LIBER III.

De Figuris proportionalibus.

CAPUT I.

Principia.

NOmine Principiorum complectimur Definitiones, quae ad librum 5, & 6 Euclides spectant: Axiomata quaedam, & Proportionum Argumentationes, quae potiùs explicationem indigent, quàm demonstratione.

§. I.

Definitiones.

I. PARS est magnitudo minor, quae metitur majorem.

Dividitur Pars in Aliquotam, & Aliquantam. Pars aliquota dicitur, quae aliquoties repetita adaequat suum totum: ut 4 adaequatè continetur in 8, 12, 16, &c. Pars aliquanta dicitur, quae aliquoties repetita non adaequat suum totum, sed vel ipsum excedit, vel ab eodem deficit: ut 4 in 6, 7, 9, &c. Definitur hic solùm pars aliquota, quae metitur, & adaequat totum; tum quia ejus praecipuus usus est in proportionibus demonstrandis: tum quia pars aliquanta propriè non dicitur pars, sed partes totius; nam numerus 4: ex. gr. dicitur duae tertiae numeri 6.

II. Multiplex magnitudo est, quam metitur minor.

Scilicet Magnitudo multiplex dicitur comparata cum sua parte aliquota, quam pluries adaequatè continet; ut 6 continet 2.

III Ratio, seu (ut aliis placet) Proportio est Modus, quo una quantitas aliam ejusdem generis continet, vel ab ea continetur.

Ejusdem autem generis dicuntur ea, quae multiplicata se possunt mutuò superare: hinc inter Deum, & Creaturam, Finitum, & Infinitum nulla proportio; quia non se possunt mutuò superare: similiter inter angulum contingentiae, & rectilineum; quia angulus contingentiae quantumvis auctus, non superat angulum rectilineum.

Di-

Dividitur 1. proportio in rationalem, & irrationalem. Rationalis dicitur, quae numeris exprimi potest: ut proportio dupla, tripla, &c. Irrationalis dicitur illa, quae numeris exprimi nequit: qualis est proportio diametri ad costam quadrati; nullo enim numero exprimi potest, quot partibus Diameter superat costam quadrati. (quod qui nesciat, ait Plato, non inter homines, sed inter bruta est connumerandus) Et quantitates quidem, quae proportionem habent inter se rationalem, dicuntur Commensurabiles: quae verò irrationalem, dicuntur Incommensurabiles.

Dividitur 2. Proportio in Proportionem AEqualitatis, quae intercedit inter aequalia; & inaequalitatis, quae intercedit inter inaequalia: ex iis verò quum major continet adaequatè minorem, dicitur proportio multiplex; ut in definitione 2. Quum continet minorem, & insuper aliquam ejus partem aliquotam, dicitur proportio supernaturalis, ut 6 ad 4. Quum est major aliqua parte aliquanta, dicitur proportio superpartiens: ut 8 ad 5. Si verò minor ad majorem referatur, praeponitur particula sub: ut 2 ad 4 est proportio subdupla.

IV. Proportionalitas, quae & Proportio, & Analogia dici solet est Rationum, seu Proportionum Comparatio, & Similitudo.

Dividitur primò in Arithmeticam, & Geometriam. Arithmetica proportio est AEqualitas excessum inter plures quantitates: ut 1, 2, 3, 4, qui numeri omnes se excedunt unitate: vel 1, 3, 5, &c. aequaliter se excedunt binario.

Geometrica proportio est similitudo excessuum inter plures terminos, qui eodem modo se continent: ut 1, 2, 4, 8, &c. qui similiter se excedunt in dupla ratione: vel 1, 3, 9, 27, &c. qui sunt in ratione tripla.

Est praeterea Proportio Harmonica, quae ad rem praesentem non pertinet.

Dividitur secundò proportio, seu proportionalitas in discretam, & continuam. Discreta est, quum inter terminos aliqua fit interruptio: ut si dicas; 8 ad 4 se habent, ut 6 ad 3; fit in mediis interruptio: quia 4 ad 6 non ita se habent, ut 8 ad 4.

Proportio continua dicitur, quum nulla fit interruptio: ut si dicas; 1 ad 2, ut 2 ad 4, ut 4 ad 8, ut 8 ad 16, &c. in his enim terminis eodem modo priores ad posteriores referuntur, nulla facta interruptione. Quae proportio continua solet etiam dici progressio: & si fiat à minori ad majus, dicitur progressio crescens; si verò à majori ad minus, progressio decrescens.

