Naymó.

GUIA
DEL
INDUSTRIAL.

GUIA DEL INDUSTRIAL.

MANUAL DE MECÁNICA APLICADA.

GUIA DEL INDUSTRIAL

MANUAL DE MECÁNICA APLICADA

CON VARIAS TABLAS Y CÁLCULOS HECHOS

PARA

USO DE LOS INGENIEROS, ARQUITECTOS, MAESTROS DE OBRAS, CONSTRUCTORES, DIRECTORES DE FÁBRICAS Y TALLERES, É INDUSTRIALES EN GENERAL.

POR

D. MARIANO MAYMÓ,

Socio residente de la Academia de ciencias naturales y artes de Barcelona, y su catedrático de matemáticas y geografía, regente en ambas asignaturas, profesor de instruccion superior é individuo de varias corporaciones científicas y literarias.

OBRA DECLARADA DE TEXTO.

TERCERA EDICION.

BARCELONA:
IMPRENTA Y LIBRERÍA RELIGIOSA Y CIENTÍFICA
DEL HEREDERO DE D. PABLO RIERA,
calle de Robador, número 24 y 26.
1872.

Maymó

ADVERTENCIA.

En el prólogo de la segunda edicion transcribimos lo que dijimos en la primera que reproducimos en esta *tercera* por no tener que añadir nada mas. Decíamos:

«DEDICADOS desde algunos años á la enseñanza de jóvenes empleados en fábricas y talleres, se nos ha hecho notar la falta de una obra, que al paso que comprenda los principios generales de la Mecánica facilite las reglas indispensables al industrial para desempeñar con acierto su cometido, proporcionando al constructor las tablas y fórmulas prácticas de que debe hacer uso en sus cálculos con el fin de lograr la debida proporcion, solidez y exactitud en los aparatos y máquinas que se proponga construir. Obras que reunan en gran parte estas condiciones se publican en el extranjero, pero siempre ofrecen la dificultad de estar escritas en idioma que no es el nuestro, y por lo mismo extraño á muchos de los que en nuestro país necesitan esta clase de conocimientos.

«En tal concepto, cediendo á las reiteradas instancias de nuestros discípulos y de algunos buenos amigos, hemos resuelto publicar un tratado que, comprendiendo el resúmen de nuestras lecciones anuales, sirva como obra de texto á nuestros alumnos y sea un guia seguro para los que tienen á su cargo la direccion de establecimientos industriales.

«Para lograr el objeto que nos proponemos no se crea que presentemos una obra científica y extensa, en que se haga uso de cálculos sublimes y complicados, no; no es esto lo que conviene á la generalidad de aquellos á quienes la dedicamos, por cuya razon preferimos, como lo indica el mismo título, exponer sencillamente los principios de la Mecánica en general y sus principales aplicaciones, continuando en el lugar correspondiente las fórmulas y tablas de que se sirven los mejores constructores extranjeros para determinar las dimensiones de las diferentes piezas de una máquina, segun el oficio á que están destinadas y á la fuerza que deben transmitir.

«Nos ocuparémos, pues, de las fuerzas, máquinas simples y sus leyes de equilibrio; del movimiento con sus leyes y variaciones; de la resistencia de materiales con sus aplicaciones á los ejes y demás piezas mecánicas; del cálculo de los engranajes y de toda clase de transmisiones; bombas, prensa hidráulica, sifon y ventiladores; del vapor y sus efectos; de las calderas, sus dimensiones y piezas accesorias; de las máquinas de vapor y sus varios sistemas; de las ruedas hidráulicas con todos sus pormenores; y de los medios que se emplean para determinar las dimensiones de dichas máquinas, hallando luego el efecto útil de cada una con el auxilio de fórmulas generales, ó empleando el freno de Prony.

«Tal es el plan de este trabajo, que si llega á reportar alguna utilidad á los industriales habrémos llenado nuestros constantes deseos y quedará satisfecha nuestra ambicion.»

Ahora réstanos decir tan solo, que en atencion á la señalada honra que se ha dignado dispensarnos el Gobierno de S. M. (q. D. g.), declarando nuestra obra para servir de texto en la enseñanza de Mecánica, y viendo la buena acogida que ha merecido en varios institutos y academias de bellas artes, así como por todos los constructores mecánicos, hemos creido corresponder dignamente á tanta deferencia, publicando esta segunda edicion con algunas añadiduras que amplian algunas aplicaciones y son de reconocida utilidad para toda clase de construcciones.

MEDIDAS MÉTRICAS

COMPARADAS CON LAS DE CASTILLA Y LAS DE BARCELONA.

El *metro* es la diez millonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre, ó de la distancia del polo norte al ecuador de la tierra.

1 metro=1'196308 de vara=5'145 de palmo catalan.

1 kilómetro=1000 metros.

1 miriámetro=10000 metros.

Un *decímetro* es la décima parte del metro.

Un *centímetro* es la centésima parte del metro.

El *gramo* es el peso en el vacío de un centímetro cúbico de agua destilada á la temperatura de cuatro grados del termómetro centígrado.

1 kilógramo=1000 gramos=2'173474 de libra castellana=2'5 libra peso catalan.

1 quintal métrico=100 kilógramos.

1 tonelada de peso=1000 kilógramos.

Para medir los granos y líquidos sirve el *litro*, que es la capacidad de un decímetro cúbico.

1 litro de vino=1'983512 de cuartillo=1'054 de mitadella.

1 litro de aceite=1'989971 de libra=3'855 de cuarta.

1 litro de grano=0'864849 de cuartillo=0'173 de cuartan.

1 hectólitro=100 litros.

Para las superficies sirve el *área* que es un cuadrado de diez metros de lado, y equivale á cien metros cuadrados.

1 hectárea=100 áreas.

La centiárea es la centésima parte del área y equivale á un metro cuadrado.

1 área=143'115329 de vara cuadrada=41'356 canas cuadradas.

Para la solidez de los cuerpos sirve el metro cúbico con sus múltiplos y submúltiplos.

ESTÁTICA.

Las fuerzas pueden obrar solas ó combinadas, y de aquí resulta la composicion ó descomposicion de ellas.

El problema de la *composicion de las fuerzas* consiste en determinar la resultante de un sistema cualquiera de ellas; y el de *la descomposicion* tiene por objeto hallar dos ó mas fuerzas que produzcan combinadas el mismo efecto que otra fuerza dada.

Teoremas. *Dos fuerzas son iguales cuando producen efectos iguales, y aplicadas á un mismo punto en sentido contrario se equilibran.* Porque el efecto de la una quedará destruido por el efecto igual y contrario de la otra: de modo, que si dos hombres tiran de una cuerda en sentido contrario, con igual esfuerzo no producirán ningun movimiento, porque suponiendo iguales las fuerzas, el uno no hará ceder al otro y habrá equilibrio.

Si dos fuerzas obran sobre una recta en el mismo sentido, la resultante equivaldrá á su suma. Porque el efecto producido por la una se unirá naturalmente al efecto de la otra por conspirar todas al mismo fin: es decir, que si dos hombres tiran de una cuerda para arrastrar un fardo, con un esfuerzo de 20 kilógramos el primero y de 17 kilógramos el segundo, es claro que el fardo obedecerá al esfuerzo total, que es de 37 kilógramos.

Si dos fuerzas desiguales obran sobre un punto en la direccion de una misma recta y en sentido contrario, la resultante será igual á su diferencia obrando en el sentido de la mayor. Porque la menor se equilibrará con una parte de la mayor igual con ella, y quedará solo el efecto producido por el exceso de la mayor sobre la menor en el sentido de aquella: en efecto, si un hombre para arrastrar un fardo emplea una fuerza de 38 kilógramos, y el roce presenta una resistencia de 16 kilógramos, es evidente que la fuerza efectiva con que será arrastrado el fardo equivaldrá solamente á 22 kilógramos, que es la diferencia.

De lo dicho se infiere, que *la resultante de un número cualquiera de fuerzas aplicadas á una misma recta será igual á la suma de las que obran en un sentido, menos la suma de las que obran en sentido opuesto.*

Á un sistema de fuerzas se pueden siempre añadir ó quitar dos fuerzas iguales y contrarias sin que el sistema sufra alteracion. Porque las fuerzas añadidas ó quitadas forman equilibrio y no producen ningun efecto.

Toda fuerza podrá considerarse aplicada en cualquier punto de su direccion sin que se altere en nada su efecto. Porque si aplicamos en distinto punto de la misma direccion dos fuerzas que obren en sentido contrario, pero de igual intensidad que la propuesta, podrá destruirse esta con la que obra en sentido opuesto, y quedará de todo el sistema una sola fuerza igual á la primera y aplicada en distinto punto de la misma direccion. Un hombre que tire de una cuerda para arrastrar un peso producirá el mismo efecto, sea cual fuere el punto de la cuerda en que aplique su accion.

Cuando dos fuerzas obran sobre un punto formando ángulo y se representa su magnitud y direccion por líneas rectas, la diagonal del paralelógramo formado sobre estas rectas expresará la magnitud y direccion de la resultante de dichas fuerzas. (Fig. 1). Porque debiendo obedecer el punto A á las dos fuerzas á la vez, no podrá seguir la direccion de la una ni la direccion de la otra, sino que deberá tomar una direccion intermedia. Si las dos fuerzas obraban separadamente, comenzando por la AP, transportaria el punto en un instante desde A á P, y entrando luego á obrar la fuerza AQ (que seria entonces la PR), trasladaria el punto de P á R: es decir, que el punto A habria pasado de A á R; y como, obrando las dos á un tiempo, deberá obtenerse el mismo efecto, y su traslacion se hará naturalmente por el camino mas corto, se deduce que el punto A seguirá la diagonal AR, y esta será la resultante.

La resultante AR *será menor que la suma de las dos fuerzas* AP, AQ, *y mayor que su diferencia,* porque en un triángulo ARP un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.

Mediante otra de las propiedades de los triángulos, se hallará el valor numérico de la resultante por medio de la siguiente fórmula:

$$AR = \sqrt{AP^2 + AQ^2 + 2AP \times AQ \times \cos A}$$

De que resulta: *que la resultante de dos fuerzas aplicadas á un punto, formando ángulo, se hallará sumando los cuadrados de las dos fuerzas con el doble producto de sus intensidades por el coseno del ángulo que forman, y extrayendo de la suma la raíz cuadrada.*

Para la fácil aplicacion de esta regla continuamos en la siguiente tabla el valor natural de los cosenos, segun el número de grados del ángulo que formen dichas fuerzas.

Tabla de los cosenos, para cada grado del cuadrante, suponiendo el rádio igual á la unidad.

Grados.	Coseno.	Grados.	Coseno.	Grados.	Coseno.	Grados.	Coseno.
1	0.9998	24	0.9135	47	0.6820	70	0.3420
2	0.9994	25	0.9063	48	0.6691	71	0.3256
3	0.9986	26	0.8988	49	0.6561	72	0.3090
4	0.9976	27	0.8910	50	0.6428	73	0.2924
5	0.9962	28	0.8829	51	0.6293	74	0.2756
6	0.9945	29	0.8746	52	0.6157	75	0.2588
7	0.9925	30	0.8660	53	0.6018	76	0.2419
8	0.9903	31	0.8572	54	0.5878	77	0.2250
9	0.9877	32	0.8480	55	0.5736	78	0.2079
10	0.9848	33	0.8387	56	0.5592	79	0.1908
11	0.9816	34	0.8290	57	0.5446	80	0.1736
12	0.9781	35	0.8192	58	0.5299	81	0.1564
13	0.9744	36	0.8090	59	0.5150	82	0.1392
14	0.9703	37	0.7986	60	0.5000	83	0.1219
15	0.9659	38	0.7880	61	0.4848	84	0.1045
16	0.9613	39	0.7771	62	0.4695	85	0.0872
17	0.9563	40	0.7660	63	0.4540	86	0.0698
18	0.9511	41	0.7547	64	0.4384	87	0.0523
19	0.9455	42	0.7431	65	0.4226	88	0.0349
20	0.9397	43	0.7314	66	0.4067	89	0.0175
21	0.9336	44	0.7193	67	0.3907	90	0.0000
22	0.9272	45	0.7071	68	0.3746		
23	0.9205	46	0.6947	69	0.3584		

Ejemplo: Hallar el valor numérico de la resultante de dos fuerzas aplicadas á un punto que forman un ángulo de treinta grados, siendo la primera de 12 kilógramos y la segunda de 20 kilógramos.

El coseno de 30°, segun la tabla, vale 0.8660; y se tendrá:

Cuadrado de la 1.ª fuerza $(12)^2$.	144
Id. de la 2.ª id. $(20)^2$.	400
Doble producto de las dos por el coseno $2 \times 12 \times 20 \times 0{'}8660$	415.68
Suma.	959.68

Raíz cuadrada de la suma $\sqrt{959.68} = 30.97$ kilógramos.

Para hallar la resultante de un número cualquiera de fuerzas aplicadas á un mismo punto, se determinará la resultante de las dos primeras, luego la resultante de otra fuerza combinada con la resultante anterior, y así se continuará hasta que todas las fuerzas hayan entrado en la combinacion: la diagonal del último paralelógramo ó la resultante final será la de todo el sistema. Si la última resultante fuese cero, diríamos que el sistema forma equilibrio.

Dada una fuerza, se puede descomponer en dos que produzcan el mismo efecto que aquella. Para esto no hay mas que construir un paralelógramo en que la fuerza dada sirva de diagonal; y los dos lados adyacentes á ella serán las dos fuerzas pedidas.

Este problema es indeterminado, porque sobre una línea como diagonal se pueden construir tantos paralelógramos como se quiera. Pero si se fijan dos condiciones, la cuestion será determinada y se resolverá gráficamente y por cálculo trigonométrico, pudiéndose presentar cuatro diferentes casos: 1.° Dada la magnitud de las dos fuerzas, determinar sus respectivas direcciones: 2.° Dada la direccion de cada una, hallar las magnitudes correspondientes: 3.° Dada la direccion y magnitud de la una, calcular

la magnitud y direccion de la otra; y 4.° Dada la magnitud de la primera y la direccion de la segunda, deducir la magnitud de esta y la direccion de aquella.

Todos estos casos se reducen á resolver un triángulo, conociendo sus tres lados; ó un lado y los dos ángulos adyacentes; ó un ángulo y los dos lados que lo forman; ó dos lados y un ángulo opuesto á uno de ellos, y con tales condiciones se determina siempre el triángulo por los medios indicados. La descomposicion de una fuerza en otras dos se nota en el choque del aire contra las aspas de los molinos de viento, y cuando obra oblícuamente en las velas para hacer marchar un buque, etc.

Si tres fuerzas no situadas en un mismo plano obran en un mismo punto, tendrán por resultante la diagonal del paralelipípedo construido sobre las rectas que representan dichas fuerzas. Si cada una de las tres fuerzas fuese perpendicular al plano que determinan las otras dos, su resultante seria igual á la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de aquellas tres fuerzas.

Fuerzas paralelas. Llámanse paralelas aquellas fuerzas cuyas direcciones están representadas por líneas paralelas.

La resultante de dos fuerzas paralelas que obran en el mismo sentido equivale á su suma, es paralela á estas fuerzas, obra en igual sentido que ellas y se halla aplicada en la misma recta que une sus puntos de aplicacion. (Fig. 2). Para demostrar esta proposicion aplíquense en los puntos A y B dos fuerzas AF y BG iguales y contrarias en la misma direccion de la recta AB, lo cual no alterará el sistema, porque se equilibran. Hecho esto, en los puntos A y B obrarán las cuatro fuerzas AF, AP, BG, BQ; siendo EA la resultante de las dos primeras, y de las dos últimas la HB: estas resultantes serán las únicas á que deberá atenderse y podrán considerarse aplicadas en el punto D de su direccion, convirtiéndose en DS y DN. Descomponiendo estas últimas se tendrán las fuerzas DL y DM, que se destruyen por ser iguales y opuestas, y DT, DZ, que obran paralelamente á las propuestas AP, BQ, y en su mismo sentido: luego, la resultante de estas fuerzas equivale á su suma, es paralela á ellas, y debe considerarse aplicada en un punto de la direccion DR, que será el punto C.

El punto de aplicacion de la resultante de dos fuerzas paralelas que obran en el mismo sentido, divide la recta AB en partes inversamente proporcionales á dichas fuerzas. En efecto, los triángulos DST y DAC son semejantes, y DZN con DCB tambien lo son, y darán las siguientes proporciones:

$$DC : DT :: AC : ST, \text{ y } DC : DZ :: CB : ZN$$

pero como estas proporciones tienen sus extremos respectivamente iguales, se sigue que el producto de los medios de la primera será igual al de los medios de la segunda, y se tendrá $DT \times AC = DZ \times CB$, que poniendo AP en lugar de DT, y BQ en vez de DZ, será $AP \times AC = BQ \times CB$ (a), y formando proporcion resulta $AP : BQ :: CB : AC$, lo cual demuestra la proposicion enunciada; y la ecuacion (a) nos dice que *una fuerza* AP *multiplicada por su distancia* AC *al punto de aplicacion de la resultante, es igual á la otra fuerza* BQ *multiplicada por su distancia* CB *al mismo punto de aplicacion.*

Si componemos la proporcion $AP : BQ :: CD : AC$ resulta $AP + BQ : BQ :: CB + AC : AC$, ó bien $AP + BQ : AP :: CB + AC : CB$. Pero $AP + BQ$ es la suma de las dos fuerzas componentes y equivale á la resultante, que representarémos por R, y $CB + AC$ es la distancia AB de

los puntos de aplicacion: por tanto, señalando por P y Q las dos fuerzas propuestas AP, BQ, y sustituyendo estos valores en las últimas proporciones resultará $R : Q :: AB : AC$, ó bien $R : P :: AB : CB$, y alternando $R : AB :: Q : AC$ y $R : AB :: P : CB$. *Lo cual nos dice que cada fuerza es proporcional á la recta que une los puntos de aplicacion de las otras dos.*

Tambien resulta $AC = \frac{AB \times Q}{R}$, $CB = \frac{AB \times P}{R}$, $Q = \frac{R \times AC}{AB}$, $P = \frac{R \times CB}{AB}$ cuyas fórmulas sirven para determinar la distancia de una fuerza cuando se conoce la intensidad de la otra, la resultante y la distancia total; y para hallar una de las componentes conociendo la resultante, la distancia de la otra y la distancia total.

La resultante de dos fuerzas paralelas que obran en sentido contrario equivale á su diferencia, es paralela á ellas, obra en el sentido de la mayor, y se halla aplicada en la prolongacion de la recta que une los puntos de aplicacion de las componentes. (Fig. 3) Para probarlo, supónganse aplicadas en A y B dos fuerzas AD, BE, iguales y contrarias en la direccion AB, lo cual no alterará el sistema porque se equilibran. En los puntos A y B obrarán las cuatro fuerzas BQ, BE, AP, AD, cuyas resultantes prolongadas se encontrarán en L y podrán descomponerse en NL, KL, LS, LM; de las cuales KL y LM se destruyen por ser iguales y opuestas, quedando de todo el sistema las NL, LS iguales respectivamente á las propuestas AP, BQ. Luego, como NL, LS obran en sentido contrario y están aplicadas en la direccion CS, se deduce que la resultante final equivale á la diferencia, es paralela á las primeras AP, BQ, y debe considerarse aplicada en el punto C de la prolongacion de la recta AB.

Los triángulos semejantes BCL, LSH y ACL, TNL darán:

$$CL : CB : : LS : SH, \text{ y } CL : CA : : NL : NT$$

pero como SH y NT son iguales á LM y KL así como á BE y AD, resulta que los extremos de estas dos proporciones serán iguales, y tendrémos:

$$LS \times CB = NL \times CA,$$

y sustituyendo BQ en vez de LS, y AP en lugar de NL por ser iguales respectivamente, será:

$$BQ \times CB = AP \times CA$$

que formando proporcion se tiene

$$AP : BQ : : CB : CA.$$

De modo, *que las distancias* CB, CA *de la resultante á las fuerzas componentes están en razon inversa de las mismas fuerzas.*

Si dividimos la proporcion AP : BQ : : CB : CA resultará AP—BQ : AP : : CB—CA : CB, ó bien AP—BQ : BQ : : CB —CA : CA; pero como AP—BQ representa la resultante por ser la diferencia de las dos fuerzas propuestas, que tambien representamos por R, y CB—CA expresa la distancia AB, podrémos generalizar las proporciones transformándolas en R : P : : AB : CB y R : Q : : AB : CA, que expresan la misma propiedad general deducida en la proposicion anterior; esto es, *que cada fuerza es proporcional con la recta que une los puntos de aplicacion de las otras dos.*

Ejemplos: Dadas dos fuerzas paralelas que obran en igual sentido, una de 84 kgs. y otra de 28 kgs. aplicadas á los extremos de una recta que tiene 72 centímetros, hallar el valor y el punto de aplicacion de la resultante.

La intensidad de la resultante será 84+28=112 kgs., y su punto de aplicacion se hallará por la proporcion enunciada R : P : : AB : BC, que sustituyendo da 112 : 84 : : 72 : BC

de donde $BC = \dfrac{84 \times 72}{112} = 54$ cénts. Es decir, que la resultante valdrá 112 kgs., y se hallará á 54 centímetros del punto B en que está aplicada la fuerza de 28 kgs.

Dadas dos fuerzas paralelas que obren en sentido contrario, una de 36 kgs. y otra de 24 kgs., aplicadas á la distancia de 64 centímetros la primera de la segunda, determinar la resultante y su punto de aplicacion.

La resultante será la diferencia 36—24=12 kgs., y el punto de aplicacion se hallará por la proporcion R : P : : AB : BC, que sustituyendo los valores propuestos será

$12 : 36 : : 64 : BC$ y $BC = \dfrac{36 \times 64}{12} = 192$ cent. Es decir, que la resultante valdrá 12 kgs. y estará aplicada en el punto C á 192 cents. de B, ó á 128 cents. del punto A hácia la parte opuesta de la fuerza menor.

Dada la resultante R de dos fuerzas paralelas que obran en el mismo sentido y una de las componentes P, hallar la otra fuerza Q y su punto de aplicacion.

La fuerza pedida será Q=R—P y el punto B de aplicacion se deducirá de la proporcion $Q : P :: AC : BC$, que da

$$BC = \frac{P \times AC}{Q}$$

La resultante de muchas fuerzas paralelas, de cualquier modo que se consideren situadas, será igual á la suma de las que obran en un sentido, menos la suma de las que obran en sentido opuesto, y su punto de aplicacion se hallará componiendo las dos primeras y comparando la resultante con la tercera, y así continuando hasta que todas hayan entrado en la composicion: el punto de aplicacion de la última resultante será el de la resultante de todo el sistema.

Si dos fuerzas paralelas que obran en sentido contrario son iguales, forman lo que se llama *par de fuerzas* ó *pareja.*

La resultante de un par de fuerzas es cero, y su punto de aplicacion se halla al infinito. Porque, como las dos fuerzas son iguales, su diferencia, que es la resultante, valdrá cero. La distancia del punto de aplicacion se determinará por la proporcion $R : P :: AB : BC$, de donde

$$BC = \frac{P \times AB}{R}.$$ Pero este quebrado tiene por denominador R que se reduce á cero por lo dicho; luego, la expresion $\frac{P \times AB}{R}$ será una cantidad $P \times AB$ dividida por cero, que representa el infinito.

En todo sistema de fuerzas se puede establecer el equilibrio aplicando una fuerza única, igual y opuesta á su resultante; pero en la pareja ó par de fuerzas es imposible obtener este resultado, pues las dos fuerzas paralelas iguales y contrarias no darán nunca una sola resultante, y para obtener el equilibrio seria preciso aplicar otras dos fuerzas.

Se llama centro de las fuerzas paralelas el punto de aplicacion de la resultante de todas ellas. Porque este punto será siempre el mismo, por mas que varie la direccion de las fuerzas, mientras no cambie la intensidad ni el punto de aplicacion de cada una.

MOMENTOS. *Se llama momento de una fuerza el producto que resulta de multiplicar dicha fuerza por su menor distancia á un punto, recta ó plano que se llama centro ú orígen de los momentos.* De modo que, para hallar el momento de una fuerza con relacion á un punto, se multiplicará dicha fuerza por la porcion de recta que va desde su punto de aplicacion hasta el punto á que se hace referencia. Para determinar el momento de una fuerza con relacion á una recta ó plano, se multiplicará dicha fuerza por la perpendicular tirada desde su punto de aplicacion á la misma recta ó plano.

