

las cantidades numéricas, sin que se les sujete á un límite más ó menos determinado.

Tal es el objeto del presente volumen que estudia de una manera casi completa los principios esenciales en que se funda la Aritmética, tales como: nuestro sistema de numeración, las operaciones fundamentales, la divisibilidad de los números, los cálculos con enteros, quebrados, decimales y denominados, el sistema métrico decimal, la resolución de problemas por medio de la reducción á la unidad, las potencias y raíces, las ecuaciones de primero y segundo grado, y la simplificación de operaciones.

El programa está completo y totalmente desarrollado para su enseñanza en las Escuelas *elementales* primarias. Las nociones que faltan son del dominio de las Escuelas primarias *superiores* y están tratadas en otro volumen.

¡Ojalá y el inteligente profesorado de la República logre obtener con mis libros de Matemáticas tantos frutos como yo he cosechado al ensayarlos en la Escuela Normal de México, pues entonces se convencerá de que la enseñanza de la ciencia numérica exigía desde hace tiempo una importante reforma metodológica tan necesaria como trascendental! La reforma está realizada y tocóme la fortuna de ser su iniciador; si los maestros la interpretan debidamente, tengo la más halagadora esperanza de que llevándola á la práctica prestarán con ella un valioso contingente á la juventud mexicana.

México, 1899.

#### SISTEMA MÉTRICO DECIMAL.

Mucho se ha escrito sobre "Sistema Métrico," y llama la atención que en tantas y tan buenas obras publi-

cadas sobre dicha materia, no se hayan preocupado los autores de emplear en la exposición de su doctrina algún procedimiento pedagógico moderno.

Algunos de los libros expresados son demasiado lacónicos y otros demasiado extensos; los primeros incurrían en omisiones de importancia y los segundos se hacen hasta difusos. Limitarse á tratar lo que es en sí la materia, sin omitir nada substancial ni agregar nada inútil, ha sido mi objeto al publicar este libro, que he resumido en cinco capítulos perfectamente relacionados: el primero trata del sistema moderno, el segundo del sistema antiguo, el tercero del sistema comparado, el cuarto del sistema internacional, y el quinto de las principales aplicaciones geométricas. Todo esto desarrollado con entera sujeción á las leyes vigentes sobre la materia, y á los principios de la Pedagogía moderna.

Esta obrita, lo mismo que todas mis producciones anteriores, ha sido elaborada en la Escuela; es un nuevo fruto de mi personal y larguísima experiencia; y con dicha obra, inédita aún, he enseñado á la mayor parte de mis numerosos discípulos.

México, 1899.

#### ARITMÉTICA SUPERIOR.

El presente volumen es el último de la serie de libros de Aritmética destinados á la enseñanza primaria. Su programa es extenso, detallado, completo; abarca todo cuanto debe saber en materia de cálculo numérico el alumno de las "Escuelas Primarias Superiores," para poder resolver con extremada facilidad toda clase de problemas de los muchos que en la vida práctica se presentan; ó bien para tener una prepara-

ción racional y científica que sirva de sólida base á estudios superiores en la difícil é importante rama de las ciencias matemáticas.

Los alumnos de la Escuelas Primarias Superiores, lo mismo que los profesores encargados de su enseñanza, encontrarán en este libro el resumen completo de todos los conocimientos aritméticos adquiridos en años anteriores, y además otros nuevos relativos al sistema comparado é internacional de pesas y medidas; á la teoría de las razones y proporciones; á las progresiones y logaritmos, y á las nociones geométricas y algebraicas que conforme á la ley corresponde aprender á dichos alumnos.

A pesar de la excesiva cantidad de materias que abarca esta obra, notará el lector bastante laconismo en la exposición; pero sin suprimir nada, ni obscurecer la doctrina, ni faltar en lo más mínimo al rigor dialéctico que exige esta ciencia en todas y cada una de las verdades que la constituyen, tanto de carácter teórico como práctico; tanto de carácter artístico como científico.

La gran aceptación que han tenido en toda la República mis anteriores libros de Aritmética me tiene gratamente satisfecho, y estoy casi seguro que este nuevo trabajo tendrá que ser acogido de la misma manera, porque sigue idéntico plan que los otros y porque es además el resumen sintético de todos ellos.

