segundo. (1). En este caso la resta es de 56″888088226 = 0,′9481348037666&.(a). para la semirevolucion, y de 1,′8962696075333& (b) para la revolucion entera.

CAPÍTULO III.

MEDIDA DEL RADIO ECUATORIAL TERRESTRE.—PARALAJE HORIZONTAL ECUATORIAL DEL SOL.—DISTANCIAS DE ESTE ASTRO Á LA TIERRA.—REVOLUCION SIDERAL DE LA LUNA. AÑO SIDERAL.

11. Si á los dos términos de la resta que nos da la semirevolucion anomalística, y que en minutos son:

$$\begin{array}{r} 204895730563,'302817792 \ (a) \\ 29914953,'9897192549 \ (b) \\ \hline 204865815609,'3130985371 \end{array}$$

añadimos la cantidad 29,′377425408 (c) que es el duplo de las últimas once cifras de la diferencia *(b)* (9) multiplicadas por 10^8, la resta no se alterará, y se convertirá el sustraendo en 29914983,′3671446629, cuya mitad es 14957491,′68357233145. Si multiplicamos esta por la fuerza centrípeta, que es (6.) 2^{26} =67108864, el producto será:

$$1003780275173986,'6254409728$$

al que añadiendo las últimas once cifras de A (9.) partidas por 10^3 ó sea la cantidad 26605635,′584 [d], resultará:

$$1003780301779622,'2094409728 \ (e) =$$

$$d + 2^{26}\left(\frac{c+b}{2}\right) = 26605635,'584 + 67108864 \times 14,'688712704$$

$$+ 67108864 \times 14957476,'99485962745 = 26605635,584 +$$

985742823,′187808256 + 1003779289431163,′4376327168. Si del duplo de esta última cantidad que es

$$2007558578862326,'8752654336$$

quitamos las últimas cuatro decimales, y de la cantidad *(e)* las últimas siete, y tomamos la mitad de la diferencia entre

(1.) La Caille comparando sus observaciones hechas en el Cabo de Buena-Esperanza en 1751 con las de Waltherus hechas en Nuremberg en 1487 ha deducido la duracion del año anomalístico de 365d 6h 15m 46s *(La Caille, Lezons Elementaeris d' Astronomie, Quatrieme Edition, pag. 250.)*

unas y otras, tendremos:

$$\tfrac{1}{2}(0,'0004409728 - 0,'0000004336) = 0,'0002202696$$

que multiplicando por 10^{10} y luego por 2^{26} da

$$0,'0002202696 \times 10^{10} \times 2^{26} = 2202696' \times 67108864 =$$

147820426297344′ que es el exceso del eje ecuatorial aparente de la tierra sobre el verdadero visto del centro del Sol. Por lo que quitando esta cantidad de la anterior (e) aproximada hasta centésimas, tendremos:

$$\begin{array}{r} 1003780301779622,'21 \\ (d)\text{—}147820426297344 \\ \hline 855959875482278,'21 \end{array}$$

que partiendo por $2,^{26}$ aproximando tambien el cociente hasta centésimas, será:

$$\frac{855959875482278,'21}{67108864} = 12754796,'08 =$$

al verdadero eje ecuatorial de la tierra, quedando en la division la resta 1825,′09, que añadida al sustraendo, y volviendo á ejecutar las operaciones, se tiene en fin:

$$\frac{(1003780301779622,'21 \ (f) - 147820426299169,'09 \ (g)}{67108864} =$$

$$\frac{855959875480453,'12 \ (h)}{67108864} = 12754796,'08,$$

y por consiguiente el radio ecuatorial terrestre será 6377398,′04 [1] Vemos así que las medidas lineales que llamamos minutos (10) resultan ser las que se llaman *metros* en el *sistema métrico decimal.* Vengamos á la paralaje.

12. La determinacion de la paralaje verdadera del Sol, así como la de la distancia precisa de este astro á la tierra, ha presentado en todo tiempo sérias dificultades á los astrónomos hasta el punto de constituir todas ellas juntas una verdadera imposibilidad. Hiparco no podia decidir si la paralaje del Sol era insensible ó si debia suponerse nula; Ptolomeo la hacia de 2′-51″; Ebn Jounis la redujo á ménos de 2′; Riccioli le daba un valor de 29″; Cassini la hacia de 9″, 5; La Hire de 6″; Wurzelbaur de 10″; Le Monnier de 7″, 5; Ma-

[1] Bessel ha deducido de diez medidas de grado de meridiano terrestre el valor del radio ecuatorial de la tierra de 6377398m.,04. Véase Brünnow *Astronomie Spherique, Chap. VI, pag.* 487. *y Chap. III. pag.* 177.