El momento de la resultante de dos fuerzas paralelas que obran en el mismo sentido es igual á la suma de los momentos de dichas fuerzas. (Fig. 4). Sea O el centro ú orígen de los momentos, y P, Q, las dos fuerzas paralelas cuya resultante R tiene su punto de aplicacion en C. Por lo demostrado será:

$P \times AC = Q \times CB$, pero $AC = AO - CO$ y $CB = CO - BO$ que sustituyendo tendrémos $P \times (AO - CO) = Q \times (CO - BO)$ de cuya ecuacion resulta

$$(P+Q) \times CO = P \times AO + Q \times BO \text{ ó } R \times CO = P \times AO + Q \times BO$$

que manifiesta la proposicion enunciada.

El momento de la resultante de dos fuerzas paralelas que obran en sentido contrario es igual á la diferencia de los momentos de aquellas dos fuerzas. (Fig. 5). Porque si en la ecuacion $P\times AC=Q\times BC$ sustituimos $OC-OA$ en lugar de AC y $OC-OB$ en vez de BC, y hacemos las multiplicaciones y trasposiciones convenientes tendrémos $R\times OC=P\times OA-Q\times OB$ que demuestra la proposicion.

De lo demostrado se puede deducir que *el momento de la resultante de un número cualquiera de fuerzas paralelas es igual á la suma de los momentos de las que obran en un sentido, menos la suma de los momentos de las que obran en sentido contrario.*

Si suponemos (fig. 4) que el centro de los momentos se halla en el punto C de aplicacion de la resultante, tendrémos que CO quedará reducida á cero, y por la misma razon AO que es igual con $CO+AC$ se reducirá á AC, y BO que equivale á $CO-CB$ quedará reducida á $-CB$. Sustitúyanse estos resultados en la ecuacion $R\times CO=P\times AO+Q\times BO$ y se tendrá $R\times 0=P\times AC+Q\times -CB$ que efectuando las operaciones y trasladando el término negativo al primer miembro dará $Q\times CB=P\times AC$. Es decir, que en el caso de equilibrio, si el centro ú orígen de los momentos se halla en el punto de aplicacion de la resultante ó en un plano que pase por él, y obran todas las fuerzas en el mismo sentido, se verifica: que el momento de la fuerza aplicada á un lado del orígen de los momentos, es igual al momento de la fuerza aplicada en el lado opuesto; y como se obtendria un resultado análogo considerando varias fuerzas, podrémos generalizar la consecuencia diciendo: *que en el caso de equilibrio la suma de los momentos de todas las fuerzas aplicadas á un lado del orígen ó centro, es igual á la suma de los momentos de las que tienen su punto de aplicacion en el lado opuesto.* De aquí

tambien podrémos concluir que en el caso de equilibrio *la suma de los momentos de las fuerzas que tienden á hacer girar la recta AB en un sentido, debe ser igual á la suma de los momentos de las que tienden á hacerla girar en sentido contrario.*

Tambien se verificará, en el caso de ser nula la resultante, esto es, que haya equilibrio entre todas las fuerzas, que la suma algebráica de los momentos de todas ellas con relacion á un punto cualquiera tomado á arbitrio será cero; *y no podrá establecerse el equilibrio mientras la suma algebráica de los momentos de todas las fuerzas con referencia á un punto cualquiera no sea cero.*

Pesantez ó gravedad. La pesantez ó gravedad es aquella fuerza que obra igualmente sobre todas las moléculas de un mismo cuerpo y tiende á precipitarlo hácia la tierra cuando se le abandona á sí mismo. La direccion de la gravedad es perpendicular á la superficie terrestre y por esto un cuerpo al caer sigue sensiblemente la direccion vertical.

Todos los cuerpos gozan de la propiedad de tener todas sus moléculas sometidas constantemente á la accion de la gravedad. La gravedad es mayor en los puntos mas cercanos al centro de la tierra y menor en los mas lejanos; de modo, que así la gravedad como la atraccion universal crecen en razon inversa del cuadrado de la distancia al centro de la tierra. Pero como la extension de un cuerpo es sumamente pequeña con relacion á la distancia al centro de la tierra, podemos admitir que *la intensidad de la gravedad es la misma en todas las moléculas de un mismo cuerpo.* Luego, todas las moléculas de un cuerpo estarán solicitadas por fuerzas iguales que podrémos suponer paralelas; y su resultante, que será igual á su suma, constituirá el peso del cuerpo. El peso del cuerpo será, pues, igual á la gravedad de una de sus moléculas ó puntos materiales multiplicada por el número de ellas; y como el número total de moléculas constituye la masa del cuerpo, se sigue que *el peso de un cuerpo será proporcional á su masa.*

De lo dicho resulta que dos cuerpos homogéneos de igual volúmen son iguales en peso, y que dos cuerpos heterogéneos no tienen el mismo peso en volúmenes iguales.

El punto de aplicacion de la resultante de todas las fuerzas de gravedad, iguales y paralelas, que obran sobre las moléculas de un cuerpo, se llama *centro de gravedad del cuerpo,* y es el mismo punto que hemos llamado anteriormente centro de las fuerzas paralelas. Por la propiedad de que goza este punto, segun se ha demostrado antes, no cambiará de posicion por mas que se hagan dar vueltas al cuerpo; de manera que si por un medio cualquiera se obtiene que el centro de gravedad quede sostenido, podrá hacerse girar libremente el cuerpo al rededor de este punto sin que pierda su equilibrio. El peso de un cuerpo es, pues, una fuerza vertical que pasa siempre por su centro de gravedad sea cual fuere la posicion del cuerpo con respecto al horizonte.

De todo lo expuesto se infiere que *el peso de un cuerpo debe considerarse reunido ó concentrado en su centro de gravedad; por manera que, si se sostiene el centro de gravedad, el cuerpo queda en equilibrio.*

El centro de gravedad correspondiente á dos pesos iguales se halla en el punto medio de la recta que une sus centros de gravedad.

El centro de gravedad de una línea recta está en su punto medio.

El centro de gravedad del perímetro ó de la superficie de una figura regular se halla en su propio centro.

El centro de gravedad de un paralelógramo se halla en el punto de interseccion de sus diagonales.

El centro de gravedad de un triángulo cualquiera se halla á las dos terceras partes de la recta que va desde uno de sus vértices al punto medio de su lado opuesto. Porque esta recta divide el triángulo en dos partes equivalentes y se encuentra con las demás á las dos terceras partes de su distancia al vértice respectivo.

Si se quiere hallar el centro de gravedad de un polígono irregular, se determinará el de cada uno de los triángulos en que se descomponga; y considerando en cada centro una fuerza vertical equivalente á la superficie del triángulo, se buscará el punto de aplicacion de la resultante de todas estas fuerzas paralelas, y este punto será el centro de gravedad buscado.

El centro de gravedad de un cilindro ó de un prisma homogéneos se halla en el punto medio de la recta que une los centros de gravedad de sus dos bases.

El centro de gravedad de una pirámide ó de un cono se halla en la recta que une el cúspide con el centro de gravedad de su base á las tres cuartas partes del vértice respectivo.

El centro de gravedad de una esfera se halla en su centro, y *el de un hemisferio* se encuentra á los tres octavos del rádio interior perpendicular á su base.

El centro de gravedad de un cuerpo irregular ó heterogéneo se puede hallar por el siguiente procedimiento: suspéndase el cuerpo de un hilo, y cuando se haya quedado en reposo la direccion del hilo pasará por su centro de gravedad: repítase la operacion suspendiendo el cuerpo por otro punto, y la direccion del hilo en esta nueva posicion pasará tambien por su centro de gravedad; y el punto de

ESTÁTICA.

Las fuerzas pueden obrar solas ó combinadas, y de aquí resulta la composicion ó descomposicion de ellas.

El problema de la *composicion de las fuerzas* consiste en determinar la resultante de un sistema cualquiera de ellas; y el de *la descomposicion* tiene por objeto hallar dos ó mas fuerzas que produzcan combinadas el mismo efecto que otra fuerza dada.

Teoremas. *Dos fuerzas son iguales cuando producen efectos iguales, y aplicadas á un mismo punto en sentido contrario se equilibran.* Porque el efecto de la una quedará destruido por el efecto igual y contrario de la otra: de modo, que si dos hombres tiran de una cuerda en sentido contrario, con igual esfuerzo no producirán ningun movimiento, porque suponiendo iguales las fuerzas, el uno no hará ceder al otro y habrá equilibrio.

Si dos fuerzas obran sobre una recta en el mismo sentido, la resultante equivaldrá á su suma. Porque el efecto producido por la una se unirá naturalmente al efecto de la otra por conspirar todas al mismo fin: es decir, que si dos hombres tiran de una cuerda para arrastrar un fardo, con un esfuerzo de 20 kilógramos el primero y de 17 kilógramos el segundo, es claro que el fardo obedecerá al esfuerzo total, que es de 37 kilógramos.

Si dos fuerzas desiguales obran sobre un punto en la direccion de una misma recta y en sentido contrario, la resultante será igual á su diferencia obrando en el sentido de la mayor. Porque la menor se equilibrará con una parte de la mayor igual con ella, y quedará solo el efecto producido por el exceso de la mayor sobre la menor en el sentido de aquella: en efecto, si un hombre para arrastrar un fardo emplea una fuerza de 38 kilógramos, y el roce presenta una resistencia de 16 kilógramos, es evidente que la fuerza efectiva con que será arrastrado el fardo equivaldrá solamente á 22 kilógramos, que es la diferencia.

De lo dicho se infiere, que *la resultante de un número cualquiera de fuerzas aplicadas á una misma recta será igual á la suma de las que obran en un sentido, menos la suma de las que obran en sentido opuesto.*

Á un sistema de fuerzas se pueden siempre añadir ó quitar dos fuerzas iguales y contrarias sin que el sistema sufra alteracion. Porque las fuerzas añadidas ó quitadas forman equilibrio y no producen ningun efecto.

Toda fuerza podrá considerarse aplicada en cualquier punto de su direccion sin que se altere en nada su efecto. Porque si aplicamos en distinto punto de la misma direccion dos fuerzas que obren en sentido contrario, pero de igual intensidad que la propuesta, podrá destruirse esta con la que obra en sentido opuesto, y quedará de todo el sistema una sola fuerza igual á la primera y aplicada en distinto punto de la misma direccion. Un hombre que tire de una cuerda para arrastrar un peso producirá el mismo efecto, sea cual fuere el punto de la cuerda en que aplique su accion.

Cuando dos fuerzas obran sobre un punto formando ángulo y se representa su magnitud y direccion por líneas rectas, la diagonal del paralelógramo formado sobre estas rectas expresará la magnitud y direccion de la resultante de dichas fuerzas. (Fig. 1). Porque debiendo obedecer el punto A á las dos fuerzas á la vez, no podrá seguir la direccion de la una ni la direccion de la otra, sino que deberá tomar una direccion intermedia. Si las dos fuerzas obraban separadamente, comenzando por la AP, transportaria el punto en un instante desde A á P, y entrando luego á obrar la fuerza AQ (que seria entonces la PR), trasladaria el punto de P á R: es decir, que el punto A habria pasado de A á R; y como, obrando las dos á un tiempo, deberá obtenerse el mismo efecto, y su traslacion se hará naturalmente por el camino mas corto, se deduce que el punto A seguirá la diagonal AR, y esta será la resultante.

La resultante AR *será menor que la suma de las dos fuerzas* AP, AQ, *y mayor que su diferencia,* porque en un triángulo ARP un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.

Mediante otra de las propiedades de los triángulos, se hallará el valor numérico de la resultante por medio de la siguiente fórmula:

$$AR = \sqrt{AP^2 + AQ^2 + 2AP \times AQ \times \cos A}$$

De que resulta: *que la resultante de dos fuerzas aplicadas á un punto, formando ángulo, se hallará sumando los cuadrados de las dos fuerzas con el doble producto de sus intensidades por el coseno del ángulo que forman, y extrayendo de la suma la raíz cuadrada.*

Para la fácil aplicacion de esta regla continuamos en la siguiente tabla el valor natural de los cosenos, segun el número de grados del ángulo que formen dichas fuerzas.

Tabla de los cosenos, para cada grado del cuadrante, suponiendo el rádio igual á la unidad.

Grados.	Coseno.	Grados.	Coseno.	Grados.	Coseno.	Grados.	Coseno.
1	0.9998	24	0.9135	47	0.6820	70	0.3420
2	0.9994	25	0.9063	48	0.6691	71	0.3256
3	0.9986	26	0.8988	49	0.6561	72	0.3090
4	0.9976	27	0.8910	50	0.6428	73	0.2924
5	0.9962	28	0.8829	51	0.6293	74	0.2756
6	0.9945	29	0.8746	52	0.6157	75	0.2588
7	0.9925	30	0.8660	53	0.6018	76	0.2419
8	0.9903	31	0.8572	54	0.5878	77	0.2250
9	0.9877	32	0.8480	55	0.5736	78	0.2079
10	0.9848	33	0.8387	56	0.5592	79	0.1908
11	0.9816	34	0.8290	57	0.5446	80	0.1736
12	0.9781	35	0.8192	58	0.5299	81	0.1564
13	0.9744	36	0.8090	59	0.5150	82	0.1392
14	0.9703	37	0.7986	60	0.5000	83	0.1219
15	0.9659	38	0.7880	61	0.4848	84	0.1045
16	0.9613	39	0.7771	62	0.4695	85	0.0872
17	0.9563	40	0.7660	63	0.4540	86	0.0698
18	0.9511	41	0.7547	64	0.4384	87	0.0523
19	0.9455	42	0.7431	65	0.4226	88	0.0349
20	0.9397	43	0.7314	66	0.4067	89	0.0175
21	0.9336	44	0.7193	67	0.3907	90	0.0000
22	0.9272	45	0.7071	68	0.3746		
23	0.9205	46	0.6947	69	0.3584		

Ejemplo: Hallar el valor numérico de la resultante de dos fuerzas aplicadas á un punto que forman un ángulo de treinta grados, siendo la primera de 12 kilógramos y la segunda de 20 kilógramos.

El coseno de 30°, segun la tabla, vale 0.8660; y se tendrá:

Cuadrado de la 1.ª fuerza $(12)^2$.	144
Id. de la 2.ª id. $(20)^2$.	400
Doble producto de las dos por el coseno $2 \times 12 \times 20 \times 0{,}8660$	415.68
Suma.	959.68

Raíz cuadrada de la suma $\sqrt{959.68} = 30.97$ kilógramos.

Para hallar la resultante de un número cualquiera de fuerzas aplicadas á un mismo punto, se determinará la resultante de las dos primeras, luego la resultante de otra fuerza combinada con la resultante anterior, y así se continuará hasta que todas las fuerzas hayan entrado en la combinacion: la diagonal del último paralelógramo ó la resultante final será la de todo el sistema. Si la última resultante fuese cero, diríamos que el sistema forma equilibrio.

Dada una fuerza, se puede descomponer en dos que produzcan el mismo efecto que aquella. Para esto no hay mas que construir un paralelógramo en que la fuerza dada sirva de diagonal; y los dos lados adyacentes á ella serán las dos fuerzas pedidas.

Este problema es indeterminado, porque sobre una línea como diagonal se pueden construir tantos paralelógramos como se quiera. Pero si se fijan dos condiciones, la cuestion será determinada y se resolverá gráficamente y por cálculo trigonométrico, pudiéndose presentar cuatro diferentes casos: 1.° Dada la magnitud de las dos fuerzas, determinar sus respectivas direcciones: 2.° Dada la direccion de cada una, hallar las magnitudes correspondientes: 3.° Dada la direccion y magnitud de la una, calcular

la magnitud y direccion de la otra; y 4.° Dada la magnitud de la primera y la direccion de la segunda, deducir la magnitud de esta y la direccion de aquella.

Todos estos casos se reducen á resolver un triángulo, conociendo sus tres lados; ó un lado y los dos ángulos adyacentes; ó un ángulo y los dos lados que lo forman; ó dos lados y un ángulo opuesto á uno de ellos, y con tales condiciones se determina siempre el triángulo por los medios indicados. La descomposicion de una fuerza en otras dos se nota en el choque del aire contra las aspas de los molinos de viento, y cuando obra oblícuamente en las velas para hacer marchar un buque, etc.

Si tres fuerzas no situadas en un mismo plano obran en un mismo punto, tendrán por resultante la diagonal del paralelipípedo construido sobre las rectas que representan dichas fuerzas. Si cada una de las tres fuerzas fuese perpendicular al plano que determinan las otras dos, su resultante seria igual á la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de aquellas tres fuerzas.

Fuerzas paralelas. Llámanse paralelas aquellas fuerzas cuyas direcciones están representadas por líneas paralelas.

La resultante de dos fuerzas paralelas que obran en el mismo sentido equivale á su suma, es paralela á estas fuerzas, obra en igual sentido que ellas y se halla aplicada en la misma recta que une sus puntos de aplicacion. (Fig. 2). Para demostrar esta proposicion aplíquense en los puntos A y B dos fuerzas AF y BG iguales y contrarias en la misma direccion de la recta AB, lo cual no alterará el sistema, porque se equilibran. Hecho esto, en los puntos A y B obrarán las cuatro fuerzas AF, AP, BG, BQ; siendo EA la resultante de las dos primeras, y de las dos últimas la HB: estas resultantes serán las únicas á que deberá atenderse y podrán considerarse aplicadas en el punto D de su direccion, convirtiéndose en DS y DN. Descomponiendo estas últimas se tendrán las fuerzas DL y DM, que se destruyen por ser iguales y opuestas, y DT, DZ, que obran paralelamente á las propuestas AP, BQ, y en su mismo sentido: luego, la resultante de estas fuerzas equivale á su suma, es paralela á ellas, y debe considerarse aplicada en un punto de la direccion DR, que será el punto C.

El punto de aplicacion de la resultante de dos fuerzas paralelas que obran en el mismo sentido, divide la recta AB en partes inversamente proporcionales á dichas fuerzas. En efecto, los triángulos DST y DAC son semejantes, y DZN con DCB tambien lo son, y darán las siguientes proporciones:

$$DC : DT :: AC : ST, \text{ y } DC : DZ :: CB : ZN$$

pero como estas proporciones tienen sus extremos respectivamente iguales, se sigue que el producto de los medios de la primera será igual al de los medios de la segunda, y se tendrá $DT \times AC = DZ \times CB$, que poniendo AP en lugar de DT, y BQ en vez de DZ, será $AP \times AC = BQ \times CB$ (a), y formando proporcion resulta $AP : BQ :: CB : AC$, lo cual demuestra la proposicion enunciada; y la ecuacion (a) nos dice que *una fuerza* AP *multiplicada por su distancia* AC *al punto de aplicacion de la resultante, es igual á la otra fuerza* BQ *multiplicada por su distancia* CB *al mismo punto de aplicacion.*

Si componemos la proporcion $AP : BQ :: CD : AC$ resulta $AP + BQ : BQ :: CB + AC : AC$, ó bien $AP + BQ : AP :: CB + AC : CB$. Pero $AP + BQ$ es la suma de las dos fuerzas componentes y equivale á la resultante, que representarémos por R, y $CB + AC$ es la distancia AB de

los puntos de aplicacion: por tanto, señalando por P y Q las dos fuerzas propuestas AP, BQ, y sustituyendo estos valores en las últimas proporciones resultará $R : Q :: AB : AC$, ó bien $R : P :: AB : CB$, y alternando $R : AB :: Q : AC$ y $R : AB :: P : CB$. *Lo cual nos dice que cada fuerza es proporcional á la recta que une los puntos de aplicacion de las otras dos.*

Tambien resulta $AC = \dfrac{AB \times Q}{R}$, $CB = \dfrac{AB \times P}{R}$, $Q = \dfrac{R \times AC}{AB}$, $P = \dfrac{R \times CB}{AB}$ cuyas fórmulas sirven para determinar la distancia de una fuerza cuando se conoce la intensidad de la otra, la resultante y la distancia total; y para hallar una de las componentes conociendo la resultante, la distancia de la otra y la distancia total.

La resultante de dos fuerzas paralelas que obran en sentido contrario equivale á su diferencia, es paralela á ellas, obra en el sentido de la mayor, y se halla aplicada en la prolongacion de la recta que une los puntos de aplicacion de las componentes. (Fig. 3) Para probarlo, supónganse aplicadas en A y B dos fuerzas AD, BE, iguales y contrarias en la direccion AB, lo cual no alterará el sistema porque se equilibran. En los puntos A y B obrarán las cuatro fuerzas BQ, BE, AP, AD, cuyas resultantes prolongadas se encontrarán en L y podrán descomponerse en NL, KL, LS, LM; de las cuales KL y LM se destruyen por ser iguales y opuestas, quedando de todo el sistema las NL, LS iguales respectivamente á las propuestas AP, BQ. Luego, como NL, LS obran en sentido contrario y están aplicadas en la direccion CS, se deduce que la resultante final equivale á la diferencia, es paralela á las primeras AP, BQ, y debe considerarse aplicada en el punto C de la prolongacion de la recta AB.

Los triángulos semejantes BCL, LSH y ACL, TNL darán :

CL : CB : : LS : SH, y CL : CA : : NL : NT

pero como SH y NT son iguales á LM y KL así como á BE y AD, resulta que los extremos de estas dos proporciones serán iguales, y tendrémos :

$$LS \times CB = NL \times CA,$$

y sustituyendo BQ en vez de LS, y AP en lugar de NL por ser iguales respectivamente, será :

$$BQ \times CB = AP \times CA$$

que formando proporcion se tiene

AP : BQ : : CB : CA.

De modo, *que las distancias* CB, CA *de la resultante á las fuerzas componentes están en razon inversa de las mismas fuerzas.*

Si dividimos la proporcion AP : BQ : : CB : CA resultará AP—BQ : AP : : CB—CA : CB, ó bien AP—BQ : BQ : : CB—CA : CA ; pero como AP—BQ representa la resultante por ser la diferencia de las dos fuerzas propuestas, que tambien representamos por R, y CB—CA expresa la distancia AB, podrémos generalizar las proporciones transformándolas en R : P : : AB : CB y R : Q : : AB : CA, que expresan la misma propiedad general deducida en la proposicion anterior; esto es, *que cada fuerza es proporcional con la recta que une los puntos de aplicacion de las otras dos.*

Ejemplos : Dadas dos fuerzas paralelas que obran en igual sentido, una de 84 kgs. y otra de 28 kgs. aplicadas á los extremos de una recta que tiene 72 centímetros, hallar el valor y el punto de aplicacion de la resultante.

La intensidad de la resultante será 84+28=112 kgs., y su punto de aplicacion se hallará por la proporcion enunciada R : P : : AB : BC, que sustituyendo da 112 : 84 : : 72 : BC

de donde $BC = \dfrac{84 \times 72}{112} = 54$ cénts. Es decir, que la resultante valdrá 112 kgs., y se hallará á 54 centímetros del punto B en que está aplicada la fuerza de 28 kgs.

Dadas dos fuerzas paralelas que obren en sentido contrario, una de 36 kgs. y otra de 24 kgs., aplicadas á la distancia de 64 centímetros la primera de la segunda, determinar la resultante y su punto de aplicacion.

La resultante será la diferencia 36—24=12 kgs., y el punto de aplicacion se hallará por la proporcion R : P : : AB : BC, que sustituyendo los valores propuestos será

12 : 36 : : 64 : BC y $BC = \dfrac{36 \times 64}{12} = 192$ cent. Es decir, que la resultante valdrá 12 kgs. y estará aplicada en el punto C á 192 cents. de B, ó á 128 cents. del punto A hácia la parte opuesta de la fuerza menor.

Dada la resultante R de dos fuerzas paralelas que obran en el mismo sentido y una de las componentes P, hallar la otra fuerza Q y su punto de aplicacion.

La fuerza pedida será Q=R—P y el punto B de aplicacion se deducirá de la proporcion $Q : P :: AC : BC$, que da

$$BC = \frac{P \times AC}{Q}$$

La resultante de muchas fuerzas paralelas, de cualquier modo que se consideren situadas, será igual á la suma de las que obran en un sentido, menos la suma de las que obran en sentido opuesto, y su punto de aplicacion se hallará componiendo las dos primeras y comparando la resultante con la tercera, y así continuando hasta que todas hayan entrado en la composicion: el punto de aplicacion de la última resultante será el de la resultante de todo el sistema.