Tal es mi deseo vehemente; si logro realizarlo, no ambicionaré mayor recompensa; pero si no lo realizare, esperaré con ansia las indicaciones de mis colegas en el Profesorado, y con gusto las tomaré en cuenta al reformar las ediciones posteriores.

México, 1900.

OPINIONES SOBRE EL "CURSO INFANTIL DE MATEMÁTICAS."

*Opinion del Sr. Lic. R. Manterola, Profesor de Pedagogía de la Escuela Normal de Profesores.*

*El primer año de Aritmética por el Sr. Julio S. Hernández.*—En una de las sesiones dominicales de la Sociedad de Estudios Pedagógicos "Carlos A. Carrillo," el subscripto tuvo la honra de exponer un breve juicio sobre la obra con cuyo título encabezamos estas líneas. Una nueva aunque rápida revisión del libro, nos ha confirmado en la justicia con que formamos de él favorable opinión, que vamos á repetir con la concisión posible.

El carácter distintivo principal de la nueva obra, es tal vez el de estar ajustada al sistema cíclico, sistema que felizmente empieza á abrirse camino en Francia y aun en México.

Como, no obstante su importancia, este sistema no ha obtenido carta de naturaleza en la Pedagogía, ni conocemos obra alguna sobre este arte científico que lo analice y explique de una manera conveniente, nos es preciso dar aquí una brevísima idea sobre su objeto y caracteres, pues un número considerable de personas, aun de las dedicadas á la enseñanza, no lo conocen ó lo conocen imperfectamente.

Consiste, en esencia, en adaptar sistemáticamente el método analítico á la totalidad y, en lo posible, á cada una de las materias que abraza el programa de enseñanza, en términos de que la instrucción que en cada año se adquiriera, así en el conjunto, como en las diversas partes, no venga á ser otra cosa que la ampliación, cada vez más detallada y explicada, de la que se adquirió en el ciclo anterior. Así, este sistema vendría á ser en cada año, respecto del pasado, lo que en Geografía, por ejemplo, son las cartas generales de las partes del mundo, respecto del mapamundi ó planisferio que las comprende todas; lo que las cartas particulares serían respecto de las generales, y así sucesivamente hasta llegar, si se quiere y se puede, á las topográficas. Salta á la vista la utilidad de presentar al alumno á un golpe de vista toda la materia que debe aprender, y de ir aumentando por grados los pormenores y explicaciones particulares, á medida que se necesitan y que crecen la inteligencia, el hábito de observación y la curiosidad del educando. De hecho ese es el procedimiento que siguen los hombres en la adquisición de los conocimientos y el

más natural á las tendencias y facultades del hombre, como lo muestra la experiencia diaria, pues es muy rara la persona que comienza á examinar los detalles de una cosa antes de haberla visto en su conjunto. Sólo así se puede saber la relación que liga á cada parte con el todo. Por otra parte, es bien sabido que el análisis es más fácil que la síntesis, y que en la práctica un conocimiento general es más útil que alguno sobre determinados pormenores, si no se conocen sus relaciones con el todo de que forma parte.

En Francia el sistema cíclico ha sido introducido de hecho por los autores de diversos libros de texto, entre los que citaremos especialmente á Foncin en sus libros para la enseñanza de la Geografía, dividida en cuatro cursos ó ciclos, y á Lavissee, en los que consagró á la Historia Nacional, dividido de una manera análoga. La Historia Patria del Sr. Lic. Justo Sierra, aunque basada en cuanto á la forma en la de Lavissee, no sigue el sistema cíclico, porque los dos años que abraza están arreglados á la ley de instrucción obligatoria, y esta cortó arbitrariamente la enseñanza de la Historia en dos partes, comprendiendo la primera la Historia antigua hasta la Independencia y desde ésta hasta nuestra época, la última.

La gran dificultad del sistema cíclico consiste en encontrar para cada materia la síntesis del primer ciclo que debe servir de base á los demás. El autor de este artículo, como Regidor encargado de las Escuelas Municipales de Tacubaya, introdujo allí el sistema cíclico desde el año de 1887, y escribió por vía de ensayo una obrita que abarca el primer ciclo para la enseñanza de Geometría, Geografía, Historia Patria, Nociones Cívicas y Científicas, y, aunque el ensayo es seguramente imperfecto, ha producido ya algunos resultados ventajosos en la práctica de nueve años.