raldi de 10″; Manfredi de 10″; Mayer de 7″; 8; La Caille encontraba 10″, 2 por Marte, 10″, 38 por la conjuncion inferior de Venus, y 9″, 94 por Arcturo; Cassini III creia que la de su abuelo, que es de 9″, 5, era la verdadera; Pingré por un gran número de comparaciones hechas entre las observaciones del pasaje de Venus en 1769 halló una paralaje de 8″, 75; Short por diferentes procedimientos halló 8″, 566; Ferrer 8″, 56; Encke 8″,57116; Du Sejour 8″,85 por el pasaje de Venus y 9″,473 por las observaciones de Marte; por algunos pasajes de Venus halló Maskelyne 8″,8; y Delambre se persuadió que el verdadero valor estaba comprendido entre 8″,5 y 8″,6. [1]

13. Entre tanto los pasajes de Venus sobre el disco del Sol, recomendados por Keplero y por Halley como el *mejor medio* de conocer la distancia á que aquel astro se encuentra de la tierra, no han dado hasta el presente los resultados que se esperaban, á pesar de no omitirse gasto ni diligencia para obtener observaciones exactas y tan autorizadas y fidedignas, que pudiesen garantir esos mismos resultados suficientemente. Ninguno habia podido aún observar completamente un pasaje de Mercurio, y en Octubre de 1677 Halley á toda satisfaccion pudo observar todas las fases de este fenómeno. De sus observaciones concluyó una paralaje de 45″, que redujo despues á 14″, y recomienda para obtener un mejor resultado se observen los pasajes de Venus en 1761 y 1769. (2)

14. En una nota sobre la paralaje del Sol, por C. André, que se inserta en la *Astronomie pratique par M. F. Brünnow* –Paris–1872, se lée á la página 475 un notable pasaje con que termina dicha nota, que traducido es como sigue: "La com-"paracicn de todos estos resultados [3] conduce á esta con-"clusion, que en el estado actual de la Astronomia, el valor

---

[1] Véase Delambre *Astron. au dix-huitiéme siécle pag. XLIII,y Brünnow Astron. Pratique pag.* 452.

[2] Delambre ibid. *pag.* 120 y 642.

[3] Los resultados que compara Mr. André en el lugar citado son:

	Parallaxe.	Poids.
Observations meridiennes de mars 1862	8″,855±0,020	25
Observations micrométriques de mars 1862	8, 842±0,040	6
Equation parallactique de la Lune.......	8, 838±0,028	16
Equation lunaire de la Terre............	8, 809±0,054	3
Passage de Venus en 1769...............	8, 860±0,040	6

"mas probable de la paralaje media ecuatorial del Sol es "8″,847 con un error probable de ±0″,013″. &. Este error probable de ± 0″,013, que envuelve todavia una diferencia de 54417 leguas en la distancia de la tierra al Sol, es el que importa pues aclarar y desvanecer.

Desde luego, si partimos por 10^{19} la mitad de la cantidad (h) del párrafo 11, tendremos la tangente de la paralaje horizontal ecuatorial =

0,000042797993774022656 = tang. 8″836.

Pero para mejor inteligencia sea el cuadrante de círculo *clqm, (Fig. 3)* cuyo rádio *cf* suponemos ser la mayor distancia de la tierra al Sol é igual con la unidad. Tomemos un arco de 60° *cl*: bajemos el seno *ld*, y tiremos la secante *if*; esta valdrá 2 y el coseno *df* 0,5. De modo que la fórmula trigonométrica *sec. a.* $= \frac{1}{\text{cos. a}}$ dará sec. $60° = \frac{1}{\text{cos. } 60}$ que se convierte en esta 1=sec. 60° × cos. 60°, ó en esta otra *tang.* 45° = sec. 60° × cos. 60°.

