alternativamente: ó para hablar con mas sencillez, le es tan esencial el componer como el descomponer, porque una serie de razonamientos no es ni puede ser sino una serie de composiciones y descomposiciones. Pertenece, pues, á la sintesis componer y descomponer, y lo mismo pertenece á la análisis. Serìa absurdo imaginar que estas dos cosas se ecscluyen, y que se podria raciocinar, evitando á su eleccion la composicion, ò descomposicion. ¿En que, pues, se diferencian estos dos mètodos? En que la anàlisis empieza siempre bien, y la sintesis siempre mal: aquella, sin afectar órden, lo tiene naturalmente, porque es el mètodo de la naturaleza: esta, que no conoce el órden natural, porque es el método inventado por los filòsofos, afecta tener mucho, para fatigar el espiritu sin iluminarlo. Ultimamente la análisis verdadera, la análisis que debe ser preferida, es aquella que empezando desde la cosa menor, manifiesta en la analogía, la formacion de la lengua, y en la formacion de la lengua los progresos de las ciencias.

CAPITULO VII.

Cuan sencillo es el razonamiento, cuando la lengua lo es.

Error de los que prefieren la sintesis á la análisis.

Aunque sea la análisis el único método, los matemáticos, siempre dispuestos á abandonarla, parece no la usan sino forzados. Dan la preferencia á la sintesis, que juzgan mas sencilla y corta, y sus escritos son por esta razon mas embarazosos y largos.

Acabamos de ver que esta sintesis nos conduce por medio opuesto al de la análisis: nos pone fuera del camino de los descubrimientos; y no obstante el gran nùmero de los matemáticos imagina que este mètodo es el mas propio para la instruccion. Tan persuadidos estàn á esto, que no quieren que se siga otro en sus libros elementales.

Clairaut pensó de otro modo. No sé si Euler y la Grange dijéron lo que pensaban en este asunto; pero han obrado como si lo hubieran dicho, pues en sus e-

lementos de algebra siguen el mètodo analitico.

El voto de estos matemáticos merece algun aprecio. Es necesario, pues, que los otros estén sumamente preocupados en favor de la sintesis, para hallarse aun persuadidos á que la anàlisis, reconocido por el método de invencion, no es el de la enseñanza, y á que hay para aprender los descubrimientos de los otros un medio preferible á aquel por quien nosotros los hariamos.

Al mismo tiempo que la análisis generalmente se ha desterrado de las matemáticas siempr que se puede hacer uso de la sintesis, parece que se le ha prohibido toda entrada en las demae ciencias, y qne solo se introducsin saberlo los mismos que las tratan. Vèase ahí la razon por que de tantas obras de filósofos antiguos, ò modernos, hay tan pocas propias para instruir Rara vez se puede conocer la verdad si la anàlisis no la manifiesta, cuando al contrario la sintesis la envuelve en una confusion de nociones vagas, opiniones y errores, y se forma una gerga, que se toma por la lengua de las artes y ciencias.

Todas las ciencias serian esactas, si se hablase en todas una lengua muy sencilla.

Por poco que se medite sobre la análisis, se reconocerá que debe ilustrar mas à proporcion que sea mas simple y precisa; y si se hace memoria de que el arte de ráciocinar se reduce á una lengua bien formada, se juzgará que la mayor sencillez y precision de la análisis no puede ser sino efecto de la mayor sencillez y precision del lenguaje. Es, pues, necesario formarnos una idea de esta sencillez y precision para acercarnos á ella en todos nuestros estudios cuanto sea posible.

Se llaman *ciencias esactas* aquellas donde se demuestra rigorosamente. ¿Por que, pues, no son esactas todas las ciencias? Y si hay algunas en las que no se demuestra rigorosamente, ¿como se demuestra en ellas? ¿Se comprehende lo que se quiere decir, cuando se suponen demostraciones que en rigor no lo son?

Una demostracion, ó no lo es, ò lo es rigorosamente; pero es menester convenir, en que si no se propone. ò esplica en la lengua en que debe esplicarse, no parecerà lo que es: por esta razon no es defecto de las ciencias, si ellas

no demuestran con rigor, es defecto de los sabios que hablan mal.

La lengua de las matemáticas, la algebra, es la mas sencilla de todas. ¿No habrá, pues, por esto demostraciones sino en las matemàticas? Y por que las otras ciencias no pueden llegar á la misma sencillez, ¿estarán condenadas á no poder ser bastante sencillas, para convencer que demuestran lo que demuestran?

