

tro se ha encontrado el punto medio de la Creacion? ¿O se pretenderá que sea cual fuere la situacion del centro planetario en el Mundo, solo por la razon de ser centro planetario debe siempre ser reconocido por la Creacion entera? Lo primero es un absurdo, porque la razon para que el sistema planetario tenga un centro particular, no se toma de que esté en medio del Universo, pues tambien lo podria tener aunque Dios lo hubiera colocado en un extremo. La segunda pretension no podria tener mas apoyo sino considerar como influyentes en lo relativo á designarle un centro al Universo, un movimiento ó una diferencia de posicion en el interior del sistema planetario; quedará por lo mismo destituida de todo fundamento desde luego que se demuestre que en la extension del Universo aquel movimiento y aquella diferencia de posicion son apreciables en 0, como pronto lo haremos ver.

Son pues cuestiones distintas é independientes cual sea el centro del sistema planetario y cual deba considerarse como centro del Mundo; y por lo mismo no debe desde luego aplicarse á una de ellas la solucion que se dé la otra. Estas cuestiones deben discutirse en distinto sentido y resolverse por distintos principios. Cuando buscamos el centro del sistema planetario, limitamos nuestra investigacion á un conjunto de cuerpos que ocupan una parte pequeníssima del Mundo: respecto de estos, como es mas fácil conocer sus movimientos, sus distancias y la accion mutua que ejercen entre sí, buscamos un centro comun de gravitacion que todos reconozcan. Cuando tratamos de designar un centro al Universo, nos elevamos á la mayor altura que nos es posible en el estudio de las obras de Dios; consideramos la Creacion entera, con su extension inmensa, con sus millones y millones de cuerpos opacos y luminosos, y con ese orden universal é incomprensible cuyo conocimiento exacto ha guardado en sus arcanos la Eterna Sabiduría, y que señalando á cada cuerpo su lugar y sus relaciones con los demas en particular y con su conjunto, produce la majestad y la belleza sublime del firmamento: colocados á esta altura buscamos, no el punto medio de la Creacion, no un centro comun de accion que reconozcan todas las masas celestes; pues tales pretensiones están sobre la esfera de la ciencia puramente humana, sino un punto al cual segun los principios de las Matemáticas y la Astronomía debamos referir como centro los Cielos tales cuales se presentan á nuestra contemplacion y estudio, precisamente bajo esta consideracion, no de otro modo. Segun esto, para hallar el centro del sistema planetario, se estudian las relaciones de este sistema con uno de sus cuerpos; para designar un centro al Universo, se estudian las relaciones directas del cuerpo al cual se quiera atribuir esta cualidad con la totalidad del Mundo observable, considerado tal cual debemos estudiarlo.

Punto 4.º

¿Los estudios de Copérnico y Galileo suministraron algun fundamento para que ya no pudiera considerarse la Tierra como centro del Mundo?

Este punto quedará dilucidado en las demostraciones de las proposiciones siguientes.

PROPOSICION PRIMERA:

Aunque la extension del Cielo termina en alguna parte conocida por Dios, debe estudiarse como infinitamente grande, siempre que la comparemos, no solo con la extension de la Tierra, sino aun con el espacio que esta recorra en su movimiento.

Demostracion 1.ª —Las delicadísimas observaciones que se han hecho sobre la paralaje anual de las estrellas han demostrado que el ángulo formado por las dos visuales dirigidas al astro de los extremos del eje de la órbita terrestre, á lo mas podrá ser apreciable respecto de una que otra de las estrellas mas cercanas y en valor como de 1," de manera que con rarísimas excepciones, todas las estrellas permanecen fijas en un solo punto del Cielo durante el movimiento anual de la Tierra. Mas es claro que cuando la Tierra se coloca sucesivamente en dos puntos de su órbita diametralmente opuestos, debemos referir la estrella á dos puntos distintos del Cielo, de donde resulta que la fijeza de la estrella en un solo punto del Cielo se verifica porque se reduce á un solo punto en nuestra estimacion todo el arco del Cielo que media entre los dos puntos á que la referimos: reducido este arco á un punto, el ángulo formado por las dos líneas de la estrella á dichos dos puntos del Cielo=0; y como los ángulos opuestos al vértice son iguales, tambien el ángulo formado por las dos líneas de la estrella á los dos extremos del eje de la órbita terrestre=0, reduciéndose estas dos líneas á una sola que termina en un solo punto, al cual se reduce todo el eje de la órbita terrestre y con él toda la órbita. Luego la órbita terrestre respecto de la distancia de las estrellas debe estudiarse como un punto respecto de una línea: mas la línea es infinitamente grande respecto del punto; luego la distancia á que se hallan colocadas las estrellas debe considerarse como infinitamente grande comparada con la órbita terrestre.

