5.000,000	5.000,000
2,000	200,000
4	400

una simple ojeada comparativa hará patente el sitio, importancia, causa y naturaleza del error cometido.

Supongamos el caso contrario. Se ha escrito una cantidad, por ejemplo, 23.050,025, la que es leida así: veintitres millones, quinientos mil doscientos cinco.

Se hará que el alumno escriba unas abajo de otras y en la forma ya indicada, las cantidades que va diciendo.

23.000,000
500,000
205

y que haga ascender las cifras, resultará:

23.500,205

que comparada con la escrita

23.050,025

permitirá una rectificacion.

Este análisis de las cantidades complexas en sus elementos debe ser la base de toda rectificacion de errores de esta clase.

Conocido ya el sistema de numeracion se procederá á la enseñanza de las operaciones fundamentales con signos.

Dicha enseñanza se practica actualmente así:

Se hace que el niño aprenda de memoria la regla formulada ya; y sin que nadie le dé explicacion alguna sobre la razon de ser de cada uno de los tiempos de la operacion; sin procurar que el niño se dé cuenta del por qué de lo que la regla dice, y sin hacer patentes las relaciones que ligan á cada procedimiento con el sistema de numeracion adoptado, se le obliga á que practique, acatándolos sin entenderlos, los preceptos en cuestion. Preceptos tan complexos, confiados á la memoria sin prestarle ninguno de los auxilios que el ejercicio de esta facultad demanda (véase Memoria); reglas que, para el que aprende, no se relacionan con nada conocido, y que no dependen, al parecer, de nada

de que puedan fácil y rápidamente deducirse, no pueden ménos de ser difícilmente aprendidas, imperfectamente retenidas y torpemente aplicadas. Y si al ménos esos fueran los únicos defectos de esa enseñanza memorista, todo seria cuestion de veinte repasos si no bastaban diez, y de treinta si no bastaban veinte. Pero otras y más graves son las consecuencias de esa enseñanza empírica, sobre todo si se reflexiona en que todos los ramos se enseñan de ese modo vicioso.

Para la inteligencia, un exceso de trabajo y de tiempo empleado en adquirir un conocimiento que sólo se dificulta por el modo vicioso de inculcarlo, y un retardo en el desarrollo, si es que no una degradacion, del raciocinio y de la imaginacion que permanecen inactivos años enteros. Para la moral, un estado violento y depresivo que daña notablemente al desarrollo de los instintos benévolos[1], un hastío constante que impide la atencion y perjudica á la memoria, y lo que es aún peor, un hábito de sumision á la opinion ajena que, por una parte, impide el desarrollo de la propia actividad, habituando al educando á obedecer y acatar lo que se le ordena sin inquirir el por qué, y por otra, lo expone á ser frecuente y fácilmente tiranizado primero en familia y despues en sociedad.

Una educacion concebida de un modo tan vicioso es lo más á propósito para sofocar toda tendencia hácia el progreso y toda aspiracion hácia la libertad.

Si todas y cada una de las reglas son hasta en sus menores detalles, ya una consecuencia forzosa de un sistema de numeracion, ya un artificio que facilita y hace cómodo y sencillo el manejo de los signos; si los raciocinios que median entre el sistema de numeracion que es la base y las reglas de aritmética que son la consecuencia, son del tipo deductivo en su forma más sencilla, y si las simplificaciones que indican las reglas son tan obvias que saltan á la vista de cualquiera, ¿por qué una enseñanza empírica en lugar de una enseñanza racional? ¿por qué privar al alumno de las ventajas que esta última puede pro-

1 Fácil nos seria demostrar que los estados depresivos del ánimo, los sufrimientos físicos y morales continuados, las contrariedades persistentes tienen una tendencia muy marcada á desarrollar los malos instintos. Más tarde (véase Educacion Moral) harémos de este principio una demostracion más completa. Por ahora sólo citarémos, en comprobacion de nuestro aserto, el estado de degradacion moral absoluto, ó cuando ménos relativo, que caracteriza á los enfermos habituales, á los séres deformes, á los presos, á los esclavos, etc., en oposicion con la superioridad moral característica de los hombres sanos, libres, ricos é instruidos.

porcionar para el desarrollo del raciocinio y de la imaginacion? ¿por qué hacer que la memoria trabaje sola donde el raciocinio puede ayudarla? Empeñarse en ello es absurdo, y tanto más cuanto que para conservar en la memoria una regla, y sobre todo para aplicarla cuando sea necesario y recordarla cuando se ha olvidado, es más seguro el camino de hacer que el alumno la deduzca una sola vez de lo que ya conoce, que el que la repase veinte.

Para que la enseñanza se haga, á la vez que fructuosa, rápida y agradable, debe hasta donde sea posible acercarse á este ideal:

No enseñar nunca de memoria lo que pueda deducirse fácilmente de conocimientos anteriores.

Este es precisamente el caso para las reglas de la aritmética. El método para inculcarlas debe consistir en hacer que se deduzcan de los principios del sistema de numeracion ya conocido.