La análisis es la que demuestra en todas; y demuestra rigorosamente, siempre que habla la lengua que debe hablar. Sé bien que se distinguen diferentes especies de análisis: *análisis lógica, análisis metafísica, análisis matemática*; pero no hay mas de una sola; y es la misma en todas las ciencias, porque en todas lleva de lo conocido á lo desconocido por el raciocinio, esto es, por una serie de juicios que se contienen unos en otros. Nos formarémos una idea del lenguaje que debe tener, si ensayamos resolver uno de los problemas que no se resuelven ordinariamente sino con el socorro de la algebra. Escogerèmos uno de los mas fáciles, porque lo po-

drémos comprehender mas fácilmente, y por otra parte bastará para manifestar todo el artificio del razonamiento.

Problema que lo prueba.

Teniendo algunos tantos repartidos en mis dos manos, si hago pasar uno de la mano derecha á la izquierda, tendrè tantos en una mano como en otra; y si paso uno de la izquierda á la derecha, tendré en esta el doble. Pregunto ¿cual es el número de tantos que tengo en cado una?

No se trata de adivinar este nùmero haciendo suposiciones: es menester encontrarlo raciocinando, yendo de lo conocido á lo desconocido por una serie de juicios.

Aquì hay dos condiciones dadas ò para hablar como los matemáticos, hay dos datos: el uno, que si hago pasar un tanto de la mano derecha á la izquierda, tendré igual número en cada una: el otro, que si paso un tanto de la izquierda á la derecha, tendré en esta doble número. Se vé, que si es posible encontrar el nùmero que intento buscar, no puede ser de otro modo que observando las relaciones en que están los dos

datos; y se concebirá, que estas relaciones serán mas ó mènos conocidas, segun los datos se espresen con modo mas ò mènos sencillo.

Si se dice: *el número que contiene la mano derecha, cuando se le quita un tanto, es igual al que está en la mano izquierda, cuando á esta se añade uno*, se espresaria el primer dato con muchas palabras. Dígase, pues, mas brevemente: *el número de la mano derecha disminuido en una unidad, es igual al de la izquierda aumentado con una unidad*: ó *el número de la derecha ménos una unidad es igual al de la izquierda mas una unidad*; ó en fin aun con mayor brevedad, *la derecha ménos uno, igual á la izquierda mas uno.*

Así es como de traduccion en traduccion llegamos á la espresion mas sencilla del primer dato. Conque miéntras mas se abrevie el discurso, mas se acercarán las ideas; y miéntras mas se acerquen las ideas, será mas facil comprehenderlas bajo todas sus relaciones. Nos queda, pues, que tratar del segundo dato, como hemos tratado del primero, para lo que habremos de traducirlo en la espresion mas sencilla.

Segun este segundo dato del problema, si se pasa un tanto de la izquierda á la derecha, se tendrá doble en esta. Luego el número de mi mano izquierda disminuido en una unidad, es la mitad del de mi mano derecha aumentado con una unidad; y por consecuencia se espresará el segundo dato, diciendo: *el número de la mano derecha aumentado con una unidad es igual al duplo del de la izquierda disminuido en una unidad.*

Se traducirá esta espresion en otro modo mas sencillo, si se dice: *la derecha aumentada con una unidad es igual á dos izquierdas disminuidas cada una en una unidad*; y se llegará à esta espresion, la mas sencilla, *la derecha mas uno, igual á dos izquierdas mènos dos.* Veanse aquí las espresiones en que hemos traducido estos datos.

La derecha mènos uno igual
á la izquierda mas uno.
La derecha mas uno igual á
dos izquierdas mènos dos.

Estas suertes de espresiones se llaman en las matemáticas *ecuaciones*. Están compuestas de

dos miembros iguales: *la derecha ménos uno* es el primer miembro de la primera ecuacion: *la izquierda mas uno* es el segundo.

Las cantidades desconocidas están mezcladas en cada uno de estos miembros con las cantidades conocidas. Las conocidas son *ménos uno, mas uno, ménos dos*: las desconocidas son *la derecha y la izquierda*, por quienes se espresan los dos nùmeros que se buscan.

Miéntras que las conocidas y desconocidas están así mezcladas en cada miembro de las ecuaciones, no es posible resolver un problema. Pero no es necesario un grande esfuerzo de meditacion, para notar que si hay un medio de transportar las cantidades de un miembro á otro, sin alterar la igualdad que hay entre ellos, podemos, no dejando en un miembro sino una de las dos desconocidas, separarla de las conocidas con quienes está mezclada.

Pero este medio se presenta por sí mismo; pues si la derecha menos uno es igual á la izquierda mas uno, la derecha entera serà igual á la izquierda mas dos; y si la derecha mas uno es

igual à dos izquierdas ménos dos, la derecha sola será igual á dos izquierdas mènos tres. Se substituirán, pues, á las dos primeras ecuaciones las dos siguientes.