Aun tenemos la expresion matemática del infinitamente pequeño en el eje de la órbita terrestre considerado en su relacion con las distancias de las estrellas: por que si el ángulo de paralaje=0, su sen. que es el eje de la órbita terrestre vendrá á ser $\frac{1}{\infty}=0$: luego la expresion de este eje cuando se compara con las distancias de las estrellas, es precisamente la expresion de la cantidad infinitamente pequeña.

Demostracion 2.ª —El valor del movimiento terrestre al derredor del Sol con relacion á la distancia á que se haya de estimar nos da una *cantidad variable* que decrece segun crece aquella distancia; mas no podrá llegar á ser estimable en 0 el valor de dicho movimiento sino cuando la distancia sea

estimable en ∞ , porque solo entónces se tendrá en él la expresion $\frac{1}{\infty}=0$. Luego si respecto de las estrellas el movimiento terrestre es apreciable en 0, es evidente que respecto de él la distancia de aquellos astros tiene la apreciacion de infinitamente grande.

Demostracion 3.ª —Los adelantos de la Astronomía nos presentan cada vez mas sorprendente la inmensidad de la extension de los Cielos: solo el espacio ocupado por las estrellas observadas confunde la imaginacion; él sin embargo no es toda la extension de los Cielos. Mas allá de todos los as-

tros observados existirá otra multitud que no hemos percibido por carecer de medios de observacion: esta al fin se detiene por falta de alcance en los instrumentos; y sobre todo le pone un límite que no es posible traspasar, la rebaja constante de la luz al atravesar los espacios celestes, por la cual debe suceder que á cierta distancia los astros sean absolutamente inobservables. Siendo pues limitados nuestros medios de observacion, ¿quién podrá no ya determinar, pero ni aun conjeturar hasta donde llega ese espacio vastísimo? Aplicándole las mas grandes medidas de que podemos hacer uso, solo obtenemos por resultado que se prolonga siempre mas allá de cuanto nos es dado alcanzar. En una palabra, en Astronomía es incontestable que la extension celeste es de un valor superior á cualquiera medida que podamos fijar en el estudio de los Cielos y que no es posible estudiarla sino precisamente bajo este concepto.

Demostracion 4.^a—Supongamos que á la línea que hoy nos separa de un extremo E del espacio celeste, y que llamaremos L, le viene un aumento porque la Tierra pasa al punto opuesto de su órbita, distando de dicho extremo la línea L + el eje de la órbita; supongamos despues que nuestra distancia al punto E rebaja en cuanto importa el eje de la órbita, porque vuelve la Tierra al primer punto de su partida. ¿Quién es capaz de apreciar en la extension del Cielo estos aumentos ó rebajas de una de sus líneas? Para nuestra ciencia son del todo inestimables y la línea que nos separa de un extremo del espacio celeste, aumentada ó disminuida del modo dicho, es igual en nuestro estudio y sus aumentos ó rebajas son como si no fueran, son apreciables en 0. Luego relativamente á nuestra ciencia se realizan en la extension celeste las propiedades características del infinito, cuales son no alterarse por la adiccion ó sustraccion de una cantidad finita y hacer esta apreciable en 0. (1)

PROPOSICION SEGUNDA.

Que la Tierra gire al derredor del Sol no es obstáculo para que con relacion al Universo se considere su centro fijo en un punto y aun se tome por centro del Mundo ó del Cielo.

Advertencia.—La cualidad de centro del Cielo no exige inmovilidad omnimoda en el cuerpo en que haya de considerarse, sino fijeza del centro de este cuerpo en un punto, con cuya idea son compatibles algunos movimientos. Si fijamos en un punto el centro de una esfera, podemos sin que su centro se aparte de aquel punto, hacerla rodar sobre su eje, y tambien podemos hacer girar el eje en el sentido que nos parezca, y sin embargo, el centro de la esfera estará fijo en el mismo punto; así es que con la fijeza de este centro en dicho punto, son compatibles varios movimientos. Consideremos ahora que

(1) Es admitido en el estudio de la Astronomía el considerar la extension de los Cielos como infinitamente grande, lo cual como hemos dicho, no es asegurar que no acabe en alguna parte que no puede señalar el hombre y que conoce la inteligencia divina, segun se hace ver con razones filosóficas. Solo se trata del modo con que nos es dado estudiarla. (Véase en la Filosofía fundamental de Balmes la cuestion sobre si hay magnitudes absolutas.)

esta esfera sea la Tierra, y tendremos que ni la rotacion sobre su eje, ni ningun otro movimiento se opondrá á la fijeza que buscamos, siempre que pudiera tenerlo sin que su centro se apartara de un punto dado; por lo mismo, nada importará que estos movimientos sean apreciables en el Cielo, y solo ofrecerá dificultad el movimiento al derredor del Sol.

Mas de este movimiento nos debemos ocupar solo segun que es ó no apreciable comparado con la totalidad del Cielo, pues tratamos de la Tierra en su relacion directa con el Cielo ó el Universo; y así tampoco interesará si algunos fenómenos de los planetas exigen para su explicacion la perceptibilidad del movimiento anual terrestre, pues seria un absurdo que de ninguna manera quisiéramos conceder á nuestro globo el honor de la estabilidad, solo por un movimiento sensible respecto de Marte ó de Júpiter, á pesar de que se nos presentara majestuosamente fijo en medio de una extension inmensa poblada de un sin número de astros. Demostremos pues la proposicion.

1.^o—De los muchos millones en que se calculan las estrellas observables, solo una que otra podrá tener paralaje anual, sin que respecto de la innumerable multitud que embellecen los Cielos sea posible notar ni por medio de las mas delicadas observaciones ni aun la mas pequeña variacion por causa del movimiento anual terrestre; luego este movimiento es nada con relacion á aquellos astros, porque de otra manera, si nuestra traslacion en el espacio tuviera respecto de ellos algun valor, necesariamente deberia producir variacion en el punto á que refiriéramos una estrella en distintos tiempos del año; pero esto solo podrá suceder en una que otra de las mas cercanas; (dado que sean exactas las observaciones de sus paralajes, de las cuales se desconfia) y aun respecto de estas, será tan despreciable el movimiento anual terrestre, que apenas alcanzará á descubrirse bajo del ángulo de 1" poco mas ó menos, quedando la inmensa multitud de las estrellas absolutamente fijas en un punto. Luego aunque la tierra gire en su órbita, respecto de los Cielos se presenta inmóvil en un punto.

2.^o—Esto mismo se demuestra con mas amplitud por la innegable existencia de puntos fijos en el Cielo. Todo el estudio de la Astronomía, todas las observaciones que han conducido á esta ciencia al adelanto en que hoy se encuentra, suponen estos puntos como base necesaria: sin ellos seria imposible dar un paso en la ciencia de los Cielos, porque faltando al observador un punto fijo á donde referirse, nada podria determinar con exactitud, ni el eje de la esfera, ni sus círculos, ni la situacion de los astros, ni sus variaciones, etc.: en una palabra, los Cielos serian un laberinto si en ellos nada se nos presentara estable. Mas la inmovilidad de los puntos celestes dá por resultado necesario que el hombre los observa desde un punto que guarda con ellos invariablemente la misma correspondencia; y un punto que corresponde siempre del mismo modo á otros puntos fijos, necesariamente es fijo; y este punto no es otro sino la Tierra; luego esta es fija respecto de los Cielos.

3.^o—Considérese un triángulo rectángulo construido sobre el eje mayor de la órbita terrestre, y cuyos otros dos lados se prolonguen hasta el extremo del espacio celeste: en este triángulo sea sen. el eje de la órbita, de las otras dos líneas, la que cae perpendicularmente será cos. la obli-

cua será R. Mas, segun hemos demostrado la extension, del Cielo con relacion á la órbita terrestre, se considera como infinitamente grande, luego al prolongarse el R. y el cos. hasta el extremo del espacio celeste, han crecido infinitamente, permaneciendo la misma la longitud finita del sen. que es la línea que las une, y por consiguiente, ha decrecido infinitamente el ángulo formado por el R. y el cos. mas el sen. de un ángulo infinitamente pequeño $= \frac{1}{\infty} = 0$; luego el eje mayor de la órbita terrestre $= 0$; mas la superficie de una elipse cuyo eje mayor $= 0$, tambien ella $= 0$. Hé aquí el valor que tiene en el Universo esa *grande órbita* que á tantos espantó y los obligó á resolver la cuestion del centro del Mundo de un modo desfavorable á nuestro globo.

4.º — Es una verdad reconocida en las Matemáticas, que cuando entre dos cantidades solo media una diferencia infinitamente pequeña, dichas cantidades se tienen por rigurosamente iguales. En el triángulo de que

venimos hablando, se tiene $R. = \infty$, $\text{sen.} = \frac{1}{\infty}$, por ser línea finita: buscando pues el valor del cos. por la fórmula $\text{cos.} = \sqrt{R^2 - \text{sen.}^2}$, tendremos $\text{cos.} = \sqrt{\infty^2 - \frac{1}{\infty^2}} = \sqrt{\infty^2 - 0} = \infty = R$. Mas si $\text{cos.} = R$. se reducen am-

bos á una sola línea que termina por cada uno de sus dos extremos en un solo punto, al cual se reduce toda la órbita terrestre.

5.º — La velocidad de un cuerpo es igual al espacio dividido por el tiempo: consideremos, pues, el movimiento anual de la Tierra, proyectado en el eje de su órbita, la expresion de su velocidad, será $\frac{2E}{t} = v$ significando E el eje que se recorre dos veces al año, y t. el tiempo de un año. Es así

que el valor de $E = \frac{1}{\infty} = 0$, luego la velocidad de la Tierra $= \frac{0}{t} = 0$. Mas el movimiento que en lo absoluto no existe y el que existiendo es apreciable en 0. se equiparan no solo en la observacion, sino tambien en el rigor del cálculo: 0 de movimiento estimado matemáticamente, es quietud matemática; y es indispensable reconocer esta en la Tierra respecto del Cielo.

6.º — Se presentarán mas fuertes estos raciocinios si reflexionamos que la idea de quietud, sea cual fuere el cuerpo á que la apliquemos, no puede importar sino carencia de movimiento apreciable. Si por quietud hubiera de entenderse carencia absoluta de todo movimiento aun inapreciable, acaso seria necesario desterrar de las lenguas esta palabra, porque estando toda la naturaleza en continua actividad así en los cuerpos de grandes dimensiones como tambien en los átomos mas pequeños, por la atraccion, por la afinidad, por las acciones físicas y químicas que continuamente ejercen los cuerpos entre sí, tenemos sobrado fundamento para creer que tal vez no hay parte alguna de la materia por quieta que se nos presente, en la cual no se verifique algun movimiento. Si pues la palabra quietud aun en su sentido rigoroso gramatical solo significa carencia de movimiento apreciable, debemos aplicarla en este mismo rigoroso sentido á la Tierra considerada en su relacion directa con el Cielo, supuesto que su movimiento es apreciable en 0. En este punto es preciso sobreponernos á las impre-

siones propias de nuestra pequeñez: cuando nos consideramos en movimiento al derredor del Sol y sabemos que llegamos á apartarnos de este astro hasta 23573,12 radios terrestres, llamamos *orbem magnum* á la órbita que recorre el cuerpo que nos sirve de morada; pero al fin es necesario que entendamos que lo que es grande para nosotros, todavia es nada para la grandeza de las obras de Dios. Si se diera inteligencia á un animalillo microscópico, tal vez no quisiera admitir que se estimaran en 0 sus pasos con relacion v. g. á la magnitud de nuestros continentes: diria: ¿Cómo puede tenerse en 0 el *grande* espacio que he recorrido? Pues debemos entender que nosotros con la tierra y con los movimientos de esta, somos con relacion al Universo mucho menos que microscópicos. Está demostrada la primera parte de la proposicion, pasemos á la segunda.

Dos cosas son necesarias para que un cuerpo pueda considerarse centro del Cielo: 1.º que con relacion á él presente su centro fijo en un punto; 2.º que las rectas que parten de este punto hácia todas direcciones hasta la superficie de la esfera celeste sean matemáticamente iguales; hemos visto realizada en la Tierra la primera de estas condiciones, demostremos la segunda. Por el mismo hecho de que las líneas que nos separan de los extremos del espacio celeste no están sujetas á medida, no debemos averiguar su igualdad como en las líneas finitas, viendo si en todas cabe un mismo número de veces la longitud que tomáramos por unidad: en todas estas líneas tenemos un valor *superior á cualquiera medida que podamos determinar en el estudio del Cielo* y bajo este concepto no pueden expresarse sino por ∞ ; es decir, se encuentra en todas la igualdad matemática del infinito de un mismo orden: y así la distancia de la Tierra á los extremos del espacio celeste es matemáticamente igual en todas direcciones puesto que siempre se expresa por ∞ .

La consecuencia final es que bien podemos fijándonos en el centro de la Tierra como en un punto inmóvil considerar tiradas en todas direcciones líneas rectas que prolongándose hasta los extremos del espacio celeste, todas igualmente se expresarán por ∞ y de esta manera determinar sobre el mismo centro una esfera inmensa que es la esfera celeste. Luego que la Tierra gire al derredor del Sol, no es obstáculo para que con relacion al Cielo ó al Universo se considere su centro fijo en un punto y aun pueda tomarse por centro del Cielo.

PUNTO TERCERO.

¿La consideración de la Tierra como centro del Mundo debe mirarse como una idea ya inadmisibile, ó estriba en razones subsistentes aun en el estado actual de la ciencia? ¿De hecho esta consideracion se encuentra hoy absolutamente desechada, ó domina todavia en multitud de aplicaciones de las Matemáticas al estudio de los Cielos?

Al tratar este punto debemos considerar al Cielo *tal cual se ofrece á nuestra contemplacion y estudio*, porque solo bajo este aspecto es dado á la ciencia humana designarle centro, segun dijimos antes.

De aquí resulta que para señalar un centro á los cielos, no solo debemos

atender á su extension, por razon de la cual seria indiferente considerar el centro en la Tierra, en el Sol ó en alguno de los planetas, porque la diferencia de distancias que media entre estos cuerpos, en lo absoluto nada interesaría: es indispensable tomar en consideracion el orden admirable con que se nos presentan los Cielos, del cual pende su belleza y majestad, y del cual no podemos prescindir de ninguna manera, y ver si este orden segun lo debemos estudiar, tiene una relacion natural con la Tierra como centro y si atender á esta relacion es frecuentemente una necesidad de nuestra ciencia. Véamos si se verifican estas cosas.

1.º—El dia natural es constituido por la vuelta aparente del Cielo sobre su eje; y esta de ninguna manera puede verificarse si la Tierra no aparece colocada en el mismo eje del Cielo; porque proviniendo la rotacion aparente del Cielo de que referimos á él la rotacion real de la Tierra sobre su eje, es imposible que lo veamos dar vuelta sobre otra línea que no sea la misma del eje terrestre prolongada en los espacios celestes.

2.º—La exacta correspondencia de los polos del Cielo con los de la Tierra, tampoco podria verificarse si la Tierra no se nos presentara colocada en el eje del Cielo.

3.º—El Este y el Oeste celestes distan cada uno igualmente de los dos polos del Cielo: la recta que corre de E á O corta el eje del Cielo en dos partes iguales en un punto que es el centro de la esfera celeste, supuesto que es en el que se cortan dos diámetros de círculo máximo. Mas colocado un cuerpo en el Ecuador terrestre recibiendo la luz directamente del E del Cielo, proyecta su sombra correspondiendo geométricamente al O del Cielo; luego el Ecuador terrestre coincide con la recta que corre del E. al O celestes, y por consiguiente, no solo se nos presenta colocada la Tierra en el eje del Cielo, sino que su centro aparece en el punto en que corta al mismo eje la recta que corre de E á O, es decir, en el centro de la esfera celeste, con la exactitud que puede alcanzar la ciencia humana.

4.º—Los círculos máximos celestes, el Horizonte, el Ecuador, los Meridianos corresponden matemáticamente cada uno al que en la tierra tiene el mismo nombre: el círculo celeste y el terrestre correspondiente están en un mismo plano, y todos, tanto los celestes como los terrestres, á pesar de sus diversas posiciones, pasan á un mismo tiempo por el centro de la esfera celeste y por el de la Tierra, lo cual seria imposible si ambos centros no coincidieran en un mismo punto.

5.º—Además, si la Tierra no estuviera en el eje del Cielo, el Horizonte de los que tienen la esfera recta no dividiria al Ecuador y á los círculos que le son paralelos en dos partes iguales, y por consiguiente allí no seria igual matemáticamente el tiempo que los astros están sobre el Horizonte y el que están debajo. Si la Tierra no estuviera en el punto medio del eje del Cielo, el Horizonte de los que tienen la esfera oblicua no dividiria al Ecuador y á la Eclíptica en partes iguales y por lo mismo para ellos cuando un astro recorre el Ecuador, no seria igual el tiempo que está sobre el Horizonte con el que está debajo, ni les serian siempre visibles seis signos íntegros.

6.º—Ha sido imposible á la ciencia en multitud de casos, prescindir de la consideracion de la Tierra como centro del Cielo. Para el estudio de la Astronomía y de la Geografía está generalmente adoptada la division de

todo el Universo en dos esferas, celeste y terrestre: mas en esta consideracion cuya necesidad y exactitud son incuestionables, se determina el centro del Universo en la Tierra; porque las dos esferas celeste y terrestre tienen un mismo centro, sus círculos correspondientes están siempre en un mismo plano y los grados del terrestre corresponden matemáticamente á los del celeste; la latitud de los lugares en cualesquiera puntos de la Tierra es siempre igual á la declinacion que tienen en el Cielo los astros que les son perpendiculares en la vuelta diurna: todo lo cual seria imposible si la Tierra y el Cielo no tuvieran el mismo centro.

7.º—El mismo resultado se obtiene generalmente en las aplicaciones de la Trigonometría esférica al estudio de la esfera celeste. Todo triángulo esférico determina en el centro de la esfera un ángulo sólido que forman al cortarse entre sí para pasar por el centro los tres planos de los tres círculos máximos de cuyos arcos se forma en la superficie de la esfera el triángulo esférico: mas aplicada al Cielo la Trigonometría esférica, (hablamos especialmente del estudio de las estrellas) todos los triángulos esféricos que se consideren en cualquiera lugares del Cielo, determinan el ángulo sólido en la Tierra, obteniéndose de esta manera un resultado exacto en las observaciones. Luego en las aplicaciones de la trigonometría esférica á la Astronomía se reconoce á la Tierra como centro del Cielo.

Se podrian alegar mas razones, pero las expuestas son mas que suficientes.

Exactitud matemática de la consideracion del Cielo en la forma de esfera.

Las teorías de algunos autores modernos han llegado á reducir la esfera celeste á una simple *ilusion de perspectiva*. Cuando vemos un conjunto de objetos lejanos, juzgamos de sus posiciones por la direccion de las líneas visuales y los diversos ángulos que estas forman, de manera que si se interpusiera un plano y pudieran quedar impresos en él con su lente propio todos los puntos en que cortara á aquellas líneas, tendríamos en el mismo plano la imágen fiel de los objetos que observábamos; tal es la idea que debemos formar de la perspectiva: aplicándola al Cielo cree Francoeur (1) que «la ilusion que nos hacen juzgar hemisférico al Cielo, proviene de que creemos que las estrellas están igualmente distantes de nosotros, porque nada nos advierte de lo contrario; de aquí es que las colocamos con el pensamiento en la superficie de un globo. No nos parecen fijas en un plano porque un plano no se acomodaria con la sensacion que produce el conjunto de objetos que nos rodean, y las trasportamos á una esfera que se interpone y en la cual se imprimen los rayos luminosos. Esto no es sino una manera de referir la sensacion que causa en nosotros la vista de los astros; y este juicio no es sino la expresion de la ignorancia en que estamos de sus distancias. Así las estrellas son para nosotros como si estuvieran fijas en la superficie de una esfera que gira en un eje oblicuo al horizonte.»

(1) Uranographie. Première partie. Mouvement diurne apparent.