Para esto debe procederse en virtud de la consideracion siguiente: *El fundamento de todas las reglas de la aritmética, es que las operaciones han de ejecutarse no de una sola vez con la totalidad de las cantidades, sino sucesivamente con los elementos que las forman.*

Este es todo el secreto, y siéndolo, la enseñanza de las reglas debe comenzarse inculcando tal principio. Para conseguirlo basta tan sólo poner en accion el instinto en cuya virtud todos tendemos á proceder así. Y ese instinto se despertará y pondrá en juego con sólo poner al niño un problema en que figuren cantidades expresadas en unidades de diversos órdenes. Las cantidades llamadas *denominados* en aritmética están llamadas á desempeñar este papel. Se propondrá, pues, al niño un problema de esta forma: tal dia compré cuatro varas, una tercia y cinco pulgadas de paño, y tal otro tres varas una tercia y cuatro pulgadas ¿cuánto he comprado de paño? Ante un problema de esa clase la mayoría de los niños discurrirá sin vacilar sumar varas con varas, tercias con tercias y pulgadas con pulgadas. Si así no fuere es facilísimo sugerir el procedimiento preguntando sucesivamente cuántas varas, tercias y pulgadas resultan compradas. Ejemplos numerosos y variados de la misma clase habituarán al niño á lo fundamental del procedimiento, á sumar entre sí y separadamente las unidades del mismo órden. Multiplicando los sumandos en cada ejemplo se sugerirá la necesidad de escribir las diversas cantidades, de agrupar las de la misma especie, y por consiguiente la de escribir éstas unas debajo de las otras separándolas del resultado con una línea horizontal, para distinguir fácilmente los sumandos de la suma. La contingencia posible y frecuente de que en alguna de las sumas parciales resulten unidades de órden superior, se aprovechará para indicar al niño la conveniencia de comenzar la suma por las unidades de órden inferior, haciendo ver que procediendo así y sólo con sumar en los grupos siguientes las unidades de órden superior que han resultado en las sumas parciales anteriores, se evita el trabajo de borrar una suma parcial ya escrita, para agregarle algo que resultó despues.

Este procedimiento es racional, rápido y sencillo. En él se recurre sin cesar, á cada nueva dificultad, al raciocinio y á la imaginacion del niño, y como los requisitos todos de la regla los infiere ó inventa él mismo ó los encuentra todos naturales, sencillos y justificados, la impresion que de ellos queda en su memoria es imborrable. Cuando todos los pasos de la regla sean practicados con aplomo y rapidez por el niño á fuerza de ejemplos, se pasa al segundo tiempo de la enseñanza. Este tiene por objeto establecer una transicion entre la suma con números denominados y la suma con números abstractos, que faltos aparentemente de denominacion podrian sorprender al niño. La transicion se hace fácilmente con ejemplos de cantidades decimales como *pesos*, *décimos* y *centavos*, que deben ser las preferidas por conocer de antemano los niños sus relaciones de valor. Con estos ejemplos se le habitúa á manejar cantidades cuyas diversas unidades tienen entre sí las mismas relaciones que las del sistema de numeracion. Despues de ejercicios suficientes se pasa el tercer tiempo que consiste en poner ejemplos con cantidades abstractas. Para facilitar la aplicacion de los preceptos ya aprendidos, es conveniente enunciar al principio las cantidades abstractas, enumerando las unidades de diversos órdenes con sus nombres. Así por ejemplo: la cantidad 527 se dictará así, cinco centenas, dos decenas y siete unidades, y de la misma manera se dictarán los demas sumandos. Procediendo así, el niño espontaneamente les aplica los mismos procedimientos anteriores, y cuando al fin se le dicten en el lenguaje usual, podrá sumarlas con toda perfeccion.

Idéntico procedimiento debe emplearse para la regla de restar.

La enseñanza de la regla de multiplicar se simplifica enormemente, y se inculca de la misma manera, partiendo de la base de que no es más que una suma de sumandos iguales en la que basta escribir uno de ellos y apuntar el número de veces que hay que sumarlo, con lo

cual se economiza el tiempo y el trabajo de escribir los demas. Esta idea se inculca fácilmente poniendo al niño ejemplos de suma con cantidades denominadas iguales, y preguntándole si cree indispensable escribir todos los sumandos sabiendo que son iguales. Claro es que no ha de reconocerlo indispensable. Para sugerirle la escritura del multiplicador bastará preguntarle qué será bueno hacer para no olvidar el número de veces que hay que sumar la cantidad. La abreviatura usual se sugiere de la misma manera, haciéndole observar cuán pesado es estar repitiendo, por ejemplo: *cinco y cinco son diez, y cinco, son quince*, etc., y cuán sencillo decir tan sólo *tres veces cinco*, ó *cinco por tres quince.*

Ya con esto podrá practicar multiplicaciones con multiplicadores de una cifra, sin más obstáculos que los que le opone su ignorancia de la tabla de multiplicar; asunto de que nos ocuparémos despues, y que puede atenuarse usando multiplicadores pequeños, y cantidades adecuadas en los multiplicandos que sirvan de ejemplos.

Para enseñar á practicar la regla cuando el multiplicador tenga dos ó más cifras, se procederá en virtud de los principios siguientes:

1º Si la multiplicacion puede practicarse sucesivamente con las cifras del multiplicador, esto depende de que el producto de una cantidad cualquiera, por decenas, centenas, etc., es diez ó cien veces mayor que el producto por unidades, y que en consecuencia, basta obtener este último y agregarle uno, dos ó más ceros segun el órden de la unidad multiplicadora para obtener el resultado.

