo el principio sobre que se funda. Hay tres especies de cuadrantes: 1º ecuatoriales: 2º horizontales: 3º verticales. Los primeros se construyen sobre un plano que coincide con el plano del Ecuador, y verificándose esta condicion, pueden servir para cualquiera latitud. Los segundos se construyen sobre un plano horizontal, y no pueden servir sino para aquella latitud en que se hallan. Los últimos se trazan sobre un plano fijo vertical que se halle expuesto al lado del sol. Daremos á conocer cada una de las tres especies lo más brevemente que se pueda.

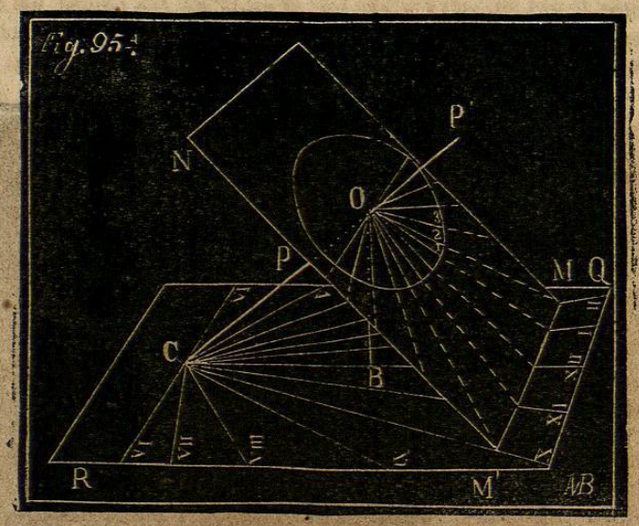
153. *Cuadrante ecuatorial.* Este cuadrante, que se construye sobre un plano paralelo al plano del Ecuador, tiene por gnómon un estilo que coincide con el eje del mundo, y por lo tanto, su vértice marcará la posicion del polo. Como por el vértice del gnómon pueden pasar todos los meridianos que se quieran, pues todos los meridianos pasan por el polo, bastará solamente proyectar sobre el plano los meridianos que distan uno de otro 15° [fig. 94]: estos meridianos proyectados sobre el plano, que vienen á ser los radios del círculo, serán las líneas horarias, pudiéndose, por lo dicho, tomar cualquiera de ellas por línea meridiana. Esta construccion se funda en el principio de que, moviéndose el círculo horario del sol uniformemente al rededor del eje del mundo, su trazo sobre el ecuador se mueve tambien uniformemente, describiendo 15° por hora. Si este cuadrante tuviera que servir para una latitud menor que 90°, seria necesario: 1º que la posicion del plano tuviera una inclinacion que formara con el plano horizontal del lugar un ángulo igual al complemento de la latitud: y 2º que deberia tener dos superficies paralelas y opuestas, en cada una de las cuales estuviera descrito un semicírculo con las líneas horarias correspondientes, pues el sol se halla seis meses sobre el ecuador, y otros seis meses debajo de él, alumbrando en cada una de estas épocas uno de los polos.



154. *Cuadrante horizontal.* El cuadrante horizontal no es más que una proyeccion del cuadrante ecuatorial sobre un plano horizontal, que forma con el plano del Ecuador un ángulo igual al complemento de la latitud del lugar. Sea MN (fig. 95) un cuadrante ecuatorial y RQ el plano horizontal. Prolónguese la recta PP′ que

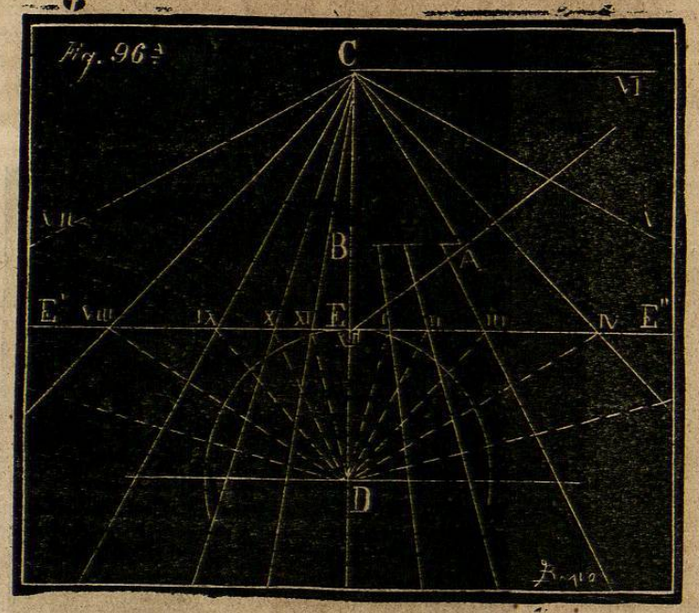
UNIVERSIDAD DE NUEVO LEON
BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
"ALFONSO REYES"
Apdo. 1625 MONTERREY, MEXICO