La derecha igual á la izquierda mas dos.

La derecha igual á dos izquierdas ménos tres.

El primer miembro de estas dos ecuaciones es la misma cantidad, *la derecha*; y se vé que se conocerá esta cantidad, cuando se conozca el valor del segundo miembro de la una, ò de la otra ecuacion. Pero el segundo miembro de la primera es igual al segundo miembro de la segunda, pues son iguales uno y otro à la misma cantidad espresada por la *derecha*. Podrase por consecuencia hacer esta tercera ecuacion.

La izquierda mas dos igual à dos izquierdas mènos tres.

Entònces no queda sino una desconocida, la *izquierda*; y se conocerà su valor cuando se haya separado, esto es, cuando se hayan pasado todas las conocidas al mismo lado. Se dirá, pues:

Dos mas tres igual à dos izquierdas ménos una izquierda.

Dos mas tres igual á una izquierda.

Cinco igual á una izquierda.

Està resuelto el problema. Porque se ha descubierto que el nùmero de tantos que tengo en la mano izquierda es cinco: y en las ecuaciones *la derecha igual á la izquierda mas dos, la derecha igual á dos izquierdas ménos tres,* se encontrará que siete es el número que tengo en la mano derecha; y estos dos nùmeros cinco y siete satisfacen á las condiciones del problema.

Solucion de este problema con signos algébricos.

Se palpa en este ejemplo como la sencillez de las espresiones facilita el razonamiento; y se comprehende, que si la análisis necesita de un lenguaje semejante, cuando un problema es tan facil como el que acabamos de resolver, mucho mas necesitará de él cuando los problemas son mas complicados. Por eso la ventaja de la análisis en las matemáticas viene de que por ella se habla en estas la lengua mas sencilla. Una ligera idea

de la algebra bastará para hacerlo conprehender.

En esta lengua no hay necesidad de palabras. Se espresa *mas* por esta señal $+$, *ménos* por esta $-$, *igual* por esta $=$; y se espresan las cantidades por letras y cifras. x, por ejemplo, será el nùmero de tantos que tengo en la mano derecha, y y el que tengo en la mano izquierda. Por lo cual $x - 1 = y + 1$ significa que el nùmero de tantos que tengo en la mano derecha, disminuido en una unidad, es igual al que tengo en la mano izquierda aumentado con una unidad; y $x + 1 = 2y - 2$, significa que el nùmero de mi mano derecha, aumentado con una unidad, es igual al duplo del de mi mano izquierda disminuido en una unidad. Estan, pues, los dos datos de nuestro problema contenidos en estas dos ecuaciones:

$$x - 1 = y + 1,$$
$$x + 1 = 2y - 2,$$

que serán separando la desconocida del primer miembro,

$$x = y + 2,$$
$$x = 2y - 3.$$

De los dos últimos miembros de

estas dos ecuaciones hacemos

$$y + 2 = 2y - 3,$$

que serán sucesivamente

$$2 = 2y - y - 3,$$
$$2 + 3 = 2y - y,$$
$$2 + 3 = y,$$
$$5 = y.$$

Finalmente de $x = y + 2$ sacamos $x = 5 + 2 = 7$: y de $x = 2y - 3$ sacamos igualmente $x = 10 - 3 = 7$.

La evidencia de un razonamiento consiste únicamente en la identidad que se muestra de un juicio con otro.

Este lenguaje algébrico hace conocer de un modo sensible cuan ligados están unos con otros los juicios en un razonamiento. Se ve que el ùltimo no se contiene en el penúltimo, el penùltimo en el que le precede, y así de los demas ascendiendo, sino porque el ùltimo es identico con el penúltimo, el penùltimo con el que le precede, &c. y se reconoce que en esta identidad consiste toda la evidencia del razonamiento.

Cuando un razonamiento se explica con palabras, la evidencia consiste igualmente en la identidad de un juicio con otro. En efecto, la serie de juicios es la misma, y solo se muda la espresion. No hay, pues, mas diferencia que la de conocerse mas facilmente la identidad cuando se manifiesta con signos algèbricos, que con palabras.

Pero aunque la identidad se conozca mas, ó menos facilmente, basta que se manifieste, para asegurarse que un razonamiento es una demostracion rigorosa; y no se debe creer que las ciencias no son esactas, y que en ellas no se demuestra rigorosamente, sino cuando se habla con x, a y b. Si algunas no parecen capaces de demostracion, es porque está en uso hablarlas ántes de haber formado su lengua, y aun sin haber pensado que sea necesario formarla; pues todas tendrian la misma esactitud, si se hablasen con lenguas bien formadas: así hemos tratado la metafisica en la primera parte de esta obra. No hemos, por ejemplo, esplicado la generacion de las facultades del alma, sino porque hemos visto que estas son idènticas con la facultad de sentir; y nuestros razonamientos, formados con palabras, se demuestran tan rigorosamente como los razonamientos formados con letras.