2º El producto de una cantidad por la suma de otras, es igual á la suma de los productos parciales de la primera por cada una de las segundas.

De la consideracion simultánea de estos dos principios resulta todo el procedimiento de la regla para multiplicadores de más de una cifra. Es, pues, indispensable inculcarlos bien para que la regla sea, si posible fuere, deducida de ellas ó cuando ménos fácilmente comprendida.

Ahora bien, en la enseñanza del sistema de numeracion se ha aprendido ya, que agregando uno, dos ó más ceros á una cantidad aumenta su valor diez, cien ó más veces. El niño sabe ya, en consecuencia, multiplicar por diez, cien, mil, ó sea por una sola unidad de órden superior. Fácil es enseñarle á que multiplique por dos, tres ó más unidades de esos órdenes. En esta forma: multiplicar por veinte equivale á sumar veinte veces; ó á sumar separadamente diez veces, luego otras

diez y sumar los resultados parciales ó bien á duplicar el producto por diez; y como el producto por diez se obtiene agregando tan sólo un cero, resulta que para multiplicar por viente, ó por dos decenas basta multiplicar por dos y agregar un cero al producto. Se hará ver despues, todo con ejemplos, que para multiplicar por treinta ó tres decenas basta multiplicar por tres y agregar un cero.

Se llegará así para las decenas á la conclusion de que para multiplicar por ellas se procederá como si fueran unidades y se agregará un cero al producto para decuplicarle su valor. Para enseñarle á multiplicar por centenas, se pondrá al niño un ejemplo en esta forma:

¿Cómo haré para multiplicar tal cantidad por cinco centenas? Si al niño no se le ocurre, se le preguntará: ¿Y si fueran decenas, cuál seria la manera de hacerlo y cuál el resultado?

Obtenido éste, se seguirá preguntando poco más ó ménos en esta forma: ¿Cuánto valen las centenas comparadas con las decenas? El niño contestará, que las centenas valen diez veces más. Luego el producto de las centenas, ¿cuánto será mayor que el de las decenas? Si no contesta, se le hará que recuerde lo que pasa con los productos de las decenas comparadas con las unidades, hasta conseguir que indique que el producto de centenas será diez veces mayor que el de decenas, y que en consecuencia, para obtener el primero, basta agregar un cero al segundo, ó lo que es lo mismo, que para multiplicar por centenas se multiplicará como si se tratara de unidades y agregarán dos ceros al producto.

Lo mismo se procederá para las unidades de órden superior. Escusado es decir, que las anteriores preguntas deben hacerse siempre en concreto, aunque para abreviar las hayamos formulado en abstracto. Cada una de nuestras preguntas abstractas, debe sustituirse en la práctica por varias preguntas concretas con cantidades determinadas y sólo cuando el alumno conteste sin vacilar en concreto, debe formulársele la pregunta abstracta para suscitar una contestacion tambien abstracta que sólo entónces podrá ser formulada y comprendida.

Las dificultades de esta manera de proceder, son más bien aparentes que reales, si el niño ha comprendido bien el sistema de numeracion. Si el niño no lo ha comprendido, como pasa generalmente en el procedimiento de enseñanza actual, esta parte del procedimiento es inaplicable. Por eso el sistema de numeracion debe preocupar de preferencia al maestro.

Una vez que el alumno sepa multiplicar fácilmente con unidades aisladas de diversos órdenes, se le propondrá una multiplicacion sencilla con decenas y unidades, indicados para mayor sencillez por sus nombres, dándole tiempo para que discurra la manera de hacerlo. Si no la encuentra, se le sugerirá de la manera siguiente: Supongamos que se le ha pedido que multiplique 25 por una decena y dos unidades. Se le dirá por ejemplo, que: convertida esa multiplicacion en suma ¿cuántas veces hay que sumar el veinticinco?

R.—Doce veces.

P.—¿A cuánto equivale ese doce en el sistema de numeracion?

R.—A una decena y dos unidades ó bien á diez más dos.

P.—¿Podria sumarse el 25 diez veces de una manera rápida y sencilla?

R.—Sí, multiplicándolo por diez ó mejor agregándole un cero.

P.—¿Ya quedó sumado diez veces ó multiplicado por diez que es lo mismo? ¿Qué falta para que quede sumado doce veces?

R.—Sumarlo dos veces más ó sea multiplicarlo por dos.

P.—¿Qué hay que hacer con esas dos sumas ó productos parciales?

R.—Sumarlos uno con otro.

P.—En consecuencia ¿para sumar veinticinco doce veces, ó lo que es lo mismo, para multiplicarlo por una decena y dos unidades que equivale á multiplicarlo por doce; cómo se hará?

R.—Se multiplicará primero por diez ó una decena y luego por dos y se sumarán los productos.

Nuevos y variados ejemplos afirmarán esta nocion y permitirán enseñar al alumno por su propia experiencia y por su raciocinio los demas detalles de forma, especialmente los relativos á la colocacion de las diversas cantidades que figuran en la operacion.