Si dos fuerzas paralelas que obran en sentido contrario son iguales, forman lo que se llama *par de fuerzas* ó *pareja.*

La resultante de un par de fuerzas es cero, y su punto de aplicacion se halla al infinito. Porque, como las dos fuerzas son iguales, su diferencia, que es la resultante, valdrá cero. La distancia del punto de aplicacion se determinará por la proporcion $R : P :: AB : BC$, de donde

$$BC = \frac{P \times AB}{R}.$$ Pero este quebrado tiene por denominador R que se reduce á cero por lo dicho; luego, la expresion $\frac{P \times AB}{R}$ será una cantidad $P \times AB$ dividida por cero, que representa el infinito.

En todo sistema de fuerzas se puede establecer el equilibrio aplicando una fuerza única, igual y opuesta á su resultante; pero en la pareja ó par de fuerzas es imposible obtener este resultado, pues las dos fuerzas paralelas iguales y contrarias no darán nunca una sola resultante, y para obtener el equilibrio seria preciso aplicar otras dos fuerzas.

Se llama centro de las fuerzas paralelas el punto de aplicacion de la resultante de todas ellas. Porque este punto será siempre el mismo, por mas que varie la direccion de las fuerzas, mientras no cambie la intensidad ni el punto de aplicacion de cada una.

MOMENTOS. *Se llama momento de una fuerza el producto que resulta de multiplicar dicha fuerza por su menor distancia á un punto, recta ó plano que se llama centro ú orígen de los momentos.* De modo que, para hallar el momento de una fuerza con relacion á un punto, se multiplicará dicha fuerza por la porcion de recta que va desde su punto de aplicacion hasta el punto á que se hace referencia. Para determinar el momento de una fuerza con relacion á una recta ó plano, se multiplicará dicha fuerza por la perpendicular tirada desde su punto de aplicacion á la misma recta ó plano.

El momento de la resultante de dos fuerzas paralelas que obran en el mismo sentido es igual á la suma de los momentos de dichas fuerzas. (Fig. 4). Sea O el centro ú orígen de los momentos, y P, Q, las dos fuerzas paralelas cuya resultante R tiene su punto de aplicacion en C. Por lo demostrado será:

$P \times AC = Q \times CB$, pero $AC = AO - CO$ y $CB = CO - BO$ que sustituyendo tendrémos $P \times (AO - CO) = Q \times (CO - BO)$ de cuya ecuacion resulta

$(P+Q) \times CO = P \times AO + Q \times BO$ ó $R \times CO = P \times AO + Q \times BO$

que manifiesta la proposicion enunciada.

El momento de la resultante de dos fuerzas paralelas que obran en sentido contrario es igual á la diferencia de los momentos de aquellas dos fuerzas. (Fig. 5). Porque si en la ecuacion $P\times AC=Q\times BC$ sustituimos $OC-OA$ en lugar de AC y $OC-OB$ en vez de BC, y hacemos las multiplicaciones y trasposiciones convenientes tendrémos $R\times OC=P\times OA-Q\times OB$ que demuestra la proposicion.

De lo demostrado se puede deducir que *el momento de la resultante de un número cualquiera de fuerzas paralelas es igual á la suma de los momentos de las que obran en un sentido, menos la suma de los momentos de las que obran en sentido contrario.*

Si suponemos (fig. 4) que el centro de los momentos se halla en el punto C de aplicacion de la resultante, tendrémos que CO quedará reducida á cero, y por la misma razon AO que es igual con $CO+AC$ se reducirá á AC, y BO que equivale á $CO-CB$ quedará reducida á $-CB$. Sustitúyanse estos resultados en la ecuacion $R\times CO=P\times AO+Q\times BO$ y se tendrá $R\times 0=P\times AC+Q\times -CB$ que efectuando las operaciones y trasladando el término negativo al primer miembro dará $Q\times CB=P\times AC$. Es decir, que en el caso de equilibrio, si el centro ú orígen de los momentos se halla en el punto de aplicacion de la resultante ó en un plano que pase por él, y obran todas las fuerzas en el mismo sentido, se verifica: que el momento de la fuerza aplicada á un lado del orígen de los momentos, es igual al momento de la fuerza aplicada en el lado opuesto; y como se obtendria un resultado análogo considerando varias fuerzas, podrémos generalizar la consecuencia diciendo: *que en el caso de equilibrio la suma de los momentos de todas las fuerzas aplicadas á un lado del orígen ó centro, es igual á la suma de los momentos de las que tienen su punto de aplicacion en el lado opuesto.* De aquí

tambien podrémos concluir que en el caso de equilibrio *la suma de los momentos de las fuerzas que tienden á hacer girar la recta AB en un sentido, debe ser igual á la suma de los momentos de las que tienden á hacerla girar en sentido contrario.*

Tambien se verificará, en el caso de ser nula la resultante, esto es, que haya equilibrio entre todas las fuerzas, que la suma algebráica de los momentos de todas ellas con relacion á un punto cualquiera tomado á arbitrio será cero; *y no podrá establecerse el equilibrio mientras la suma algebráica de los momentos de todas las fuerzas con referencia á un punto cualquiera no sea cero.*

Pesantez ó gravedad. La pesantez ó gravedad es aquella fuerza que obra igualmente sobre todas las moléculas de un mismo cuerpo y tiende á precipitarlo hácia la tierra cuando se le abandona á sí mismo. La direccion de la gravedad es perpendicular á la superficie terrestre y por esto un cuerpo al caer sigue sensiblemente la direccion vertical.

Todos los cuerpos gozan de la propiedad de tener todas sus moléculas sometidas constantemente á la accion de la gravedad. La gravedad es mayor en los puntos mas cercanos al centro de la tierra y menor en los mas lejanos; de modo, que así la gravedad como la atraccion universal crecen en razon inversa del cuadrado de la distancia al centro de la tierra. Pero como la extension de un cuerpo es sumamente pequeña con relacion á la distancia al centro de la tierra, podemos admitir que *la intensidad de la gravedad es la misma en todas las moléculas de un mismo cuerpo.* Luego, todas las moléculas de un cuerpo estarán solicitadas por fuerzas iguales que podrémos suponer paralelas; y su resultante, que será igual á su suma, constituirá el peso del cuerpo. El peso del cuerpo será, pues, igual á la gravedad de una de sus moléculas ó puntos materiales multiplicada por el número de ellas; y como el número total de moléculas constituye la masa del cuerpo, se sigue que *el peso de un cuerpo será proporcional á su masa.*

De lo dicho resulta que dos cuerpos homogéneos de igual volúmen son iguales en peso, y que dos cuerpos heterogéneos no tienen el mismo peso en volúmenes iguales.

El punto de aplicacion de la resultante de todas las fuerzas de gravedad, iguales y paralelas, que obran sobre las moléculas de un cuerpo, se llama *centro de gravedad del cuerpo,* y es el mismo punto que hemos llamado anteriormente centro de las fuerzas paralelas. Por la propiedad de que goza este punto, segun se ha demostrado antes, no cambiará de posicion por mas que se hagan dar vueltas al cuerpo; de manera que si por un medio cualquiera se obtiene que el centro de gravedad quede sostenido, podrá hacerse girar libremente el cuerpo al rededor de este punto sin que pierda su equilibrio. El peso de un cuerpo es, pues, una fuerza vertical que pasa siempre por su centro de gravedad sea cual fuere la posicion del cuerpo con respecto al horizonte.

De todo lo expuesto se infiere que *el peso de un cuerpo debe considerarse reunido ó concentrado en su centro de gravedad; por manera que, si se sostiene el centro de gravedad, el cuerpo queda en equilibrio.*

El centro de gravedad correspondiente á dos pesos iguales se halla en el punto medio de la recta que une sus centros de gravedad.

El centro de gravedad de una línea recta está en su punto medio.

El centro de gravedad del perímetro ó de la superficie de una figura regular se halla en su propio centro.

El centro de gravedad de un paralelógramo se halla en el punto de interseccion de sus diagonales.

El centro de gravedad de un triángulo cualquiera se halla á las dos terceras partes de la recta que va desde uno de sus vértices al punto medio de su lado opuesto. Porque esta recta divide el triángulo en dos partes equivalentes y se encuentra con las demás á las dos terceras partes de su distancia al vértice respectivo.

Si se quiere hallar el centro de gravedad de un polígono irregular, se determinará el de cada uno de los triángulos en que se descomponga; y considerando en cada centro una fuerza vertical equivalente á la superficie del triángulo, se buscará el punto de aplicacion de la resultante de todas estas fuerzas paralelas, y este punto será el centro de gravedad buscado.

El centro de gravedad de un cilindro ó de un prisma homogéneos se halla en el punto medio de la recta que une los centros de gravedad de sus dos bases.

El centro de gravedad de una pirámide ó de un cono se halla en la recta que une el cúspide con el centro de gravedad de su base á las tres cuartas partes del vértice respectivo.

El centro de gravedad de una esfera se halla en su centro, y *el de un hemisferio* se encuentra á los tres octavos del rádio interior perpendicular á su base.

El centro de gravedad de un cuerpo irregular ó heterogéneo se puede hallar por el siguiente procedimiento: suspéndase el cuerpo de un hilo, y cuando se haya quedado en reposo la direccion del hilo pasará por su centro de gravedad: repítase la operacion suspendiendo el cuerpo por otro punto, y la direccion del hilo en esta nueva posicion pasará tambien por su centro de gravedad; y el punto de intersección de las dos direcciones del hilo dará el centro de gravedad buscado.

Si se construye un cilindro de una materia muy ligera, como el corcho, y se termina en su base por una esfera de plomo, cualquiera que sea la posicion inclinada ú horizontal que se le quiera dar, no puede quedarse en equilibrio, sino que toma inmediatamente la posicion vertical: porque, hallándose el centro de gravedad muy inmediato á la base, el cuerpo tiende á establecer su equilibrio sobre la parte mas pesada, que es la base de plomo.

La superficie sobre que descansa un cuerpo en equilibrio se llama *base de sustentacion,* y para que su posicion sea estable, es preciso que la vertical que pasa por el centro de gravedad del cuerpo caiga dentro la base de sustentacion. Si la vertical indicada corresponde fuera de esta base, el cuerpo cae indispensablemente.

El hombre que está en pié tiene su centro de gravedad entre las dos caderas; y por esto, cuando trata de sentarse, es preciso que incline su cuerpo adelante con el fin de equilibrar la parte que dirige hácia atrás, haciendo que la vertical de su centro de gravedad caiga siempre sobre sus piés, que forman su base de sustentacion. Lo mismo se observa al levantarse, pues que se ve precisado á inclinar el cuerpo adelante, y le seria imposible verificarlo manteniendo su cuerpo en posicion vertical sobre el asiento.

Un hombre que lleva un fardo á las espaldas se ve precisado á inclinarse adelante, y si trata de levantar un peso con los brazos tiene que inclinar su cuerpo hácia atrás. Los movimientos que naturalmente hace con los brazos para sostenerse una persona que ha tropezado, no tienen otro objeto que colocar el centro de gravedad en la vertical que cae sobre sus piés; y el balancin de que usan los

volatines en sus juegos es tambien para equilibrar por un lado el peso de la parte del cuerpo que se incline hácia otro, conservando así la vertical que pasa por su centro de gravedad sobre la pequeña base de sustentacion de que pueden disponer.

La estabilidad de un cuerpo depende de la base de sustentacion y de la altura de su centro de gravedad sobre esta base. Un cuerpo que tenga poca base y su centro de gravedad se halle á mucha altura, tendrá muy poca estabilidad, y su *equilibrio* se llama *instable;* pero si la base es de mucha extension y el centro de gravedad muy bajo, el *equilibrio* será *estable,* y si se trata de inclinarlo un poco, volverá á tomar su primitiva posicion luego que cese la fuerza que se le haya aplicado. En el equilibrio instable basta una pequeña impresion para separar el centro de gravedad de la vertical correspondiente á la base, y determinar la caida del cuerpo. De modo, que un huevo queda fácilmente en equilibrio cuando se deja sobre un plano teniendo su eje mayor en posicion horizontal, y es muy difícil que se sostenga si se quiere dar á dicho eje la posicion vertical; porque en el primer caso el centro de gravedad está muy cerca de la base y el equilibrio es estable, y en el segundo el centro de gravedad se halla elevado y el equilibrio es instable. Un cono goza de mayor estabilidad que un cilindro de igual base y altura por tener su centro de gravedad mas bajo.

De lo expuesto se sigue, que al formar un todo con objetos heterogéneos ó al disponer una carga, deben colocarse los cuerpos mas pesados en la parte inferior, y encima de ellos los mas ligeros, pues así el centro de gravedad se hallará mas bajo y el grado de estabilidad será mayor; pero si, como sucede á veces en las diligencias, la mayor carga se coloca arriba, el equilibrio será instable, y al inclinarse por la desigualdad del camino ó al seguir una curva con mucha velocidad, será muy fácil un vuelco.

Los pájaros y los insectos tienen las alas sobre su centro de gravedad, y esta circunstancia asegura su estabilidad durante el vuelo.

En el armamento de un navío las piezas de mayor calibre se colocan siempre en la parte inferior, y al cargar un carro debiera situarse la carga debajo del eje y se lograria la mayor estabilidad.

La estabilidad de un hombre á caballo será mayor en cuanto tenga mas largas sus piernas, porque su centro de gravedad se hallará mas próximo á la silla; y un hombre en pié gozará de mayor estabilidad si, teniendo juntos los talones, sus piés forman un ángulo recto, porque su base de sustentacion será la máxima.

Para asegurar todo lo posible la estabilidad de un objeto se dispondrá de modo que la vertical que pase por su centro de gravedad caiga en el centro de gravedad de la base de sustentacion. Así están construidas las torres inclinadas de Bolonia y Pisa, pues se dispusieron sus partes de tal manera, que la vertical que pasa por su centro de gravedad cae en el centro de su base.

Densidad, peso absoluto y peso específico. Llámase *densidad* al número de moléculas contenidas en la unidad de volúmen de un cuerpo homogéneo. Si dos cuerpos en igual volúmen tienen diferente cantidad de masa, dirémos que su densidad no es la misma, pues será mayor la densidad en aquel en que en igual volúmen haya mayor número de moléculas. De esto se sigue, que representando por V, v los volúmenes de dos cuerpos, por M, m sus masas y por D, d sus respectivas densidades, se tendrá: $M=V\times D$ y $m=v\times d$, es decir, que *la masa de un cuerpo será igual al volúmen multiplicado por la densidad.*

Ahora, formando proporcion con estas dos ecuaciones se hallará:

$M:m::V\times D:v\times d$. Si se supone $V=v$ resulta que $M:m::D:d$, haciendo $D=d$ sale $M:m::V:v$ y considerando $M=m$ se obtiene $V\times D=v\times d$ y tambien $V:v::d:D$. Traduciendo estas proporciones al lenguaje vulgar resulta:

1.° *Las masas de dos cuerpos son como los productos de sus volúmenes por sus respectivas densidades.*

2.° *Si los volúmenes de dos cuerpos son iguales, sus masas guardan la misma relacion que sus densidades.*

3.° *Si las densidades de los cuerpos son iguales, sus masas serán como sus volúmenes.*

4.° *Si dos cuerpos se suponen de igual masa, sus volúmenes estarán en razon inversa de sus densidades.*

Para medir la densidad de los cuerpos es preciso compararla á la densidad de un cuerpo particular que se elige para que sirva de término de comparacion. La densidad del agua destilada es la que sirve de unidad para los cuerpos sólidos y líquidos, y la del aire para los gases.

Densidad relativa ó *peso específico* es la relacion de la densidad absoluta de los cuerpos con la del agua destilada. Así, cuando se dice que el peso específico del platino es 22, debemos entender que un volúmen de platino pesa 22 veces lo que pesaria un volúmen igual de agua destilada.

El peso de un cuerpo es proporcional á su masa; y como las masas, á igualdad de volúmenes, guardan la misma relacion que las densidades, se sigue, que *los pesos de los cuerpos son entre sí como las densidades*. Luego, para obtener la densidad relativa ó peso específico de un cuerpo con relacion al agua, será preciso pesar el cuerpo y el agua destilada, en igual volúmen, y dividir el peso del cuerpo por el del agua.

El peso absoluto de un cuerpo se hallará, determinando lo que pesa un volúmen igual de agua, y multiplicando el resultado por el peso específico que corresponde á dicho cuerpo.

Ejemplo: Hállese el peso absoluto de una pieza cilíndrica de hierro colado cuyo rádio es de 6 centímetros y su altura de 2 metros 20 centímetros.

El volúmen de la pieza será $3'1416 \times 6^2 \times 220 =$...... 24881'472 centímetros cúb., que equivalen á 24'881472 decímetros cúbicos. Cada decímetro cúbico de agua pesa un kilógramo, luego, si el cuerpo fuese de agua pesaria 24'881472 kg. Ahora, multiplicando este valor por el peso específico del hierro colado, que es 7'207, tendrémos el peso absoluto de la pieza, que será 24'881472 kilógramos$\times$7'207=179'32 kg. próximamente.

De aquí resulta la siguiente regla práctica: *Para obtener el peso absoluto de una pieza cualquiera, hállese su volúmen en decímetros cúbicos, y multiplíquese el resultado por el peso específico correspondiente: el producto será el peso en kilógramos.*

La siguiente tabla contiene por órden alfabético los pesos específicos de las sustancias que tienen un uso mas comun.

Tabla de los pesos específicos de algunos cuerpos sólidos, líquidos y gaseosos.

Sustancias.	Pesos específicos.	Sustancias.	Pesos específicos.
Acero	7'816	Mármol	2'838
Agua destilada	1'000	Manzano	0'793
Agua llovediza	1'046	Membrillo	0'705
Alamo	0'383	Mercurio	13'592
Alcohol	0'834	Naranjo	0'705
Aliso	0'807	Nogal	0'671
Antimonio fundido	6'702	Olivo	0'927
Arena fina y seca	1'414	Olmo	0'671
Arsénico fundido	5'765	Oro forjado	19'362
Avellano	0'600	Oro fundido	19'258
Azufre nativo	2'033	Peral	0'661
Azufre fundido	1'991	Pino macho	0'550
Boj	0'912	Pino hembra	0'498
Brasil	1'031	Pizarra	2'854
Carbon de piedra	1'329	Plata fundida	10'474
Campeche	0'913	Platina laminada	22'069
Cedro	0'596	Platina forjada	20'337
Cera blanca	0'969	Platina fundida	19'500
Cera amarilla	0'965	Plomo fundido	11'352
Cerezo	0'715	Pórfiro rojo	2'765
Ciprés	0'664	Sáuce	0'585
Cinabrio rojo	6'902	Saúco	0'695
Ciruelo	0'785	Sebo	0'941
Cobre rojo en hilo	8'880	Tilo	0'604
Cobre rojo fundido	8'788	Vidrio inglés	3'329
Corcho	0'240	Vidrio blanco	2'892
Cuarzo cristalizado	2'655	Vid	1'327
Ebano	1'331	Vino	0'995
Encina	0'950	Zinc fundido	7'100
Estaño fundido	7'291		
Fresno	0'845	GASES.	
Granado	1'354		
Granito gris	2'728	Aire atmosférico	1'0000
Guayacan	1'333	Acido carbónico	1'5240
Guijarros	2'416	Acido clorhídrico	1'2474
Haya	0'852	Acido sulfuroso	2'1004
Hielo	0'930	Acido sulfhídrico	1'1912
Hierro forjado	7'788	Amoniaco	0'5967
Hierro colado	7'207	Azoe	0'9760
Hulla	1'135	Cloro	2'4700
Limonero	0'726	Hidrógeno	0'0688
Manteca	0'942	Oxígeno	1'1026
Marfil	1'918	Vapor de agua	0'6235

Cuando las dimensiones del cuerpo se refieran á la medida de Castilla, se hallará su volúmen en piés cúbicos, se multiplicará el resultado por 47 libras que pesa el pié cúbico de agua, y multiplicando despues por el peso específico, se tendrá el peso absoluto del cuerpo en libras castellanas.

Si la medida fuese catalana, se hallaria el volúmen en palmos cúbicos, se multiplicaria por 18'36 libras que pesa el palmo cúbico de agua destilada, y multiplicando por el peso específico, se tendria el peso absoluto en libras de Barcelona.

Ejemplos. Determinar el peso absoluto de una viga de encina cuya longitud es de 17 piés castellanos, su ancho de 1 pié 3 pulgadas y su grueso de 11 pulgadas.

$$\text{El volúmen en piés será } 17\times1\frac{3}{12}\times\frac{11}{12}=19'479 \text{ piés cúb.}$$

El pié cúbico de agua pesa 47 libras castellanas; luego, multiplicando por 47 tendrémos el peso de un volúmen igual de agua destilada, y dará: $19'479\times47=915'56$ libras de Castilla.

El peso específico de la encina es 0'950, que multiplicándolo por el resultado tendrémos:

Peso absoluto de la viga$=915'56\times0'950=869'745$ libras de Castilla.

Es decir, que la viga pesará 869'745 libras castellanas, ó sean 8 quintales 2 arrobas 19 libras 12 onzas de Castilla próximamente.

Calcular el peso absoluto del alcohol contenido en una vasija que tiene 5 palmos de ancho por 3 y medio de lar-

go, llegando el líquido en su interior á la altura de 6 palmos $^3/_4$.

$$\text{Volúmen en palmos}=5\times3\frac{1}{2}\times6\frac{3}{4}=118\frac{1}{8}\text{ pal. cúb.}$$

El peso de un palmo cúbico de agua destilada es 18'36 libras de Barcelona, y dará: $118\,^1/_8\times18'36=2168'77$ libras catalanas.

Multiplicando por el peso específico del alcohol que es 0'834 tendrémos: $2168'77\times0'834=1808'75$ libras de Barcelona.

Es decir, que el peso absoluto de aquella cantidad de alcohol será 1808 libras 9 onzas, ó bien 17 quintales 1 arroba 14 libras 9 onzas peso catalan.

Hallar el peso absoluto de una esfera maciza de plata fundida, cuyo rádio es de 2 centímetros.

$$\text{Vol. esfera}=\frac{4}{3}\times3'1416\times(0'2)^3=0'0335 \text{ decím. cub.}$$

Multiplicando por el peso específico de la plata fundida que es, segun la tabla, de 10'474 dará:

Peso absol. de la esfera$=0'0335\times10'474=0'351$ kilóg.

Es decir, que pesa 351 milésimos de kilógramo, que suponiendo la plata al precio de 600 rs. el kilóg. valdria 210 reales con 6 décimos.

Calcular el diámetro que deberá tener una esfera de hierro colado, suponiendo que su peso ha de ser 18 kilóg.

Partiendo el peso absoluto 18 kg. por el peso específico del hierro colado, que es 7'207, saldrá el volúmen expresado en decímetros cúbicos : 18∖7'207=2'4966 decímetros cúbicos.

El diámetro de la esfera está expresado por la fórmula

$$D=\sqrt[3]{\frac{6\times v}{\pi}} \text{ que sustituyendo dará } D=\sqrt[3]{\frac{6\times 2{\cdot}4976}{3{'}1416}}$$

=1'68 decímetros.

Es decir, que el diámetro de la esfera en cuestion deberá ser de 1'68 decímetros, ó de 16 centímetros y 8 décimos.

Máquinas. Llámanse máquinas los aparatos que se emplean para modificar á voluntad la intensidad ó la direccion de una fuerza.

Toda fuerza que se aplica á una máquina se llama en general *potencia*, y el peso ó cuerpo que debe equilibrar la potencia, se llama *resistencia*.

Las máquinas pueden ser simples y compuestas. Se llaman simples aquellas que se componen del menor número de elementos, ofreciendo la combinacion mas sencilla para variar la direccion ó la intensidad de la potencia; y compuestas son aquellas en cuya composicion entran dos ó mas de las simples.

Las máquinas simples son seis: la palanca; la polea; el torno; el plano inclinado; la rosca ó tornillo, y la cuña.

Palanca. La palanca es una barra inflexible, recta, curva ó angular, sostenida por un punto al rededor del cual puede girar con facilidad: este punto se llama *punto de apoyo*.

La palanca será de primera especie cuando el punto de apoyo C esté entre la potencia P y la resistencia R. (Fig. 6). Si la resistencia R se halla entre el punto de

apoyo C y la potencia P, será *de segunda especie* (fig. 7); y se llamará *de tercera especie* si la potencia P se halla entre el apoyo C y la resistencia R. (Fig. 8). Las distancias AC y BC se llaman *brazos de palanca* correspondientes el uno á la potencia y el otro á la resistencia.