V. In eadem Proportione quatuor termini dicuntur, quando quoties primus continet secundum, vel continetur à secundo, toties tertius continet quartum, vel continetur à quarto: & hujusmodi termini vocantur Proportionales.

Ex iis verò primus, qui ad alium refertur, dicitur antecedens: posterior, ad quem primus refertur, dicitur consequens: & duo antece-

tecedentes dicuntur inter se homologi: sicut duo consequentes inter se: ex. gr. si dicatur: ut 4 ad 2, ita 6 ad 3: 4, & 6 dicuntur antecedentes, & homologi inter se: 2, & 3 etiam inter se homologi dicuntur consequentes.

VI. Proportio autem, seu Proportionalitas in tribus saltem terminis consistit:

Quia proportionalitas est comparatio duarum relationum, quarum singulae requirunt duos terminos. Si enim Proportio sit continua, sufficiunt tres termini; quia secundus bis repetitur: v. g. sicuti se habent 8 ad 4, ita 4 ad 2. At si Proportio sit discreta, requiruntur quatuor termini: v. g. sicuti se habent 8 ad 4, ita 6 ad 3.

VII. Proportio composita est, quae producitur ex multiplicatione proportionum.

Ut Proportio duodecupla est, quae producitur ex proportione sextupla, & dupla, quia bis sex efficiunt 12.

Hinc Proportio extremorum dicitur composita ex proportione Mediorum: ut si sint 20, 10, 2, Proportio 20 ad 2 est decupla, composita ex proportione dupla 20 ad 10, & quintupla 10 ad 2.

VIII. Quum verò Magnitudines sunt continuè proportionales, ut 27, 9, 3, 1, Prima dicitur habere ad tertiam rationem duplicatam ejus, quam habet ad secundam & triplicatam ad quartam, atque ita deinceps.

Ratio dupla, & duplicata valde diversae sunt; nam Proportio dupla, vel tripla est, quum una quantitas bis, vel ter aliam continet. At Proportio duplicata, vel triplicata est, quum inter plures magnitudines intercedunt duae, vel tres continuae proportiones. Ita quia inter 27, 9, 3 intercedunt duae proportiones triplae; ideò dicitur 27 habere ad 3 duplicatam proportionem ejus, quam habet ad 9. Et quia inter 27, 9, 3, 1, intercedunt tres similes proportiones; ideò 27 ad 1 dicitur habere proportionem triplicatam ejus, quam habet ad 9.

IX. Similes Figurae sunt, quae angulos singulos singulis habent aequales, & latera circa aequales angulos proportionalia.

In iis verò latera opposita aequalibus angulis dicuntur homologa: [*ut in Figura 6. Theor. Icon. V.*] latus G E homologum lateri N L: & latus E D homologum lateri L H.

X. Reciprocae Figurae sunt, quae habent latera mutuò antecedentia, & consequentia.

Scilicet mutuò dupla, & dimidia; tripla, & subtripla, &c. *ut in Figura 1. Theorem. Icon. V.* sunt Rectangula X, & Y: nam Rectangulum Y habet latus G A duplum lateris A D rectanguli X, & reciprocè alterum latus A F dimidium lateris A B ejusdem rectanguli X.

§. II.

Axiomata.

AXiomatum loco pono plerasque Propositiones lib. 5. Euclidis, de quibus videtur loquutus Geminus illustris Mathematicus apud Proclum lib. 3. cap. 1. ubi ait: Alii indemonstrabilium quoque demonstrationes excogitarunt: ab ignotioribus Mediis ea, quae sunt omnibus nota, probare conati sunt.

I. Si duae quantitates sint inter se aequales, eandem proportionem habebunt ad unum tertium, aut ad aequalia: *ut* 8, *&* 8 *eodem modo bis continent.* 4. (a)

II. Si duo eandem proportionem habeant ad idem tertium, aut ad aequalia, erunt inter se aequalia. Ut si numerus 4 bis contineatur á duobus numeris, erunt hi inter se aequales, nimirum 8, & 8. (b)

III. Ex quantitatibus inaequalibus, quae major est, majorem proportionem habet ad minorem, seu pluries continet minorem.

Ut numerus 8 pluries, quàm numerus 6, continet numerum 4. Et quae pluries continet eandem quantitatem, major est: & minor est, quae pluries continetur. (c)

IV. Proportiones, quae eidem sunt aequales, eaedem, similes, (idem diversa nomina significant) sunt aequales, eaedem, similes inter se. (d)

V. Si singulae magnitudines ad singulas habeant eandem proportionem, etiam omnes simul ad omnes habebunt eandem proportionem.