Tiremos de *a* á *c* esta tangente, la cual permanecerá constantemente igual al rádio ya sea que crezca ó que mengüe el arco que hemos tomado de 60°. Si este arco crece y se convierte en 75°–31′–20″.96 el coseno será *ef* mitad de *df* ó 0,25 y la secante *fh* doble de *if* ó 4. Dividamos este segundo coseno 0,25 por 2 y multipliquemos tambien por 2 la secante 4 hasta verificar 24 divisiones y otras tantas multiplicaciones, el ángulo á que corespondan el coseno y la secante que resulten diferirá de 90° apenas en una fraccion de segundo, el coseno será 2^{-26}=0,00000001490116119384765625, la secante será 2^{26}= 67108864, y tendremos siempre la ecuacion *tang.* 45° = $2^{26} \times 2^{-26}$. (A)

Ahora bien, el rádio ecuatorial R de la tierra es en metros 6377398,04 [11.] y considerándole como un coseno en un rádio que sea la unidad seguida de ceros, este cuando ménos deberá ser 10000000 = 10^{7}. Ademas, la fraccion decimal $2,^{-26}$ teniendo 26 cifras, tiene un denominador, que para nuestro objeto le suponemos rádio de otro círculo, igual á 10^{26} ó la unidad seguida de 26 ceros. Hallando una cuarta proporcional á estos rádios y al de la tierra, que como hemos dicho, consideramos aquí como un coseno, será:

$$10^{26} : 10^{7} :: 6377398,04 : x.$$ De dedonde $$x = \frac{10^{7} \times R}{10^{26}} = 0,00000000000000637739804.$$

Si, pues, en la ecuacion (A) en lugar de 2^{-26} sustituimos esta cuarta proporcional que es tambien un *cos.*, entonces la *tang.* que resulte, no será ya la de 45°, será mucho menor que la unidad, tantas veces, cuantas lo es la cuarta proporcional respecto de 2^{-26}, es decir, que se tendrá:

$$\text{Tang. par. hor. ecuat.} = bc = \frac{2^{26} \times R \times 10^{7}}{10^{26}} = 67108864$$
$$\times 0{,}000000000000637739804 = 0{,}00004279799377402265 6 =$$

tang. 8",836.

15. El error queda así de manifiesto: no es pues ya un error probable de $\pm 0'',013$, sino un error cierto de $+ 0'',011$ el que resulta del valor señalado por Mr. André.

Para la distancia al Sol diremos: $10^{7} : 10^{26} :: 2^{-26} : x = 2^{-26} \times 10^{19}$ De modo que tendremos: Máx. dist. de la tierra al Sol en metros $= 149011611938{,}4765625 = 35563630{,}534\&$ leguas mexicanas de 5000 varas; y las razones

$$\frac{1}{0.00004279799377402265 6} = \frac{149011611938{,}4765625}{6377398{,}04}$$

darán para la misma distancia 23365,581& rádios terrestres ecuatoriales.

Siendo la mayor distancia de la tierra al Sol = 1, y la doble excentricidad ó la diferencia entre las distancias afelia y perihelia = 0,033554432 (8.), la distancia mínima será $1 - 0{,}033554432 = 0{,}966445568$, y la media $= 0{,}983222784$. Por tanto, si la que hemos obtenido en metros, la multiplicamos por estas dos últimas distancias, tendremos:

Distancias al Sol.

En valores del radio de la órbita. =1.	En metros.
Máxima. 1	149011611938,4765625
Mínima. 0,966445568	144011611938,4765625
Media. 0,983222784	146511611938,4765625

En radios ter. ecuat.	En leguas mexicanas.
Máxima. 23365,581229 &	35563630,534 &
Mínima. 22581,562423 „	34370313,111 „
Media. 22973,571826 „	34966971,822 „

16. Corriendo la coma nueve lugares á la izquierda en las cantidades (f), (g) y (h) del párrafo (11) para dividir esta última (h) por 0,067108864, la resta y el cociente se harán lo mismo, y tomando el complemento aritmético, será:

(h') 855959,'87548045312
comp. 144040,'12451954688
(g')=147820,'42629916909
Suma de (g') y comp. (h')=291860,'55081871597
Las cinco últimas decimales. . .0,'00000071597
Su cuádruplo. . . . . .0,'00000286388 (a)

Tambien, corriendo la coma un lugar á la izquierda en la cantidad (c) del parrafo (11), y tomando la diferencia entre esta y la resta (b) del párrafo (10) aproximada hasta diez mil millonésimas, será:

c'=2,'9377425408
(b')=1,'8962696076
Dif. 1,'0414729332 (b)

Ademas, si tomamos la diferencia entre las velocidades centrífuga y centrípeta que es 33560632'—33554432'=6200' y multiplicándola por $10,^{12}$ la partimos por la doble excentricidad de la órbita terrestre que es (8)=0,033554432, tendremos:

$$\frac{6200000000000000'}{0{,}033554432} = 184774398803710937{,}'5 \text{ (c)}$$