representa el eje del mundo, hasta que encuentre en C al plano horizontal, y las líneas O_1 O_2 O_3 hasta encontrar la interseccion del plano ecuatorial con el horizontal MM′. Uniendo los puntos XII, I, II etc. con el centro C, se tendrán en proyeccion sobre el plano ho-



rizontal las líneas horarias CXII, CI, CII etc. Esto supuesto, sea CD la línea meridiana (fig. 96) hallada segun el método arriba descrito (§ 3º): levántese el estilo AB (en la fig. 95 está representada por la recta perpendicular BO) sobre la línea meridiana perpendicularmente al plano horizontal. En el vértice de este estilo, supóngase que pasa la recta AC paralela al eje del mundo: ésta atravesará el plano horizontal en el punto C, que se llama centro del cuadrante, y formará un ángulo ACB igual á la latitud del lugar. Por el punto A se trazará un plano indefinido, perpendicular al eje del mundo AC, que representará el plano del ecuador MN de la fig. 95, y encontrará á la línea meridiana en E, cortando el plano horizontal segun la recta E″EE′ que en la fig. 95 está representada por la interseccion MM′. Sobre este plano supongamos trazado el cuadrante ecuatorial de la fig. 95, pero de modo que el círculo, cuyo centro es el vértice del gnómon sea tangente á dicha interseccion E″EE′, é imaginémonos que gira al rededor de dicha recta sin que varíe la posicion de sus intersecciones con las líneas horarias; en este caso, el centro de dicho cuadrante caerá en D; por tanto, para marcar los puntos en que las líneas horarias cortan á la equinoccial, bastará to-

mar sobre la meridiana una distancia ED = AE. Con este radio descríbase un semicírculo fEg sobre el plano horizontal, y divídase por ambos lados de 15 en 15 grados empezando por la línea meridiana. Trazando los radios por los puntos de division y prolongándolos hasta encontrar á la equinoccial E′E″, se tendrán los puntos de interseccion I, II, III etc. uniendo estos puntos con el centro C del cuadrante, se tendrán las líneas horarias por una y otra parte de la línea meridiana. A la simple inspeccion de la figura, se vé claro



que la línea de las VI viene á ser paralela á la equinoccial. Pueden tambien calcularse los ángulos que cada línea horaria, forma con la meridiana por medio de la fórmula $x = \text{tang. } h. \text{ sen. } \lambda$.

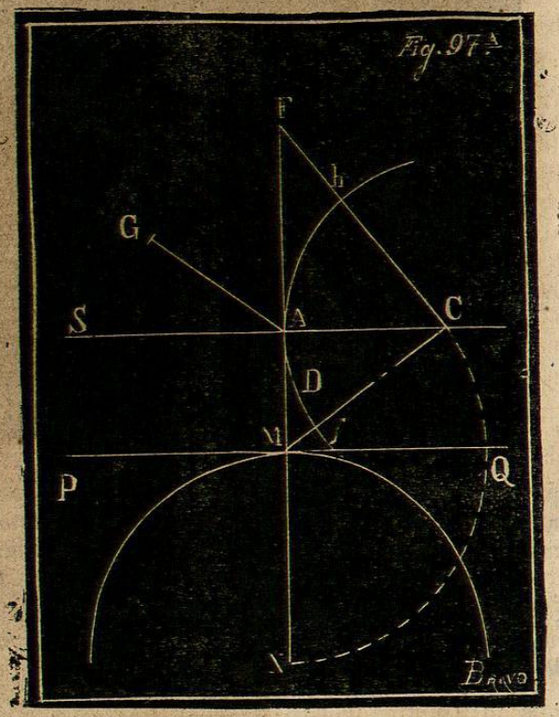
Siendo λ la latitud del lugar, se hará $h = 15° = 30° = 45°$ etc. segun las líneas que se quieren trazar, y se tendrán sucesivamente los valores de los ángulos de las líneas horarias. La posicion del centro del reloj se puede hallar por la fórmula

$$BC = \frac{AB}{\text{tg. } \lambda},$$

y la equinoccial será determinada por $EB = \frac{AB}{\cot. \lambda}$. Es preciso advertir que las horas