Vencida la dificultad para multiplicadores de dos cifras, no existe ya ninguna para multiplicadores de tres ó más. Como lo que ya ha practicado con las decenas lo ha hecho racional y no empíricamente y sabe bien el *por qué* y el *para qué* de todo lo anterior; como además está familiarizado con las relaciones que ligan á las unidades de diversos órdenes, casi ningun esfuerzo se necesita para que practique con las centenas lo que ya hizo con las decenas; de tal suerte que en la práctica se observa, que quien ha practicado multiplicaciones por multiplicadores de dos cifras, ó á lo más de tres, practica espontáneamente y sin nueva enseñanza, cosa que con el antiguo método no sucede, multiplicaciones con multiplicadores de cinco y más cifras.

La division debe enseñarse comenzando con ejemplos de denominados y divisores de una cifra para mayor sencillez. Se sugiere por este medio no sólo la idea de hacer la division sucesiva de las diversas unidades del dividendo, sino tambien la conveniencia de cerciorarse á cada division parcial de si las unidades del dividendo han quedado ó no totalmente distribuidas, el modo de conseguirlo, qué debe hacerse con el sobrante en caso de que lo haya y en suma, todas las eventualidades de la division entre unidades.

Todo depende de la graduacion de los ejemplos, debiendo comenzarse primero con casos en que tanto la division total como las parciales sean exactas, por ejemplo:

Dividir en tres personas la cantidad de 9 pesos 6 reales y tres tlacos. Estos problemas tienden tan solo á sugerir y afirmar la nocion del fraccionamiento del dividendo y de la escritura sucesiva de los elementos del cociente.

Despues se ponen casos en que alguna de las divisiones parciales no sea exacta, como por ejemplo:

Distribuir entre cinco pobres seis cargas y cuatro cuartillos de maíz.

Al hacer la division de las cargas, si no lo nota el alumno, se le hace observar que repartiendo seis cargas entre cinco personas, es verdad que les toca una carga á cada una, pero tambien que queda sobrando una carga.

Esto da ocasion para que aprenda: primero, que no siempre las divisiones parciales son exactas, y que en consecuencia es conveniente cerciorarse en cada division parcial si queda ó no un sobrante. Con unas cuantas preguntas bien dirigidas y fáciles de discurrir, se le obliga á decir cómo puede saberse si ese sobrante existe y á cuánto monta. De este modo aprende, en cada division parcial, á averiguar cuánto ha repartido, multiplicando lo que ha tocado á cada cual (cociente) por el número de personas ó cosas entre quienes se ha hecho el reparto, y á restar este producto del dividendo parcial para saber si hay sobrante y á cuánto monta.

Nuevos ejemplos habituarán al alumno á estas prácticas.

Como los sobrantes obtenidos tienen que ser objeto de una distribucion, segun lo debe exigir el enunciado del problema, debe exigirse al

alumno que los distribuya. Claro es que no podrá hacerlo en unidades del mismo órden que el sobrante.

Si espontáneamente no discurre reducirlo á unidades de órden inferior, uno ó dos casos prácticos le indicarán lo que debe hacer; por ejemplo: ¿Qué harias si tuvieras tan sólo un peso y quisieras repartirlo por igual á dos personas? ¿Podrias dar un peso á cada una? ¿Cuánto les darias? En cuanto conteste se compara este caso con el que se le presentó en la division, y tan luego discurra reducir el sobrante á unidades inferiores, se le indicará que ya hay unidades de esa clase en el problema, y que cómo se evitaria el hacer dos distribuciones.

De este modo aprende á agregar los sobrantes á las unidades del mismo órden, para proceder á la siguiente division parcial. Como se ve, los principales requisitos del procedimiento los adquieren, con esos ejemplos, con facilidad y rapidez.

Los ejemplos con decimales, y por último con cantidades abstractas en la forma indicada, ya acaban de darle la posesion plena de la regla de dividir con divisores de una cifra.

Para divisores de dos ó más cifras, el procedimiento varía poco, porque la regla casi no difiere. Para estos casos hay que sugerirle la conveniencia de separar en el dividendo tantas cifras como contiene el divisor, y de que para buscar el cociente parcial compare la primera cifra del dividendo con la primera del divisor, para encontrar un cociente aproximado. Siendo este un procedimiento de aproximacion al que sólo la práctica da cierta seguridad, no hay que preocuparse mucho por inculcar una idea que la experiencia sola hará fructuosa. En cuanto á la conveniencia de fraccionar el dividendo en grupos de cifras, es fácil inculcarla haciendo notar cuánto se disminuye con eso el número de restas y demas operaciones parciales. La colocacion relativa de las cantidades originales de la operacion y de las que de ella van resultando, se hará deducir de las siguientes consideraciones á que se obligará al alumno desde el principio con preguntas de esta índole:

P.—Puesto que hay que multiplicar los cocientes parciales por el divisor, ¿dónde deberán colocarse aquellos y dónde éste?

R.—Los cocientes debajo del divisor, y para evitar confusiones, separarlos con una línea horizontal.

P.—Puesto que los productos sucesivos de los cocientes por el divisor deben restarse á cada paso del dividendo y de las restas anteriores, ¿dónde será mejor irlos colocando?

R.—Debajo del dividendo y de las restas.

P.—Puesto que tanto el dividendo como el divisor deben llevar debajo varias cantidades, ¿cuál será la colocacion que deba dárseles?