Las últimas 15 cifras de (A) (9)
partidas por 10^{2} =(d)= 4611266056355,'84
Suma =184779010069767293,'34 (f)
Mitad = 92389505034883646,'67 (f')
Duplicando(d) del párrafo (11) y
partiendo por $10,^{2}$ será: (d')=2956408525946,'88
y para tener $29,'6 \times 10,^{11}$ deberá añadirse 3591474053,'12 (g)
y sumando con (d) y (c) se tendrá: (d)=4611266056355,'84
c=184774398803710937,'50
Suma =184779013661241346,'46 (h)
y multip. por 4 =739116054644965385,'84
Añadiendo 34614,'16 (i)
Se tiene 739116054645000000,'00
Octava parte = 92389506830625000,'00 (j)
(f') = 92389505034883646,'67
Dif. = (k)= 1795741353,'33
[c] partido por 10^{4}= (l) = 18477439880371,'09375

Dif. = (k) = 1795741353,'33
(c) partido por 10^4 = (l) = 18477439880371, 09375
Dif. (m) = 18475644139017,'76375
Cuarta parte = 4618911034754,'4409375
(d) (11) multiplicado por 100 = 14782042629734400'
Dif. = 14777423718699645,'5590625

Cuarta parte 3694355929674911,389765625 (n)
Ultim. 7 cif. de A (9) partidas por 10^{11} = 0,00005635584 (o)
(b) anterior 1,0414729332
a) id.... 0,00000286388
[a]+[b]+[n]+[o] = 3694355929674912,'43129777792
$4' \times 10^{15}$ = 4000000000000000'
Dif. 305644070325087,'56870222208

Y reduciendo á segundos y partiendo por
18338644219505254,''1221333248 / 671212640000000'' se tiene la *revolucion sideral* de la luna de 27,^{d} 321661 [1], quedando una resta de 10510214,''1221333248 =
175170,'235368888746666 &. (p)

Duplicando y tomando el comp. arit. será 649659,529262222506666 & (q) el cual restado de la cantidad (d) del párrafo (9) corriendo en ella la coma seis lugares á la derecha, se tendrá:

4097914611,'26605635584
649659, 529262222506666 &
4097264951,'736794133333333 & que reduciendo á segundos, y partiendo por 671212640,'' se tendrán:

$$\frac{245835897104,''207648}{671212640''} = 366,2563582$$

dias siderales para la duracion del año sideral, y en dias solares medios será: 365^d, 2563582 [2] = 365^d 6^h 9^m 9^s, 34848.

[1] D. Antonio de Miranda de La Madrid en su Manual de Astronomía Popular, Cap. VII, pag. 166, dice que la revolucion sideral de la luna es de 27^d,321661.

[2] Segun las tablas del Sol de Hansen y Olufsen, el año sideral es de 365^d,2563582 (*Brünnow, Astron. Spher. Chap. II. pag.* 163.

CAPITULO IV.

Medida del diámetro verdadero y aparente del Sol.—Movimiento angular diurno máximo aparente de la tierra perihelia.—Oblicuidad primitiva de la eclíptica.—Medida del radio polar de la tierra.

17. Las trece últimas cifras de (h) (16) son, partiéndolas por diez................................ 1366124134,646
2732248269,292
Duplicando, y quitando del duplo 0,002 [a]
la última cifra decimal, será: 2732248269,29 [b]
Asimismo, del párrafo anterior tenemos:
[q] = 649659,52926222250666 &: Partiendo por 10,^{3} será: 649,65952926222250666 &
Complemento desde la 13.ª decim. 0,00000000000049333 &
Mitad 0,00000000000024666 &(c)
Complemento desde la 11.ª decim. 0,00000000007749333 &
Mitad 0,00000000003874666 &
Complemento de esta mitad. 0,00000000006125333 &(d)
Las decimales desde la 11.ª son 0,00000000002250666 &
Mitad 0,00000000001125333 &
Quitando 0,00000000000005333 &(e)
Queda 0,0000000000112 [f]
La cantidad (c) anterior 0,000000000000246666 &
Quitando 0,00000000000024 [g]
Queda 0,000000000000006666 &
Añadiendo (e) = 0,000000000000053333 &
Se tiene 0,0000000000006 [h]
Partiendo (a) (10) por 10, será 0,094813480376666 &
Separando 0,09481348037 [i]
Queda 0,000000000006666 &
Mitad 0,000000000003333 & [j]
[2f] anterior part. por 10 0,00000000000224
Dif. 0,000000000000109333 &
(d) = 0,00000000006125333 &
Suma 0,00000000006234666 & (l)
La misma cantidad (q) multiplicada por 10^3 es 649659529,36222250666 &
Restando 649000000 (m)
Queda 659529,26222250666 &