En todas las palancas se ve que la potencia tiende á hacer girar la barra en un sentido, y la resistencia la obliga á girar en sentido opuesto. De aquí resulta, estando fijo el punto de apoyo, que para el caso de equilibrio, el momento de la potencia debe ser igual al de la resistencia. Es decir, que en el caso de equilibrio se verificará que *la potencia multiplicada por su brazo de palanca será igual á la resistencia multiplicada por el suyo;* y tendrémos la ecuacion $P\times AC=R\times BC$ que formando proporcion dará $P:R::BC:AC$.

Esta proporcion nos manifiesta otra ley general de la palanca, esto es, *que la potencia y la resistencia están en razon inversa de sus brazos de palanca.*

Estas dos leyes se verifican constantemente, como se deduce de lo dicho al tratar de los momentos, mientras la palanca sea recta; pero si la palanca fuese curva ó angular, ó la potencia y resistencia no obrasen en direcciones paralelas, se modificarian dichas leyes, sustituyendo en vez de brazos las perpendiculares tiradas desde el punto de apoyo á las rectas que señalan las direcciones de la potencia y resistencia. De modo que en las palancas de la (fig. 9) se tendrá para el caso de equilibrio: $P\times EC=R\times DC$ y $P:R::DC:EC$.

De esto resulta, que aumentando convenientemente el brazo de la palanca que corresponde á la potencia, y disminuyendo el de la resistencia, podrémos hacer que una potencia tan pequeña como se quiera se equilibre con la resistencia, por grande que esta sea. Fundado en esta propiedad decia Arquímedes, *que si le daban una palanca y un punto de apoyo moveria fácilmente el mundo*. Proposicion que no podrá verificarse si se atiende á la imposibilidad que hay de hallar semejante palanca y tal punto de apoyo.

Por lo dicho se ve, que la palanca de segunda especie es la que favorece mas á la potencia, pues el brazo de esta coge toda la palanca, al paso que en las otras dos especies solo le corresponde una parte.

En la mayor parte de los casos el centro de gravedad de la palanca cae fuera del punto de apoyo, y entonces para el equilibrio debe atenderse indispensablemente al peso de la barra. En las máquinas muy delicadas se verá cuál es el peso de cada brazo, y suponiéndolo reconcentrado en su centro de gravedad, se tendrá en consideracion para el equilibrio de la palanca, haciendo aplicacion de aquella ley general de que la suma de los momentos de las fuerzas que tienden á hacer girar la palanca en un sentido, debe ser igual á la suma de los momentos de las fuerzas que tienden á hacerla girar en sentido contrario.

La ley general de la palanca, de que la potencia y resistencia deben estar en razon inversa de sus brazos correspondientes, ofrece el medio de determinar una de las cuatro cosas cuando se conocen las otras tres, tanto por construcciones geométricas como por cálculo numérico.

En efecto, si en una palanca de primera especie (fig. 6) cuya longitud es AB se representa la intensidad de la potencia por la línea AP y la de la resistencia por la BR, y se quiere determinar el punto de apoyo para el caso de equilibrio, se procederá como sigue: colóquese la magnitud de la potencia desde B á *h*, y la de la resistencia desde A á *e*, y uniendo los puntos *h* y *e* por la línea *he* se tendrá en C el punto de apoyo: porque los triángulos seme-

jantes AC*e* y CB*h* tendrán sus lados proporcionales y darán: B*h*: A*e*: : BC : AC esto es, P : R : : BC : AC que es la condicion precisa para el caso de equilibrio.

Si la palanca es de segunda especie y se busca el punto de aplicacion de la resistencia, se hará la siguiente operacion: Póngase (fig. 7) la magnitud de la resistencia desde A hasta *h*, y la de la potencia desde *h* hasta *e*: trácese la línea *h*C y por el punto *e* una paralela á esta, y B será el punto buscado: porque las dos líneas *h*C y B*e* por ser paralelas dividirán las A*h* y AC en partes proporcionales, y se podrá formar la proporcion *he*: A*h* : : BC : AC que por ser *he*=P y A*h*=R en virtud de la construccion, tendrémos P : R : : BC : AC que manifiesta la condicion de equilibrio.

Si en la proporcion general P : R : : BC despejamos cada uno de los cuatro términos resulta:

$$AC=\frac{R\times BC}{P},\ BC=\frac{P\times AC}{R},\ P=\frac{R\times BC}{AC},\ R=\frac{P\times AC}{BC}$$

cuyos valores manifiestan las operaciones que deben hacerse para hallar una de las cuatro cosas cuando se conozcan las otras tres, para lo cual se tendrán presentes las siguientes reglas generales:

1.ª *Para hallar el brazo que corresponde á la potencia, se multiplicará la resistencia por el suyo, y el producto se dividirá por la potencia.*

2.ª *Para determinar el brazo de la resistencia, se multiplicará la potencia por el suyo, y se dividirá el resultado por la resistencia.*

3.ª *Para calcular la potencia, se multiplicará la resistencia por su brazo de palanca, y el producto se dividirá por el brazo de la potencia.*

4.ª *Para obtener la resistencia, se multiplicará la potencia por su correspondiente brazo de palanca, y el producto se dividirá por el brazo de la resistencia.*

Ejemplos. Hállese el valor del brazo de la potencia en una palanca de primera especie, sabiendo que con 36 kilógramos se ha de equilibrar una resistencia de 84 kilógramos aplicada á 48 cents. del punto de apoyo.

Segun la 1.ª regla será: $AC = \dfrac{84 \times 48}{36} = 112$ centímetros.

Es decir, que la potencia deberá colocarse á una distancia del punto de apoyo equivalente á 112 centímetros.

Hallar en una palanca de segunda especie, que tiene 96 centím. de longitud, la potencia necesaria para equilibrar una resistencia de 128 kilógramos aplicada á 30 centímetros del punto de apoyo.

Segun la regla 3.ª tenemos: $P = \dfrac{128 \times 30}{96} = 40$ kilóg.

Es decir, que para equilibrar la resistencia propuesta bastará una potencia de 40 kilógramos.

Hallar el brazo correspondiente á la resistencia de 28 kg. en una palanca de tercera especie, sabiendo que la potencia es de 70 kg. y se halla á 38 centím. del punto de apoyo.

La regla 2.ª da $BC = \dfrac{70 \times 38}{28} = 95$ centím.

De manera, que la resistencia deberá hallarse á 95 centímetros del punto de apoyo; es decir, que la palanca tendrá, en el caso de equilibrio, una longitud de 95 cents.

Averiguar la resistencia necesaria para equilibrar una potencia de 16 kilógramos en una palanca de primera especie, cuyos brazos son de 48 centímetros para la potencia y de 12 centímetros para la resistencia.

La regla 4.ª dará $R = \dfrac{16 \times 48}{12} = 64$ kg.

Por manera, que la resistencia valdrá 64 kilógrâmos.

Hállese la potencia para equilibrar una resistencia de 80 kilógramos en cada una de las tres especies de palanca, suponiendo que esta tiene 72 centímetros de longitud, y que el brazo de la potencia es en la 1.ª y 3.ª de 54 centímetros, y el de la resistencia en la 1.ª y 2.ª de 18 centímetros.

Primera especie. . . . $P = \dfrac{80 \times 18}{54} = 26\frac{2}{3}$ kg.

Segunda especie. . . . $P = \dfrac{80 \times 18}{72} = 20$ kg.

Tercera especie. . . . $P = \dfrac{80 \times 72}{54} = 106\frac{2}{3}$ kg.

Estos tres resultados demuestran lo que se ha dicho antes, de que la palanca de segunda especie es la que favorece mas á la potencia, pues en ella con 20 kg. se equilibra la resistencia, cuando en la de primera especie son menester 26 $\frac{2}{3}$ kg. y en la de tercera se necesitan 106 $\frac{2}{3}$ kg.

Determinar la situacion del punto de apoyo en una palanca de primera especie por cuyo medio se ha de equilibrar una potencia de 35 kg. con una resistencia de 77 kg. siendo su longitud de 96 centímetros (fig. 6).

Tómese la proporcion P : R : : BC : AC, compóngase y se tendrá:

$$P+R : P :: BC+AC : BC \text{ ó bien } P+R : R :: BC+AC : AC$$

que como BC+AC equivale á la longitud AB de la palanca tendrémos:

$$P+R : P :: AB : BC \text{ y } P+R : R :: AB : AC$$

que darán $BC=\dfrac{P\times AB}{P+R}$ $AC=\dfrac{R\times AB}{P+R}$

cuyos resultados manifiestan, que *para hallar el brazo* BC *de la resistencia se multiplica la potencia por la longitud de la palanca, y se divide el resultado por la suma de la potencia y resistencia; y para determinar el brazo de la potencia se multiplica la resistencia por la longitud de la palanca, y el producto se divide por la suma de la potencia y resistencia.*

En virtud de estas reglas se tendrá: $BC=\dfrac{35\times 96}{35+77}=$ 30 centímetros.

Es decir, que el punto de apoyo C debe hallarse á 30 centímetros de la resistencia.

En la palanca de primera especie la carga del punto de apoyo es la suma de la potencia y resistencia.

Supongamos ahora una combinacion de palancas de primera especie y determinemos la condicion de equilibrio (fig. 10). Para esto se verá que en la primera, P es la

potencia y *d* representa la resistencia; que en la segunda será *d* la potencia y *k* la resistencia, y en la tercera *k* formará la potencia y R la resistencia, y tendrémos:

En la 1.ª . . . . . $P : d :: cd : ac$
En la 2.ª . . . . . $d : k :: ek : de$
En la 3.ª . . . . . $k : R :: fg : fk$

Si multiplicamos estas proporciones ordenadamente, y suprimimos en las primeras razones la *d* y la *k* por ser iguales á antecedente y consecuente, resultará:

$$P : R :: cd\times ek\times fg : ac\times de\times fk$$

Esta proporcion nos demuestra que *en un sistema de palancas, la potencia es á la resistencia, como el producto de los segundos brazos es al producto de los primeros.*

Aplicaciones: son palancas de primera especie la balanza y la romana, las tijeras y las tenazas, el balancin, etc.: son de segunda especie las pinzas, el carreton de una sola rueda, la palanca que generalmente se usa para sujetar la válvula de seguridad en las calderas, la hoja cortante de que se sirve el hormero para fabricar sus hormas, etc.; y son de tercera especie las en que aplica el pié el amolador, el tejedor, el tornero, etc.

Balanza. La balanza consiste por lo general en una palanca recta de primera especie, cuyos brazos, enteramente iguales, sostienen dos platillos por medio de cordones. Uno de los platillos sirve para colocar el cuerpo cuyo peso se busca, y el otro para poner las pesas necesarias al equilibrio.

La balanza para ser buena debe llenar las siguientes condiciones: 1.ª hacerse equilibrio ella misma; 2.ª conservar el equilibrio cuando en sus platillos se coloquen pesos iguales; 3.ª perder el equilibrio á la menor diferencia entre los cuerpos colocados en sus platillos.

La forma de la palanca debe tambien tenerse en cuenta, porque determina la situacion de su centro de gravedad, y por lo mismo el grado de estabilidad de que goza. De modo que si su centro de gravedad se halla debajo del punto de apoyo, gozará de equilibrio estable, y se llamará *balanza sorda* (fig. 11). Si el centro de gravedad de la palanca se halla en la parte superior del punto de apoyo, el equilibrio será instable ó instantáneo, y se llama *balanza loca* (fig. 12). Si el centro de gravedad coincide con el punto de apoyo, se llamará *balanza perezosa*. Luego, para que la balanza esté en las mejores condiciones, es preciso que el centro de gravedad de la palanca se halle fuera del punto de apoyo, pero á muy poca distancia de él.

Para cerciorarse de la bondad de una balanza se procederá como sigue: colóquense en los platillos dos pesos reconocidamente iguales, y si se conserva el equilibrio sin desviarse el fiel, la balanza será buena; ó bien, pónganse en los platillos dos cuerpos que se hagan equilibrio, y cambiándolos luego de platillo, el fiel deberá permanecer sin el menor desvío; pero si al cambiar los pesos de platillo se rompe el equilibrio, la balanza no es buena y los pesos son desiguales. Porque variando el cuerpo de platillo cambia el brazo de palanca para cada peso, y solo podria conservar el equilibrio en el caso de ser la balanza bien construida y los pesos iguales, porque solo en estas condiciones los momentos de los dos cuerpos serian iguales para cada caso.

Aunque la balanza no sea buena, tambien podrá servir para dar con exactitud el peso de un cuerpo, empleando el método de *dobles pesadas*. Para esto se coloca en un platillo el cuerpo cuyo peso se busca, y en el otro se ponen

objetos cualesquiera hasta obtener el equilibrio; se quita luego el cuerpo del platillo colocando en su lugar pesas conocidas hasta restablecer el equilibrio con los mismos objetos, y dichas pesas expresarán con exactitud el peso del cuerpo en cuestion. Este método se llama tambien *pesar por tara*, siendo el valor de esta las pesas que deberán colocarse en un plato para que forme equilibrio con el otro.

Tambien podria usarse este otro procedimiento (fig. 13): colóquese el cuerpo C en el plato A, cuyo brazo de palanca es DG, y en el otro plato B las pesas necesarias p para establecer el equilibrio, y por la ley de la palanca se tendrá: $C \times DG = p \times EG$: póngase luego el cuerpo C en el otro plato B cuyo brazo es EG, y restablézcase el equilibrio colocando en A las pesas q que sean necesarias, por cuya razon tendrémos: $C \times EG = q \times DG$. Ahora, multiplicando ordenadamente estas dos igualdades resultará:

$$C^2 \times DG \times EG = p \times EG \times q \times DG$$

que suprimiendo los factores iguales DG y EG y extrayendo la raíz cuadrada será $C = \sqrt{pq}$, es decir, que para tener el peso exacto se multiplicarán las pesas correspondientes al primer equilibrio por las que entraron en el segundo, y la raíz cuadrada del producto será el peso pedido.

Romana. La romana consiste en una palanca de brazos muy desiguales (fig. 14). En el brazo corto, por medio de un platillo ó de un garfio se sostiene el cuerpo ó género que se quiere pesar, y por una argollita ó anillo se hace correr á lo largo del brazo mayor un peso constante que se llama *pilon*. En el brazo largo están señaladas las divisiones que indican las libras ó arrobas que el pilon por sí solo equilibra. Por esto el uso de la romana es muy sencillo, pues cuando esté suspendida por el garfio *a* y el género R se halle colgado en *c*, bastará hacer correr el pilon *p* á lo largo del brazo mayor hasta obtener equilibrio, y la division correspondiente al punto *b* indicará las arrobas ó libras que pesa el cuerpo R. Si la romana se suspendiese por el garfio *d* aumentaria el brazo del pilon y disminuiria la longitud del otro, por cuya razon podria cargarse en *c* un cuerpo ó género mucho mas pesado, y hé aquí porque se ven en la romana dos divisiones distintas, una para cuando cuelga del garfio *a* que pesa lo menor, y otra para cuando está suspendida por el *d* en que se pesa lo mayor.

La *romana sueca* (fig. 15) se diferencia de la nuestra en que tiene el apoyo móvil, y en lugar de pilon una esfera ó masa pesada *b* en el extremo del brazo; y haciendo correr el anillo *c* de suspension á lo largo de la barra hasta establecer el equilibrio, la division *d* á que corresponde indicará el peso del cuerpo.

Otra romana (fig. 16). Este instrumento se compone de una palanca *ae* de primera especie suspendida por su centro de gravedad *c* en que tiene adaptada una aguja *co* que señala las divisiones del arco, correspondientes al peso del cuerpo P colocado en el plato.

Por tanto, el arco debe estar graduado convenientemente con el fin de que las divisiones expresen con exactitud la intensidad del peso P. Por medio de consideraciones geométricas y trigonométricas se demuestra que la tangente del ángulo formado por la aguja con la vertical *co* es proporcional al peso P, lo cual ofrece un medio sencillísimo para señalar las divisiones del arco. Y como la tangente de los arcos comprendidos entre cero y noventa grados, pasa por todas las magnitudes desde cero hasta el infinito; se sigue, que con este aparato podrá equilibrarse un cuerpo cualquiera por mas pesado ó ligero que sea. Sirve generalmente en las fábricas de hilados para pesar las madejitas de algodon, ó mecha, etc.

Báscula. La báscula consiste en una combinacion ó sistema de palancas móviles apoyadas unas con otras, por cuyo medio se logra equilibrar un peso muy grande con una pequeña potencia ó pilon.

Para los pesos de poca consideracion sirve generalmente la balanza ó báscula representada en perfil por la (fig. 17). En este aparato, *ed* es una palanca de segunda especie que tiene su punto de apoyo en *d*, su resistencia en *c* producida por el cuerpo R, y su potencia en *e*, que es transmitida al punto *g* por el tirante *eg*. El tablero *fb*, que representa otra palanca tambien de segunda especie, está colocado sobre la palanca anterior, sirviéndole *c* de apoyo móvil, y *f*, su potencia, es transmitida al punto *h* por el tirante *fh*. El cuerpo que se trata de pesar se coloca en R. Suponiendo que los brazos *ed*, *cd* guardan la misma relacion que *ng*, *nh*, se deduce por la ley de las palancas que el pilon P está con el peso R en igual razon que las distancias *nh*, *nt*. Luego, si *nh* fuese el décimo de *nt*, una libra del platillo haria equilibrio con diez libras de peso en el tablero *fb*.

La báscula diseñada en la (fig. 18) da una idea completa de las básculas destinadas á grandes pesos. En ella se ve que el tablero *ab* descansa en el punto *f* de la palanca *cd* y en el punto *q* de la *km*, por cual razon el peso colocado en él se repartirá entre dichos dos puntos, que se suponen á igual distancia del apoyo en la respectiva palanca. La palanca *hg* tiene sus brazos exactamente iguales, y por esto no hace mas que transmitir íntegra al punto *m* la presion que recibe en *c*. El pilon *p* colocado en el platillo se equilibra con la presion transmitida en *d* por medio de la palanca *rs* y del tirante *sd*. En tal disposicion, si suponemos que los brazos *qk* y *ef* guardan con *km* y *ed* la relacion de uno á diez asimismo que *st* con *tr*, tendrémos que el peso colocado en el tablero será transmitido á *s* reducido á la décima parte, y al punto *r* á la décima parte del décimo, esto es, al centésimo: luego, un peso de una libra en el platillo equilibrará otro de cien libras en el tablero. Si los brazos *qk* y *ef* fuesen la centésima parte de *km* y *ed*, siendo *st* el décimo de *tr*, un peso de una libra en el platillo se equilibraria con otro de mil libras en el tablero, etc. Tal es la inmensa ventaja que puede obtenerse por la sencilla combinacion de las palancas.

Polea. La polea es un cilindro de poco grueso en cuya superficie hay una especie de garganta, cajera ó carril para recibir una cuerda, correa ó cadena en cuyos extremos se aplican la potencia y la resistencia. La polea es fija cuando su eje y armazon permanecen en el mismo punto, y será móvil cuando la polea suba y baje con la resistencia ó peso.

La *polea fija* (fig. 19), en el caso de equilibrio, puede considerarse como una palanca de primera especie cuyo punto de apoyo se halla en el centro ó eje *c* y la potencia y resistencia como aplicadas en los extremos *a, b,* del diámetro *ab*. Pero como en esta palanca los brazos *ac, cb* son iguales, se sigue, que en el caso de equilibrio la potencia y resistencia serán tambien iguales. Esto nos dice que en la polea fija debe aplicarse cuando menos una potencia igual á la resistencia ó peso que se trata de equilibrar ó vencer; y sin embargo de que en esta polea no queda favorecida la potencia, ofrece la ventaja de cambiar su direccion, haciendo que el peso del cuerpo pueda proporcionar al hombre mayor facilidad para la subida de un peso.

La carga que deberá suportar el punto fijo *h* equivaldrá al peso de todo el aparejo, mas la suma de la potencia y resistencia, si sus direcciones son paralelas; pero, si no lo son, la carga se compondrá del peso del aparejo, mas la resultante de las fuerzas iguales *p, r,* que se supondrán aplicadas al punto *h* formando el ángulo *phr*.

Por consideraciones geométricas se prueba tambien en esta polea que *la potencia* P *es á la carga que sufre el apoyo, como el rádio* cd *de la polea es á la cuerda* ed *del arco que abraza el cordon ó cadena* pedr.

La *polea móvil* (fig. 20) puede considerarse, en el caso de equilibrio, como una palanca de segunda especie *ac*, cuyo punto de apoyo está en *c*, la potencia en *a* y la resistencia R en *b*. De aquí resulta, que siendo el brazo *ac* de la potencia doble del *bc* correspondiente á la resistencia, se verificará el equilibrio cuando la resistencia sea doble de la potencia: de modo, que si los cordones *at, cn* son paralelos, una arroba de potencia formará equilibrio con dos arrobas de resistencia en R. Si los cordones no son paralelos, la potencia guardará con la resistencia la misma relacion que el rádio de la polea con la cuerda *ed* del arco que abraza el cordon *pedr*.

Por la reunion de varias poleas fijas ó móviles se favorece mas la potencia, y así se forman los aparejos, tróculas ó garruchas para subir grandes pesos. En todos estos aparatos (fig. 21) se verifica, que *la potencia está con la resistencia en la relacion de uno al número total de poleas.* Es decir, que *la potencia se calculará, para el caso de equilibrio, partiendo el valor de la resistencia por el número total de poleas que contiene el aparato*: así, en el primer aparejo de la figura se tendrá: $P : R :: 1 : 6$, de modo, que una arroba de potencia se equilibrará con seis arrobas de resistencia, y por esto $P=\frac{R}{6}$. Esta relacion se funda en que la potencia se aplica en uno de los cordones cuya tension será naturalmente el sexto de la que sufren los seis de una misma cuerda que sostienen la resistencia.

En el aparato (A) de la misma figura se verifica: que la potencia P es á la resistencia R, como el producto de los rádios de las poleas es al producto de las cuerdas de los arcos que abrazan los cordones; y si estos son paralelos, la potencia es á la resistencia, como el producto de los rádios de las poleas es al prodncto de sus diámetros.

Ejemplo: Hallar la potencia necesaria para equilibrar un peso de 120 kg. en cada uno de los indicados aparejos.

En el 1.° será $P : 120 : : 1 : 6$ que da $P=120 \setminus 6=20$ kg.

En el 2.° » $P : 120 : : 1 : 4$ que da $P=120 \setminus 4=30$ kg.

En el (A) » $P:120::1:2\times2\times2$ que da $P=120 \setminus 8=15$ kg.

Estos resultados manifiestan que la potencia queda mas favorecida en el aparejo (A), pues para equilibrar la resistencia propuesta son menester 15 kg. cuando en los otros dos se necesitan 20 ó 30. Tambien se advierte, que por la naturaleza de los aparatos son de mas fácil aplicacion los dos primeros que el tercero, y por esto son generalmente preferidos.

Torno. El torno consiste en un cilindro (fig. 22) que tiene fijada una rueda perpendicularmente á su eje. En la circunferencia de esta rueda se aplica la potencia, y por medio de una cuerda que se arrolla en el cilindro se hace subir un peso. Á veces se sustituye la rueda por un

manubrio ó por dos palancas, pero siempre sucede que el rádio de la rueda, del manubrio y de las palancas es mayor que el del cilindro, por cual razon la potencia queda siempre favorecida.

En el caso de equilibrio, el torno será una palanca de primera especie, porque el rádio de la rueda y el del cilindro, á cuyos extremos se aplican la potencia y resistencia, están fijos en el mismo eje y forman los dos brazos de una palanca recta ó angular, como se ve en la figura.

Mediante esta consideracion, la potencia P se supondrá aplicada en el punto A, la resistencia R en B y el punto de apoyo estará en C, y para la condicion de equilibrio se tendrá: $P : R : : BC : AC$; pero como BC es el rádio del cilindro, que representamos por r, y AC es el rádio de la rueda, del manubrio ó de la palanca que designamos por T, podrémos sustituir en la proporcion anterior y dará $P : R : : r : T$.

De donde resulta que *en el torno, la potencia es á la resistencia, como el rádio del cilindro en que se arrolla la cuerda es al rádio de la rueda, del manubrio ó de la palanca á cuyo extremo se aplica la potencia.*

Ejemplo: Calcular la potencia con que se equilibrará una resistencia de 180 kg. en un torno cuyo cilindro tiene 12 centímetros de rádio y el manubrio 60 cents.

