ARTÍCULO SUPLEMENTARIO

SOBRE LA LONGITUD

TIEMPO.—CRONÓGRAFO.

Uno de los problemas más difíciles en astronomía y á cuya solucion han tendido y tienden constantemente los esfuerzos de los astrónomos, es la apreciacion del tiempo con toda exactitud. El adelanto á que se ha llegado en la construccion de los péndulos y cronómetros, y la feliz aplicacion que se ha hecho de la electricidad á la medida del tiempo al poder trasladar gráficamente á un papel las divisiones más pequeñas que puedan indicar aquellos instrumentos, convirtiendo de esta manera los segundos de tiempo en distancias mensurables y claramente divisibles en muchas partes iguales; la perfeccion del guarda-tiempo y la invencion del cronógrafo, han dado y tienen que dar todavía mayor impulso á la astronomía matemática y aun física á proporcion que se vaya extendiendo su uso combinado. En mi artículo anterior hablé de la pronta aplicacion del cronógrafo en el Observatório Nacional, como estando próximo el completo establecimiento de aquel; mas el retardo involuntario que

ha sufrido la conclusion de esta Memoria me proporciona la ventaja de poder dar cuenta desde ahora de los resultados obtenidos en las primeras aplicaciones que se han hecho de aquel precioso aparato. Mas para proceder con órden, comenzaré por hablar de los procedimientos empleados para la determinacion del tiempo, para ocuparme en seguida de los demas estudios prácticos que se han hecho, relativos á la misma cuestion, ó en que ha servido de base aquel fugaz elemento.

Dos son los métodos que de preferencia he empleado para determinar la correccion de los guarda-tiempos del Observatorio: el de pasos meridianos y el de alturas iguales de dos estrellas. Este último fué imaginado por el Sr. Diaz Covarrúbias, por cuyo motivo se me permitirá detenerme á hablar un poco sobre una de las ideas más felices de nuestro insigne astrónomo.

Observar una misma estrella antes y despues de su culminacion, pero á una altura igual y conveniente para que su movimiento ascensional sea bastante sensible, proporciona, como se sabe, uno de los medios más exactos y sencillos para que, comparando simplemente la ascension recta de la estrella con el promedio de los tiempos anotados, se obtenga inmediatamente la correccion del cronómetro. Este método tiene, sin embargo, el inconveniente de que el tiempo que trascurre de una observacion á otra viene á ser demasiado grande, debiendo por esto mismo temer una variacion en el instrumento ó en la temperatura. El Sr. Diaz Covarrúbias, partiendo sin duda de esta idea, imaginó que podian observarse dos estrellas á igual altura, cuyas declinaciones difiriesen poco entre sí, siendo fácil desarrollar las fórmulas necesarias para encontrar la pequeña correccion que tendria que sufrir por aquel motivo el promedio de sus ascensiones rectas para que fuese comparable con el promedio de los tiempos anotados, y encontrar así la correccion del cronómetro. No se engañó, y la aplicacion de sus fórmulas ha venido á demostrar que el método de alturas iguales de dos estrellas, reune estas tres inapreciables ventajas: 1ª, eliminacion de los valores angulares; 2ª, corto tiempo para la observacion, no habiendo necesidad, por lo mismo, de tomar las anotaciones meteorológicas correspondientes; 3ª, sencillez en el cálculo con cuanta exac-

titud puede dar cualquier otro método. Esta sencillez es mucho mayor si se reflexiona que, observando un par de estrellas todas las noches á la misma altura, la cantidad que debe corregir el promedio de las ascensiones rectas, dependiendo de las declinaciones de las estrellas en combinacion con la latitud del lugar y del intervalo de tiempo trascurrido de una observacion á otra, se puede considerar constante por mucho tiempo, y entonces el cálculo es comparable en su sencillez al mismo de una sola estrella observada á uno y otro lado del meridiano.

El Sr. Diaz Covarrúbias trae en sus "Nuevos Métodos" una tabla con 48 pares de estrellas. Pero aunque estas tienen la ventaja de encontrarse en casi todas las Efemérides astronómicas, como su idea fué únicamente que pudiesen servir para observaciones hechas con el sextante, no llenan todas las necesidades de un Observatorio, por los grandes intervalos que hay en lo general de uno á otro par. Por tal motivo emprendí la formacion de una nueva tabla que pudiese ofrecer en cualquiera época del año y á cualquiera hora, pares de estrellas en un corto intervalo de tiempo que en general me fijé de seis minutos próximamente, pudiendo de esta manera constar la tabla como de 240 pares. Hay calculados más de la mitad. He procurado tambien que las estrellas no sean menores que de 5ª magnitud, para que la tabla pueda servir aun para instrumentos de poco poder amplificador. He debido calcular para cada par, tanto su distancia zenital como su azimut, para que la estrella se presente en el campo del anteojo, tomando cuatro minutos para el intervalo de una observacion á otra. El trabajo, como se comprende fácilmente, ha sido bastante laborioso, por lo que no me ha sido posible presentarlo en esta Memoria.

