CUBOS DEL NÚMERO SEIS.

Arista del cubo en números	Arista del cubo con letras.	Volumen del cubo con letras.	Cuerpos geométricos que resultan.
1º En 6 partes. 1+1+1+1+1+1	$6a$	$216a^3$	216 cubos de un metro por arista.
2º En 5 partes. 1+1+1+1+2	$4a+b$	$64a^3+48a^2b+12ab^2+b^3$	125 cuerpos: 64 cubos de un metro por arista, 48 prismas de un metro cuadrado por base y dos de altura, 12 prismas de cuatro metros cuadrados por base y uno de altura, 1 cubo de dos metros de arista.
3º En 4 partes. 1+1+2+2	$2a+2b$	$8a^3+24a^2b+24ab^2+8b^3$	64 cuerpos: 8 cubos de uno por arista, 24 prismas de un metro cuadrado por dos de altura, 24 prismas de cuatro metros por base por uno de altura, 8 cubos de dos por arista.
4º En 3 partes. 1+2+3	$a+b+c$	$a^3+b^3+c^3+3ab^2+3ac^2+3a^2b+3a^2c+3bc^2+3b^2c+6abc.$	27 cuerpos: 3 cubos de uno, dos y tres metros por arista, tres prismas de cuatro metros cuadrados de base por uno de altura, 3 de nueve por uno, 3 de uno por dos, 3 de uno por tres, 3 de nueve por dos, 3 de cuatro por tres, 6 de uno por dos y por tres.
5º En 2 partes. 2+4	$b+d$	$b^3+3b^2d+3bd^2+d^3$	8 cuerpos: 2 cubos de dos y cuatro metros por arista, 3 prismas de cuatro por cuatro (1), 3 prismas de diez y seis por dos.

El 5º modo de formación del cubo, es el más aceptado de todos y se usa para los números mayores de

(1) Por una coincidencia la superficie de la base 4, coincide con la altura también 4, dando lugar á la formación de cubos, debiendo ser prismas; pero si en vez de 2+4 que da origen á dicha coincidencia se consideran como partes 5+1, el resultado sería forzosamente de 3 prismas de 25 metros cuadrados de base por 1 metro de altura.

diez, los cuales se descomponen en decenas y unidades, resultando la siguiente fórmula:

$$d^3+3\,d^2u+3\,du^2+u^3$$

decenas cúbicas, más triple producto de decenas cuadradas por unidades, más triple producto de decenas por unidades cuadradas, más unidades cúbicas.

Queda probado que todo cubo ó tercera potencia de un número es un cubo geométrico, compuesto de cuerpos cúbicos y prismáticos rectangulares.

Cuarto ejemplo. Un depósito de agua de forma cúbica tiene 2744 metros cúbicos de volumen; se desea saber ¿cuál será su profundidad?

Para resolver este problema hay que descomponer el volumen 2744 metros cúbicos en ocho cuerpos geométricos: dos cubos de tamaño diferente, tres prismas iguales que tengan como base las decenas cuadradas y como altura las unidades, y otros tres prismas, también iguales, cuyas bases sean las unidades cuadradas y como altura las decenas.

El mayor de los cubos contenidos en dicho volumen está formado por las decenas cúbicas; si fuera 1 decena ó 10 unidades, el cubo sería 1000; si fueran 2 decenas ó 20 unidades el cubo sería 8000; pero este segundo número es mayor que 2744, luego no podrán ser dos decenas la primera parte de la arista, sino una sola ó sean simplemente diez unidades. Ahora bien, el cubo de 10 es 1000, restándolo de 2744 quedan 1744 metros cúbicos, en cuya cantidad están contenidos los siete cuerpos geométricos que faltan.

Para averiguar la longitud de la arista del segundo cubo ó sea el más pequeño, representado por las unidades cúbicas, hay necesidad de observar la cifra terminal de la derecha de los cubos de los diez primeros números; se notan los siguientes hechos: el cubo de 1 termina en 1, el de 2 en 8, el de 3 en 7, el de 4 en 4, el de 5 en 5, el de 6 en 6, el de 7 en 3, el de 8 en 2, el de 9 en 9 y el de 10 en 0. No hay dos cubos que terminen en la misma cifra. Aplicando estas observaciones al número 2744 ó á la resta 1744, se notará que la cifra terminal es 4; luego la cifra que sirvió para formar el segundo cubo será necesariamente el número 4 y su volumen será de 64 metros cúbicos, que disminuidos de 1744 quedarán 1680 metros cúbicos, cuya cantidad representa los seis prismas restantes.