Scilicet bis duplum, erit etiam duplum ad bis dimidium: ter duplum ad ter dimidium, &c.

Hinc omnes antecedentes simul ad omnes consequentes, ut singuli antecedentes ad singulos consequentes: ut si 4 ad 2 habeat eandem proportionem, quam 6 ad 3, scilicet duplam: etiam 4, & 6 simul habebunt duplam proportionem ad 2, & 3 simul. (e)

VI. Partes similes, quae scilicet aequaliter continentur, sunt inter se, ut tota continentia. Hoc est, ut 2 ad 3, ita bis 2 ad bis 3; ter 2 ad ter 3.

Hinc si similibus totis similes partes addantur, vel auferantur, quae supersunt, similia sunt. (f)

VII. Si ut totum ad totum, ita ablatum ad ablatum, etiam totum ad totum erit ut reliquum ad reliquum. (g)

(a) Eucl. lib. V. prop. 7. (b) Prop. 9. (c) Eucl. lib. V. prop. 8. & 10. (d) 11. (e) 12. (f) 15. (g) Eucl. lib. V. prop. 19.

Ut si ex ter 4, & ter 2 in proportione dupla auferas semel 4, & 2 in proportione dupla; remanent bis 4, & bis 2, hoc est 8, & 4, etiam in proportione dupla.

VIII. Si aequalibus proportionibus aequales addantur, totae erunt aequales.

Ut si duobus numeris 4, & 4 in proportione dupla ad 2, addantur singulis 6; qui numerus est in proportione tripla ad idem 2; erunt 10, & 10 in aequali proportione quintupla ad 2.

Hinc quum multiplicatio sit multiplex additio, si aequales proportiones per aequales multiplicentur, totae erunt aequales: ut si duae proportiones duplae, singulae multiplicentur per triplam proportionem, ambae erunt sextuplae.

§. III.

Proportionum Argumentationes.

Mathematici, nec non Philosophi omnes ad proportiones inferendas, sex modis arguendi utuntur, quorum veritas, vel ex se, vel ex positis Principijs facilè patet.

I. Ratio inversa, seu conversa est Mutatio antecedentis in consequens, & consequentis in antecedens: ex. gr. ut antecedens 9 ad consequens 3, ita antecedens 6 ad consequens 2: ergo convertendo, ut 3 ad 9, ita 2 ad 6.

Patet ex se: quia si antecedentes aequaliter praecontinent consequentes, etiam consequentes aequaliter praecontinentur ab antecedentibus.

II. Ratio alterna, seu permutata est comparatio antecedentis cum antecedente, & consequentis cum consequenti: ex. gr. ut 9 ad 3, ita 6 ad 2: ergo alternando, seu permutando, seu vicissim, ut 9. ad 6, ita 3 ad 2. (a)

Patet ex Axiom. VI.: quia partes similes sunt inter se, ut tota; & tota, ut partes similes.

In proportione tamen alterna debent esse quatuor termini ejusdem generis; nam si duo primi fuerint diversi generis à duobus secundis, non valet alternando; quia inter res diversi generis, nulla est proportio. *Ex definitione III.*

III. Ratio composita, seu conjuncta est Comparatio antecedentis, & consequentis instar unius ad consequentem: v. g. ut 9 ad 3, ita 6 ad 2: ergo componendo, ut 9, & 3 (scilicet 12) ad 3; ita 6, & 2 (scilicet 8) ad 2. (b)

Patet ex VI. Axiomate: quia ex similibus partibus additis, si-

(a) Eucl. lib. V. prop. 16. (b) Eucl. lib. V. prop. 18.

similia etiam fiunt tota: Termini autem proportionales sunt, quorum excessus sunt similes partes.