R.—El uno al lado del otro, y para evitar confusiones separarlos con una vertical.

Tales son los principios á que debe sujetarse la enseñanza de las cuatro reglas fundamentales. A ellos hay que ceñirse en toda la enseñanza de la aritmética. La enseñanza de las tablas de sumar, restar, etc., tan necesarias en la práctica, ha de ser tan sólo el resultado de las prácticas anteriores. En la enseñanza objetiva y en la otra, tendrá el niño suficiente oportunidad de aprenderlas, sin necesidad de estudio especial; basta tan sólo dejarlo que por sí mismo busque los resultados que habian de inculcarle las tablas, valiéndose para ello de los dedos, de objetos ó de artificios cualesquiera.

La Lengua materna y la Gramática.

El conocimiento de la lengua materna es, á no dudarlo, uno de los más importantes y de los que deben darse á todos.

Hablar y escribir con facilidad y correccion, por lo ménos, y aun con elegancia, es uno de los recursos que pueden ser más útiles en la vida; privar de ellos al hombre, es un género de mutilacion tanto ó más perjudicial que otro cualquiera.

El lenguaje es un maravilloso instrumento de comunicacion y una condicion indispensable de existencia y de éxito en sociedad. Saber expresar las ideas con claridad y exactitud, disponer de cierto grado de elocuencia persuasiva, poder con la palabra suscitar en los demas ideas y convicciones, equivale á contar con el asentimiento y el concurso de nuestros semejantes en todos nuestros proyectos, ó por lo ménos es contar con la ajena benevolencia. No basta estar en la razon para contar con la cooperacion de los demas, aun de los imparciales, en nuestras empresas. Para vencer resistencias y allegarse alianzas, el auxilio de la palabra hablada ó escrita es indispensable y poderosísimo. Si así no fuera, no existiria la oratoria. Y tan es general y profunda la conviccion del inmenso poder civilizador y progresista de la palabra, que todos los pueblos cultos sancionan y amplian á cada paso el principio de la libertad de expresion del pensamiento. La palabra, y especialmente la oratoria y la literatura en general, pueden ponerse al servicio

porcionar para el desarrollo del raciocinio y de la imaginacion? ¿por qué hacer que la memoria trabaje sola donde el raciocinio puede ayudarla? Empeñarse en ello es absurdo, y tanto más cuanto que para conservar en la memoria una regla, y sobre todo para aplicarla cuando sea necesario y recordarla cuando se ha olvidado, es más seguro el camino de hacer que el alumno la deduzca una sola vez de lo que ya conoce, que el que la repase veinte.

Para que la enseñanza se haga, á la vez que fructuosa, rápida y agradable, debe hasta donde sea posible acercarse á este ideal:

No enseñar nunca de memoria lo que pueda deducirse fácilmente de conocimientos anteriores.

Este es precisamente el caso para las reglas de la aritmética. El método para inculcarlas debe consistir en hacer que se deduzcan de los principios del sistema de numeracion ya conocido.

Para esto debe procederse en virtud de la consideracion siguiente: *El fundamento de todas las reglas de la aritmética, es que las operaciones han de ejecutarse no de una sola vez con la totalidad de las cantidades, sino sucesivamente con los elementos que las forman.*

Este es todo el secreto, y siéndolo, la enseñanza de las reglas debe comenzarse inculcando tal principio. Para conseguirlo basta tan sólo poner en accion el instinto en cuya virtud todos tendemos á proceder así. Y ese instinto se despertará y pondrá en juego con sólo poner al niño un problema en que figuren cantidades expresadas en unidades de diversos órdenes. Las cantidades llamadas *denominados* en aritmética están llamadas á desempeñar este papel. Se propondrá, pues, al niño un problema de esta forma: tal dia compré cuatro varas, una tercia y cinco pulgadas de paño, y tal otro tres varas una tercia y cuatro pulgadas ¿cuánto he comprado de paño? Ante un problema de esa clase la mayoría de los niños discurrirá sin vacilar sumar varas con varas, tercias con tercias y pulgadas con pulgadas. Si así no fuere es facilísimo sugerir el procedimiento preguntando sucesivamente cuántas varas, tercias y pulgadas resultan compradas. Ejemplos numerosos y variados de la misma clase habituarán al niño á lo fundamental del procedimiento, á sumar entre sí y separadamente las unidades del mismo órden. Multiplicando los sumandos en cada ejemplo se sugerirá la necesidad de escribir las diversas cantidades, de agrupar las de la misma especie, y por consiguiente la de escribir éstas unas debajo de las otras separándolas del resultado con una línea horizontal, para distinguir fácilmente los sumandos de la suma. La contingencia posible y frecuente de que en alguna de las sumas parciales resulten unidades de órden superior, se aprovechará para indicar al niño la conveniencia de comenzar la suma por las unidades de órden inferior, haciendo ver que procediendo así y sólo con sumar en los grupos siguientes las unidades de órden superior que han resultado en las sumas parciales anteriores, se evita el trabajo de borrar una suma parcial ya escrita, para agregarle algo que resultó despues.