Ahora, el hábil y laborioso Profesor Normalista Sr. Julio S. Hernández, ya ventajosamente conocido por la publicación de su importante "Geometría intuitiva" y de otras varias obras de texto y pedagógicas, acaba de aplicar el sistema cíclico al "Primer año de Aritmética," de una manera completa y magistral, como procuraremos demostrarlo en el curso de este artículo.

La base adoptada en este libro, tiene la ventaja de estar acorde con la ley vigente, que exige para el primer año el conocimiento de las operaciones con los veinte primeros números. Generalmen-

te los Profesores han creído cumplir, y de hecho han cumplido con la ley, limitándose á enseñar las operaciones con enteros en el primer año; pero el Sr. Hernández, al adoptar el sistema cíclico, tuvo que tratar y trató con habilidad notoria, no sólo de las operaciones con enteros, sino con fracciones, dando además nociones oportunas dentro del estrechísimo límite numérico que se había fijado, sobre las potencias y raíces, sobre los sistemas métricos antiguo y moderno y aun sobre las ecuaciones. Esto último constituye una felicísima innovación, en nuestro concepto, tratándose de un libro de aritmética, y con mayor razón de una obrita que sólo comprende los principios de esta ciencia; pero hemos calificado de feliz el pensamiento, y procuraremos justificar nuestro aserto. En realidad, la aritmética no se propone otra cosa, sobre todo desde el punto de vista de la educación moderna, que exponer los principios necesarios para formular y resolver problemas numéricos, y es indudable que con los datos é incógnita del problema, por sencillo que sea, se puede dar á éste la forma de una ecuación, lo que constituye el primer paso, tal vez el más difícil para los niños: el de formular ó plantear la cuestión. Para llegar á ese resultado, es indispensable que el que plantea conozca la naturaleza de las operaciones que hay que efectuar, es decir, las relaciones entre la pregunta y los supuestos, ó sea entre los datos y la incógnita. Como el principal objeto de la enseñanza de la aritmética en nuestros tiempos, es el ejercicio de la inteligencia aplicado á cuestiones de un orden práctico en que interviene la cantidad, se exige con razón que los ejercicios aritméticos no se presenten, como en otra época, en una forma abstracta, sino siempre como problemas por resolver. Ahora bien, el conocimiento de las reglas más sencillas de las ecuaciones, aplicándose hasta á las operaciones más elementales de la aritmética, tienen que dar al niño, después de un ejercicio conveniente, á la vez que la clave de los fines siempre prácticos que se propone esta ciencia, los medios para llegar á esos fines; á saber: la naturaleza de las operaciones por ejecutar y las relaciones entre las diversas cantidades, condición necesaria para plantear y resolver la cuestión.

Ese conocimiento tan interesante es el que se propuso comunicar el Sr. Hernández, en el capítulo de su obra que trata sobre ecuaciones, analizando sucesivamente, y á la vez con rapidez y claridad, lo que es la incógnita en la suma, en la resta, en la

multiplicación, en la división, en el cuadrado, en el cubo, en la raíz cuadrada y en la cúbica. Este paso sencillo y natural, y que rompe sin embargo desde los principios de la ciencia matemática, con la tradición y la rutina que dejaban para el Algebra el mencionar siquiera las ecuaciones, puede traer además para la primera enseñanza una ventaja práctica digna de consideración, y es la de que, familiarizados desde temprano con el manejo de las ecuaciones y el despejo de las incógnitas, pueden los alumnos resolver con suma facilidad varios problemas de interés, compañía, aligación, etc., y varios de Geometría práctica, que no resuelven actualmente sino forzando la memoria ó planteando proporciones y ejecutando otras operaciones más ó menos complicadas. Pondremos unos ejemplos: supongamos que un alumno sabe perfectamente que se encuentra el rédito que produce un capital en un tiempo dado, multiplicando ese capital por la tasa y por el tiempo, y partiendo el producto por cien; pues bien, ese mismo alumno no será capaz de resolver cuál es el capital que debe imponerse á cierta tasa y por determinado tiempo, para producir un interés señalado de antemano, ó la tasa á que se ha de imponer ó el tiempo que debe permanecer un capital para producir ese mismo ú otro interés cualquiera, si no es que se ha aprendido para cada uno de estos casos una regla particular, ó formulado diversas proporciones cambiando las relaciones entre las cantidades, ó ha adivinado, por decirlo así, lo que sólo alumnos de talento especial pueden hacer, la ley del despejo de las incógnitas en esta fórmula:

$$r = \frac{cit}{100}$$

Désele por el contrario desde temprano, el conocimiento de la ley, por supuesto en una forma concreta en los principios: hábitúesele á formular en ecuaciones los problemas que se le proponen y á despejar como incógnitas cualquiera de los datos del problema, y con esto no sólo se le habrá educado para el cálculo, sino se le habrán dado los medios para resolver diversos problemas inversos del que se le propone ó relacionados con él. Un ejemplo tomado de la Geometría hará mas patente esta verdad. Los alumnos que en la escuela elemental han avanzado algo en el estudio de esa ciencia, saben muy bien determinar la superficie de un

círculo ó la de una esfera ó el volumen de esta última aplicando las fórmulas:

$$S = \pi r^2, \quad S = 4\pi r^2,$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3};$$

pero si se pregunta cuál es el radio de tal círculo cuya superficie se les indica, ó de tal esfera dándoles su superficie ó su volumen, nada podrán decir porque no han aprendido á ejecutar una sencillísima operación de despejo del radio en las fórmulas que saben de memoria. Más de una vez hemos lamentado que no se dé en las escuelas elementales las nociones más simples sobre ecuaciones, que, á más de las ventajas indicadas, prepararían á los alumnos para el aprendizaje del Algebra. No debe, pues, extrañarse el entusiasmo que nos ha causado el ver llenado ese vacío, con tanta felicidad como facilidad, en la obrita elemental de que venimos tratando. Bastaría esa circunstancia y la del sistema cíclico, que por ella misma viene á completarse, para que consideráramos esa obra digna de toda atención. Pero aún tiene otros méritos que vamos á señalar brevemente.

Las nociones de cantidad en el espacio, en el tiempo, en el movimiento, el peso, la fuerza, etc., la cantidad en general, y la de unidad y pluralidad hasta venir á la numérica, se inculcan en una serie de párrafos del capítulo I, en la forma concreta é ilustrándolas con muchos ejemplos y viñetas muy apropiadas para los niños. En el segundo capítulo se dan ideas sobre numeración con referencia sólo á los diez primeros números, lo que los maestros pueden ampliar hasta el 20. El autor consagra á cada número varios ejemplos é ilustraciones, y llega aun á los números ordinales y romanos. Aquí debemos confesar que nos habría parecido mejor, que se dejara para un ciclo más avanzado la noción sobre números ordinales y romanos, por el temor de enredar un poco la inteligencia de los niños, y hacer más dificultosa una materia de suyo árida y difícil. Tampoco nos parecen oportunos, para dar la noción de los diez primeros números, los ejemplos tomados de sólidos y superficies geométricas como el tetraedro, el heptágono, el eneágono, etc., pues si el niño posee ya esas nociones, es indudable que es porque tiene ya también la de los números relativos, y si no las posee parece inconveniente pre-

sentarle ejemplos de lo que no conoce, mucho más cuando tiene con ello que pronunciar y retener nombres bastante dificultosos. Debemos advertir que el Sr. Hernández con su modestia acostumbrada se sirvió tomar en consideración estas objeciones, cuando las expusimos en la Sociedad Pedagógica, y aun nos ofreció cambiar los ejemplos en las ediciones sucesivas de su Aritmética.

Ninguna observación tenemos que hacer á los demás capítulos de la obra, que comprenden breves y útiles nociones sobre los sistemas de pesas y medidas antiguas y modernas, las operaciones fundamentales, el carácter y resolución de problemas simples y combinados, las fracciones comunes y decimales, etc., pues en todos ellos el autor, en nuestro concepto, hace pasar hábilmente al niño de lo concreto á lo abstracto, multiplica los ejercicios, da buenos consejos á los profesores y ajusta, en suma, su obra á los principios de la Pedagogía moderna, igualmente observada en la parte material de ella, pues la impresión es clara y correcta, el tipo de letra bastante grande en los principios, y con caracteres diversos para marcar las ideas fundamentales; las ilustraciones son bellas, oportunas y abundantes, y la forma cómoda y elegante, como las de todas las obras de texto que edita la Casa de Bouret.

Felicítamos cordialmente á nuestro querido amigo el Sr. Hernández, por su nueva obra, y al repetirle nuestro agradecimiento por las frases benévolas que nos consagra, quedamos esperando con ansia la publicación de los demás libros en que va á desarrollar el sistema cíclico con aplicación á la Aritmética.

R. MANTEROLA.

*Opinión del "Diario del Hogar."*

*El "Primer año de Aritmética" por el Sr. D. Julio S. Hernández.*—Ciérrase el año pedagógico con un libro que no por pequeño y por dedicado al curso más inferior de instrucción primaria es menos valioso que los que le han precedido. Quiero referirme á EL PRIMER AÑO DE ARITMÉTICA, libro de que es autor D. Julio S. Hernández, y que comprende los cálculos aritméticos y algebraicos que pueden hacerse del 1 al 10.

El Sr. Hernández, ardiente partidario del sistema cíclico que

está llamado á producir tan innegables ventajas en los procedimientos educativos, escogió esta forma para su nuevo libro de texto, y á fe que no pudo caminar con más tino.

Empero, á reserva de ampliar las razones que lo inclinaron á seguir el método ya mencionado, veamos lo que él expone:

"Siendo el objeto de las Matemáticas definir la cantidad considerada en sí misma y en el conjunto de sus aplicaciones, es decir, en el tiempo, en el espacio, en la fuerza ó el movimiento, es evidente que para que su enseñanza sea fructuosa deben procurarse dos cosas: la primera ha de ser sin duda la adquisición completa del conocimiento matemático, y la segunda, el mayor grado posible de cultura intelectual. Llenados estos dos fines, se tendrá después la suficiente habilidad para resolver en esta materia todos los casos de la vida práctica.

"Pero fijémonos en la evolución que se opera en nuestro espíritu al adquirir la noción *cantidad*. Al principio existe en el pensamiento de una manera vaga é indefinida, apenas nos permite apreciar que una cosa es más ó menos que otra ó acaso igual bajo algún aspecto; pero de ninguna manera estamos aptos para precisar su valor; más tarde empezamos á percibirla con alguna claridad y entonces nos la representamos bajo la forma de innumerables casos concretos á los cuales les damos un valor numérico ó convencional; por último, llegamos á conocerla precisa y exacta cuando nos elevamos por las vías de la generalización á las concepciones universales y absolutas que son el resultado definitivo de un prolongado y concienzudo trabajo de elaboración intelectual.

"Ahora bien, al publicar esta obra didáctica compuesta de varios libros de Aritmética, hemos querido seguir en su desarrollo esa evolución que juzgamos esencialmente pedagógica, porque se ajusta á las leyes del espíritu y porque se verifica además conforme al desenvolvimiento histórico de los conocimientos matemáticos en la vida científica de la humanidad. Por eso en todos nuestros libros no hay divisiones caprichosas hechas al acaso, de la misma manera que podría escribirse una obra voluminosa cualquiera y fraccionarla en tomos más ó menos iguales en tamaño ó en volumen y tan sólo ligados entre sí por una simple relación de continuidad. Nuestra obra está escrita bajo otra forma enteramente diferente; cada libro por sí solo es una obra completa, es un organismo, es un sistema, es un todo propio para un

período limitado de la vida psíquica del niño con las verdades matemáticas suficientes que está apto para conocer en él."

La obediencia á estos principios rigurosamente científicos obligaron al Sr. Hernández á dividir sus libros en cuatro secciones, correspondientes cada una á los años primero, segundo, tercero y cuarto de la instrucción primaria, ó sean cálculos del 1 al 10, del 1 al 100, del 1 al 1000 y sin límite.

Analicemos siquiera sea sucintamente la base filosófica de que ha partido el inteligente profesor normalista.

En efecto, como él dice, la noción cantidad existe al principio en nuestro espíritu de una manera vaga é indefinida, existencia que no es el resultado de una idea innata, en el sentido que preceptuaba la filosofía antigua, sino fruto del heredismo, como enseña la filosofía moderna. Las generaciones pasadas, legión innumerable que, si poco significa en la edad de la Tierra, de gran peso es en cuanto se refiere á evolución, han dejado lenta pero seguramente un yacimiento de cultura en el cerebro humano. Ahora bien, esta observación hecha sobre el espíritu del niño, la comprobamos con el examen de los métodos numéricos de las razas inferiores, que son los niños de la humanidad. Desde las hordas salvajes del Brasil, aptas sólo para llevar sus concepciones numéricas hasta 3 y cuya desnudez é ignorancia encubren las selvas de aquella región, hasta el matemático de nuestros días, que especula sobre la infinita grandeza y sobre la infinita pequeñez, hay toda una gradación sucesiva que estudiar; pero indudablemente, la misma concepción numérica hasta 3 fué precedida, allá antes del primer peldaño de la civilización, de una imposibilidad absoluta para apreciar la noción *cantidad*.

Después, á fuerza de incontable número de años, es decir, en virtud de una acumulación de experiencia, los números 1, 2 y 3 se combinan, 2 más 2, 2 más 3, 3 más 3, para significar con palabras números mayores, y aun cuando las palabras falten se cuentan con los dedos de las manos y de los pies. El método es todavía grosero, pero ya no es infantil. Corresponde á lo que pudiéramos llamar primera juventud del género humano. Y así, de experiencia en experiencia, de adelanto en adelanto, llegamos á las tribus superiores, á las que pueden contar hasta 100, 1000, etc.—á la segunda juventud para continuar la metáfora—y que son los inmediatos predecesores de nosotros que somos los adultos.

Un método, entonces, que vaya en perfecto acuerdo con el desarrollo progresivo de la noción cantidad, será eminentemente pedagógico, facilitará hasta el exceso el aprendizaje de las matemáticas y aun su dominio para aquellos que por una conformación tan especial como misteriosa son más aptos que los demás.

Pero no es esto todo. El método del Sr. Hernández obedece á otro principio que se desprende del anterior. La verdad aritmética no es una verdad necesaria; esta es una de aquellas verdades de las cuales se decía que llevan dentro de sí mismas un elemento de certidumbre que la sola experiencia no podía dar. Stuart Mill es, á este respecto, harto concluyente:

"Que dos y uno son tres, es una verdad venida por larga y constante experiencia, es decir, una verdad inductiva; y tales verdades son la base de la aritmética. Las verdades fundamentales de esta ciencia reposan todas en el testimonio de nuestros sentidos. Se demuestran en tanto que prueban á nuestros ojos y á nuestros dedos que un número dado de objetos, diez balas, por ejemplo, pueden por su separación ó por su reunión ofrecer á nuestros sentidos todas las diferentes series de números cuya suma es igual á diez. Todos los métodos perfeccionados para enseñar á los niños la Aritmética, proceden de la observación de este hecho. El que quiera obrar sobre la inteligencia de los niños, enseñarles números y no cifras, debe presentarles demostraciones que caigan bajo sus sentidos, como ya se dijo."

Procuremos inquirir si el libro del Sr. Hernández responde á esta doble exigencia que en realidad no es más que una experimentación.

Cabe desde luego suponer que si puesto que el plan educativo está subordinado á la evolución, y ya vimos, aun cuando á grandes rasgos, que el adelanto en las concepciones numéricas es consiguiente á la experiencia.

Pero lo que asentamos basados en una suposición, se corrobora con el examen del libro. Los diez capítulos de que consta son demostraciones tales como las desea el eminente pensador británico. Desde la primera línea se le habla al niño de cosas que caen bajo el dominio de sus sentidos:

"Hay calles *largas* y calles *cortas*.

"Hay calles *anchas* y calles *angostas*.

"Aquella casa está *lejos* y esta otra está *cerca*.

"Hay animales *grandes* y animales *pequeños*.