Las ciencias poco esactas son aquellas cuyas lenguas están mal formadas.

Si hay ciencias poco esáctas, no es por no hablarse en ellas con la algebra, sino porque sus lenguas están mal formadas, porque esto no se conoce, ó por-

que si se presume, se empeoran queriéndolas mejorar. ¿Debe causar admiracion que no se sepa raciocinar, cuando la lengua de las ciencias no es mas que una gerga compuesta de muchas palabras, de las que unas son vulgares, que no tienen determinado sentido, y otras estrangeras, ó bárbaras que se comprehenden mal? Todas las ciencias serán esactas, si supiésemos hablar la lengua de cada una.

Todo confirma, pues, lo que ya hemos probado, esto es, que las lenguas son otros tantos métodos analíticos: que el razonamiento no se perfecciona, sino perfeccionándose ellas mismas; y que el arte de raciocinar, reducido à su mayor sencillez, es una lengua bien formada.

La algebra es propiamente una lengua.

No dirè con los matemáticos, que la algebra es una especie de lengua; sino digo que es una lengua verdadera, y que no puede ser otra cosa. Se ve en el problema que acabamos de resolver, que es una lengua, á la que hemos traducido el razonamiento que habíamos hecho con palabras. Con que si las letras y las palabras esplican el mismo razona-

miento, es evidente, que pues con las palabras se habla una lengua, tambien se habla otra con las letras.

Las mismas observaciones se harían sobre los problemas mas complicados; pues todas las soluciones algébricas ofrecen el mismo lenguaje; esto es, razonamientos, ó juicios sucesivamente idènticos, espresados con letras.

Pero porque el algebra es la lengua mas metòdica, y porque aclara razonamientos, que no podrian traducirse en ninguna otra, han imaginado que no es propiamente una lengua: que solo lo es en ciertos casos, y que debe ser àun alguna otra cosa mas.

La algebra es en efecto un mètodo analítico; pero no deja por esto de ser una lengua, siendo todas las lenguas mètodos analíticos; porque esto es, segunda vez, lo que son en efecto. Y así la algebra es una prueba superior de que los progresos de las ciencias dependen ùnicamente de los progresos de las lenguas; y de que las lenguas bien formadas podrían solas dar á la análisis el grado de sencillez y precision de que es capaz, segun el gènero de nuestros estudios.

Lo podrian, digo; pues en el arte de raciocinar, como en el de calcular, todo se reduce á composiciones y descomposiciones; y no se juzgue por esto que son dos artes diferentes.

CAPITULO VIII.

En que consiste todo el artificio del razonamiento.

Hay dos cosas en una cuestion, que se ha de resolver: la manifestacion de los datos, ó el estado de la cuestion; y el despejo, ó separacion de las desconocidas, ó el razonamiento.

El mètodo que hemos seguido en el capítulo precedente, se funda en esta observacion y regla: que no se puede descubrir una verdad desconocida, si no se halla envuelta entre verdades conocidas; y que por consiguiente toda cuestion que se ha de resolver supone datos, en que están mezcladas las verdades conocidas con las desconocidas, como lo estàn en efecto en los datos del problema que hemos resuelto.

Si los datos no contienen todas las verdades conocidas necesarias para descubrir la desconocida, no puede resolverse el problema. Esta consideracion es la primera que se debia hacer, y casi nunca se

hace: se raciocina, pues, mal, porque se ignora que no se tienen bastantes conocidas para raciocinar bien.

No obstante, si se reparase que cuando tenemos todas las conocidas, vamos guiados por un lenguaje claro y preciso à la solucion que se busca, sospecharìamos no tenerlas todas, cuando seguimos un lenguaje obscuro y confuso que á nada conduce. Procurarìamos hablar mejor, á fin de raciocinar mejor, y aprenderìamos cuan dependientes una de otra están estas dos cosas.

Nada es mas sencillo que el razonamiento, cuando los datos contienen todas las conocidas necesarias para el descubrimiento de la verdad: acabamos de verlo. No vale decir que la cuestion que nos hemos propuesto es fácil de resolver; porque el modo de raciocinar es uno: no se muda, ni puede mudarse, y solo se muda el objeto del razonamiento á cada nueva cuestion que se propone. Es necesario proceder de lo conocido á lo desconocido, así en las mas difíciles, como en las mas fáciles. Es, pues, menester que los datos contengan todas las conocidas necesarias á la