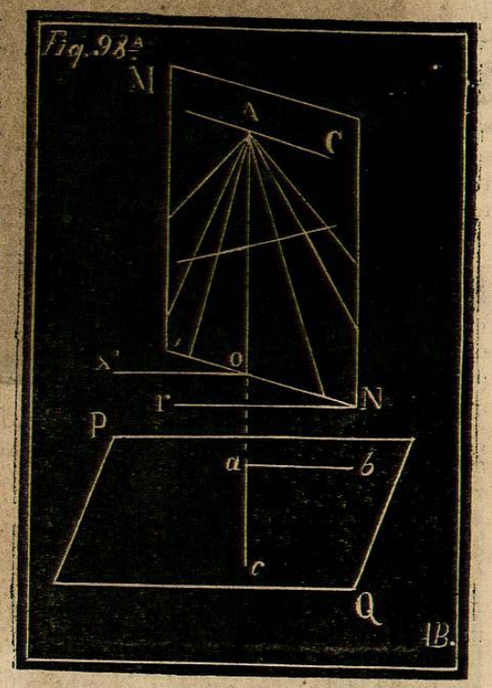
de VI á XII se hallan siempre al lado del Poniente, y las de I á VI de la tarde al lado del Oriente, es decir, al lado opuesto al lugar del sol. Un cuadrante construido para el hemisferio boreal deberia invertirse para el hemisferio austral.

155. *Cuadrante vertical.* Llámase *cuadrante vertical*, el que se construye sobre una pared, que en toda su extension sea bien paralela á la vertical, marcada por un hilo á plomo. Hay dos especies: cuadrante vertical *paralelo*, y vertical *declinante*. Llámase vertical *paralelo* el que marcando la direccion del hilo á plomo, es perpendicular al plano meridiano, ó de otro modo, el que se construye sobre un plano paralelo á otro imaginario, que sea al mismo tiempo perpendicular al plano del horizonte y al del meridiano. Será *declinante* aquel que se construye sobre un plano que, siendo perpendicular al del horizonte, forma un ángulo más ó menos obtuso con el plano del meridiano, y está vuelto más hácia un lado que á otro. Si declina al E. será *declinante oriental*, si al O. se llama *declinante occidental*. Daremos el método para construirlos, cualquiera que sea su declinacion.



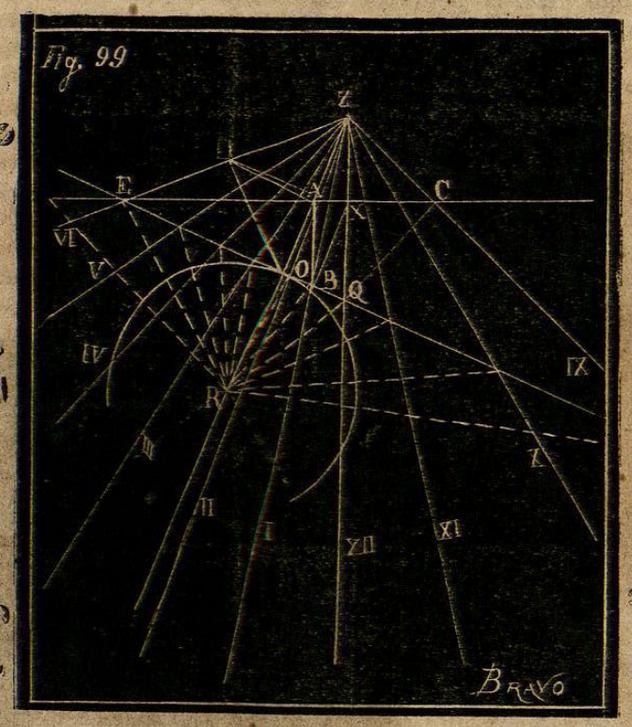
1º *Vertical paralelo.* Sea AG (fig. 97) el gnómon plantado perpendicularmente al plano vertical; por el punto A, pié del gnómon, trázese la horizontal CS, usando para esto un nivel, y por medio de un hilo á plomo, la perpendicular AM: esta será la línea meridiana, pues representa la interseccion del plano meridiano