IV. Divisio rationis est Comparatio excessus antecedentis supra consequentem ad ipsum consequentem; v. g. ut 9 ad 3, ita 6 ad 2: ergo dividendo, ut 6 (quo numero 9 excedunt 3) ad 3; ita 4 (quo numero 6 excedunt 2) ad 2. (a)

Patet ex VI. Axiomate: quia similibus partibus ablatis, quae remanent, sunt similia.

V. Ratio eversa, seu Conversio rationis est Comparatio antecedentis ad differentiam terminorum, velut ad consequentem: v. g. ut 9 ad 3: ita 6 ad 2: ergo evertendo, ut 9 ad 6; (quae est differentia inter 9, & 3) ita 6 ad 4: quae est differentia inter 6, & 2. (b)

Patet ex eodem Axiomate.

VI. AEqua ratio est Ilatio ad proportiones aequales extremorum ex aequalibus proportionibus intermediis: ut si ponantur.

Ex una parte 27, 9, 3:
Ex altera 18, 6, 2:

Ita arguitur: ut 27 ad 9 ex una parte; ita 18 ad 6 ex altera: & ut 9 ad 3 ex una parte: ita 6 ad 2 ex altera: ergo ex aequo, ut 27 ad 3: ita 18 ad 2. (c)

Et haec quidem Ratio ordinata dicitur; quia proportio primi cum secundo, & secundi cum tertio ex utraque parte ordinatim comparantur. Quòd si hic ordo non servetur, dicitur Ratio perturbata: ut si ponantur. (d)

Ex una parte 12, 6, 2:
Ex altera 24, 8, 4:

Ita arguitur: ut 12 ad 6 ex una parte; ita 8 ad 4, ex altera: & ut 6 ad 2 ex una parte; ita 24 ad 8 ex altera: ergo ex aequo perturbatim, ut 12 ad 2; ita 24 ad 4. Dicitur ratio perturbata, quia ex una parte comparatur proportio primi cum secundo: ex altera secundi cum tertio.

Patet utraque Argumentatio ex ipsa definitione, & Axiomate 8; quia utrobique Proportio extremorum fit ex aequalibus intermediis proportionibus, sive istae ordine sumantur, sive perturbatim.

„ Quoniam verò quae de Proportionibus ab Auctore Cl. dicta sunt difficultatem adferre solent Adolescentibus, iccirco oportunum duxi hoc iterum clarius fortasse proponere & explicare.

Si una quantitas ad aliam referatur ex. gr. numerus ad numerum, & adtendatur modus quo prior continet alterum, vel in altero continetur, relatio illa unius ad alium dicitur *Ratio Geometrica*, numerus qui refertur dicitur *antecedens*, numerus ad quem refertur *consequens* rationis adpellatur. At vero si dividatur an-

(a) Prop. 17. (b) Coroll. prop. 19.
(c) Eucl. lib. V. prop. 22. (d) Prop. 23.

antecedens per consequentem, *quotus* dicitur exponens rationis. Est autem Quotus sive Quotiens numerus qui denotat quoties aliquis numerus in alio continetur. Sic in ratione 8 ad 2, numerus 8 est antecedens, 2 consequens, quotus 4 est exponens rationis: 4 autem est quotiens quia 2 quater continetur in 8.

Si antecedens aequet consequentem ratio est aequalitatis ut 4 ad 4.

Si prima quantitas secundam bis contineat, dicitur primam esse ad secundam in ratione dupla, si ter, in ratione tripla &c. & quae continetur dicitur esse in ratione subdupla, subtripla &c. Sic ex. gr. linea 8 pedum est ad aliam 4 pedum in ratione dupla, & linea 4 pedum ad lineam 8 pedum in ratione subdupla.

Rationum aequalitas seu similitudo dicitur Proportio, & exprimitur hoc modo 8: 4:: 6: 3. vel 8: 4 = 6: 3. hoc est, 8 est ad 4, ut 6 ad 3, sive linea ex. gr. 8 pedum est ad lineam 4 pedum, ut linea 6 pedum ad lineam 3 pedum. Hi quatuor termini seu numeri sunt proportionales, & haec proportio vocatur Geometrica quia est rationum aequalitas. Sequens verò est Arithmetica 4 est ad 3, ut 2 ad 1 quia idem est excessus primi antecedentis respectu primi consequentis, qui secundi antecedentis respectu secundi consequentis.