Segun la regla establecida será $P : 180 : : 12 : 60$ y $P=36$ kg. Es decir, que bastará la potencia de 36 kg. para equilibrar la resistencia expresada, en las condiciones propuestas. Si el torno tuviese dos manubrios, uno en cada extremo del eje, la potencia se dividiria en dos partes, correspondiendo á cada uno la mitad, esto es, 18 kg.

Si el cilindro se halla en posicion vertical como en la (fig. 23), el torno se llama *cabrestante*, y se le aplica la misma ley establecida para el caso de equilibrio.

Cuando se combinan varios tornos (fig. 24) resulta muy favorecida la potencia. En efecto, representando por T, T′, T″ los rádios de las ruedas, por r, r', r'' los rádios de los respectivos cilindros, y suponiendo que *a*, resistencia del primer torno, sirve de potencia al segundo, y que *b*, resistencia del segundo, es la potencia del tercero, tendrémos segun lo demostrado:

1.° torno. . . . $P : a :: r : T$.

2.° id. . . . $a : b :: r' : T'$.

3.° id. . . . $b : R :: r'' : T''$.

cuyas proporciones multiplicadas ordenadamente, despues de suprimir los términos comunes *a* y *b*, darán: $P : R :: r \times r' \times r'' : T \times T' \times T''$, de donde resulta esta regla general: *en una combinacion de tornos, la potencia es á la resistencia, como el producto de los rádios de todos los cilindros es al producto de los rádios de todas las ruedas.*

Ejemplo: Hallar la resistencia con que se equilibrará una potencia de 9 kg. en una combinacion de tres tornos, cuyos rádios de las ruedas son de 24, 28 y 32 centím. y los de los cilindros de 6, 7 y 8 centím.

La regla establecida da: $9 : R :: 6 \times 7 \times 8 : 24 \times 28 \times 32$, de donde sale $R = 576$ kg. De modo que la potencia de 9 kg. se equilibrará, en tales circunstancias, con una resistencia de 576 kg.

Un sistema de *ruedas dentadas* que engranan (fig. 25) no es mas que una combinacion de tornos en que las ruedas pequeñas ó *piñones* son los cilindros que hacen girar las ruedas mayores por la engravacion de sus dientes. Así pues, *en todo sistema de ruedas dentadas se verifica, que la potencia es á la resistencia, como el producto de los rádios de los piñones es al producto de los rádios de las ruedas* (a).

De la combinacion del torno con un aparejo (fig. 26) resulta la *cábria*, que sirve para elevar grandes pesos, y su condicion de equilibrio será: *la potencia es á la resistencia, como el rádio del cilindro es al de la rueda ó palanca multiplicado por el número de poleas que forman el aparejo*. En efecto, representando por n el número de poleas, por r, T los rádios del cilindro y de la rueda ó palanca, y siendo *a*, resistencia del torno, la potencia del aparejo, tendrémos:

Para el torno. . . . . . $P : a :: r : T$

Para el aparejo.. . . . . $a : R :: 1 : n$

cuyas proporciones multiplicadas ordenadamente despues de haber suprimido el factor comun *a*, darán: $P : R :: r : T \times n$ que manifiesta la ley enunciada.

Ejemplo: Determinar la relacion de la potencia con la resistencia en una cábria, cuyas palancas *c* tienen de rádio 50 cent. y el cilindro 8 cent., siendo el aparejo de 6 poleas.

Segun la ley establecida será $P : R :: 8 : 50 \times 6$, esto es, $P : R :: 8 : 300$ ó bien $P : R :: 1 : 37\,^1/_2$. Por manera, que en esta máquina, un kg. de potencia equilibrará $37\,^1/_2$ kg. de resistencia.

El *cric* ó *gato* (fig. 26*) no es mas que un torno, pues que se aplica la potencia en el *manubrio* ó *cigüeña*, y los dientes del piñon engranan con los de la barra, en cuyo extremo superior obra la resistencia, especialmente cuando se trata de levantar un gran peso, como un carro cargado, etc. Su ley de equilibrio será: la potencia es á la resistencia, como el rádio del piñon es al rádio del manubrio.

(a) En un capítulo especial tratarémos extensamente de todo lo relativo á las ruedas dentadas.

Si en esta máquina se añade otro piñon con su rueda, estará mas favorecida la potencia, porque dependerá en este caso de la combinacion de dos tornos.

La *grua* es tambien una combinacion del torno con un aparejo, como la cábria, y su condicion de equilibrio será la misma que en esta.

Plano inclinado. El plano se llama inclinado cuando no es vertical ni horizontal, y por lo mismo forma un ángulo mayor ó menor con el horizonte. (Fig. 27).

Si un cuerpo se hubiese de sostener en contacto con un plano vertical, deberia atenderse á todo su peso, y si se hubiera de arrastrar sobre un plano horizontal, seria preciso vencer el rozamiento producido por su peso. Pero si el cuerpo se halla sostenido sobre un plano inclinado, podrá determinarse la relacion entre la potencia y el peso del cuerpo para el caso de equilibrio.

Sea *s* el centro de gravedad del cuerpo en que se considera concentrado todo su peso, que representamos por R; descompóngase esta fuerza vertical en dos; una *sn* perpendicular al plano y otra *st* paralela á la longitud del mismo, y tendrémos: que *sn* será destruida por la resistencia del plano, y quedará solo la *st* como potencia necesaria para mantener el cuerpo en equilibrio. Comparando los triángulos ABC y *stp* que resultan semejantes, formarémos las proporciones: *st* : *sp* : : AC : CB y *st* : *tp* : : AC : AB, que como *st* es la potencia, *sp* la resistencia y *tp* representa la presion que sufre el plano, tendrémos para el equilibrio las siguientes reglas: *cuando la direccion de la potencia es paralela al plano, la potencia es á la resistencia ó peso del cuerpo, como la altura del plano es á su longitud; y la potencia es á la presion que sufre el plano, como la altura es á su base.*

Si la direccion de la potencia fuese paralela á la base del plano (fig. 28), *st* representaria la potencia; *sp* la resistencia ó peso del cuerpo, y *sn* ó *tp* la presion sufrida por el plano, y los triángulos semejantes *stp* y ABC darian: *st* : *sp* : : AC : AB y *st* : *tp* : : AC : CB, que poniendo P en vez de *st* y R en lugar de *sp*, tendríamos: P : R : : AC : AB y P : *presion* : : AC : CB, es decir, que la condicion de equilibrio se enunciaria: *cuando la direccion de la potencia es paralela á la base del plano, la potencia es á la resistencia ó peso del cuerpo, como la altura del plano es á su base; y la potencia es á la presion ejercida sobre el plano, como la altura es á su longitud.*

De estas proporciones se deduce que disminuyendo la altura del plano disminuye la potencia y aumenta la presion, y que para determinar la potencia se debe multiplicar el peso del cuerpo por la altura del plano y dividir el producto por la base, y para hallar la presion que sufre el plano se multiplicará la potencia por la longitud del plano y se dividirá por la altura del mismo.

Ejemplo: Hallar la potencia y la presion que sufrirá un plano inclinado para sostener en equilibrio un peso de 800 kg. siendo su longitud de 10 metros, su altura de 6 metros y su base de 8 metros.

Si la potencia fuese paralela á la longitud del plano seria: P : 800 : : 6 : 10, de donde sale P=480 kg. y 480 : presion : : 6 : 8 que da: presion=640 kg.

Donde vemos que la potencia será de 480 kg. y la presion sufrida por el plano de 640 kg.

Si la direccion de la potencia fuese paralela á la base del plano tendríamos: P : 800 : : 6 : 8, que da P=600 kg. y 600 : presion : : 6 : 10 de que resulta: presion=1000 kg.

De modo, que en este caso la potencia seria de 600 kg. y la presion ejercida sobre el plano de 1000 kg.

Si comparamos dos cuerpos sostenidos sobre planos de igual altura, y tratamos de hallar la condicion para que se hagan equilibrio entre sí, tendrémos: que llamando P á la potencia comun R y R′ á sus pesos respectivos, A, la altura de los planos y L, L′ á la longitud, resultará: P : R : : A : L y P : R′ : : A : L′, y como estas proporciones tienen los antecedentes iguales, se podrá formar proporcion con sus consecuentes y darán: R : R′ : : L : L′. Es decir, que para el caso de equilibrio los pesos de los cuerpos deberán guardar la misma relacion que las longitudes de los planos respectivos.

Rosca ó tornillo. El tornillo ó rosca (fig. 29) es un cilindro en cuya superficie lateral tiene un filete en forma de hélice que en cada revolucion se eleva de una misma cantidad. Si la hélice es originada por el movimiento de un triángulo el filete se llama triangular, y si lo es por un cuadrado será cuadrangular.

El paso de la rosca es la distancia *cd* del medio de un filete al medio del siguiente, medida paralelamente al eje del cilindro; de modo que *el paso de la rosca ó tornillo* coge siempre un vacío y un lleno del filete. Sin embargo, si la rosca tiene mas de un filete, la magnitud del paso se medirá por el espacio que adelanta el tornillo en cada vuelta que se le hace dar.

En la rosca bien construida todos los pasos son iguales; y atendiendo á la forma del filete deberá considerarse este como un plano inclinado cuya altura es el paso de la rosca y la base la circunferencia del cilindro.

El cuerpo *a* en que entra el tornillo se llama *tuerca*, y se puede considerar como un molde propio para la rosca. La potencia se aplica al extremo de una palanca que se introduce por el otro extremo en el cilindro ó en la tuerca segun convenga, pues para el caso de equilibrio es lo mismo considerar fijo el tornillo y móvil la tuerca, que móvil la tuerca y fijo el tornillo.

Se ve igualmente que el cilindro y la palanca *b*P en que se aplica la potencia constituyen un verdadero torno cuya ventaja mecánica se combinará con la que resulta del plano inclinado formado por la rosca, y suponiendo que la resistencia ó peso gravita en el punto *f*, tendrémos: para el torno P : *f* : : *ef* : *b*P ó bien P : *f* : : cir.ª *ef* : cir.ª *b*P, y como del plano inclinado resulta, *f* : R : : *cd* : cir.ª *ef*, podrémos multiplicar ordenadamente estas dos proporciones suprimiendo los factores iguales *f* y cir.ª *ef* y resultará : P : R : : *cd* : cir.ª *b*P. Es decir, que *en el tornillo la potencia es á la resistencia ó presion ejercida, como el paso de la rosca es á la circunferencia descrita por el punto de aplicacion de la potencia.*

Cuando la rosca engrana con los dientes de la rueda de un torno (fig. 30), resulta lo que llamamos *tornillo sin fin*, y en esta máquina se ve combinada la ventaja mecánica del torno con la del tornillo ó rosca, por cual razon se verifica, *que la potencia es á la resistencia ó peso, como el paso de la rosca multiplicado por el rádio del cilindro que arrolla la cuerda es á la circunferencia que describe la potencia multiplicada por el rádio de la rueda.*

Ejemplo: Hallar la potencia que equilibrará una resistencia de 300 kg. en un tornillo sin fin, cuyo paso es de 4 centímetros, el rádio del manubrio de 30 centím., el del cilindro de 9 centím. y el de la rueda dentada de 40 cent.

Segun la regla establecida será : P : 300 : : 9 × 9 : (circunferencia 30) × 40, que da : P : 300 : : 36 : 188‘496 × 40, de donde sale P = 1‘432 kg.

De modo, que para equilibrar la resistencia de 300 kg. en un tornillo sin fin de las condiciones dichas, se deberá aplicar al manubrio una potencia de 1‘432 kg.

Cuña. La cuña consiste en un prisma triangular (fig. 31) cuya cara *ab* se llama *cabeza de la cuña* y la arista *c corte*. La potencia se aplica sobre la cabeza de la cuña, y por el corte abre ó separa las partes del cuerpo en que se introduce. Este instrumento puede asimilarse á un plano inclinado, pues las caras *ac* y *bc* al resbalar sobre las partes que separan hacen el efecto de planos inclinados.

En este concepto y mediante la ley demostrada para el caso de equilibrio en el plano inclinado, se deduce que *en la cuña, la potencia es á la resistencia ó esfuerzo lateral producido, como la cabeza ab de la cuña es á la cara lateral bc de la misma.*

La forma de la cuña no es siempre la de un prisma triangular como se le ha señalado, sino que á veces presenta la figura de un cono ó de una pirámide, como se ve en los clavos. El cuchillo es una cuña, el buril, el cincel, el hacha, la lima, el punzon, los dientes, etc., son aplicaciones diversas de la cuña, como lo son tambien cási todas las demás herramientas empleadas en las artes y oficios.

La ley deducida para el caso de equilibrio en la cuña demuestra que sus efectos serán tanto mas considerables en cuanto disminuya la anchura de la cabeza con relacion á la longitud de los costados; y se nota que existe un límite para el ángulo del corte segun la materia que se quiere dividir, pues este ángulo es de 90° en el buril cuando el metal es muy duro, al paso que es de 30° en la hoja de una garlopa, y cási nulo en las navajas de afeitar.

Advertencia. En todas las leyes deducidas para el caso de equilibrio en las máquinas de que acabamos de tratar, hemos prescindido del roce y de las demás resistencias pasivas que obran naturalmente contrariando el efecto de la potencia, porque mas adelante destinamos un capítulo especial para tratar del trabajo perdido por el frotamiento considerado bajo distintos aspectos.

DINÁMICA.

La dinámica se ocupa en determinar las leyes del movimiento de los cuerpos sólidos, para lo cual debe atenderse al espacio corrido por el cuerpo y al tiempo empleado en recorrerlo.

Si el cuerpo que se mueve recorre espacios iguales en tiempos iguales, el *movimiento será uniforme,* pero si en tiempos iguales recorre espacios desiguales, el *movimiento* se llamará *variado*.

Se llama *velocidad* de un cuerpo el espacio recorrido en una unidad de tiempo, que generalmente es el segundo. Así, cuando se dice que la velocidad de un cuerpo es de 3 metros, se debe entender que corre tres metros por segundo, y si la velocidad fuese de 1600 metros por hora, se entenderia que en cada hora recorre el cuerpo 1600 metros.

El movimiento es rectilíneo cuando el cuerpo recorre una línea recta; curvilíneo si recorre una línea curva, y circular cuando describe una circunferencia.

Cuando un cuerpo está en movimiento, en virtud de la inercia, continuará moviéndose en la misma direccion hasta que una causa externa le obligue á pararse ó á modificar el movimiento adquirido; y el efecto producido aumentará tanto con relacion á la masa como relativamente á la velocidad: por esta razon se toma por medida del efecto producido por un cuerpo en movimiento, el producto de la masa por la velocidad, que se llama *cantidad de movimiento*. De modo, que si un cuerpo de una masa M cuya cara *ab* se llama *cabeza de la cuña* y la arista *c corte.* La potencia se aplica sobre la cabeza de la cuña, y por el corte abre ó separa las partes del cuerpo en que se introduce. Este instrumento puede asimilarse á un plano inclinado, pues las caras *ac* y *bc* al resbalar sobre las partes que separan hacen el efecto de planos inclinados.

En este concepto y mediante la ley demostrada para el caso de equilibrio en el plano inclinado, se deduce que *en la cuña, la potencia es á la resistencia ó esfuerzo lateral producido, como la cabeza ab de la cuña es á la cara lateral bc de la misma.*

La forma de la cuña no es siempre la de un prisma triangular como se le ha señalado, sino que á veces presenta la figura de un cono ó de una pirámide, como se ve en los clavos. El cuchillo es una cuña, el buril, el cincel, el hacha, la lima, el punzon, los dientes, etc., son aplicaciones diversas de la cuña, como lo son tambien cási todas las demás herramientas empleadas en las artes y oficios.

La ley deducida para el caso de equilibrio en la cuña demuestra que sus efectos serán tanto mas considerables en cuanto disminuya la anchura de la cabeza con relacion á la longitud de los costados; y se nota que existe un límite para el ángulo del corte segun la materia que se quiere dividir, pues este ángulo es de 90° en el buril cuando el metal es muy duro, al paso que es de 30° en la hoja de una garlopa, y cási nulo en las navajas de afeitar.

Advertencia. En todas las leyes deducidas para el caso de equilibrio en las máquinas de que acabamos de tratar, hemos prescindido del roce y de las demás resistencias pasivas que obran naturalmente contrariando el efecto de la potencia, porque mas adelante destinamos un capítulo especial para tratar del trabajo perdido por el frotamiento considerado bajo distintos aspectos.

DINÁMICA.

La dinámica se ocupa en determinar las leyes del movimiento de los cuerpos sólidos, para lo cual debe atenderse al espacio corrido por el cuerpo y al tiempo empleado en recorrerlo.

Si el cuerpo que se mueve recorre espacios iguales en tiempos iguales, el *movimiento será uniforme,* pero si en tiempos iguales recorre espacios desiguales, el *movimiento* se llamará *variado.*

Se llama *velocidad* de un cuerpo el espacio recorrido en una unidad de tiempo, que generalmente es el segundo. Así, cuando se dice que la velocidad de un cuerpo es de 3 metros, se debe entender que corre tres metros por segundo, y si la velocidad fuese de 1600 metros por hora, se entenderia que en cada hora recorre el cuerpo 1600 metros.

El movimiento es rectilíneo cuando el cuerpo recorre una línea recta; curvilíneo si recorre una línea curva, y circular cuando describe una circunferencia.

Cuando un cuerpo está en movimiento, en virtud de la inercia, continuará moviéndose en la misma direccion hasta que una causa externa le obligue á pararse ó á modificar el movimiento adquirido; y el efecto producido aumentará tanto con relacion á la masa como relativamente á la velocidad: por esta razon se toma por medida del efecto producido por un cuerpo en movimiento, el producto de la masa por la velocidad, que se llama *cantidad de movimiento.* De modo, que si un cuerpo de una masa M se mueve con una velocidad V, y llamamos F á su fuerza ó cantidad de movimiento, será $F=M\times V$. Representando por f la cantidad de movimiento relativa á otro cuerpo de masa m, y de velocidad v, tendrémos $f=m\times v$, y formando proporcion con estas dos ecuaciones resulta : $F : f : : M\times V : m\times v$ donde vemos que *las fuerzas, cantidades de movimiento, son entre sí, como los productos de las masas por las respectivas velocidades; de donde se deduce, que á igualdad de masas las fuerzas son como las velocidades, y á igualdad de velocidades serán como las masas.*

Para que el movimiento sea variado es preciso que una fuerza obre de continuo sobre el cuerpo : si esta fuerza acelera el movimiento se llama *fuerza aceleratriz*, y si lo retarda ó disminuye se llama *retardatriz*. Si la fuerza aceleratriz ó retardatriz es constante, hace aumentar ó disminuir la velocidad de cantidades iguales en tiempos iguales, y el movimiento se llama *uniformemente acelerado* ó *uniformemente retardado*.

MOVIMIENTO UNIFORME. En el movimiento uniforme, el cuerpo recorre espacios iguales en tiempos iguales, y por esto si llamamos V á la velocidad, esto es, al espacio que corre el cuerpo en un segundo, T al número de segundos que gasta en recorrer un espacio E, se tendrá : $E=V\times T$, es decir, que el espacio corrido en un tiempo cualquiera se halla multiplicando la velocidad por el tiempo que ha durado el movimiento. Suponiendo ahora otro cuerpo que recorre el espacio e en un tiempo t con una velocidad v, será, $e=v\times t$, que formando proporcion con las dos igualdades, tendrémos : $E : e : : V\times T : v\times t$, si suponemos $V=v$ resulta : $E : e : : T : t$, si hacemos $T=t$ sale, $E : e : : V : v$, y considerando $E=e$ se obtiene, $V\times T=v\times t$ y $V : v : : t : T$. De todo lo cual se deduce :

1.° *En el movimiento uniforme los espacios corridos por dos cuerpos son entre sí como los productos de las velocidades por los tiempos.*

2.° *Si las velocidades son iguales, los espacios son entre sí como los tiempos.*

3.° *Si los tiempos son iguales, los espacios totales son como las velocidades.*

4.° *Si los espacios corridos son iguales, los tiempos están en razon inversa de las velocidades.*

De la igualdad primitiva $E=V\times T$, resulta $V=E\setminus T$ y $T=E\setminus V$. Es decir, que *el espacio total corrido, en el movimiento uniforme, se hallará multiplicando la velocidad por el tiempo. La velocidad se determinará dividiendo el espacio total por el tiempo, y el tiempo se hallará partiendo el espacio por la velocidad.*

Ejemplos : Calcular el espacio corrido por un cuerpo en 38 segundos, sabiendo que su velocidad por segundo es de 2'65 metros.

Se tendrá : $E=2'65\times 38=100'7$ metros.

Es decir, que el espacio total será de 100 metros 7 decímetros.

Hallar la velocidad de un cuerpo que con un movimiento uniforme recorre un espacio de 1296 metros en 54 segundos.

Será : $V=1296\setminus 54=24$ metros.

De modo, que la velocidad será de veinte y cuatro metros por segundo.

Determinar el tiempo que un cuerpo tardará en recorrer un espacio de 1392 metros con una velocidad de 12 metros por segundo.

Tendrémos : $T=1392\backslash 12=116$ segundos.

Por tanto, tardará en recorrer el citado espacio 116 segundos.

Averiguar cuál será el espacio total corrido en una hora, por un punto de la circunferencia de una rueda que da 124 vueltas por minuto, siendo su rádio de 20 centímetros.

Por el enunciado del problema se ve que un punto de la circunferencia recorre 124 veces la magnitud de esta en un minuto, y por lo mismo, para hallar lo que se pide debe tomarse 124 veces la longitud de la circunferencia y multiplicar el resultado por los 60 minutos que tiene la hora, y será :

$$E=3'1416\times 2\times 20\times 124\times 60=9349'4016 \text{ metros.}$$

Es decir, que el espacio total corrido en una hora es de 9349 metros y 4 decímetros próximamente.

Si se quiere hallar la velocidad por segundo se dividirá el espacio hallado por el número de segundos que tiene la hora, así :

$$V=9349'4016\backslash 3600=2'597 \text{ metros.}$$

De modo, que un punto de la circunferencia tendrá una velocidad de 2 metros y 597 milímetros por segundo.

Movimiento uniformemente acelerado. El movimiento uniformemente acelerado tiene lugar cuando el cuerpo en tiempos iguales adquiere cantidades de movimiento iguales, esto es, cuando en cada segundo aumenta su velocidad de una cantidad igual.

Para determinar las leyes de este movimiento, representemos por g el grado de velocidad que la fuerza aceleratriz comunica al móvil en cada segundo ; por t el tiempo

ó el número de segundos que dura el movimiento, y por v la velocidad final. En este supuesto tendrémos, que la velocidad adquirida por el móvil al fin del primer segundo será g ; al fin del segundo será $2g$; al fin del tercer segundo será $3g$, y al fin de t segundos será tg; de modo, que dará $v=tg$. Esto nos dice que *la velocidad final adquirida en el movimiento uniformemente acelerado se hallará multiplicando la velocidad aceleratriz por el tiempo que haya durado el movimiento.*

El espacio total corrido por un cuerpo con este movimiento se hallará sumando los espacios parciales corridos en cada unidad de tiempo, y la suma de la progresion resultante será : $e=t^2\times {}^1/_2\, g$. Es decir, que *el espacio total corrido por un cuerpo con movimiento uniformemente acelerado se hallará multiplicando el cuadrado del tiempo por la mitad de la velocidad adquirida al fin del primer segundo.*

Si en esta fórmula se sustituye v en lugar de tg resultará : $e={}^1/_2\, vt$. Esto es, que *el espacio total corrido con movimiento uniformemente acelerado se hallará tambien multiplicando la mitad de la velocidad final por el tiempo que haya durado el movimiento.*

Ahora, comparando esta fórmula con la deducida para el movimiento uniforme, resulta, que el espacio total corrido con movimiento uniformemente acelerado es la mitad del que correria el móvil con movimiento uniforme, en igual tiempo y con la velocidad final.