Segun he indicado en otro lugar, los cambios de señales telefónicas hechos entre los Observatorios Nacional y Central, ni han sido del todo satisfactorios, ni han formado una serie bastante numerosa para que pudiera hacer mérito de ellos en esta Memoria. En espera de establecer el cronógrafo, del que aguardábamos la mayor exactitud posible para un dato tan importante cual es la diferencia de meridianos entre los dos observatorios, descuidamos los demas procedimientos que, sin duda, nos proponiamos emplear más tarde por via de estudio, cuando tuviésemos lo que considerábamos como base principal, el resultado cronográfico. Logramos por fin nuestro intento; pero antes de exponer los resultados, permítaseme entrar en algunos detalles, que darán completa idea de nuestros procedimientos, comenzando por hacer una descripcion del cronógrafo del Observatorio Nacional, siendo enteramente igual al que existe en el Central de Palacio.

El Sr. Giron, quien, entre otras cosas, tiene á su cargo el cronógrafo, me ha presentado una minuciosa descripcion de dicho aparato, de la cual tomaré en extracto lo que más se acomode al objeto que me he propuesto. El cronógrafo se compone de una pequeña caja de bronce, teniendo su frente la forma de un trapecio, y en la cual está encerrado un mecanismo de relojería, destinado á dar movimiento uniforme, segun el sistema Morse, á una tira de papel en que se señalan las distancias que representan la medida gráfica del tiempo. Frente á la caja se hallan colocados paralela y verticalmente dos electro-imanes de dos bobinas, quedando uno de cada lado. Barras cilíndricas de fierro dulce reciben las bobinas, pudiendo quitarse estas fácilmente para sustituirse con otras de más ó menos resistencia, segun la longitud del conductor á que se aplique el cronógrafo.

La armadura que se pone horizontalmente sobre los electro-imanes, y es atraida por estos, se coloca á la altura conveniente por medio de un tornillo de presion que lo fija á un eje que entra á frotamiento en un pequeño tubo de la armadura. Este eje, que se mueve con la armadura, se prolonga al interior de la caja de que se ha hablado antes, comunicándose por medio de un brazo de palanca con un pequeño estilete que sube ó baja en una posicion vertical, cada vez que la armadura es atraida ó toma su posicion libre de la corriente. El estilete, que es el que marca los puntos en la tira de papel, tiene un mecanismo muy ingenioso, pues estando articulado, se conserva en su posicion vertical por medio de un suave resorte; de manera que cuando marca el punto en el papel, si la atraccion de la armadura se prolonga, el resorte

cede, y el estilete, despues de haber marcado su punto, se inclina al movimiento de la tira sin dejar señal ninguna en ella.

La cantidad que conviene se eleve el estilete, para que el punto no sea ni demasiado suave ni sumamente fuerte, se arregla por medio de un brazo de palanca fijo al eje giratorio de la armadura, exteriormente á la caja, y que oscila entre dos tornillos por medio de los cuales se arregla el movimiento del eje en el sentido indicado. El mismo brazo de palanca lleva, además, un resorte antagonista, por medio del cual se aumenta ó disminuye la resistencia de la armadura, segun sea la intensidad de la corriente eléctrica. Cada una de las armaduras mueve independientemente su estilete propio, pero sobre la misma tira de papel, correspondiendo uno al circuito que cierra é interrumpe el péndulo, segun se explicará despues, y el otro al circuito que cierra el observador por medio de su manipulador en un instante dado.

Los polos del electro-iman del lado derecho corresponden, uno directamente á un tornillo colocado en la parte posterior del aparato, y el otro á una plancha metálica, con la que puede ponerse en contacto la extremidad de una palanca movible horizontalmente, por medio de la cual se podrá establecer ó interrumpir la corriente. El otro extremo de la palanca queda en el interior de la caja, teniendo una uña que puede detener ó dejar libre el volante del mecanismo de relojería, segun la posicion que se le quiere dar; de manera que cuando la palanca cierra el circuito eléctrico, el volante queda libre y la tira de papel comienza á correr; mas cuando lo abre la uña, detiene el volante y se suspende el movimiento de la tira.