Duae igitur rationes aequales sunt inter se, quum antecedens primae toties continet suum consequentem, quoties antecedens secundae suum continet, vel quum antecedens primae toties continetur in suo consequenti, quoties antecedens secundae in suo continetur. Sic ratio 12 ad 6 aequalis est rationi 48 ad 24, & ratio 3 ad 6 aequalis est rationi 50 ad 100. Duae igitur rationes aequales proportionem Geometricam componunt.

Duae quantitates dicuntur esse in ratione directa quum primus & tertius terminus proportionis Geometricae pertinent ad unam quantitatem, & secundus, & quartus terminus ejusdem proportionis ad aliam spectant. Supponamus ex. gr. Petrum habere 100 sapientiae, & 100 studii, Paulum verò non habere nisi 50 Sapientiae, & 50 studii. Petrus & Paulus habebunt Sapientiam in ratione directa sui studii: dicam ergo Sapientiam Petri esse ad scientiam Pauli, ut est studium Petri ad studium Pauli. In hac proportione primus & tertius terminus pertinent ad Petrum: secundus verò & quartus ad Paulum spectant, ut est perspicuum. Haec proinde ratio dicitur directa.

Duae quantitates sunt in ratione inversa, seu reciproca quum primus & quartus terminus proportionis Geometricae pertinent ad unam quantitatem, secundus verò & tertius ad aliam spectant. Si Petrus ex. gr. habeat 100 scientiae & 50 studii, & Paulus habeat 50 scientiae & 100 laboris, scientia Petri & scientia Pauli erunt in ratione inversa, seu reciproca. Dicam ergo scientiam Petri esse ad scientiam Pauli, ut labor Pauli est ad laborem Petri. Primus & quartus terminus hujus proportionis pertinent ad Petrum, secundus & tertius ad Paulum spectant, ut per se patet.

Ratio illa quae oritur ex multiplicatione plurium rationum inter se, dicitur Ratio composita. Sic si fuerit ratio 8 ad 4 & 3 ad 5 multiplices autem antec. 8 per antec. 3. & conseq. 4 per conseq. 5, ratio producti 24 ex antecedentibus ad productum 20 ex consequentibus, dicitur composita ex rationibus 8 ad 4 & 3 ad 5.

Si plures sint quantitates, quarum prima eandem habeat rationem ad secundam, ac secunda ad tertiam, & tertia ad quartam: tum dicitur primam habere ad tertiam rationem duplicatam illius quam habet ad secundam. Item dicitur, ad quartam habere rationem triplicatam illius quae habet ad secundam. Ut si ex. gr. sint quatuor lineae, quarum prima sit 16 pedum, secunda 8 pedum, tertia 4 ped. & quarta 2 ped., & quaeras rationem primae ad secundam, dicam eam esse duplam, sive ut 2 ad 1. Si verò rationem primae 16 ped. ad tertiam 4 ped. dicam eam bis duplam esse quia composita est ex ratione primae lineae 16 ped. ad secundam 8, quae dupla est, & ex ratione secundae nempè 8 ad tertiam 4, quae iterum dupla est, unde ratio primae ad tertiam est duplicatae rationis primae ad secundam, sive est bis dupla, aut uno verbo quadrupla. Ratio verò primae ad quartam, seu 16 ad 2 est triplicatae rationis primae ad secundam. Adeoque componi debet ex ratione dupla, quae est primae ad secundam, & ex ratione quadrupla, quae est ejusdem primae ad tertiam, sicque est bis quadrupla, aut uno verbo, octupla. „

CAPUT II.

Problemata.

HIC praeter selecta ex Euclidis libro VI. Problemata, adponimus ea, quae tradunt modum valdè utilem augendi, vel minuendi Figuras in qualibet Proportione.

PROBLEMA I. (Ic. IV. Fig. 1.)

Lineam in data Proportione dividere.

SIT linea AB dividenda in quinque partes, sicut linea AC divisa est. Conjungantur ita, ut faciant angulum quemcumque in A, & ducatur CB. Deinde per puncta, quibus secta est linea AC, ipsi CB fiant parallelae DE, FG, &c. secantes lineam AB. Istae divi-

divident lineam A B in eadem proportione, ac divisa est linea A C. *Ex Theor. II. hujus lib.*

Faciliùs tamen dividitur quaelibet linea, ut A B, si sit dividenda in partes aequales. Nam conjungatur ei ad quemcumque angulum linea indefinita A C, & in altero extremo ad aequalem angulum linea B I: (quae *ex Theor. II. lib. I.* erit parallela lineae A C propter angulos alternos aequales) deinde ex A in C, & ex B in I quocumque circini intervallo secentur quot volueris partes aequales. Lineae D L, F M, aliaeque ductae per puncta sectionis opposita, divident etiam lineam A B in partes aequales quaesitas. *Ex eodem.*

PROBLEMA II. (Fig. 2.)