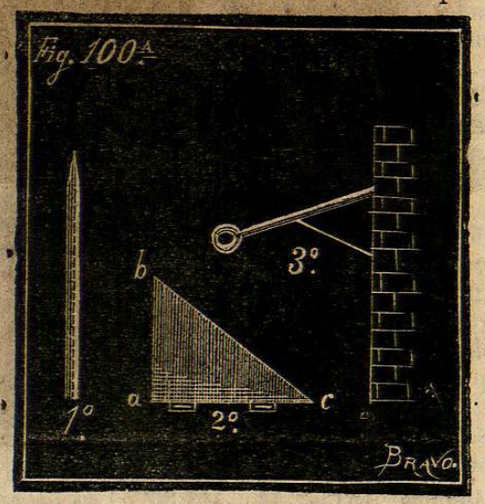
con el plano vertical perpendicular á él. Desde el punto A, sobre la recta CS que pasa por el pié del gnómon, tómese una distancia AC igual á la altura del gnómon, y desde el punto C como centro, descríbase con un radio cualquiera un arco *hDf*, en el cual se tomará en C un ángulo AC*h*, igual á la latitud del lugar. Sobre la horizontal y debajo de ella, fórmese otro ángulo ACM, igual al complemento del primero, de modo que *h*CM = 90°. Como la recta C*h* representa la direccion del eje del mundo, la recta CM representará la direccion del plano ecuatorial. Prolongadas las rectas C*h*,CM hasta encontrar la meridiana en los puntos F y M, el primero F será el centro del reloj, el segundo M indicará sobre la meridiana el punto por donde pasa la equinoccial: por lo tanto bastará trazar por dicho punto la recta indefinida PQ perpendicularmente á la línea meridiana AM. Desde el punto M tómese una distancia MC con el compás y trasládese sobre la meridiana debajo de la equinoccial PQ, describiendo el arco CQN. El punto N será el centro del círculo, que representará la proyeccion del cuadrante ecuatorial sobre el plano vertical. No habrá más que dividir dicho círculo de 15° en 15°, como se hizo en la construccion del cuadrante horizontal, y describir así mismo las líneas horarias, para tener el vertical paralelo.



2º *Vertical declinante.* En esta especie de cuadrantes, es necesario ante todo hallar la declinacion del plano. Bastará para ello encontrar la direccion de la línea meridiana en un plano horizontal, y trazando una perpendicular á dicha línea, valuar el ángulo que la direccion de la pared forma con esta línea. Así, sea MN la pared vertical: [fig. 98]: sobre el plano horizontal PQ, hállese segun el

método ordinario, la línea meridiana *ac*, por medio del gnómon *ab;* la perpendicular N*r*, ó su paralela *ox'*, hará manifiesta la declinacion de la pared, pudiéndose medir el ángulo *r*N*o* = *x'ox*. Hallada la declinacion de la pared, que facilmente se conocerá si es oriental ú occidental, sea A [fig. 99] el pié del gnómon: trazada por este pié



con el nivel la horizontal AC, tómese AB, igual á la altura del gnómon, perpendicularmente á la horizontal AC. En el punto B fórmese un ángulo ABX, igual á la declinacion de la pared, y hácia el lado á donde declina la pared [en la fig. se supone declinar al Oeste] trázese por el punto X, usando de nivel ó de un hilo á plomo, la perpendicular ZXII: ésta representará la interseccion del plano meridiano con el plano vertical, y por lo tanto será la línea meridiana. Tómese con el compás una distancia XB y traspórtese sobre la horizontal en C: en dicho punto fórmese un ángulo XCZ igual á la altura del polo, ó sea, á la latitud del lugar; quedará con esto determinado el centro del reloj en Z. Bájese por el punto C la recta CQ perpendicular á la recta CZ, el punto de interseccion Q con la línea meridiana, será un punto perteneciente á la línea equinoccial. Desde la extremidad B trázese así mismo la recta BE perpendicular á la BX, el punto E de interseccion con la horizontal AC, será otro punto perteneciente á la equinoccial: uniendo E con Q, tendremos representada la interseccion del plano ecuatorial con la pared declinante, y por consiguiente la línea equinoccial. Del centro Z del cuadrante trázese la recta ZA, la cual prolongada cortará á la equinoccial en el punto O. Esta línea, que en los cuadrantes horizontales, pasando por el centro del reloj y el pié del gnómon se confunde con la línea meridiana, se llama *sustilar*. En A levántese una perpendicular AD = AB, que es la altura del gnómon, y únase D con Z: la línea DZ representará la direccion del eje del mundo. Desde el punto O tómese, debajo de la equinoccial y sobre la sustilar, una cantidad OR = OD; el punto R será el centro del círculo del cuadrante ecuatorial proyectado sobre el plano de la pared declinante. Es de advertir que, para averiguar y tener una prueba de que el cuadrante está bien construido debe observarse, si las rectas DO y ZD son perpendiculares entre sí, como tambien las rectas ZO y EQ. Haciendo centro en R, descríbase el círculo SOS', únase el centro R con los puntos E y Q, y las dos rectas RE y RQ serán perpendiculares entre sí, y prolongadas, dividirán el círculo en cuatro cuadrantes: háganse las divisiones de 15° en 15°, y continúese la construccion como en los cuadrantes horizontales.

156. En los cuadrantes descritos, la extremidad de la sombra proyectada por el gnómon es la que vá marcando la hora; pero si el gnómon se construye en forma de un triángulo, cuya hipotenusa representa la direccion del eje del mundo, dicha hipotenusa marcará la hora con su sombra en toda su extension. A veces se levanta sólo una varilla de hierro que tiene en su extremidad un pequeño disco, en cuyo centro hay un orificio por donde pueden pasar los rayos solares; estos son los que marcan en este caso la hora. La [fig. 100]