De estos seis prismas, tres miden 100 metros cuadrados de base por 4 metros de altura ó sean 400 metros cúbicos de volumen por cada prisma, y por los tres son 1200 metros cúbicos, que disminuidos de 1680 quedan 480 metros cúbicos de los últimos tres prismas, que miden cada uno 16 metros cuad. de base y 10 metros de altura ó sean 160 metros cúbicos de volumen, haciendo un total de 480 metros cúbicos que disminuidos de 480 no queda nada. La profundidad del estanque es, pues, de $10+4=14$ metros lineales.

El conjunto de todas las operaciones anteriores empleadas para resolver el cuarto problema, es lo que se llama la extracción de la raíz cúbica, que consiste en ir restando parcialmente del cubo, cada una de sus partidas: decenas cúbicas, triple producto de las decenas cuadradas por las unidades, triple producto de las decenas por las unidades cuadradas y unidades cúbicas.

Por ser en extremo sencillos, suprimiremos los ejemplos de los problemas combinados.

Los tipos fundamentales de problemas que se resuelven por medio de las operaciones trascendentes, son los siguientes:

1º Conocida la *longitud* del lado de un cuadrado geométrico, determinar su *superficie* por medio de las partidas del *cuadrado* ó segunda potencia.

2º Conocida la *superficie* de un cuadrado geométrico, determinar la *longitud* de uno de sus lados por medio de la extracción de la *raíz cuadrada.*

3º Problemas combinados de cuadrado y raíz cuadrada.

4º Conocida la *longitud* de la arista de un cubo geométrico, determinar su *volumen* por medio de las partidas del *cubo* ó tercera potencia.

5º Conocido el *volumen* de un cubo geométrico, determinar la *longitud* de una de sus aristas por medio de la extracción de la *raíz cúbica.*

6º Problemas combinados del cubo y raíz cúbica.

V

El estudio de la enseñanza del problema aritmético puede resumirse en los siguientes cuadros sinópticos:

PRIMER CUADRO.

Clasificación de los problemas numéricos.	Absolutos.	Sumar.
		Restar.
		Combinados.
	Proporcionales.	Multiplicar.
		Dividir.
		Combinados.
	Trascendentes.	Potencias.
		Raíces.
		Combinados.

SEGUNDO CUADRO.

- **Problemas absolutos.**
  - Sumar: Aumento de unidades.
    - Relación *directa* de lo *más* á lo *más*.
    - Relación *inversa* de lo *más* á lo *ménos*.
  - Restar: Diminución de unidades.
    - Relación *directa* de lo *menos* á lo *menos*.
    - Relación *inversa* de lo *menos* á lo *más*.
  - Sumar y restar: Combinación de aumento y diminución de unidades.
    - Relación *directa*.
    - Relación *inversa*.

TERCER CUADRO.

- **Problemas proporcionales.**
  - Multiplicar: Aumento de sumandos.
    - De la *unidad* á la *pluralidad*, relación *directa* de lo *más* á lo *más*.
    - De la *pluralidad* á la *unidad*, relación *inversa* de lo *menos* á lo *más*.
  - Dividir; Diminución de sumandos.
    - De la *pluralidad* á la *unidad*, relación *directa* de lo *menos* á lo *menos*.
    - De la *unidad* á la *pluralidad*, relación *inversa* de lo *más* á lo *menos*.
  - Multiplicar y dividir: Combinación de aumento y diminución de sumandos.
    - Relación *directa*.
    - Relación *inversa*.

CUARTO CUADRO.

- **Problemas trascendentes.**
  - Potencias: Aumento de factores.
    - *Segunda potencia:* Conocida la *longitud* del lado de un cuadrado, determinar su *superficie*.
    - *Tercera potencia:* Conocida la *longitud* de la arista de un cubo, determinar su *volumen*.
  - Raíces: Diminución de factores.
    - *Raíz cuadrada:* Conocida la *superficie* de un cuadrado, determinar la *longitud* de uno de sus lados.
    - *Raíz cúbica:* Conocido el *volumen*, determinar la *longitud* de una de sus aristas.
  - Potencias y Raíces: Combinación de aumento y diminución de factores.
    - Cuadrado y raíz cuadrada.
    - Cubo y raíz cúbica.

México, 1903.