Mediam proportionalem invenire.

SInt duae lineae A B, B C, inter quas media proportionalis sit invenienda. Jungantur in unam lineam A B C: deinde intervallo dimidiae A C, ut ex puncto E, fiat semicirculus: tum ad punctum B, quod duas lineas conjungit, erigatur perpendicularis B D, producta usque ad circumferentiam; quae erit media proportionalis quaesita: & quadratum ex linea B D erit aequale rectangulo ex lineis A B, & B C. *Ex Theor. IV. ac I. hujus lib. cor.* 2.

PROBLEMA III. (Fig. 3.)

Datis duobus rectis tertiam continuam proportionalem invenire

SInt duae lineae B D, & D A, quibus invenienda sit tertia continuè proportionalis. Constituantur ad angulum rectum D, & conjungantur per rectam B A: tum ducatur A C perpendicularis ad lineam B A, & producatur B D, donec occurrat in C lineae A C. Erit linea D C tertia proportionalis quaesita: & rectangulum effectum ex lineis B D, D C erit aequale quadrato ex linea D A: *ex I. Theor. cor.* 2.

Similiter secundâ, & tertiâ ad angulum rectum dispositis, invenitur quarta continuè proportionalis, &c.

PROBLEMA IV. (Fig. 4.)

Quartam etiam non continuè proportionalem invenire.

SInt tres lineae A B, B C, A D, quibus sit invenienda quarta etiam non continuè proportionalis. Disponantur primae duae A B, B C in unam rectam: tertia verò A D cum prima A B faciat angulum quemcumque: deinde ducatur D B, cui per C parallela ponatur C E, occurrens rectae A D, productae in E. Erit D E quarta proportionalis. *Ex Theor. II. hujus libri.*

PROBLEMA V. (Fig. 5.)

Lineam extrema, ac media ratione dividere.

SIT linea A B secanda extrema, ac media ratione, inveniendo scilicet in eadem linea mediam, & extremas proportionales. Ponatur ad A perpendicularis A C aequalis dimidiae totius A B: tum ducatur C B; ex qua secetur C D, aequalis lineae C A: reliqua verò D B transferatur ex A in E: eritque linea A B secta proportionaliter in E; ita, ut major pars A E sit media proportionalis inter totam A B, & minorem ejus partem E B. Nec non quadratum ex linea A E erit aequale rectangulo ex tota A B, & minori ejus parte E B. Quae propter eximios usus dicta est ab antiquis Divina proportio. *Ex Theor. VIII. hujus cor. I.*

PROBLEMA VI. (Fig. 6.)

Rectilineum efficere alteri simile, & proportionale.

DIvidatur Rectilineum A B C D in Triangula, ducta lineâ ad angulos oppositos A, B: tum fiat Triangulum E G F, habens aequales angulos Triangulo A C B: *juxtà Probl. XI. lib.* 1. & similiter fiat Triangulum E H F, habens aequales angulos Triangulo A D B. Et erit totum Rectilineum E G F H simile, ac proportionale Rectilineo A C B D. *Ex definit. IX. & Theor. III.*

PROBLEMA VII. (Fig. 7.)

Figuras similes addere, vel multiplicare.

DEntur tres figurae circulares, aut rectilineae, quarum diametri, aut latera homologa sint A B, B C, D E. Constituantur ad angulum rectum A B, B C, quae producantur indefinitè: & ducatur A C: tum transferatur A C in B F, & D E in B G. Linea F G erit diameter, aut latus homologum figurae similis, & aequalis tribus simul super lineas A B, B C, D E. Si lineae A B, B C ponantur aequales, fiet figura super A C dupla figurae similis A B, vel B C: & translata A C in B F, erit figura super F C (quae hic intelligitur ducta) tripla: & translata F C in B H, erit similiter figura super H C (quae duceretur) quadrupla figurae super A B: atque ita in infinitum. *Ex Theor. VI. cor.* 3.