Si en las tres igualdades $v=tg$, $e=t^2\times {}^1/_2\, g$, $e={}^1/_2\, vt$ despejamos cada una de las indeterminadas v, t, resultará :

$$t=v\backslash g;\ t=\sqrt{2e\backslash g};\ t=2e\backslash v;\ v=tg;\ v=2e\backslash t;\ v=\sqrt{2eg}.$$

Estos resultados suministran para el movimiento uniformemente acelerado las siguientes reglas generales :

1.ª *El tiempo se hallará partiendo la velocidad final por la velocidad aceleratriz.*

2.ª *El tiempo se determinará tambien partiendo el doble del espacio total por la velocidad aceleratriz y extrayendo del resultado la raiz cuadrada.*

3.ª *El doble del espacio total partido por la velocidad final dará el tiempo que haya durado el movimiento.*

4.ª *La velocidad final se hallará multiplicando el tiempo por la velocidad aceleratriz.*

5.ª *Partiendo el doble del espacio total por el tiempo resultará tambien la velocidad final.*

6.ª *La velocidad final se determinará igualmente, extrayendo la raiz cuadrada del doble del espacio total multiplicado por la velocidad aceleratriz.*

Todos los cuerpos están sujetos á la fuerza de gravedad que obra de continuo sobre ellos, y por esto un cuerpo al caer adquiere un movimiento uniformemente acelerado, cuya velocidad aceleratriz g será la velocidad adquirida al fin del primer segundo. Esta velocidad es en Madrid de 9'78 metros; en Barcelona de 9'8 metros, en París de 9'809 metros, y en Lóndres de 9'81 metros. Nosotros usarémos en esta obra de 9'8 que corresponde á Barcelona, esto es, supondrémos constantemente $g = 9'8$ metros.

Si sustituimos este valor en las fórmulas anteriores resultará: $t = v \setminus 9'8$; $t = \sqrt{2e \setminus 9'8}$; $t = 2e \setminus v$; $v = t \times 9'8$; $v = 2e \setminus t$; $v = \sqrt{19'6 \times e}$.

De modo, que las reglas deducidas anteriormente quedarán modificadas diciendo 9'8 metros en lugar de velocidad aceleratriz.

Si calculamos el espacio corrido por el móvil en el primer segundo, hallarémos que es 4'9 metros; y como para la segunda unidad de tiempo habrá adquirido una velocidad doble del espacio corrido en el anterior, y la velocidad aceleratriz le obligará á correr los mismos 4'9 metros, se sigue que en el segundo segundo recorrerá un espacio triple que en el primero. Para el tercer segundo tendrá adquirida una velocidad cuádrupla del espacio corrido en el primero, y además andará 4'9 metros en razon de la velocidad aceleratriz, y por esto durante el tercer segundo recorrerá un espacio quíntuplo del que anduvo en el primero. Raciocinando de la misma manera hallarémos que en el cuarto segundo recorrerá un espacio séptuplo del que corrió en el primero, y así siguiendo: de modo, que *los espacios corridos por un móvil, en los segundos sucesivos, con movimiento uniformemente acelerado, son entre sí como los números impares.* Es decir, que si en la primera unidad de tiempo recorre un espacio expresado por uno, en la segunda recorrerá un espacio expresado por tres, en la tercera el espacio estará expresado por cinco, en la cuarta por siete; etc.

Si hallamos los espacios totales corridos por el móvil al fin de cada segundo, verémos que si el espacio corrido durante el primer segundo es uno, al final del segundo será cuatro, al fin del tercero será nueve, al fin del cuarto diez y seis, etc. Es decir, que *los espacios totales serán proporcionales á los cuadrados de los tiempos que dura el movimiento.*

Ejemplos: Hallar la altura de que cayó un cuerpo, sabiendo que estuvo 20 segundos en caer.

La altura que se pide es el espacio total recorrido por el móvil, y tomarémos la fórmula $e = t^2 \times \frac{1}{2} g$ que nos dará: $e = 20^2 \times 4'9 = 1960$ metros. Luego la altura pedida es de 1960 metros.

Hállese la velocidad final adquirida por un cuerpo que ha empleado 30 segundos en su caida.

La fórmula será : $v=t\times 9'8$, que nos da : $v=30\times 9'8$ $=294$ metros. Es decir, que la velocidad final será de 294 metros.

Hallar el tiempo que tardará en bajar un cuerpo que cae de 8000 metros de altura.

La 2.ª regla dará : $t=\sqrt{2\times 8000\diagdown 9'8}=\sqrt{1632'653}=$ $40'4$ segundos. Es decir, que tardará 40 segundos y 4 décimos de segundo.

Si se quisiese la velocidad final, se podria aplicar la 6.ª regla, ó la fórmula $v=\sqrt{19'6\times e}$ que daria $v=$. . . $\sqrt{19'6\times 8000}=\sqrt{156800}=396$ metros próximamente. De modo, que la velocidad al fin de la caida seria de 396 metros.

Hallar la altura de que ha caido un cuerpo y el número de segundos que ha tardado en caer, sabiendo que su velocidad final ha sido de 400 metros.

La fórmula empleada últimamente nos dará : $v^2=19'6$ $\times e$ y $e=v^2\diagdown 19'6$. De modo, que *para hallar la altura de que ha caido un cuerpo se dividirá el cuadrado de la velocidad final por* 19‘6. Sustituyendo será : $e=(400)^2\diagdown 19'6$ $=8163'26$ metros. Tambien se tendrá : $t=v\diagdown 9'8=$ $400\diagdown 9'8=40'8$ segundos. Es decir, que cayó de 8163 metros 26 centím. de altura, y tardó en caer 40 segundos y 8 décimos de segundo.

Movimiento uniformemente retardado. El movimiento uniformemente retardado es aquel en que la velocidad del móvil disminuye de igual cantidad en cada unidad de tiempo.

Si á un cuerpo se le da una impulsion hácia arriba, subirá con movimiento uniformemente retardado, porque la fuerza de gravedad le obligará á disminuir constantemente la velocidad que se le haya imprimido, y el valor 9‘8 metros será la velocidad retardatriz.

Las mismas fórmulas y reglas deducidas para el movimiento uniformemente acelerado sirven para el movimiento uniformemente retardado, teniendo presente que la velocidad final v deberá llamarse ahora velocidad primitiva imprimida al cuerpo, pues la final para los cuerpos que suben será necesariamente cero. El espacio e representará la altura á que sube un cuerpo arrojado de abajo arriba, y t será como antes el tiempo que tarda en subir.

Ejemplos : Hallar la altura á que subirá un cuerpo arrojado en direccion vertical de abajo arriba con una impulsion ó velocidad de 120 metros.

Para este caso tendrémos : $e=(120)^2\diagdown 19'6=734'7$ metros. Es decir, que subirá á 734 metros 7 decímetros de altura. El tiempo que tardará en subir será : $t=v\diagdown 9'8$ $=120\diagdown 9'8=12'24$ segundos. Esto es, gastará en la subida 12 segundos y 24 centésimos de otro segundo.

Un cuerpo arrojado hácia arriba en direccion vertical ha empleado 52 segundos en subir y bajar ; se desea saber á qué altura ha llegado y cuál fue la impulsion ó velocidad que se le imprimió.

Siendo 52 segundos el tiempo empleado desde que principió á subir hasta que acabó de bajar, serán 26 segundos los que gastó en la subida, y la fórmula $e=t^2\times {}^1\!/_2 g$ dará : $e=(26)^2\times 4'9=3312'4$ metros. Por la fórmula $v=tg$. tendrémos : $v=26\times 9'8=254'8$ metros. Es decir, que habrá subido á la altura de 3312‘4 metros, y se le comunicó una impulsion de 254‘8 metros por segundo.

Advertencia. En todas las fórmulas deducidas para el movimiento de los cuerpos se ha prescindido de la resistencia del aire, suponiendo que se mueven constantemente en el vacío. Tampoco se ha tenido en cuenta la variacion de la gravedad á diferentes alturas sobre el nivel del mar; pero advertirémos, que en los casos mas comunes puede prescindirse de tales diferencias por ser de tan poca consideracion que el despreciarlas no produce error notable. Sin embargo, en las operaciones mas escrupulosas deberá tenerse presente que la resistencia del aire es proporcional al cuadrado de la velocidad del móvil, y que la gravedad decrece á diferentes alturas en razon inversa de los cuadrados de las distancias al centro de la tierra.

Cuando los cuerpos descienden por la longitud de un plano inclinado, su movimiento es uniformemente acelerado, y para calcular las condiciones particulares del movimiento en este caso se tendrán presentes las siguientes propiedades:

1.ª *La velocidad final adquirida por un cuerpo pesado que ha recorrido la longitud de un plano inclinado, es igual á la que habria adquirido el móvil cayendo libremente de la misma altura del plano.*

2.ª *La velocidad aceleratriz en cuya virtud desciende un cuerpo la longitud de un plano inclinado, se hallará multiplicando* 9'8 *metros por la altura del plano y partiendo el producto por la longitud del mismo.*

3.ª *El tiempo que emplea un cuerpo pesado en recorrer la longitud de un plano inclinado es igual á la raiz cuadrada del doble de la longitud del plano dividida por la velocidad aceleratriz correspondiente.*

En virtud de la pesantez ó gravedad descienden las aguas de un rio por el plano inclinado que forma el cauce. El plano inclinado sirve á veces para subir grandes pesos á ciertas alturas empleando potencias de poca consideracion.

Fuerzas centrales. Cuando un cuerpo gira libremente al rededor de un punto ó de un eje, se halla sometido á la accion de dos fuerzas: una que tiende á alejarlo del centro llamada fuerza centrífuga, y otra que le atrae hácia él, que se llama fuerza centrípeta. Estas dos fuerzas son iguales y directamente opuestas.

Por medio de sencillas consideraciones se demuestra, que la fuerza centrífuga es al peso del cuerpo que gira, como la altura debida á la velocidad es á la mitad del rádio ó distancia del eje al centro de gravedad del cuerpo. De esto resulta, que para calcular la intensidad de la fuerza centrífuga deberémos emplear la fórmula $F = \frac{P \times V^2}{9'8 \times R}$, en la cual P representa el peso absoluto del cuerpo, V la velocidad por segundo expresada en metros, y R el rádio ó distancia del centro ó eje de rotacion al centro de gravedad del móvil.

Luego, *para calcular la intensidad de la fuerza centrífuga se multiplicará el peso del cuerpo por el cuadrado de su velocidad, y el producto se dividirá por la longitud del rádio multiplicada por* 9'8.

Ejemplo: Hallar la fuerza centrífuga que tiende á separar del eje de rotacion á un cuerpo que pesa 20 kg., su distancia al centro es de 2 metros, y la velocidad con que gira es de 10 metros por segundo.

Se tendrá $F = \frac{20 \times (10)^2}{9'8 \times 2} = 102'04$. Es decir, que el esfuerzo con que tiende á separarse del centro es de 102 kilógramos y 4 centésimos.

Choque de los cuerpos. Los *cuerpos* se caracterizan con el nombre de *duros, blandos* y *elásticos*. Un cuerpo seria perfectamente duro si fuese de tal naturaleza que no se pudiese doblar, comprimir ni hacer mudar de forma sujetándole á las mayores presiones; pero como no existe ningun cuerpo de esta clase, decimos que no hay cuerpos verdaderamente duros.

Para determinar si un cuerpo es mas duro que otro se mira si este le puede rayar; así, el cuchillo que raya la madera es mas duro que ella, pero si le pasamos por la superficie de un cristal no producirá señal alguna por mas que le comprimamos, lo cual prueba la mayor dureza del cristal sobre el cuchillo: los vidrieros se sirven de un diamante para rayar los cristales por ser mayor su dureza que la de estos.

Los cuerpos blandos se dejan comprimir y se les hace cambiar de forma con facilidad, tales son el plomo, la cera, etc. Pero si, al cesar la compresion, el cuerpo vuelve á tomar su forma y magnitud primitivas, se llama elástico, y se dirá que su elasticidad es tanto mas perfecta en cuanto vuelva á tomar su figura primitiva en el mismo instante en que cesa la causa que le comprimia. El marfil, el mármol, el cristal, etc., aunque poco compresibles, presentan una elasticidad cási perfecta.

Si dos cuerpos que están en movimiento ó que el uno está en reposo y el otro se mueve vienen á encontrarse, decimos que se ha verificado un choque. Este choque será directo si ambos cuerpos siguen la misma línea, é indirecto cuando las direcciones de los cuerpos son distintas.

Si dos cuerpos siguen la misma direccion con velocidades diferentes siendo mayor la del que va detrás, al cabo de cierto tiempo este alcanzará al otro, y le empujará hasta que ambos adquieran una misma velocidad, en cuyo caso cesará la accion del uno sobre el otro, y los dos juntos proseguirán del mismo modo que si no formasen mas que una sola masa. La cantidad de movimiento que pierde el uno es igual á la que adquiere el otro, por manera

que antes y despues del choque la cantidad de movimiento es la misma.

Para determinar la velocidad con que se mueven los dos cuerpos despues del choque se suman las cantidades de movimiento antes del choque, y se divide el resultado por la suma de las masas.

Cuando el cuerpo chocado está en reposo, la velocidad despues del choque se hallará partiendo la cantidad de movimiento del cuerpo chocante por la suma de las masas de ambos.

Si los dos cuerpos van al encuentro uno de otro, el que tenga mayor cantidad de movimiento chocará al otro y le hará retroceder, y marcharán juntos despues del choque, como si los dos fuesen una sola y misma masa.

La velocidad de los dos cuerpos despues del choque se hallará restando las cantidades de movimiento que tenian antes, y partiendo la diferencia por la suma de las dos masas.

Estas propiedades se verificarian con toda exactitud si los cuerpos fuesen perfectamente duros ó blandos, de lo cual se deduce que en la práctica solo se obtendrán resultados aproximados.

Si los cuerpos se suponen perfectamente elásticos, al verificarse el choque se comprimirán hasta cierto límite, despues de lo cual volverán á tomar su forma primitiva en virtud de su elasticidad, y las velocidades adquiridas ó perdidas en un sentido por la compresion, las recobrarán desde luego, pero en sentido contrario.

De aquí resultan las siguientes consecuencias: 1.ª *Si dos cuerpos elásticos de igual masa se mueven en sentido contrario, seguirán despues del choque direcciones opuestas, pero el uno con la velocidad del otro.* 2.ª *Si uno de los dos cuerpos está en reposo, el cuerpo chocante quedará en el lu-*

gar del chocado, y este adquirirá toda la velocidad del otro.

Si la masa del cuerpo chocado, que suponemos en reposo, es muy grande y la del chocante muy pequeña, la velocidad primitiva será restituida á este y la del chocado será cási nula. Esto explica el por qué se colocan los cuerpos elásticos debajo de los que están sometidos á varios choques. Así es que el yunque se coloca sobre un cuerpo de madera con el fin de restituir al martillo, en sentido contrario, la velocidad que se le imprime al bajar. Tambien puede explicarse por esta propiedad el que no ofrezca peligro dar grandes golpes en un yunque colocado sobre el cuerpo de un hombre.

De lo dicho se puede concluir, que cuando los cuerpos son perfectamente elásticos no se pierde la menor cantidad de fuerza por el choque, pues en virtud de su elasticidad queda restituida luego toda la fuerza absorbida por la compresion. Pero si los cuerpos son duros, blandos ó imperfectamente elásticos, el trabajo restituido será siempre menor que el que tenian antes del choque, es decir, que siempre resultará una pérdida de cierta cantidad de trabajo ó de fuerza. Si el choque fuese muy violento, esta pérdida podria ser considerable. Por esto deben evitarse los choques inútiles en las máquinas industriales.

No obstante el choque sirve en muchos casos de gran recurso en las artes, pues dando á un clavo con el martillo se le introduce fácilmente en la madera, cuando se lograria con dificultad cargándole un gran peso que obrase solo por la gravedad.

PÉNDULO. El péndulo consiste en un hilo ó varilla en cuyo extremo inferior tiene fijo un cuerpo. Cuando en la varilla cuelga un solo cuerpo, se llama péndulo simple; y si cuelgan dos ó mas cuerpos en puntos distintos de la varilla, el péndulo se llama compuesto.

Si el extremo superior de la varilla está fijo y el extremo inferior se separa de la vertical, en virtud de la gravedad vuelve á bajar, y adquiere la velocidad suficiente para subir á igual altura en el lado opuesto: este *movimiento* se llama *de oscilacion*; el tiempo que gasta se llama *oscilacion entera*, y el que tarda en bajar hasta la vertical, *media oscilacion*.

Lo mas importante del péndulo es determinar el tiempo de la oscilacion, y hacer que las oscilaciones sean isócronas ó de igual duracion. Esto se logra haciendo que el hilo de suspension descanse sobre chapitas que tengan la forma de un arco de cicloide; y se demuestra que las longitudes del péndulo, que oscila los segundos, son proporcionales á las gravedades de los lugares. Por medio de esta relacion se puede determinar la intensidad de la gravedad para un lugar cualquiera de la tierra valiéndose de las observaciones del péndulo; y conociendo la gravedad se determinará la longitud del péndulo que oscila los segundos para cualquier lugar. Así se ve que la longitud del péndulo simple en Madrid es de 993 milímetros, en Paris 994 milímetros y en Barcelona 993 milímetros.

HIDROSTÁTICA.

Hidrostática es la parte de la Mecánica que trata del equilibrio de los flúidos.

Los flúidos, segun la opinion de algunos físicos, pueden dividirse en compresibles é incompresibles. Los flúidos compresibles ó elásticos son aquellos que se dejan comprimir reduciéndose á menor volúmen cuando se sujetan á una presion determinada, como el aire, el vapor, etc.; y los flúidos incompresibles son los que no pueden reducirse sensiblemente á menor volúmen por mas que se les comprima, como el mercurio, el agua, el vino y la mayor parte de los líquidos. Sin embargo, los vapores pierden su forma de flúidos elásticos cuando se les comprime hasta cierto punto, pues entonces se reducen á incompresibles ó líquidos.

Los flúidos que llenan vasos enteramente cerrados, transmiten íntegras, y en todos sentidos, las presiones que reciben en cualquier punto de su superficie. Porque la experiencia manifiesta que si en un vaso cerrado y lleno de una masa flúida se aplican presiones iguales por medio de dos émbolos iguales situados en cualquier punto de su superficie producen equilibrio. Este principio fundamental de la Hidrostática se designa con la denominacion de *principio de igualdad de presion.*

De este principio se deduce, que si los émbolos fuesen desiguales ó una abertura fuese mayor que la otra, la presion aplicada al émbolo menor seria transmitida íntegra sobre cada parte de la superficie del mayor igual á la

del menor: de modo que, para obtener equilibrio, las presiones deberán guardar la misma relacion que las superficies de los émbolos. Por esto, es un principio admitido en Hidrostática, que *las presiones sufridas por dos porciones de fondo ó paredes de una vasija son proporcionales á las superficies de dichas porciones.*

Cuando un líquido contenido en un vaso está sujeto á la fuerza de gravedad, ejerce en las paredes del vaso una presion que es debida á su peso y varía de un punto á otro de dichas paredes: y si el líquido está contenido en una vasija abierta en su parte superior, permanecerá en equilibrio cuando su superficie sea horizontal ó perpendicular á la direccion de la pesantez ó gravedad. De modo, que cuando un líquido contenido en un vaso abierto está en equilibrio, su superficie es perfectamente horizontal.

Tambien se verifica, que muchos líquidos pesados de diferentes densidades colocados en una vasija abierta por su parte superior, permanecerán en equilibrio estable cuando todos los líquidos estén superpuestos en capas horizontales, de modo que el mas denso ocupe la parte inferior y el de menos densidad se halle en la parte superior.

La presion que sufre el fondo de una vasija es constantemente igual al peso de una columna de líquido que tenga por base la de la vasija y por altura la del nivel del mismo líquido sobre esta base. De aquí resulta que la presion ejercida sobre el fondo de la vasija es independiente de la figura de esta. En efecto, si se comparan las tres vasijas de la (fig. 32), cuyas bases se suponen iguales, colocadas sobre un plano horizontal y llenas de igual líquido hasta la misma altura, se hallará que sus bases sufren igual presion. La experiencia confirma plenamente esta propiedad.

La presion total del liquido sobre las paredes del vaso que lo contiene es la resultante de las presiones elementales ejercidas en las mismas paredes, y el punto de aplicacion de esta resultante se llama *centro de presion.*

El centro de presion se halla siempre algo mas bajo que el centro de gravedad de la pared, y por esto, si la pared es rectangular y el líquido llega al borde superior, el *centro de presion* se hallará á los dos tercios de la recta que une los puntos medios de los lados horizontales, contando de arriba á bajo, ó desde el nivel del líquido. Si la pared es triangular y la base horizontal está en la parte superior, el centro de presion se hallará á la mitad de la recta que une el vértice con el punto medio de la base; pero si el vértice estuviese á flor de agua, el centro de presion se hallaria á las tres cuartas partes de la misma recta contando desde el vértice. Para determinar en general el *centro de presion* correspondiente á una cara cualquiera de un vaso que contenga liquido, se supondrá dividida en fajas ó zonas horizontales, se hallará la presion ejercida por el líquido en cada una de ellas, y el punto de aplicacion de la resultante de todas estas presiones ó fuerzas elementales será el centro de presion pedido. El centro de presion de la base horizontal de un vaso coincide con su centro de gravedad.

La presion ejercida por el líquido en una porcion de las paredes del vaso que lo contiene, se medirá por el peso de una columna de líquido que tenga por base la superficie de aquella porcion y por altura la distancia del centro de gravedad de dicha superficie hasta el nivel superior del líquido. *La presion que en todos sentidos sufre una molécula cualquiera de un flúido que permanece en equilibrio dentro de un vaso, es igual al peso de una columna vertical del mismo flúido, cuya altura sea la distancia de la molécula á la superficie superior del flúido.* Porque esta molécula sostiene el peso de dicha columna flúida, y necesariamente debe experimentar igual presion en todos sentidos, ó de lo contrario no permaneceria en equilibrio, y adquiriria un movimento hácia la parte en que la presion fuese menor.

De lo dicho resulta que las superficies de un mismo flúido en equilibrio, contenido en vasos que anteriormente se comunican, estarán en un mismo plano horizontal y pertenecerán á la misma superficie de nivel. Es decir, que si muchos tubos de diámetro y forma arbitraria se comunican entre sí, el flúido que se halle en su interior se elevará en todos á la misma altura. En esta propiedad se funda el nivel de agua, y la construccion de sifones subterráneos para conducir las aguas á la misma altura de su orígen, sin necesidad de los puentes acueductos de que se valian los antiguos.

Todo cuerpo introducido en un liquido pierde tanto de su peso como es el peso del volúmen liquido que desaloja.

En este principio se funda el que muchos cuerpos se sumerjan completamente en el líquido en que se les abandona, como sucede con el hierro, plomo, etc., y que otros como el corcho, el saúco y muchas maderas se queden flotando en la superficie. En efecto, todo cuerpo cuya densidad sea mayor que la del agua quedará desde luego sumergido en esta, porque su peso será mayor que el de la cantidad de líquido que desaloja y el exceso de pesantez le obligará á bajar en virtud de la gravedad: si la densidad del cuerpo fuese igual á la del agua, el cuerpo flotaria, y le seria indiferente permanecer en equilibrio en cualquier punto de la masa flúida; pero si su peso específico fuese menor que el del líquido, quedaria flotando en la superficie, porque el exceso de peso del líquido en igual volúmen seria una fuerza que obraria constantemente de abajo arriba, y no permitiria el descenso del cuerpo.

Para que un cuerpo pueda flotar con facilidad y goce la condicion de equilibrio sobre el flúido, es preciso : 1.° *Que el peso entero del cuerpo sea igual al peso del volúmen de flúido que desaloja ; y 2.° que el centro de gravedad del cuerpo y el del flúido desalojado se hallen en una misma línea vertical.*

Un cuerpo flotante tendrá mas estabilidad en cuanto su centro de gravedad se halle mas bajo y el centro de presion del líquido desalojado esté mas alto. En una calma completa el buque estará en la mejor condicion de equilibrio, pero en el balance disminuirá esta condicion á medida que la vertical del centro de gravedad se separe mas del centro de presion. El punto en que la vertical que pasa por el centro de presion del líquido desalojado encuentra el eje del buque se llama *metacentro*. Cuando, por razon del balanceo, el centro de gravedad de un buque coincida con el metacentro, quedará en equilibrio en la posicion inclinada que tenga ; y si por una causa cualquiera el centro de gravedad se coloca mas alto que el metacentro, tendrá lugar la inversion completa del buque : de lo cual resulta ; que *el equilibrio de un buque será estable cuando su centro de gravedad se halle mas bajo que el metacentro, y la estabilidad será tanto mayor cuanto mas disten entre sí estos dos puntos.* Estos principios deben tenerse en cuenta para la construccion de los buques y para el armamento y carga de los mismos.

En la misma propiedad se funda la construccion de algunos instrumentos destinados á determinar el peso específico de muchas sustancias sólidas, pero cuando estas son flúidas se hace uso del *areómetro ó pesa-licores.* La forma de esta clase de instrumentos es arbitraria, y pueden ser

de volúmen constante y peso variable, ó de peso constante y volúmen variable. El areómetro mas usado en el comercio es el de Beaume (fig. 33), y pertenece á la clase de los de peso constante y volúmen variable. Para graduarlo, si se destina á *pesa-sales ó pesa-ácidos,* se da al areómetro un peso tal que introducido en el agua destilada se sumerja hasta la parte superior del tubo , cuyo punto se señala con cero. Se le introduce luego en una disolucion que contenga 15 partes de sal marina por cada 85 partes de agua, y en el punto de enrasamiento se pone el número 15. Se divide el intervalo en 15 partes iguales llamadas grados y se continúan las divisiones hasta la esfera de su parte inferior. Si se destina á *pesa-licores,* se carga la esfera con mercurio ú otra sustancia de mucho peso, para que introducido en una mezcla de 90 partes de agua por cada 10 de sal marina , se mantenga en posicion vertical y quede sumergido hasta el nacimiento del tubo, en cuyo punto se pone cero. Se señalan 10 grados en el punto de enrasamiento en el agua destilada, y dividiendo el intervalo en 10 partes iguales se prolongan las divisiones hasta el extremo del tubo.

El alcohómetro centesimal de Gay-Lussac se gradúa sumergiéndole sucesivamente en mezclas de agua y alcohol puro en diversas proporciones, y se señala 100 , 95 , 90, 85, etc., en los puntos de enrasamiento en las mezclas artificiales que de 100 partes en volúmen contengan , 100, 95, 90, 85, etc. de alcohol puro.

Para determinar el peso específico de muchas sustancias se usa el *areómetro de Nicholson* (fig. 34), que consiste en un tubo de hoja de lata ó de metal con una espiga en su parte superior que lleva una cazoleta ó platillo. En la parte inferior tiene suspendido un cono inverso cóncavo, lastreado por dentro con plomo ó mercurio para que sumergido en el agua, el instrumento guarde la posicion vertical y sobrenade una parte del tubo en que habrá una señal *a*.

Para hallar el peso específico de un cuerpo se coloca el areómetro en el agua destilada y se ponen pesas en la cazoleta hasta que el punto *a* coincide con la superficie del líquido, y la cantidad de pesas que para lograrlo se han tenido que poner constituyen la primera carga. Se quita esta carga, y se coloca en el platillo el cuerpo cuyo peso específico se busca, añadiendo las pesas necesarias para hacer bajar á flor de agua el mismo punto *a*, y estas pesas formarán la 2.ª carga. Se saca luego el barómetro del agua y se pone el cuerpo en la cubeta ó cono de la parte inferior, y las pesas que deban colocarse en el platillo para que el punto *a* vuelva á coincidir con la superficie determinarán la 3.ª carga. La diferencia entre la primera y segunda carga es el peso del cuerpo en el aire, y la diferencia entre la segunda y tercera expresa el peso de un volúmen de agua igual al volúmen del cuerpo; luego partiendo la primera diferencia por la segunda se tendrá el peso específico que se buscaba.

Para conocer el peso verdadero de los cuerpos seria preciso pesarlos en el vacío; pues si dos cuerpos de volúmen distinto se equilibran en el aire por medio de una balanza exacta, no son iguales en peso, porque introducidos en el flúido que nos rodea desalojan diferentes cantidades de aire, y sus pesos son por esta circunstancia disminuidos desigualmente. Esta verdad queda probada pesándolos en el vacío.

Barómetro. El barómetro consiste en un tubo de cristal cerrado en su parte superior y sumergido por el extremo inferior en una cubeta que contiene mercurio (fig. 35). Tambien hay barómetros sin cubeta, en cuyo caso el tubo

se encorva y el instrumento presenta dos brazos, uno largo herméticamente cerrado y otro corto en que hay una pequeña abertura por donde se introduce el aire (fig. 36): estos se llaman *barómetros de sifon*.

El barómetro bien construido indica con exactitud la presion ejercida por la atmósfera en el paraje en que está colocado: porque gravitando el aire sobre la superficie del mercurio de la cubeta hace subir el líquido por el interior del tubo en donde debe haber el vacío perfecto.

En el barómetro se equilibra con la presion de la atmósfera una columna de mercurio de 76 centímetros de altura, que equivalen próximamente á 32 pulgadas españolas ó á 28 pulgadas francesas; por cuya razon la escala que acompaña estos instrumentos está graduada muchas veces en pulgadas y líneas francesas ó españolas. Si en lugar de mercurio se hiciese uso del agua, el tubo deberia tener mas de 10 metros de altura ó de 37 piés de Castilla; pues la presion atmosférica se equilibra en el nivel del mar con una columna de agua de 10 metros 336 milímetros de altura.

De lo expuesto se infiere, que el barómetro señalará constantemente la presion ejercida por la atmósfera, porque la altura del mercurio en su interior será constantemente la misma para un lugar determinado, cualquiera que sea el diámetro y la forma del tubo, mientras no sea capilar.

Cuando la presion atmosférica aumenta, la columna de mercurio sube; y cuando disminuye la presion, la columna barométrica baja. De aquí resulta, que si uno se eleva en la atmósfera, la columna barométrica bajará, porque las capas de aire colocadas debajo dejarán de gravitar sobre el mercurio, y la presion disminuirá. Esta propiedad ofrece un medio para medir alturas con el barómetro.

Por el peso del mercurio contenido en el barómetro, se puede calcular el valor de la presion atmosférica en kilógramos; y de las observaciones y experiencias mas delicadas se ha deducido que aquella presion es de 1'0335 kg. por cada centímetro cuadrado de superficie. Así el peso de una columna de aire que tenga por base un centímetro cuadrado y por altura la de la atmósfera es de 1 kg. y 335 diezmilésimos de otro kg. *Para hallar, pues, la presion que por término medio ejerce la atmósfera sobre una superficie cualquiera, se multiplicará el número de centímetros cuadrados que comprenda por* 1'0335 kilógramos.

Por esta regla se ha encontrado que un hombre de mediana talla sufre una presion de 18,000 kg. próximamente; y si tan enorme presion no embaraza sus movimientos, es porque se equilibra en todos sentidos y porque en el interior del cuerpo existen gases cuya fuerza expansiva contraresta la presion exterior.

Ley de Mariotte. La ley de Mariotte consiste en que la tension ó fuerza elástica de un gas está en razon inversa del volúmen que se le hace ocupar sujetándole á diferentes presiones. De modo, que si un gas en un volúmen dado tiene una tension como uno, reduciendo su volúmen á la mitad adquirirá una tension doble; si el volúmen se reduce al tercio, la tension será triple, etc.

Para demostrar esta ley se toma un tubo encorvado (figura 37) cerrado por el brazo corto y abierto en la parte superior del brazo largo. Se invierte mercurio por la abertura *c* hasta que el nivel del líquido en los dos brazos se halle en una misma altura: entonces la fuerza elástica del aire encerrado en el brazo corto es igual á la presion atmosférica, pues que se equilibra con ella. Si despues se invierte mercurio en el tubo hasta que el volúmen de aire contenido en el brazo corto se reduce á la mitad, se verá

que la presion ejercida es doble, esto es, que equivale á dos atmósferas; si el volúmen del aire se reduce á la tercera parte, la presion será triple, y así siguiendo: de modo, que hasta la presion de 27 atmósferas se demuestra: que *los volúmenes ocupados por el aire, están en razon inversa de las presiones que sufre.*

El aire es un compuesto que resulta de la combinacion del gas oxígeno y del ázoe, y por esto las propiedades demostradas para el aire se aplican igualmente á toda clase de gases y vapores.

En estos experimentos el peso del gas no varia; luego, su densidad estará en razon inversa del volúmen: y como el volúmen se halla en razon inversa de la presion, se sigue, *que la densidad de los gases es proporcional á las presiones que sufren.*

Para medir la fuerza expansiva ó la elasticidad de los gases y vapores debe saberse: 1.° que en toda masa gaseosa en equilibrio, como la atmósfera, la tension ó fuerza elástica equivale en cada punto á la presion ejercida por la pesantez de la columna que tiene encima; y 2.° que si la masa gaseosa se halla comprimida en el interior de un vaso, la tension estará en razon inversa de su volúmen. La presion atmosférica es la que sirve de unidad de medida para valuar la fuerza elástica de los gases y vapores.

Aplicaciones. En un vaso hay 96 litros de aire á la presion de 72 centímetros de mercurio, y se desea saber cuál será el volúmen del mismo aire, cuando la presion sea de 78 cents. conservando igual temperatura.

Segun la ley de Mariotte se tendrá la proporcion 78 : 72 : : 96 : x, que dará x=88'615 litros. Es decir, que llegando la presion á 78 cents., el volúmen se reducirá á 88 litros 615 mililitros.

Se tienen 30 litros de gas bajo la presion de una atmósfera, y se desea saber cuál será la presion necesaria para que se reduzca á 12 litros sin variar la temperatura.

La proporcion, $12 : 30 :: 1 : z$ dará: $z = 2'5$ atmósferas. De modo, que para reducir el volúmen á 12 litros debe sujetarse á una presion de 2 atmósferas y media.

Veinte litros de cierto gas pesan 26 gramos á la temperatura de 4 grados y bajo la presion de 76 centímetros de mercurio, y se quiere saber cuánto pesará dicho gas á igual temperatura y bajo la presion de 84 centímetros.

Para resolver este problema recordarémos que el peso de un volúmen dado de gas es proporcional á las presiones que sufre; y por esto se formará la proporcion $76 : 26 :: 84 : x$, que nos dará $x = 28'737$ gramos. Es decir, que á la presion de 84 centímetros de mercurio pesará 28 gramos 737 milígramos.

Hay una porcion de vapor cuyo volúmen es de 0'65 m. c. cuando la columna de mercurio tiene 76 centímetros, y se pregunta, cuál será su volúmen bajo la presion de 1'90 metros.

De la proporcion, $190 : 76 :: 0'65 : x$ resulta $x = 0'26$ m. c.

Esto es, á la presion de un metro noventa centímetros, el volúmen quedará reducido á 26 centésimos de metro cúbico.

Para determinar el volúmen del vapor producido por un litro de agua, cuando se conoce la temperatura y su fuerza elástica se usa de la fórmula $V = \frac{349}{c}(270 + t)$ en la cual c representa la altura de la columna de mercurio que el vapor equilibra, medida en centímetros, y t la temperatura en grados del termómetro centígrado.

Ejemplo: Cuál será el volúmen de vapor producido por un kilógramo de agua bajo la temperatura de 135 grados centígrados y á la presion de 228 centímetros en la columna de mercurio.

Sustituyendo en la fórmula será:

$$V = \frac{349}{228}(270 + 135) = 620 \text{ litros próximamente.}$$

De manera, que un litro de agua producirá 620 litros de vapor á la temperatura de 135° centígrados bajo la presion de 228 centímetros de mercurio.

Manómetro. La construccion y uso del manómetro se funda en la ley de Mariotte, y sirve para dar á conocer la fuerza expansiva del vapor en el interior de las calderas.

Este instrumento (fig. 38) consiste en un tubo de vidrio perfectamente cilíndrico y bien seco, de 8 á 10 milímetros de diámetro y de 35 á 40 centímetros de largo, cerrado en la parte superior. El otro extremo está abierto y sumergido en un recipiente *a* que contiene mercurio, el cual se halla en comunicacion con la caldera por medio del tubo *c*. El cajon ó recipiente *a* está herméticamente cerrado, y los tubos se hallan ajustados por medio de un betun ó mezcla calcárea para evitar que escape el vapor.

En esta disposicion, abriendo la llave *b* se introduce el vapor en el recipiente por el tubo *c*, y llenando completamente la cajita comprime el mercurio del interior y le obliga á subir por el tubo *ae*. Si el vapor de la caldera adquiere la tension de una atmósfera, se equilibrará con la fuerza elástica del aire contenido en el interior del tubo, y el punto en que llegue el mercurio se señalará con cero. Cuando el vapor adquiera una tension mayor, el volúmen del aire encerrado en el tubo disminuirá segun la ley de

Mariotte; y con arreglo á esta se podrán señalar las divisiones para indicar las atmósferas y fracciones de atmósfera á que equivalga la presion del vapor en la caldera.

Para graduar el manómetro puede emplearse el siguiente medio geométrico. Sea *es* la longitud del tubo : trácense las *eg, sh* perpendiculares al mismo haciendo que la *eg* equivalga á su mitad y que la *sh* comprenda cuatro ó mas veces la misma *eg*. Hecho esto se trazarán las líneas *gp, gm, gn* y *gh* á los puntos correspondientes, y las divisiones 1, 2, 3 y 4 señalarán la presion de 1, 2, 3 y 4 atmósferas sobre la del aire. Si se quieren señalar mitades, tercios ó partes cualesquiera de atmósfera, se dividirán las *sp, pm, mn,* etc., en dos, tres, etc., partes iguales, y dirigiendo á los puntos de division líneas que partan de *g,* su interseccion con el tubo indicará la fraccion correspondiente de atmósfera. Este manómetro de aire comprimido se llama de *alta presion,* porque puede señalarla hasta muchas atmósferas.

Cuando la fuerza elástica del vapor en la caldera es menor de tres atmósferas, se puede usar el *manómetro de aire libre,* es decir, aquel en que el tubo se halla abierto por la parte superior. Este manómetro se fija directamente en la caldera ó en un tubo que comunica con ella, y por la columna de mercurio con que se equilibra la tension del vapor, se deduce su fuerza elástica á razon de una atmósfera por cada 76 centímetros de altura.

Tambien se usa el manómetro metálico de Bourdon, que consiste en un tubo de laton hueco, de seccion elíptica, arrollado en forma de espiral : uno de sus extremos comunica con la caldera, y el otro hace mover una aguja ó señalador que recorre un cuadrante graduado. Si la tension del vapor aumenta ó disminuye, el tubo se hincha ó aplaca, y variando su curvatura hace girar la

aguja para indicar todos los grados de presion interior.

La temperatura de un cuerpo consiste en el grado calorífico, que sin cambiar de estado le hace variar de volúmen. La temperatura es mas alta cuando el calor aumenta, y es mas baja cuando disminuye.

Termómetro. El termómetro sirve para apreciar el grado de temperatura de los cuerpos, y para comparar las variaciones y cantidades de calor correspondientes.

La construccion y uso de los termómetros comunes está fundada en que todos los cuerpos se dilatan por el calor y se contraen con el frio.

Para la construccion de los termómetros se usa del mercurio ó del alcohol. Se da la preferencia al mercurio, porque se dilata mas uniformemente que los otros líquidos, es fácil obtenerlo puro, no se adhiere á las paredes del tubo, no se congela sino con un frio muy intenso y no hierve sino á una temperatura muy alta. El alcohol se usa porque resiste los mayores frios sin congelarse.

Todos los cuerpos pueden servir de termómetros, pero son preferidos los líquidos, porque los sólidos solo servirian para apreciar temperaturas muy elevadas y los gases para señalar ligeras variaciones.

El termómetro (fig. 39) consiste generalmente en un tubo capilar de cristal, cerrado por el extremo superior y terminado en la parte inferior con una esferita ó cilindro de diámetro mucho mayor. Tiene mercurio hasta cierta altura, y en su interior no puede haber la mas pequeña cantidad de aire.

En tal disposicion se gradúa partiendo de dos puntos fijos, esto es, de dos fenómenos que puedan reproducirse á voluntad y que exijan siempre una misma cantidad de calórico. Estos dos puntos son el *hielo fundente* y el *agua hirviendo*.

Preparado el instrumento en las condiciones indicadas se introduce en el hielo que está fundiéndose, y el mercurio se contrae hasta cierto punto en el cual se señala cero. Hecho esto, se enjuga bien el tubo y se introduce, mediante algunas precauciones, en el agua hirviendo, y con tal calor el mercurio se dilata hasta cierta altura que se señala con el número 80. Se divide luego la distancia entre los dos puntos en 80 partes iguales llamadas grados, y poniéndolas en una escala al lado del tubo, se tendrá el *termómetro de Réaumur*. Estas partes se continúan debajo del cero. Si el punto correspondiente á la temperatura del agua hirviendo se señala con el número 100 y se divide la misma distancia en 100 partes iguales resultará el *termómetro centígrado*.

En Inglaterra se hace mucho uso del *termómetro de Farenheit*, y es el mismo que hemos descrito, con la sola diferencia de que el punto del hielo fundente está señalado con el número 32, el de la ebulicion con 212° y la distancia entre los dos se divide en 180 grados.

De lo dicho resulta, que 80 grados de Réaumur equivalen á 100 del termómetro centígrado y á 180 de Farenheit, luego, se puede establecer la relacion para reducir estas graduaciones, que será $4°\ R = 5°\ C = 9°\ F$. De modo, que 4 grados de Réaumur son lo mismo que 5 del termómetro centígrado, é iguales á 9 de Farenheit.

Los termómetros de alcohol son absolutamente lo mismo que los de mercurio, se gradúan comparándolos con uno de estos, y su límite superior es por lo regular de 76 grados.

Ejemplos: Hallar la temperatura correspondiente al termómetro centígrado sabiendo que el de Réaumur señala 18 grados 4 décimos.

Se formará la proporcion $4°\ R : 5°\ C :: 18°\ 4\ R : x = 23°\ C$.

Es decir, que 18° 4 de Réaumur equivalen á 23° centígrados.

Suponiendo que en Lóndres se hallaba la temperatura á 76° de Farenheit, determinar esta misma temperatura relativamente á los termómetros centígrado y de Réaumur.

Primero debe restarse 32° de la temperatura dada de Farenheit, para que se iguale el punto de partida ó del hielo fundente con los demás termómetros, y formando luego la proporcion correspondiente se hallará lo que se pide.

Así, $76° - 32° = 44°\ F$ y $9°\ F : 5°\ C :: 44°\ F : x = 24°\,{}^4/_9\ C$; del mismo modo: $9°\ F : 4°\ R :: 44°\ F : z = 19°\,{}^5/_9\ R$.

Por manera, que la temperatura de 76° de Farenheit corresponde á 24 grados $^4/_9$ del termómetro centígrado, y á 19 grados $^5/_9$ de Réaumur.

Tambien usan los físicos un termómetro de gas para apreciar la dilatacion del aire y demás gases bajo una presion constante; y Mr. Gay-Lussac ha probado por sus continuados experimentos, que el aire y todos los gases secos se dilatan en una misma fraccion de su volúmen por una misma elevacion de temperatura, y que la dilatacion es uniforme desde cero á cien grados; de modo que cada gas por un grado de aumento en la temperatura aumenta 375 cien milésimos de su volúmen á cero grados. Así, representando por uno el volúmen de un gas ó vapor á la temperatura cero, cuando se haya elevado á la temperatura t, el volúmen estará expresado por $v = 1 + 0'00375\,t$.

Ejemplo. El volúmen de un gas á la temperatura cero es de 0'75 metros cúbicos, y se quiere saber cuál será este volúmen á la temperatura de 6° centígrados.

Por la fórmula se tiene $v=1+0'00375\times6=1'0225$.

Es decir, que el volúmen á la temperatura indicada será 1'0225 veces el primitivo : esto es, $0'75\times1'0225$, que da 0'767 de metro cúbico próximamente.

HIDRODINÁMICA.

La hidrodinámica trata del movimiento de los flúidos ; y al ocuparse de elevar y conducir las aguas y de emplearlas en mover las máquinas se llama *hidráulica*.

Tanto en la hidrostática como en la hidrodinámica se supone que los líquidos son verdaderamente incompresibles, perfectamente flúidos y que se hallan exentos de viscosidad ; pero como estas propiedades se verifican imperfectamente en los líquidos, se sigue, que las leyes demostradas en este sentido serán mas ó menos aproximadas á los resultados de la experiencia.

Si tenemos un vaso lleno de líquido y se practica una abertura ú orificio en el fondo ó en una de sus paredes, el líquido se derrama en virtud de dos fuerzas ; la pesantez que le solicita verticalmente, y la presion del líquido que obra perpendicularmente á la pared y proporcionalmente á la altura del nivel sobre el orificio. El chorro que resulta se llama *vena flúida* ó *vena líquida*.

Si el orificio se halla en el fondo, la pesantez y la presion del líquido obrarán en igual sentido y la vena será vertical y rectilínea ; pero si el orificio ó abertura se ha practicado en una pared vertical ó inclinada, las dos fuerzas que solicitan el líquido son la una vertical y la otra horizontal ú oblícua, y por esto, obedeciendo á la resultante de aquellas dos fuerzas produce una vena que toma la forma curvilínea , que á no ser por la resistencia del aire seria una verdadera *parábola*.

Por la fórmula se tiene $v=1+0'00375\times6=1'0225$.

Es decir, que el volúmen á la temperatura indicada será 1'0225 veces el primitivo : esto es, $0'75\times1'0225$, que da 0'767 de metro cúbico próximamente.

HIDRODINÁMICA.

La hidrodinámica trata del movimiento de los flúidos ; y al ocuparse de elevar y conducir las aguas y de emplearlas en mover las máquinas se llama *hidráulica*.

Tanto en la hidrostática como en la hidrodinámica se supone que los líquidos son verdaderamente incompresibles, perfectamente flúidos y que se hallan exentos de viscosidad ; pero como estas propiedades se verifican imperfectamente en los líquidos, se sigue, que las leyes demostradas en este sentido serán mas ó menos aproximadas á los resultados de la experiencia.

Si tenemos un vaso lleno de líquido y se practica una abertura ú orificio en el fondo ó en una de sus paredes, el líquido se derrama en virtud de dos fuerzas ; la pesantez que le solicita verticalmente, y la presion del líquido que obra perpendicularmente á la pared y proporcionalmente á la altura del nivel sobre el orificio. El chorro que resulta se llama *vena flúida* ó *vena líquida*.

Si el orificio se halla en el fondo, la pesantez y la presion del líquido obrarán en igual sentido y la vena será vertical y rectilínea ; pero si el orificio ó abertura se ha practicado en una pared vertical ó inclinada, las dos fuerzas que solicitan el líquido son la una vertical y la otra horizontal ú oblícua, y por esto, obedeciendo á la resultante de aquellas dos fuerzas produce una vena que toma la forma curvilínea , que á no ser por la resistencia del aire seria una verdadera *parábola*.

En la vena líquida, tanto horizontal como vertical, se nota que á su salida el diámetro es exactamente igual al del orificio, pero luego se va contrayendo poco á poco, y á una distancia igual al diámetro la seccion perpendicular á su eje se reduce á los dos tercios de la misma seccion en el orificio. Esto se llama *contraccion de la vena,* y es producida por las direcciones convergentes que adquieren las moléculas del líquido en el interior del vaso al acercarse al orificio.

La primera parte de la vena líquida es semejante á una barra del mas puro cristal, llena, continua y clara; pero luego se vuelve opaca y se divide por efecto de la resistencia del aire y del movimiento acelerado que toman las moléculas entre sí.

Cuando un líquido sale de un vaso por un orificio de cualquier forma practicado en pared delgada, la velocidad á la salida se determinará por el siguiente teorema debido á Torricelli:

La velocidad de las moléculas líquidas al salir por un orificio, es la misma que adquiriria un cuerpo pesado al caer libremente en el vacío de una altura igual á la distancia del centro del orificio al nivel superior del líquido. En efecto, si al orificio se adapta un tubo encorvado hácia arriba, se ve que el líquido se eleva próximamente á la altura del nivel, y por las leyes establecidas al tratar de la caida de los cuerpos se deduce que la velocidad imprimida al líquido para subir es la que adquiriria cayendo de igual altura. En esta propiedad se funda la construccion de los surtidores.