Ahora bien; con los tornillos que corresponden á los dos polos del electro-iman se conectan un alambre conductor que va á uno de los extremos de la varilla del péndulo y otro que se dirige á uno de los polos de la batería, conectándose con el otro polo otro alambre conductor que, por medio de un mecanismo especial, se pone en contacto instantáneamente en cada oscilacion con el otro extremo de la varilla del péndulo. Entre los distintos medios que se han imaginado para establecer é interrumpir la corriente eléctrica á cada oscilacion del péndulo, yo elegí el de la gota de mercurio modificado, y no sé si mejorado, de la manera siguiente:

En lugar de poner la gota de mercurio en el centro de la oscilacion del péndulo, creí más conveniente poner dos gotas, una en cada extremo de la oscilacion; por medio de un pequeño aparato que tuviese dos brazos con sus respectivas capsulitas para el mercurio, y que pudiesen, por medio de un tornillo, acercarse ó separarse segun la amplitud de la oscilacion; teniendo, además, todo el aparato un movimiento ascensional por medio de otro tornillo, y uno horizontal y perpendicular al plano de oscilacion del péndulo. El Sr. D. Eufemio Amador, que en muchos trabajos ha dado pruebas de su inteligencia y grande habilidad, comprendió y supo realizar satisfactoriamente mi idea. Mi objeto, al poner dos gotas de mercurio, fué que los golpes de la armadura del cronógrafo, y por consiguiente los puntos de la tira, correspondiesen á los golpes del péndulo, y por tanto, á indicaciones exactas de segundos. El resultado ha correspondido á mis deseos.

El otro electro-iman forma un circuito sirviendo la misma batería, cuyos alambres terminan en un manipulador que se tiene á voluntad del observador. Cerrando el circuito en el instante de una observacion, se produce un punto sobre la tira de papel un poco más abajo de la línea de segundos, sin que esto ofrezca el menor inconveniente para medir la fraccion de segundo. Para esto se emplea una escala compuesta de once hilos paralelos, equidistantes y elásticos, fijos en una pequeña pieza metálica cuadrangular de varillas articuladas, con el fin de aumentar ó disminuir la distancia entre los hilos hasta que corresponda á la distancia que represente un segundo. De esta manera se pueden apreciar á la vista, hasta centésimos de segundo de tiempo.

Listo el aparato, el dia 10 de Noviembre de 1879 se hizo la primera aplicacion del cronógrafo, observando los pasos meridianos de tres estrellas, μ Capricornii, 79 Draconis y α Aquarii, desde cuya fecha no ha dejado de emplearse con el mismo buen éxito del primer dia.

Encontrándonos ya en aptitud de enlazar los dos observatorios por medio del cronógrafo, nos ocupamos desde luego en estudiar el medio más conveniente de hacerlo. La primera idea que tuve fué conservar en cada observatorio los circuitos locales de los péndulos y formar el circuito de enlace, que llamaré gene-

ral, con los electro-imanes de los manipuladores. Pero siendo pequeña la diferencia de meridianos entre los dos observotorios, pues no podia pasar de doce segundos, tropecé con el inconveniente de que solo podian observarse las mismas estrellas en sus pasos meridianos por un solo hilo, el central de la retícula, habiendo necesidad de mantener cerrado el manipulador en Chapultepec mientras se hacia la observacion en México, y vice versa, si bien esto no exigia más que alguna atencion. Creí, por lo mismo, más conveniente comenzar por ensayar otro método, que consistió en establecer el circuito general con los electro-imanes de los péndulos, pero conectando solamente un solo péndulo, que fué el de este observatorio. De esta manera los segundos del mismo péndulo se registraban en las dos estaciones, y los circuitos de los manipuladores quedaban enteramente locales é independientes, pudiendo, por lo mismo, observarse las mismas estrellas por todos los hilos de la retícula.

La marcha que hemos seguido es la siguiente:

Por medio de un conmutador estableciamos muy fácilmente, á voluntad, el circuito telefónico ó cronográfico. Puesto el primero, nos poniamos de acuerdo en las estrellas que debiamos observar y en las señales convencionales, para que si al estar puesto el cronógrafo nos ocurria alguna dificultad ó pregunta que hacer, pusiésemos inmediatamente el teléfono para comunicarnos, por medio de él, verbalmente. Raras veces ha sido necesario este cambio.

La llave de contacto que cierra ó abre el circuito del cronógrafo, se mantenia cerrada en Chapultepec y abierta en México hasta que la estrella estaba cerca del primer hilo, en cuyo caso se cerraba y comenzaba á funcionar el cronógrafo, manteniéndose cerrada dicha llave hasta que el circuito era interrumpido en Chapultepec despues de la observacion de la estrella por el último hilo. Restablecidas las cosas á su primer estado, se hacia lo mismo con la observacion de las demas estrellas. Un contador de péndulo en Chapultepec anotaba las horas, minutos y segundos de todas las observaciones para mayor comprobacion, con lo que se deducian fácilmente los tiempos exactos correspondientes tanto á las observaciones de México como á las de Chapultepec.

En este sistema no cabe duda que subsiste el error que se llama de armadura, por cuyo motivo mi apreciable amigo el Sr. D. Leandro Fernandez, profesor de astronomía en la Escuela especial de Ingenieros, se inclina en favor del primer sistema, y en verdad que lo habriamos preferido si no hubiese sido por las razones antes expuestas.

No obstante, el Sr. Jimenez y yo nos proponemos aplicarlo y hacer estudios comparativos. Tócame, sin embargo, demostrar que aquel error es tan pequeño que en los más casos podrá considerarse nulo.

El error de armadura no es otra cosa que el tiempo trascurrido entre el momento en que se cierra el circuito y aquel en que el estilete marca el punto. La imantacion de la barra se puede considerar simultánea con la formacion del circuito; pero no sucede lo mismo, por más que la diferencia sea sumamente pequeña, con la marca del estilete sobre el papel, que no tiene lugar sino hasta que baja la armadura, de manera que el tiempo que tarde esta en bajar es precisamente el error de que venimos hablando, que, como se comprende, hace que el punto se señale despues del instante en que se cierre el circuito. En la anotacion de los segundos del péndulo no tiene aquella diferencia de tiempo influencia apreciable, y si la tardanza de la armadura correspondiente al manipulador fuese igual, desapareceria por completo aquel error. Esto es muy fácil conseguirse haciendo pasar la corriente del péndulo por los dos electro-imanes, en cuyo caso las armaduras, funcionando á la vez, se ajustan de manera que sus golpes se confundan y los puntos correspondientes en la tira queden exactamente en la misma perpendicular á la línea de los puntos de los segundos. Esta experiencia, que he hecho varias veces, me ha demostrado, además, que se necesita que los ajustes sean muy desiguales para que produzca diferencia apreciable en los puntos, y como el error de armadura en dos estaciones enlazadas por el cronógrafo de la manera que lo hemos verificado con los dos Observatorios, se reduciria, como es fácil comprenderlo con poca reflexion, á la diferencia de los errores de armaduras de los dos electro-imanes que marcan los segundos de un mismo péndulo, se infiere que el mencionado er-

ror puede en lo general considerarse inapreciable, y sin duda menor á los errores personales y de observacion. No creo, por lo mismo, que debe preocuparnos el error de armadura, y menos cuando se tome la precaucion de ajustar las armaduras á la misma tension próximamente, pues entonces no subsistirian otras causas de aquel error que la diferencia de intensidad en la corriente ó la longitud del conductor. Mas esta última causa, como se sabe, tiene sus límites bastante ámplios para que la temiésemos nosotros, y la primera se puede evitar, ó disminuir por lo menos, poniendo en las dos estaciones baterías iguales.

Veamos ahora de qué manera se puede calcular la diferencia de meridianos entre dos puntos por observaciones hechas segun el procedimiento explicado antes.

Llamaremos λ la diferencia que buscamos, t_0 el tiempo del péndulo anotado en la estacion occidental, corregido de los errores instrumentales para que pueda compararse con el otro tiempo del mismo péndulo anotado en la estacion oriental que llamaremos t_e, al cual supondremos hecha tambien la misma correccion. Llamaremos además $\triangle(t_0 - t_e)$ la variacion del péndulo en el intervalo de t_e á t_0, positiva cuando atrase y negativa cuando adelante. La diferencia de meridiano será

$$\lambda = t_0 - t_e + \triangle(t_0 - t_e) \ldots\ldots (1)$$

La fórmula que generalmente se emplea en los Observatorios fijos y de que he hecho uso para la determinacion del error del péndulo, es la siguiente:

$$\triangle t = \alpha - (t + m + n \tan \delta) \ldots\ldots (2)$$

Pero cualquiera que sea la fórmula empleada, se comprende que la correccion del péndulo provendrá precisamente de la diferencia entre la ascension recta de la estrella y el tiempo anotado corregido por los errores instrumentales, es decir, el tiempo reducido á aquel en que se hubiera hecho la observacion del paso exacto de la estrella por el meridiano. De aquí resulta que los valores de t_0 y t_e de la fórmula (1) no son otra cosa más que los

representados de una manera general por el trinomio encerrado entre paréntesis de la fórmula (2). De manera que de esta podemos obtener las ecuaciones siguientes para una misma estrella observada en dos estaciones:

$$\triangle t_0 = \alpha - t_0$$
$$\triangle t_e = \alpha - t_e$$

Despejando los valores de t_0 y t_e y sustituyéndolos en la fórmula (1), obtenemos por último

$$\lambda = \triangle t_e - \triangle t_0 + \triangle(t_0 - t_e)$$

Tratándose de una diferencia de meridianos tan pequeña como en nuestro caso, el último término es nulo y la fórmula se reduce á

$$\lambda = \triangle t_e - \triangle t_0$$

lo que quiere decir, que del error calculado en la estacion oriental se debe restar el de la occidental, atendiendo á sus signos, para encontrar la diferencia de meridianos, de manera que si la correccion del péndulo es de atraso, el error de la primera estacion debe ser mayor; sucediendo lo contrario cuando es de adelanto.

Partiendo de estos principios emprendimos el Sr. Jimenez y yo una serie de observaciones de pasos meridianos durante doce noches, eligiendo las estrellas de más confianza. Habriamos podido prolongar por más tiempo nuestras observaciones si no hubiéramos llegado al último término que le habia fijado á esta Memoria; pero un promedio de sesenta resultados me parece puede proporcionar cuanta exactitud puede desearse en trabajos de esta naturaleza, y más si se reflexiona que los valores de t_0 y t_e han provenido, el primero del promedio de siete observaciones que han correspondido á otros tantos hilos de la retícula, y el segundo de cinco; de manera que las observaciones en Chapultepec han sido realmente 420 y las de México 300. La tabla siguiente manifiesta los resultados obtenidos.

Estrellas observadas en sus pasos meridianos en los Observatorios Astronómicos Nacional de Chapultepec y Central de México, en correspondencia cronográfica, y los resultados obtenidos para la diferencia de meridianos.

Núm. de observaciones.	Fechas.	Estrellas observadas.	PENDULO. Correc. para Chapultepec.	PENDULO. Correc. para México.	Diferencias de merid?
1	13 de Dicbre. 1879.	δ Piscium.....	+2m34s55	2m46s27	11s72
2	,, ,, ,,	θ¹ Ceti.....	2 34.65	2 46.40	11.75
3	,, ,, ,,	o Piscium.....	2 34.69	2 46.37	11.48
4	15 ,, ,,	ε Piscium.....	2 33.13	2 44.76	11.63
5	,, ,, ,,	η Piscium.....	2 33.03	2 44 72	11.69
6	,, ,, ,,	ν Piscium.....	2 32.99	2 44.80	11 91
7	,, ,, ,,	o Piscium.....	2 33.18	2 44,76	11.58
8	,, ,, ,,	β Arietis,,.....	2 33.17	2 44.85	11.68
9	16 ,, ,,	θ¹ Ceti.....	2 32.13	2 44 00	11.87
10	,, ,, ,,	η Piscium.....	2 32.28	2 44.13	11.85
11	,, ,, ,,	ν Piscium.....	2 32.15	2 43.68	11.53
12	,, ,, ,,	o Piscium.....	2 32.37	2 44.23	11.86
13	,, ,, ,,	β Arietis,,.....	2 32.33	2 44.13	11.80
14	17 ,, ,,	θ¹ Ceti.....	2 31.42	2 42.77	11.35
15	18 ,, ,,	ε Piscium.....	2 30.39	2 42.22	11.83
16	,, ,, ,,	87 Piscium.....	2 30.32	2 41.91	11.59
17	,, ,, ,,	θ¹ Ceti.....	2 30.41	2 42.06	11.65
18	,, ,, ,,	η Piscium.....	2 30.36	2 41.82	11.46
19	,, ,, ,,	ν Piscium.....	2 30.32	2 42.18	11.86
20	,, ,, ,,	o Piscium.....	2 30.41	2 42.18	11.77
21	,, ,, ,,	β Arietis,,.....	2 30.23	2 41.71	11.48
22	19 ,, ,,	η Piscium.....	2 28.94	2 40.50	11.56
23	,, ,, ,,	o Piscium.....	2 28.96	2 40.75	11.79
24	,, ,, ,,	β Arietis,,.....	2 28.93	2 40.76	11.83
25	20 ,, ,,	ι Piscium.....	2 27.87	2 39.51	11.74
26	,, ,, ,,	ε Piscium.....	2 27.69	2 39.52	11.83
27	,, ,, ,,	ζ Piscium.....	2 27.64	2 39.54	11.90
28	,, ,, ,,	θ¹ Ceti.....	2 27.42	2 38.50	11.08
29	,, ,, ,,	η Piscium.....	2 27.52	2 38.96	11.44
30	22 ,, ,,	η Piscium.....	2 24.48	2 36.33	11.85
31	,, ,, ,,	o Piscium.....	2 24.48	2 36.36	11.88
32	,, ,, ,,	α Arietis,,.....	2 24.36	2 36.38	11.92
33	,, ,, ,,	ξ Ceti.....	2 24.35	2 36.32	11.97
34	7 de Enero 1880.	ξ² Ceti.....	2 10.63	2 22.34	11.71
35	,, ,, ,,	γ² Ceti.....	2 10.76	2 22.64	11 88
36	,, ,, ,,	σ Arietis,,.....	2 10.93	2 22.32	11.39
37	,, ,, ,,	α Ceti.....	2 10 88	2 22.42	11.54
38	,, ,, ,,	δ Arietis,,.....	2 10.99	2 22.20	11.21

Núm. de observaciones.	Fechas.	Estrellas observadas.	PENDULO. Correc. para Chapultepec.	PENDULO. Correc. para México.	Diferencias de merid?
39	8 de Enero 1880.	α Arietis,,.....	2m11s13	2m22s57	11s44
40	,, ,, ,,	67 Ceti.....	2 10.96	2 22.33	11.37
41	,, ,, ,,	ξ² Ceti.....	2 11.04	2 22.53	11.49
42	,, ,, ,,	γ² Ceti.....	2 11.13	2 22.57	11.44
43	,, ,, ,,	σ Arietis,,.....	2 10.99	2 22.54	11.55
44	,, ,, ,,	α Ceti.....	2 11.14	2 22.46	11.32
45	,, ,, ,,	δ Arietis,,.....	3 11.09	2 22.77	11.68
46	9 ,, ,,	α Arietis,,.....	2 11.24	2 22.87	11.63
47	,, ,, ,,	67 Ceti.....	2 10.96	2 22.69	11.73
48	,, ,, ,,	ξ² Ceti.....	2 11.01	2 22 68	11.67
49	,, ,, ,,	γ² Ceti.....	2 10.98	2 22.79	11.81
50	,, ,, ,,	σ Arietis,,.....	2 11.03	2 22.24	11.21
51	,, ,, ,,	α Ceti.....	2 10.98	2 22.62	11.64
52	,, ,, ,,	δ Arietis,,.....	2 11.06	2 22.55	11.49
53	10 ,, ,,	α Arietis,,.....	2 11.14	2 23.03	11.89
54	,, ,, ,,	67 Ceti.....	2 11.08	2 22.69	11 61
55	,, ,, ,,	ξ² Ceti.....	2 11.12	2 22.68	11.56
56	,, ,, ,,	γ² Ceti.....	2 11.13	2 22.75	11.62
57	,, ,, ,,	σ Arietis,,.....	2 11 10	2 22.68	11.58
58	,, ,, ,,	α Ceti.....	2 11.08	2 22.81	11.73
59	,, ,, ,,	δ Arietis,,.....	2 11.03	2 22.86	11.83
60	,, ,, ,,	α Persei.....	2 11.09	2 22.88	11.79

Para encontrar el error probable correspondiente á cada noche de observacion, y el del resultado final, puede emplearse la fórmula siguiente que dará respectivamente aquellos valores.

$$r = \pm 0.6745 \frac{(w)}{\sqrt{n-1}}$$

$$r_0 = \frac{r}{\sqrt{n.}}$$

Para poder aplicarlos he formado la tabla siguiente que comprende los resultados medios de cada noche, las diferencias v de cada resultado con el promedio final y los cuadrados w de estas diferencias, siendo (w) la suma de los cuadrados y n el número de resultados medios ó de noches de observacion.