Este procedimiento es racional, rápido y sencillo. En él se recurre sin cesar, á cada nueva dificultad, al raciocinio y á la imaginacion del niño, y como los requisitos todos de la regla los infiere ó inventa él mismo ó los encuentra todos naturales, sencillos y justificados, la impresion que de ellos queda en su memoria es imborrable. Cuando todos los pasos de la regla sean practicados con aplomo y rapidez por el niño á fuerza de ejemplos, se pasa al segundo tiempo de la enseñanza. Este tiene por objeto establecer una transicion entre la suma con números denominados y la suma con números abstractos, que faltos aparentemente de denominacion podrian sorprender al niño. La transicion se hace fácilmente con ejemplos de cantidades decimales como *pesos*, *décimos* y *centavos*, que deben ser las preferidas por conocer de antemano los niños sus relaciones de valor. Con estos ejemplos se le habitúa á manejar cantidades cuyas diversas unidades tienen entre sí las mismas relaciones que las del sistema de numeracion. Despues de ejercicios suficientes se pasa el tercer tiempo que consiste en poner ejemplos con cantidades abstractas. Para facilitar la aplicacion de los preceptos ya aprendidos, es conveniente enunciar al principio las cantidades abstractas, enumerando las unidades de diversos órdenes con sus nombres. Así por ejemplo: la cantidad 527 se dictará así, cinco centenas, dos decenas y siete unidades, y de la misma manera se dictarán los demas sumandos. Procediendo así, el niño espontaneamente les aplica los mismos procedimientos anteriores, y cuando al fin se le dicten en el lenguaje usual, podrá sumarlas con toda perfeccion.

Idéntico procedimiento debe emplearse para la regla de restar.

La enseñanza de la regla de multiplicar se simplifica enormemente, y se inculca de la misma manera, partiendo de la base de que no es más que una suma de sumandos iguales en la que basta escribir uno de ellos y apuntar el número de veces que hay que sumarlo, con lo

cual se economiza el tiempo y el trabajo de escribir los demas. Esta idea se inculca fácilmente poniendo al niño ejemplos de suma con cantidades denominadas iguales, y preguntándole si cree indispensable escribir todos los sumandos sabiendo que son iguales. Claro es que no ha de reconocerlo indispensable. Para sugerirle la escritura del multiplicador bastará preguntarle qué será bueno hacer para no olvidar el número de veces que hay que sumar la cantidad. La abreviatura usual se sugiere de la misma manera, haciéndole observar cuán pesado es estar repitiendo, por ejemplo: *cinco y cinco son diez, y cinco, son quince*, etc., y cuán sencillo decir tan sólo *tres veces cinco*, ó *cinco por tres quince.*

Ya con esto podrá practicar multiplicaciones con multiplicadores de una cifra, sin más obstáculos que los que le opone su ignorancia de la tabla de multiplicar; asunto de que nos ocuparémos despues, y que puede atenuarse usando multiplicadores pequeños, y cantidades adecuadas en los multiplicandos que sirvan de ejemplos.

Para enseñar á practicar la regla cuando el multiplicador tenga dos ó más cifras, se procederá en virtud de los principios siguientes:

1º Si la multiplicacion puede practicarse sucesivamente con las cifras del multiplicador, esto depende de que el producto de una cantidad cualquiera, por decenas, centenas, etc., es diez ó cien veces mayor que el producto por unidades, y que en consecuencia, basta obtener este último y agregarle uno, dos ó más ceros segun el órden de la unidad multiplicadora para obtener el resultado.

2º El producto de una cantidad por la suma de otras, es igual á la suma de los productos parciales de la primera por cada una de las segundas.

De la consideracion simultánea de estos dos principios resulta todo el procedimiento de la regla para multiplicadores de más de una cifra. Es, pues, indispensable inculcarlos bien para que la regla sea, si posible fuere, deducida de ellas ó cuando ménos fácilmente comprendida.

Ahora bien, en la enseñanza del sistema de numeracion se ha aprendido ya, que agregando uno, dos ó más ceros á una cantidad aumenta su valor diez, cien ó más veces. El niño sabe ya, en consecuencia, multiplicar por diez, cien, mil, ó sea por una sola unidad de órden superior. Fácil es enseñarle á que multiplique por dos, tres ó más unidades de esos órdenes. En esta forma: multiplicar por veinte equivale á sumar veinte veces; ó á sumar separadamente diez veces, luego otras

diez y sumar los resultados parciales ó bien á duplicar el producto por diez; y como el producto por diez se obtiene agregando tan sólo un cero, resulta que para multiplicar por viente, ó por dos decenas basta multiplicar por dos y agregar un cero al producto. Se hará ver despues, todo con ejemplos, que para multiplicar por treinta ó tres decenas basta multiplicar por tres y agregar un cero.

Se llegará así para las decenas á la conclusion de que para multiplicar por ellas se procederá como si fueran unidades y se agregará un cero al producto para decuplicarle su valor. Para enseñarle á multiplicar por centenas, se pondrá al niño un ejemplo en esta forma:

¿Cómo haré para multiplicar tal cantidad por cinco centenas? Si al niño no se le ocurre, se le preguntará: ¿Y si fueran decenas, cuál seria la manera de hacerlo y cuál el resultado?

Obtenido éste, se seguirá preguntando poco más ó ménos en esta forma: ¿Cuánto valen las centenas comparadas con las decenas? El niño contestará, que las centenas valen diez veces más. Luego el producto de las centenas, ¿cuánto será mayor que el de las decenas? Si no contesta, se le hará que recuerde lo que pasa con los productos de las decenas comparadas con las unidades, hasta conseguir que indique que el producto de centenas será diez veces mayor que el de decenas, y que en consecuencia, para obtener el primero, basta agregar un cero al segundo, ó lo que es lo mismo, que para multiplicar por centenas se multiplicará como si se tratara de unidades y agregarán dos ceros al producto.

Lo mismo se procederá para las unidades de órden superior. Escusado es decir, que las anteriores preguntas deben hacerse siempre en concreto, aunque para abreviar las hayamos formulado en abstracto. Cada una de nuestras preguntas abstractas, debe sustituirse en la práctica por varias preguntas concretas con cantidades determinadas y sólo cuando el alumno conteste sin vacilar en concreto, debe formulársele la pregunta abstracta para suscitar una contestacion tambien abstracta que sólo entónces podrá ser formulada y comprendida.

Las dificultades de esta manera de proceder, son más bien aparentes que reales, si el niño ha comprendido bien el sistema de numeracion. Si el niño no lo ha comprendido, como pasa generalmente en el procedimiento de enseñanza actual, esta parte del procedimiento es inaplicable. Por eso el sistema de numeracion debe preocupar de preferencia al maestro.

Una vez que el alumno sepa multiplicar fácilmente con unidades aisladas de diversos órdenes, se le propondrá una multiplicacion sencilla con decenas y unidades, indicados para mayor sencillez por sus nombres, dándole tiempo para que discurra la manera de hacerlo. Si no la encuentra, se le sugerirá de la manera siguiente: Supongamos que se le ha pedido que multiplique 25 por una decena y dos unidades. Se le dirá por ejemplo, que: convertida esa multiplicacion en suma ¿cuántas veces hay que sumar el veinticinco?

R.—Doce veces.

P.—¿A cuánto equivale ese doce en el sistema de numeracion?

R.—A una decena y dos unidades ó bien á diez más dos.

P.—¿Podria sumarse el 25 diez veces de una manera rápida y sencilla?

R.—Sí, multiplicándolo por diez ó mejor agregándole un cero.

P.—¿Ya quedó sumado diez veces ó multiplicado por diez que es lo mismo? ¿Qué falta para que quede sumado doce veces?

R.—Sumarlo dos veces más ó sea multiplicarlo por dos.

P.—¿Qué hay que hacer con esas dos sumas ó productos parciales?

R.—Sumarlos uno con otro.

P.—En consecuencia ¿para sumar veinticinco doce veces, ó lo que es lo mismo, para multiplicarlo por una decena y dos unidades que equivale á multiplicarlo por doce; cómo se hará?

R.—Se multiplicará primero por diez ó una decena y luego por dos y se sumarán los productos.

Nuevos y variados ejemplos afirmarán esta nocion y permitirán enseñar al alumno por su propia experiencia y por su raciocinio los demas detalles de forma, especialmente los relativos á la colocacion de las diversas cantidades que figuran en la operacion.

Vencida la dificultad para multiplicadores de dos cifras, no existe ya ninguna para multiplicadores de tres ó más. Como lo que ya ha practicado con las decenas lo ha hecho racional y no empíricamente y sabe bien el *por qué* y el *para qué* de todo lo anterior; como además está familiarizado con las relaciones que ligan á las unidades de diversos órdenes, casi ningun esfuerzo se necesita para que practique con las centenas lo que ya hizo con las decenas; de tal suerte que en la práctica se observa, que quien ha practicado multiplicaciones por multiplicadores de dos cifras, ó á lo más de tres, practica espontáneamente y sin nueva enseñanza, cosa que con el antiguo método no sucede, multiplicaciones con multiplicadores de cinco y más cifras.

La division debe enseñarse comenzando con ejemplos de denominados y divisores de una cifra para mayor sencillez. Se sugiere por este medio no sólo la idea de hacer la division sucesiva de las diversas unidades del dividendo, sino tambien la conveniencia de cerciorarse á cada division parcial de si las unidades del dividendo han quedado ó no totalmente distribuidas, el modo de conseguirlo, qué debe hacerse con el sobrante en caso de que lo haya y en suma, todas las eventualidades de la division entre unidades.

Todo depende de la graduacion de los ejemplos, debiendo comenzarse primero con casos en que tanto la division total como las parciales sean exactas, por ejemplo:

Dividir en tres personas la cantidad de 9 pesos 6 reales y tres tlacos. Estos problemas tienden tan solo á sugerir y afirmar la nocion del fraccionamiento del dividendo y de la escritura sucesiva de los elementos del cociente.

Despues se ponen casos en que alguna de las divisiones parciales no sea exacta, como por ejemplo:

Distribuir entre cinco pobres seis cargas y cuatro cuartillos de maíz.

Al hacer la division de las cargas, si no lo nota el alumno, se le hace observar que repartiendo seis cargas entre cinco personas, es verdad que les toca una carga á cada una, pero tambien que queda sobrando una carga.