PRO-

PROBLEMA VIII. (Fig. 8.)

Figuram similem ab alia subtrahere, vel minuere, vel in qualibet proportione augere.

SInt duae figurae similes rectilineae, aut circulares, quarum diametri, aut latera homologa sint A B, C B. Fiat super majorem lineam B C semicirculus, cui adplicetur altera aequalis lineae A B: deinde ducatur recta A C, quae erit latus figurae quaesitae: qua figurâ figuram, super A B descriptam, superat similis figura super B C. *Ex Theor. eodem.*

Hinc patet, quomodo quaelibet figura minuenda sit ad datam proportionem: ex. gr. sit auferenda ex figura descripta super B C tertia pars. Facto semicirculo, dividatur B C in tres partes, & deinde ad intersectionem unius tertiae D C, erigatur perpendicularis D A: demum ducatur A C. Erit figura super A C tertia pars similis figurae super B C; & figura super B A duae tertiae ejusdem. *Ex eodem.*

Patet etiam, quomodo figurae in qualibet proportione augeantur. Sit enim constituenda figura sesquialtera figurae similis descriptae super B D. Addatur lineae ejus medietas D C; & super totam B C descripto semicirculo, & erecta perpendiculari A D, ducatur A B in semicirculo; super quam figura descripta, erit sesquialtera figurae similis, descriptae super lineam B D. *Ex eodem.*

PROBLEMA IX. (Fig. 9.)

Parallelogramma aequalia efficere in data linea.

SIT parallelogrammum A C, cui aequale constituendum est in data linea C H. Ponatur C H in directum lineae D C, & compleatur parallelogrammum C I. Deinde ducatur diameter I C E indefinita. Producatur A D, donec occurrat diametro: per punctum concursus E fiat E G parallela, & aequalis lineae D H. Et erit parallelogrammum C G, constitutum super data linea C H, aequale dato parallelogrammo A C. *Ex Theor. VI. lib. I. cor. 3.*

PROBLEMA X. (Fig. 10.)

Quamcumque Figuram in aequale Rectangulum convertere.

TRapezium in Rectangulum, aut quodcumque parallelogrammum convertere docuimus *lib. I. Prob. ult.* Quodcumque verò rectilineum in rectangulum, aut aliud parallelogrammum convertere, hic

hic opportuniùs docemus. Sit igitur rectilineum quodcumque B A C, cui aequale rectangulum sit constituendum. Primò, ductis lineis ad vertices anguli, resolve totum rectilineum in Triangula, quae semper erunt duo minus, quàm latera figurae. Tum ad datam rectam quamcumque fac rectangulum D G, aequale triangulo B: & producta D N indefinitè, super rectam F G fiat rectangulum F I, aequale triangulo A; & super rectam H I rectangulum H M, aequale triangulo C. Erit totum rectangulum D M aequale rectilineo B A C: *Ex Theor. VIII. lib. I.*

PROBLEMA XI. (Fig. 11.)

Dissimilium figurarum Proportionem cognoscere.

SInt duae figurae dissimiles A, & B, quarum proportio mutua est cognoscenda. Reducantur, juxta antecedens Problema, in duo Rectangula iis aequalia, C, & D, ejusdem altitudinis. Tum, quae proportio erit basis G F ad basim F H, eadem erit figurae A ad figuram B. *Ex Theor. I. hujus lib.*

PROBLEMA XII. (Fig. 12.)

Figuram uni aequalem, alteri similem efficere.

SIT Poligono A efficienda aequalis figura, quae tamen similis sit Poligono B: Fiat super D C Poligoni B, cui constituenda est similis figura, rectangulum C E, aequale eidem Poligono B: rursum supra D E fiat rectangulum D G, aequale Poligono A, cui aequalis constituenda est figura. Tum inter C D, & D F inveniatur *juxt. Prob. II.* Media Proportionalis, ut I L, supra quam fiat figura H, similis figurae B; quae erit aequalis figurae A. *Ex Theor. VI. cor. 4.*

CAPUT III.

Theoremata.

DUodecim hoc capite Theoremata complectimur, praesertim ex sexto Euclidis libro selecta; quibus primò Rectilinearum Figurarum, deinde Linearum, ac Figurarum in circulo, necnon eorumdem circulorum Proportiones demonstrantur: