## FORMAS, ESPECIES Y PROPIEDADES DE LAS ESCALAS

**"Nihil novum sed multa ignota."**

I

### PRELIMINARES

I.—Para facilitar la inteligencia de las demostraciones en que voy á basar las generalizaciones y leyes que rijen los fenómenos musicales, conviene recordar algunos principios en que aquellas descansan, pertenecientes á la ciencia Matemática que es el cimiento de todas las ciencias físicas.

Se dice que tres números están en proporción aritmética, cuando la diferencia entre el primero y el segundo es igual con la diferencia entre el segundo y el tercero. 1, 3, y 5, están en proporción aritmética porque $3-1=2$ y $5-3=2$.

Se dice que tres números están en proporción geométrica, cuando divididos el primero por el segundo y el segundo por el tercero, se obtiene igual cociente, 2 6 y 18 están en proporción geométrica, por que $6\div2=3$ y $18\div6=3$.

Se dice que cuatro términos están en proporción aritmética, cuando la diferencia entre el primero y

el segundo es igual con la diferencia entre el tercero y el cuarto. Por ejemplo: 2, 4, 10 y 12, porque

$$4-2=2 \text{ y } 12-10=2.$$

Se dice que cuatro términos ó números están en proporción geométrica, cuando divididos el primero por el segundo y el tercero por el cuarto, se obtienen cocientes iguales. 2, 6, 1 y 3 están en esa proporción, porque $6\div2=3$ y $3\div1=3$.

Se dice que tres números están en proporción ARMONICA, cuando el primero, el tercero y las diferencias entre primero y segundo y segundo y tercero están en proporción geométrica. 2, 3 y 6 están en proporción armónica, porque 2, 6, 1 y 3 están en proporción geométrica, pues como ya vimos,

$$6\div2=3 \text{ y } 3\div1=3.$$

Se dice por último, que cuatro números están en proporción ARMONICA, cuando los dos extremos, primero y cuarto y sus diferencias respectivas con el segundo y tercero forman proporción geométrica. Por ejemplo: 9, 24, 3 y 8; porque $24\times3=72$ y $9\times8=72$ ó dividiendo:

$$\frac{24}{9}=\frac{8}{3}$$

pues reduciendo á un denominador común las fracciones se transforman de

$$\frac{24}{9} \text{ y } \frac{8}{3} \text{ en } \frac{72}{72}=\frac{72}{72}$$

y los cocientes son iguales á 1.

El medio aritmético entre dos términos se obtiene dividiendo la suma de ellos por 2, ó sea tomando la semisuma. Entre 2 y 6, el medio es 4, mitad de 8 que



suman 6 y 2. El medio ARMONICO se obtiene dividiendo el doble producto de ellos por la suma de los mismos. Entre 2 y 6 el medio ARMONICO es 3, porque $6\times2=12$, $12\times2=24$, y 24 dividido por 8 que es la suma de seis y dos, da 3.

Los medios aritmético y ARMONICO entre dos números cualesquiera, están con ellos en proporción geométrica. Vimos que entre 2 y 6 el medio aritmético es 4 y el medio ARMONICO es 3, y 2, 3, 4 y 6 están en proporción geométrica, porque

$$\frac{3}{2} \text{ es igual con } \frac{6}{4}$$

y $6\times2=12$ lo mismo que $3\times4=12$.

La proporción aritmética se marca con un punto entre los términos si son tres, y si son cuatro un punto entre el primero y segundo y el tercero y cuarto, y dos puntos entre el segundo y tercero. Así:

2. 4. 6. y 2. 4: 6. 8

La proporción geométrica se marca con doble número de puntos que la aritmética:

1: 2: 4: ó 2: 4:: 6: 12.

Cuando la diferencia ó el cociente entre los términos es la misma, [y esa relación se llama RAZON] la série de términos toma el nombre de progresión, y se marca solamente con uno ó con dos puntos entre cada término y el siguiente, segun que la Razón es aritmética ó geométrica, en esta forma:

1. 2. 3. 4. etc. ó 2: 4: 8: 16. etc,

Las fracciones que resultan de dividir metódicamente cada uno de los términos de una proporción ó

de una progresión, por el primer término, se llaman recíprocas:

$$\frac{1}{2.}\ \frac{1}{3.}\ \frac{1}{4.}\ \frac{1}{5.}$$

recíprocos de 1. 2. 3. 4. 5. etc,

$$\frac{2}{4.}\ \frac{2}{8.}\ \frac{2}{16.}\ \frac{2}{32.}$$

recíprocos de 2: 4: 8: 16: 32.

Las recíprocas de una progresión aritmética están en progresión armónica puesto que

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} :: \frac{1}{2} - \frac{1}{3} : \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

que reduciendo á un denominador nos da:

$$\frac{6}{12} : \frac{3}{12} :: \frac{2}{12} : \frac{1}{12}$$

y las cantidades variables 6, 3, 2 y 1 están en proporción geométrica, comprobación de la armónica; y

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{5} :: \frac{1}{3} - \frac{1}{4} : \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

ó reduciendo:

$$\frac{20 : 12 :: 20 - 15 : 15 - 12}{60}$$

ó bien

$$\frac{20 : 12 :: 5 : 3}{60}$$

y $20 \times 3 = 60$ y $12 \times 5 = 60$.

Las recíprocas de una proporción aritmética también están en proporción armónica, puesto que las cantidades variables en la recíproca de 4. 12. 16. 24.



$$\frac{4}{12.}\ \frac{4}{16.}\ \frac{4}{24.}$$

están en esa proporción puesto que

$$12 : 24 :: 16 - 12 : 24 - 16$$

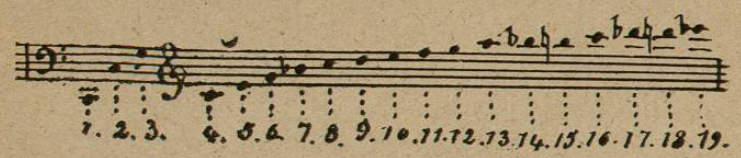
ó bien $12 : 24 :: 4 : 8.$ y $12 \times 8 = 96$, y $24 \times 4 = 96$.

2.— En Acústica y en música se llama INTERVALO á la diferencia entre dos sonidos por su entonación, y ésta depende del número de vibraciones que constituyen el sonido en la unidad de tiempo. Mas como ese número de vibraciones es siempre crecidísimo y dificil de retener en la memoria, se ha optado por apreciarlos en relacion unos de otros (como se aprecian los números en las proporciones,) tomando como unidad para esa comparación el valor de un sonido que se adopta como tipo y cuya expresión numérica es sencilla. Supongamos la UNIDAD 870 expresando el sonido fundamental; en vez de expresar las relaciones complejas entre 870 y 1740, se dividen ambas cantidades por la unidad 870, y se obtienen por cocientes: 1 y 2, cuya relación es clara y simple.

Por consiguiente todo intervalo es el cociente de una fracción, cuyo numerador representa el valor del sonido más grave y el denominador el del sonido más agudo, ambos divididos de antemano por la unidad común.

La experimentación ha demostrado por otra parte, en la Física Acústica, que todo cuerpo sonoro, después de vibrar en toda la integridad de sus dimensiones y producir el sonido fundamental, va sucesivamente vibrando en porciones más pequeñas y siempre

proporcionales, produciendo sonidos ó resonancias secundarias más débiles, y cuyo número de vibraciones, reducido á la unidad común, está en la relación progresiva de: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. etc. correspondiendo á los sonidos que llamamos DO[1] DO[2] SOL. DO[3] MI. SOL. SI♭. DO[4] RE. MI. FA. SOL. LA. SI♭. SI♮. DO[5]; en esta forma gráfica:




Esos valores simples referidos á la unidad que representa al sonido fundamental, están representados por los recíprocos de la progresión aritmética, esto es:

$$\frac{1}{2}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{5}\,\frac{1}{6}\,\frac{1}{7}\,\frac{1}{8}\,\frac{1}{9} \text{ etc,}$$

que forman una PROGRESION ARMONICA según dijimos, por lo que esos sonidos se han llamado ARMONICOS.

Para encontrar el intervalo entre cualquiera de esos sonidos y otro que no sea el fundamental, dividiremos una por otra las fracciones que los representen en dicha recíproca, puesto que esas fracciones representan el valor de cada sonido con relación á la unidad escogida para la comparación, y el cociente que resulta de dividir ambas representaciones forma el intervalo. Sean por ejemplo DO y SOL, segundo y tercer armónicos de la serie, ó bien cuarto y sexto; sus fracciones representativas en relación á la unidad serán:



$$\frac{1}{2} \text{ y } \frac{1}{3}$$

en el primer supuesto y,

$$\frac{1}{4} \text{ y } \frac{1}{6}$$

en el segundo, y dividiendo tendremos:

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \text{ y } \frac{1}{4} \div \frac{1}{6} = \frac{6}{4} \text{ y } \frac{3}{2} = \frac{6}{4} \text{ pues } \frac{3}{2} \div \frac{6}{4} = \frac{12}{12} = 1. \qquad \frac{3}{2}$$

será pues la relación constante de ambos sonidos cualquiera que sea su posición en la série de armónicos.

En el anterior procedimiento hemos comparado los dos valores ya referidos al fundamental; tomemos ahora sus relaciones inmediatas para luego referirlas al fundamental; la relación directa entre DO y SOL es de 2 á 3 ó de 4 á 6 y su intervalo

$$\frac{2}{3}$$

en el primer caso y,

$$\frac{4}{6}$$

en el segundo; divididas esas fracciones por 1, sonido fundamental, se truecan en

$$\frac{3}{2} \text{ y } \frac{6}{4}$$

fracciones idénticas á las encontradas por el otro procedimiento. Podemos pues, simplificando la operación, decir que el intervalo armónico entre dos sonidos en relación á uno mismo fundamental, está representado por la inversión de la fracción que re-

presenta el intervalo inmediato de los mismos en la série de armónicos naturales.

Concluidos estos preliminares entremos en la materia principal de este trabajo.

Las escalas actualmente reconocidas y usadas por todos los pueblos cultos de Occidente se reducen á tres: la CROMATICA, la DIATONICA MAYOR y la DIATONICA MENOR. Estudiémoslas separadamente.

## II

## ESCALA CROMATICA

Forman dicha escala sonidos que difieren uno de otro en una misma relación: la de 15 á 16 en série armónica, siendo por lo mismo el intervalo uniforme con relación al sonido fundamental:

$$\frac{16}{15}$$

Obsérvase que después de trece sonidos dispuestos en série cromática, se reproduce otra serie más aguda, pero idéntica por entonaciones á la precedente.

Mientras el intervalo no se altera, vemos que puede comenzarse en cualquier sonido de la série y rematar en cualquiera otro sin disgusto para el oido; pero tan pronto como empleamos un intervalo mayor, nos sentimos precisados á sujetar la série melódica á determinadas condiciones, so pena de provocar en el oído una sensación ingrata.

Detengámonos pues en una combinación más amplia que la de los grados inmediatos, considerando siempre como fundamental el sonido más grave y tomemos por ejemplo la série:

DO. DO♯. RE. RE♯. MI. FA. FA♯. SOL. SOL♯. LA. LA♯. SI. DO.

Desde luego, no hallamos entre la série de armónicos de la fundamental DO, el DO♯ ni el RE♯, y sí hallamos el DO, el RE el MI y el FA, como armónicos 8°, 9°, 10° y 11°.

Marcando con un asterisco los sonidos inarmónicos y los armónicos con sus números de orden, la primera mitad de la escala queda así:

| DO. | DO♯. | RE. | RE♯. | MI. | FA. |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | * | 9 | * | 10 | 11 |

Vemos pues que los sonidos armónicos del fundamental forman la progresión 8, 9, 10 y 11 y se suceden por grados alternos ó sea de dos en dos, desde DO hasta MI, que con FA está en relación de grado conjunto.

El SOL ♯ y el LA♯ tampoco los hallamos en la série de armónicos. El SOL el LA el SI y el DO, sí se encuentran en dicha série como armónicos 12° 13° 15° y 16°. La continuación de la escala queda pues como sigue:

| SOL. | SOL♯. | LA. | LA♯. | SI. | DO. |
|---|---|---|---|---|---|
| 12. | * | 13. | * | 15. | 16. |

Vemos pues que la alternativa y la progresión vuelven á presentarse entre SOL y LA y se liga con la encontrada entre FA y SOL continuando la serie de armónicos del 12 á 13; pero después la progresión se rompe quedando aislados los números 15 y 16.

Los armónicos del sonido fundamental que forman progresión en una serie cromática son en rigor seis: DO RE MI FA SOL y LA; pero como debido



á la inexacta apreciación acústica, el LA no figuró en la tabla de armónicos antes usada, lo excluiremos por lo pronto para mejor inteligencia de los fenómenos descubiertos bajo la vigencia de aquella tabla y reduciremos esos armónicos á cinco: DO RE MI FA SOL, cuyos intervalos estimados en grados cromáticos serían: 2, 2, 1, y 2.

Pero si á su vez tomamos la escala cromática que parte de Sol, en donde parece indicarse una nueva série, los armónicos equivalentes con sus intervalos serán:

| SOL. | LA. | SI. | DO. | RE. |
|---|---|---|---|---|
| 2. | 2. | 1. | 2. | |

Tenemos pues con los armónicos sucesivos de las fundamentales DO y SOL, dos grupos simétricos entre sí:

| DO. | RE. | MI. | FA | SOL. | y | SOL. | LA. | SI. | DO. | RE. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2. | 2. | 1. | 2. | | | 2. | 2. | 1. | 2. | |

ó bien, deteniéndonos en donde se detuvo el procedimiento de alternativa:

DO RE MI FA y SOL LA SI DO

Esto es: los PENTACORDIOS y TETRACORDIOS que formaron los sistemas musicales primitivos de la antigüedad, y que, combinados sistemáticamente, ya por la superposición de los PENTACORDIOS y la supresión de la nota excedente:

DO RE MI FA SOL SOL LA SI DO RE

ya por la unión de dos TETRACORDIOS:

DO RE MI FA SOL LA SI DO

produjeron el antiguo MÁXIMO SISTEMA llamado de ESPECIES de OCTAVAS.

Esos grupos de cuatro ó de cinco sonidos, que en el estado actual de conocimientos acústicos forman un grupo de sonidos armónicos, para los pueblos de la antigüedad representaron una simple combinación artística de dos clases de intervalos uno mayor que otro, y fruto de una alternativa de grados cromáticos, y ya por uno ú otro motivo se dió tanto al pequeño sistema de TETRACORDIOS y PENTACORDIOS como al máximo de OCTAVAS el nombre de DIATÓNICO; ya porque combinase de dos en dos los TONOS ó sonidos cromáticos, ya porque contuviese dos clases de intervalos.

Aunque correspondientes á diversas fundamentales, los dos grupos que formaron el sistema de octavas, su audición sucesiva no puede ser ni es ingrata al oido, por tener en el SOL un sonido común, final del primer pentacordio é inicial del segundo.

Por la combinación de tetracordios y pentacordios llegaron los griegos á construir gran número de escalas diatónicas cuya enumeración no hace al caso; bástenos saber que en cada una de ellas los intervalos menores ocupaban diversos lugares teniendo por fundamentales para cada tetracordio de los combinados una de estas tres combinaciones fundamentales de intervalos:

1. 2. 2. 2. 1. 2. y 2. 2. 1.

La última combinación formó el Modo llamado Lidio, que tomamos casualmente por ejemplo en la demostración anterior y cuya escala é intervalos repetiremos para mayor claridad.

DO RE MI FA * SOL LA SI DO
2 2 1 2 2 1



Con un * marcamos la unión de los dos tetracordios.

Por mucho tiempo la Música vino usando de varias escalas diatónicas tomadas á los griegos, pero tendiendo lentamente á uniformar la tonalidad, á medida que las formas polifónicas, basadas en la audición simultánea de los sonidos de las escalas, venía precisando las relaciones armónicas entre los grados, y reclamando que la disposición de intervalos se conformase en lo posible con el mayor número de sonidos fundamentales. De todos los antiguos MODOS ó escalas la que más obedeció á las exigencias del progreso y de la nueva tendencia fué el Lidio, que como vimos ya, encadena sin violencia dos tetracordios armónicos que tienen un sonido común, en el uno inicial y final en el otro.

Esa forma de escala concluyó por prevalecer y á á ella se redujeron todas las antes empleadas, consagrándose con el nombre de ESCALA DIATÓNICA MAYOR, para diferenciarla de otra MENOR que á su tiempo estudiaremos.

Pero estamos ya frente á la Escala Diatónica, y como las combinaciones más amplias de los grados cromáticos hemos de hallarlas en dicha ESCALA, pasemos á estudiarla más ampliamente, para no perder la hilación natural que el método exige.