Esto da ocasion para que aprenda: primero, que no siempre las divisiones parciales son exactas, y que en consecuencia es conveniente cerciorarse en cada division parcial si queda ó no un sobrante. Con unas cuantas preguntas bien dirigidas y fáciles de discurrir, se le obliga á decir cómo puede saberse si ese sobrante existe y á cuánto monta. De este modo aprende, en cada division parcial, á averiguar cuánto ha repartido, multiplicando lo que ha tocado á cada cual (cociente) por el número de personas ó cosas entre quienes se ha hecho el reparto, y á restar este producto del dividendo parcial para saber si hay sobrante y á cuánto monta.

Nuevos ejemplos habituarán al alumno á estas prácticas.

Como los sobrantes obtenidos tienen que ser objeto de una distribucion, segun lo debe exigir el enunciado del problema, debe exigirse al

alumno que los distribuya. Claro es que no podrá hacerlo en unidades del mismo órden que el sobrante.

Si espontáneamente no discurre reducirlo á unidades de órden inferior, uno ó dos casos prácticos le indicarán lo que debe hacer; por ejemplo: ¿Qué harias si tuvieras tan sólo un peso y quisieras repartirlo por igual á dos personas? ¿Podrias dar un peso á cada una? ¿Cuánto les darias? En cuanto conteste se compara este caso con el que se le presentó en la division, y tan luego discurra reducir el sobrante á unidades inferiores, se le indicará que ya hay unidades de esa clase en el problema, y que cómo se evitaria el hacer dos distribuciones.

De este modo aprende á agregar los sobrantes á las unidades del mismo órden, para proceder á la siguiente division parcial. Como se ve, los principales requisitos del procedimiento los adquieren, con esos ejemplos, con facilidad y rapidez.

Los ejemplos con decimales, y por último con cantidades abstractas en la forma indicada, ya acaban de darle la posesion plena de la regla de dividir con divisores de una cifra.

Para divisores de dos ó más cifras, el procedimiento varía poco, porque la regla casi no difiere. Para estos casos hay que sugerirle la conveniencia de separar en el dividendo tantas cifras como contiene el divisor, y de que para buscar el cociente parcial compare la primera cifra del dividendo con la primera del divisor, para encontrar un cociente aproximado. Siendo este un procedimiento de aproximacion al que sólo la práctica da cierta seguridad, no hay que preocuparse mucho por inculcar una idea que la experiencia sola hará fructuosa. En cuanto á la conveniencia de fraccionar el dividendo en grupos de cifras, es fácil inculcarla haciendo notar cuánto se disminuye con eso el número de restas y demas operaciones parciales. La colocacion relativa de las cantidades originales de la operacion y de las que de ella van resultando, se hará deducir de las siguientes consideraciones á que se obligará al alumno desde el principio con preguntas de esta índole:

P.—Puesto que hay que multiplicar los cocientes parciales por el divisor, ¿dónde deberán colocarse aquellos y dónde éste?

R.—Los cocientes debajo del divisor, y para evitar confusiones, separarlos con una línea horizontal.

P.—Puesto que los productos sucesivos de los cocientes por el divisor deben restarse á cada paso del dividendo y de las restas anteriores, ¿dónde será mejor irlos colocando?

R.—Debajo del dividendo y de las restas.

P.—Puesto que tanto el dividendo como el divisor deben llevar debajo varias cantidades, ¿cuál será la colocacion que deba dárseles?

R.—El uno al lado del otro, y para evitar confusiones separarlos con una vertical.

Tales son los principios á que debe sujetarse la enseñanza de las cuatro reglas fundamentales. A ellos hay que ceñirse en toda la enseñanza de la aritmética. La enseñanza de las tablas de sumar, restar, etc., tan necesarias en la práctica, ha de ser tan sólo el resultado de las prácticas anteriores. En la enseñanza objetiva y en la otra, tendrá el niño suficiente oportunidad de aprenderlas, sin necesidad de estudio especial; basta tan sólo dejarlo que por sí mismo busque los resultados que habian de inculcarle las tablas, valiéndose para ello de los dedos, de objetos ó de artificios cualesquiera.

La Lengua materna y la Gramática.

El conocimiento de la lengua materna es, á no dudarlo, uno de los más importantes y de los que deben darse á todos.

Hablar y escribir con facilidad y correccion, por lo ménos, y aun con elegancia, es uno de los recursos que pueden ser más útiles en la vida; privar de ellos al hombre, es un género de mutilacion tanto ó más perjudicial que otro cualquiera.

El lenguaje es un maravilloso instrumento de comunicacion y una condicion indispensable de existencia y de éxito en sociedad. Saber expresar las ideas con claridad y exactitud, disponer de cierto grado de elocuencia persuasiva, poder con la palabra suscitar en los demas ideas y convicciones, equivale á contar con el asentimiento y el concurso de nuestros semejantes en todos nuestros proyectos, ó por lo ménos es contar con la ajena benevolencia. No basta estar en la razon para contar con la cooperacion de los demas, aun de los imparciales, en nuestras empresas. Para vencer resistencias y allegarse alianzas, el auxilio de la palabra hablada ó escrita es indispensable y poderosísimo. Si así no fuera, no existiria la oratoria. Y tan es general y profunda la conviccion del inmenso poder civilizador y progresista de la palabra, que todos los pueblos cultos sancionan y amplian á cada paso el principio de la libertad de expresion del pensamiento. La palabra, y especialmente la oratoria y la literatura en general, pueden ponerse al servicio