Para calcular la velocidad de un líquido á su salida por un orificio se usará la fórmula $v=\sqrt{19'6\times a}$ en la cual a representa la altura vertical del nivel del líquido sobre el centro del orificio. Si se trata de saber la altura que debe

darse al nivel para que salga el líquido con una velocidad determinada, se despejará la a en la fórmula anterior y dará $a=v^2 \setminus 19'6$. De manera, que resultan las siguientes reglas:

1.ª *Para hallar la velocidad de un líquido al salir por un orificio se multiplicará* 19'6 *por la altura del nivel sobre el centro del orificio, y se extraerá del producto la raiz cuadrada.*

2.ª *Para determinar la altura de nivel que deberá darse á un depósito, se dividirá el cuadrado de la velocidad que el líquido debá tener á su salida por* 19'6.

Aplicaciones: Calcular la velocidad del agua al salir por un orificio cuyo centro se halla á 0'65 m. debajo del nivel superior del líquido.

$$\text{Será } v=\sqrt{19'6\times 0'65}=3'57 \text{ ms.}$$

Es decir, que la velocidad á la salida será de 3 metros 57 centímetros próximamente.

Se necesita que el agua al salir por una abertura tenga una velocidad de 3 metros, y se pregunta cuál deberá ser la altura del nivel sobre el centro de dicha abertura.

La segunda regla da: $a=3^2 \setminus 19'6=0'459$ m.

De modo, que para dar al agua la velocidad de 3 metros á su salida del orificio, el nivel superior deberá hallarse á 459 milímetros sobre el centro de dicho orificio.

De lo dicho se infiere, *que la velocidad á la salida de los líquidos es independiente de la naturaleza de estos, y solo depende de su altura y cantidad sobre el orificio.* Porque los cuerpos al caer en el vacío, de la misma altura, adquieren la misma velocidad, sea cual fuere su naturaleza ó densidad. De modo, que *un vaso tardará igual tiempo en vaciarse, ya esté lleno de agua, de mercurio ó de cualquier otro líquido.*

De la misma fórmula se deducirá, que si las alturas de nivel son distintas, *las velocidades á la salida son proporcionales á las raíces cuadradas de las alturas sobre el orificio*. Si se quiere una velocidad constante á la salida de un líquido, el nivel sobre el orificio deberá ser tambien constante.

El líquido que sale por un orificio en un segundo se llama *gasto*, y se hallará multiplicando la superficie del orificio por la velocidad á la salida. Porque el chorro ó vena podrá considerarse como un cilindro cuyo diámetro es el del orificio y su altura el espacio que corre una seccion de la vena en un segundo á su salida.

El resultado obtenido por la regla anterior dará el *gasto teórico*, llamado así porque es el que deberia obtenerse en virtud de la teoría; pero por efecto de la contraccion de la vena líquida debe considerarse el *gasto efectivo*, que repetidos experimentos han corroborado ser menor que el teórico.

El gasto efectivo se hallará multiplicando la superficie de la seccion de la vena contraida por la velocidad real que tienen las moléculas al pasar por dicha seccion.

Pero si conocido el gasto teórico se quiere determinar el gasto efectivo, esto es, la cantidad de agua que realmente sale, deberá multiplicarse por un coeficiente c que variará segun la disposicion y dimensiones del orificio respecto al depósito ó recipiente. De modo, que si el orificio es rectangular y la contraccion de la vena tiene lugar en los cuatro lados, se tendrá: $c=0'60$. Si la contraccion se verifica por tres lados será: $c=0'63$. Si por dos lados del rectángulo dará: $c=0'65$. Si solo tiene lugar por un lado deberá suponerse: $c=0'69$. Pero cuando se apliquen estos principios á una paradera inclinada, segun sea la inclinacion de 60° ó de 45° se tendrá: $c=0'75$ ó $c=0'80$.

La fórmula general para el gasto efectivo será:

Orificio circular. . . $G=c\times 0'7854\times d^2\times \sqrt{19'6\times A}$.

Orificio rectangular.. $G = c \times l \times a \times \sqrt{19'6\times A}$.

En estas fórmulas c es el *coeficiente de contraccion* que se ha indicado: d el diámetro del orificio circular: A la altura del nivel del líquido sobre el centro de la abertura: a el ancho del orificio ó abertura rectangular; y l largo ó altura del mismo orificio.

Aplicaciones. Determinar el gasto real ó práctico en un orificio circular abierto en una de las paredes laterales de un depósito, cuyo nivel se mantiene constantemente á 2 metros de altura sobre el centro del orificio, siendo el diámetro de este de 15 centímetros.

Para este caso tendrémos, $c = 0'60$; $d=0'15$; $A=2$ m. y la fórmula $G=c\times 0'7854\times d^2\times \sqrt{19'6\times A}$ dará:

$$G=0'60\times 0'7854\times (0'15)^2\times \sqrt{19'6\times 2}=0'06637 \text{ m.c.}$$

Es decir, que el gasto será de 6637 cien milésimos de metro cúbico por segundo ó de 66 litros y 37 centilitros.

Hallar el gasto efectivo en una abertura rectangular cuyo ancho es de 20 centímetros, su altura de 40 centímetros, y el nivel se conserva siempre á 3 metros sobre el centro del orificio, verificándose la contraccion por solos dos lados.

En este caso tenemos $a=0'20$; $l=0'40$; $A=3$ m. y $c=0'65$, y la fórmula da:

$$G=c\times l\times a\times \sqrt{19'6\times A}=0'65\times 0'40\times 0'20\times \sqrt{19'6\times 3}$$
$$=0'3988 \text{ metros cúbicos.}$$

Es decir, que el gasto efectivo será de 3988 diez milésimos de metro cúbico ó 398 litros y 8 decilitros por segundo.

Para el aforo y distribucion de las aguas se han usado varias unidades que es preciso conocer. *La muela de riego* usada en los Pirineos es el agua que sale por el agujero de la muela propiamente dicha y equivale á un gasto de 57 litros por segundo. *La muela,* en esta provincia, es el agua suficiente para moverla y representa un gasto de 265 litros, tambien por segundo. *Una pluma,* de Barcelona, necesita 40 segundos para dar un litro de agua, de modo que la misma pluma en un minuto da 1'536 litros, ó bien 92'15 litros por hora. La pluma de Mataró es mucho mayor y da 342'8 litros en una hora, ó 5'713 litros por minuto.

El Sr. D. Mariano Calvo y Pereyra en su tratado sobre las aguas dice: que usando de nuestras medidas castellanas, llamará *real fontanero* al volúmen de tres pulgadas cúbicas de agua por segundo, por cual razon, para dar un litro de agua por segundo serán menester cerca 27 reales fontaneros; y D. Manuel María Azofra, en su memoria sobre la exacta medicion del agua corriente, propone, que la muela sea de 12 piés cúbicos por segundo, que dividida en tres *filas* daria 4 piés cúbicos, ó 2304 reales fontaneros por fila. La *fila,* dividida en 144 plumas haria que la pluma valiese 48 pulgadas cúbicas por segundo ó sean 16 reales fontaneros.

En Francia se usa la *pulgada de fontanero,* que equivale próximamente á 6 reales fontanaros de España.

Cebollas. Las cebollas son pequeños tubos adicionales que se aplican á los orificios para que aumente el gasto, y el chorro sea mas regular y uniforme. Los tubos cilíndricos y cónicos son preferidos á todos los demás en razon de aproximar mas el gasto efectivo al teórico.

Si la cebolla es cilíndrica, y su longitud equivale á dos ó tres veces su diámetro, el líquido llena completamente el tubo, y el gasto aumenta cerca de un tercio.

Cuando la cebolla es cónica y su base mayor está fijada en el orificio, se llama cebolla convergente, y aumenta el gasto algo mas que la cilíndrica; produce el chorro mas regular y le arroja á mucha mayor distancia ó á mas considerable altura. El gasto y la velocidad con que sale el agua depende del ángulo de convergencia que forma la prolongacion de dos lados opuestos del cono truncado de la cebolla.

Las cebollas que dan mayor gasto son las cónicas divergentes, esto es, aquellas en que la base menor del cono truncado que forma el tubo se halla adaptada en el orificio. En efecto, el físico Venturi asegura por sus continuados experimentos, que estas cebollas pueden dar hasta 2'4 veces el gasto que produciria un orificio como la base menor practicado en pared delgada, y 1'46 veces mayor que el gasto teórico.

Si el agua corre por un tubo de mucha longitud y diámetro será ó por efecto de la inclinacion del tubo, como si resbalara en un plano inclinado, ó en virtud de una presion á que el líquido está sujeto desde el orígen del tubo. En este caso parece que la fuerza de gravedad ó la presion, que obran continuamente, deberian producir en el chorro una tendencia al movimiento acelerado, pero esta tendencia queda destruida por la adherencia del líquido con las paredes del tubo; y esto hace que á poca distancia del orígen se note que el líquido tiene un movimiento uniforme.

De manera, que el gasto equivaldrá á un cilindro de líquido que tenga por base la seccion del tubo y por altura ó longitud la velocidad del propio líquido en el interior del mismo tubo.

Si se considera un canal descubierto, deberá atenderse á la superficie de la seccion perpendicular á su longitud y á la velocidad media que tenga el agua: pues esta velocidad media es siempre menor que la velocidad á la superficie y mayor que la del fondo.

Para hallar la velocidad á la superficie de un canal, se escoge la parte en que sea mas rápida la corriente; se echan en ella algunos flotantes, en forma de discos de 3 centímetros de diámetro, de madera bien ligera: se observa por medio de un reloj de segundos el tiempo que emplean en recorrer una distancia del canal, tan larga y tan regular como sea posible obtenerla; y dividiendo luego la citada distancia, valuada en metros, por el número de segundos que tarda el flotante en recorrerla, se tendrá la velocidad por segundo á la superficie del agua.

Si la velocidad del agua es muy irregular en una extension cualquiera del canal, esto es, si en cada pequeña distancia varía la velocidad á la superficie, se emplea entonces un molinillo ó rueda muy ligera cuyas paletas entran poco en el agua, y la corriente le hace girar con facilidad. Se cuenta el número de vueltas que da el molinillo en un minuto; se multiplica por la extension en la circunferencia correspondiente á la mitad de la parte sumergida de la paleta, y partiendo el resultado por 60, resultará la velocidad por segundo á la superficie. De modo que tendrémos la siguiente fórmula:

$$V = 6'2832 \times r \times n \diagdown 60$$

en la cual r es el rádio correspondiente á la mitad de la parte sumergida de la paleta, y n el número de vueltas que da el molinillo por minuto.

Si practicamos la division indicada resultará:

$$V = 0'10472 \times r \times n$$

que nos da la siguiente regla: *Para determinar la velocidad á la superficie de un canal, empleando el molinete, se multiplicará el número* 0'10472 *por el rádio correspondiente á la mitad de la parte sumergida de la paleta, y por el número de vueltas que da en un minuto.*

Ejemplo: Hallar la velocidad á la superficie de un canal sabiendo que el molinillo ha dado 105 vueltas en un minuto siendo su rádio de 25 centímetros.

$$V = 0'10472 \times 0'25 \times 105 = 2'7489 \text{ metros.}$$

Es decir, que la velocidad á la superficie de la corriente será de 2'7489 metros, ó próximamente de 2 metros 75 centímetros por segundo.

La velocidad media, que es indispensable para calcular el gasto ó cantidad de agua que pasa por un punto del canal en un segundo, se puede hallar multiplicando la velocidad correspondiente á la superficie por un coeficiente variable desde 0'75 á 0'90 para las velocidades de la superficie comprendidas entre 1 decímetro y 4 metros.

Ejemplo: Determinar la velocidad media correspondiente á 2'75 metros de velocidad á la superficie.

Representando por V' la velocidad media, será:

$$V' = 0'85 \times 2'75 = 2'3375 \text{ metros.}$$

La velocidad media será, pues, de 2'3375 metros por segundo.

Si el canal fuese de una pendiente y perfil uniforme, se podria determinar directamente la velocidad media empleando la siguiente fórmula:

$$V' = 56'86 \times \sqrt{\frac{S \times A}{C \times L}} - 0'072$$

en la cual, S representa la superficie de la seccion transversal, C el contorno mojado de la misma, A la pendiente ó diferencia de nivel en una longitud L.

Para aplicar esta fórmula debe hallarse primero el valor de la cantidad radical, multiplicar en seguida por 56'86 y restar del producto 0'072.

Ejemplo: Hallar la velocidad media del agua en un canal cuya seccion rectangular tiene 2'5 metros de ancho, de profundidad 0'8 m. y en una longitud de 120 metros hay una diferencia de nivel de 0'10 metros.

En este caso será: $S = 2'5 \times 0'8 = 2$ m. cuad.; $C = 2'5 + 2 \times 0'8 = 4'1$; $A = 0'1$, y $L = 120$ m.

La fórmula dará:

$$V' = 56'86 \times \sqrt{\frac{2 \times 0'1}{4'1 \times 120}} - 0'072 = 56'86 \times 0'0201$$
$$- 0'072 = 1'07 \text{ m.}$$

Es decir, que la velocidad media será de 1 metro 7 centímetros por segundo.

El gasto ó la cantidad de agua que pasa por segundo, se hallará multiplicando la superficie de la seccion del canal por la velocidad media calculada anteriormente.

Ejemplo: Determinar el gasto en un canal de perfil y pendiente uniforme, suponiendo la velocidad media de

1'07 m. y la superficie del perfil ó seccion de 2 metros cuadrados.

$$G = S \times V' = 2 \times 1'07 = 2'14 \text{ metros cúbicos.}$$

Es decir, que en cada segundo pasan por una seccion del canal 2'14 metros cúbicos de agua, ó sean 2140 litros.

La velocidad en el fondo de un canal es menor que la velocidad media, pues el roce de las aguas con el lecho y las paredes laterales disminuyen aquella velocidad de un modo notable.

Despues de muchos experimentos se ha fijado por algunos físicos y admitido por los ingenieros hidráulicos la relacion $V'' = 2\,V' - V$. Esto es, que la velocidad V'' en el fondo de un canal se hallará multiplicando la velocidad media por 2 y restando del producto la velocidad V á la superficie.

Surtidores. El surtidor consiste en un chorro ó vena flúida que sale con mas ó menos fuerza de un orificio, por efecto de la presion que una columna de líquido ejerce sobre dicho orificio. Si el orificio se halla en un plano horizontal el chorro será vertical, y si se practica en una pared inclinada será oblícuo, y describirá una curva que á no ser la resistencia del aire seria una parábola.

Por lo dicho anteriormente, el chorro tiende á subir hasta la misma altura del nivel superior del agua, pero nunca llega á tal altura por ser tres las causas distintas que contrarian aquel efecto. 1.ª El frote del agua en el tubo de conduccion, que destruye parte de la velocidad. 2.ª La resistencia que el aire ofrece á la salida del líquido y en toda la altura á que sube la vena; y 3.ª El choque del líquido que va cayendo sobre el chorro que se eleva.

Para obtener el máximo de altura en un surtidor debe procurarse que los tubos sean bien cilíndricos y que no formen ángulos bruscos ni curvas rápidas é irregulares; que el orificio esté practicado en pared delgada, ó que se halle en la extremidad del tubo de conduccion semejante á una cebolla cónica convergente, y que el chorro sea un poco inclinado para evitar que el agua al caer choque con la que suba.

SIFON. El sifon (fig. 40) consiste en un tubo encorvado de vidrio ó de metal con brazos desiguales, que sirve para trasvasar los líquidos. El brazo corto *a* se introduce en el vaso que se trata de vaciar, y el brazo largo *bc* se dirige al en que se quiere trasladar el líquido. En esta disposicion se aspira el aire por el brazo largo, é inmediatamente la presion atmosférica hace subir el líquido del vaso A hasta el punto *b*, en que obedeciendo á la impulsion de la gravedad cae por el brazo largo *bc* y se deposita en el otro vaso B. Este fenómeno continuará mientras el nivel del líquido en el tuvo B sea mas bajo que en el vaso A.

Siendo la presion atmosférica la que hace obrar el sifon, se sigue, que el brazo *ab* nunca podrá tener una longitud mayor que la altura de la columna líquida con que se equilibra la presion de la atmósfera. De modo, que si se trasvasa agua, vino, aguardiente, etc., el brazo corto *ab* no podrá pasar de 10 metros.

En vez de aspirar el brazo largo para hacer el vacío en el sifon con el fin de que funcione, se puede llenar completamente del mismo líquido por medio de un embudo desde la abertura *b*, teniendo antes los dos extremos bien tapados; y cerrando la llave *d* cuando esté lleno, se destapan los extremos y el sifon empieza á funcionar.

BOMBAS. Las bombas sirven para elevar el agua á diferentes alturas, y todas las que se usan actualmente pueden reducirse á tres clases: *aspirantes, impelentes* y *compuestas*.

La *bomba aspirante* (fig. 41) está compuesta de un cilindro *ab* que se llama *cuerpo de bomba*, en cuyo interior ajusta un *émbolo c* con dos *válvulas* que se abren de abajo arriba. El tirante *ct* sujeto á la palanca *hd* sirve para hacer subir y bajar el émbolo. El tubo *nm* que se llama *de aspiracion* está sumergido en el depósito para aspirar el agua luego que el émbolo produce el vacío: en su punto de union con el cuerpo de bomba tiene una válvula *n* que tambien se abre de abajo arriba, y en el extremo inferior está terminado por un pomo ó roseta cerrada con agujeros para facilitar la entrada del agua evitando la introduccion de cuerpos extraños.

Cuando el émbolo *c* sube, se produce el vacío en *a*, y el aire contenido en el tubo *nm* de aspiracion abre la válvula *n* en virtud de su elasticidad, y pasa á llenar nuevamente el cuerpo de bomba. Al bajar el émbolo se cierra la válvula *n* por su propio peso, y el aire que se halla en *a* comprimido por el émbolo abre las dos válvulas de este y se traslada á la parte superior. Repitiendo este mecanismo se enrarece considerablemente el aire del tubo de aspiracion, y en virtud de la presion atmosférica sobre el nivel del depósito el agua sube hasta la altura de 10 metros próximamente. Esta es la mayor longitud que puede darse al tubo de aspiracion desde el nivel *x* hasta el cuerpo de bomba, porque haciéndose imperfectamente el vacío en su interior, la poca cantidad de aire que le queda opone resistencia á la presion exterior; y por esta razon las bombas aspirantes mejor construidas nunca suben el agua á mayor altura de los 10 metros. Cuando el agua ha llegado al cuerpo de bomba, el émbolo baja y la comprime, y cerrándose la vávula *n*, como se ha dicho, se abre paso por las válvulas del émbolo y pasa á la parte superior *b* para derramarse por el tubo *z* de salida.

La *bomba impelente* (fig. 42) no tiene tubo de aspiracion, y el cuerpo de bomba se sumerge en el depósito. El émbolo *c* no tiene válvulas, y en la parte inferior del cuerpo de bomba hay una que permite la entrada al agua para restablecer su nivel cada vez que sube el émbolo.

Al subir el émbolo el agua entra por la válvula *n* y restablece su nivel en el interior del cuerpo de bomba: cuando baja el émbolo comprime fuertemente el agua, y la obliga á subir por el tubo *z*; y la altura á que subirá dependerá siempre de la fuerza ejercida en *t*. Esta bomba sirve para rociar los jardines, calles, paseos, etc.

La *bomba compuesta* ó aspirante é impelente (fig. 43) es la que se usa mas comunmente, y se compone del tubo de aspiracion y del cuerpo de bomba con el émbolo sin válvulas. Al tubo de aspiracion se le da la longitud de 10 metros, y por medio de la compresion se hace subir el agua por el tubo de salida *z* hasta la altura que se quiera. Cuando el émbolo sube, se produce el vacío en *a* y el agua del depósito se introduce por la válvula *n* hasta llenar el cuerpo de bomba: en este caso, el émbolo baja y comprimiendo el agua que se halla en *a* se cierra la válvula *n*, y por efecto de la presion se abre la válvula *u*, por donde es arrojada el agua á una altura que depende de la presion ejercida por el émbolo. Al subir este, el solo peso del agua en el tubo *z* cierra la válvula *u*, y vuelve á llenarse el espacio *a*, como se ha indicado antes.

La válvula *n* se abre de abajo arriba para que, al subir el émbolo, el aire ó el agua que contiene el tubo de aspiracion *n m* pueda pasar fácilmente á llenar el cuerpo de bomba *a*; y la válvula *u* se abre de dentro á fuera con el fin de que, al bajar el émbolo, deje subir por el tubo *z* el agua ó aire que este comprime.

Todas estas bombas dan el agua por sacudidas ó intermitencias, pues en la aspirante sale solamente cuando el émbolo sube, y en la compuesta é impelente cuando baja.

Si se quiere un chorro continuo, podrá usarse la bomba de doble efecto (fig. 44), llamada así porque da el agua tanto al subir como al bajar el émbolo. En efecto, cuando sube el émbolo *c*, se cierra la válvula *a*, se abre la *b*, y el agua del tubo *g* pasa á llenar el cuerpo de bomba: al mismo tiempo se cierra la válvula *e*, y el agua que estaba en la parte superior del émbolo es comprimida por este, y abriéndose paso por *d* pasa al tubo de salida *u*. Al bajar el émbolo se cierra la válvula *b*, y el agua comprimida por él abre la válvula *a*, y por el tubo *h* sube al de salida *n*; al propio tiempo se cierra la válvula *d*, y el agua del tubo *f* abre la válvula *e* y pasa á llenar el cuerpo de bomba. Por este mecanismo resulta, que mientras el émbolo baja, el agua es arrojada por *h* y el cuerpo de bomba se llena por la parte superior; y cuando el émbolo sube, lanza el agua por *d* y el cuerpo de bomba se llena por la parte inferior.

Tambien se regulariza el chorro colocando en el tubo de salida un recipiente de aire comprimido (fig. 43). El recipiente se fija en el extremo *q* del tubo *z* en donde hay una válvula que se abre de abajo arriba, y otro tubo *r*, que llega cerca del fondo, sirve para dar salida al agua. Cuando la bomba funciona introduce el agua en el recipiente, y la elasticidad del aire comprimido en el espacio *s* tiende á cerrar la válvula *q*, y obliga al agua á salir por el tubo *r*. Si la bomba no cesa de obrar, entra de continuo el agua en el recipiente, y comprimida por el aire encerrado en *s*, es arrojada en chorro continuo por *r*. En este principio descansa la teoría y construccion de las bombas de incendio.

La bomba de incendios (fig. 45) se compone de un recipiente *a* de aire comprimido unido á dos cuerpos de bomba *b*, cuyas válvulas *t* comunican con el agua que se echa en el gran depósito *n m* que contiene todo el aparato: un tubo *s* da salida al agua en chorro continuo, mientras obra la fuerza en los extremos *p* y *q* de la palanca que pone en movimiento á los dos émbolos. Esta disposicion hace que cuando un émbolo sube el otro baja, y que entrando de continuo el agua en el recipiente *a* sea arrojada por la manga *s* á una altura considerable. Los émbolos no tienen válvulas y ajustan perfectamente con las paredes del cuerpo de bomba. Al subir el émbolo se forma el vacío en *b*, y el agua del depósito abre la válvula *t* y llena el cuerpo de bomba: cuando el émbolo baja comprime el agua que se halla en *b*, y cerrando la válvula *t* la obliga á entrar por *e* al recipiente *a*.

El esfuerzo necesario para hacer subir el émbolo equivale al peso de una columna de agua que tenga por base la superficie del émbolo y por altura la elevacion del agua sobre el nivel del depósito.

Además debe contarse con las resistencias pasivas, que son las siguientes: 1.ª El frotamiento del émbolo contra el cuerpo de bomba. 2.ª El frote de agua entre sí y con los tubos por donde pasa. 3.ª La compresion y resistencia del agua al entrar en el tubo de aspiracion y al pasar por las válvulas. 4.ª El peso de estas válvulas. 5.ª El peso del émbolo y del tirante. 6.ª El frotamiento de la palanca ó balancin y de todas las articulaciones. 7.ª La inercia de toda la masa de agua que se pone en movimiento.

Todas estas resistencias aumentan de $\frac{1}{5}$ á $\frac{1}{3}$ la fuerza motriz que debe emplearse, comparativamente al efecto útil que produce la bomba.

El peso ó carga de la columna de agua sobre el émbolo se hallará, segun la regla dada, por la fórmula. . . . .

$C = 785'4 \times D^2 \times A$. Es decir, multiplicando 785'4 por el cuadrado del diámetro del émbolo y por la altura á que se ha de elevar el agua.

Ejemplo: Determinar la carga ó presion ejercida sobre el émbolo de una bomba, cuyo diámetro es de 20 centímetros y sube el agua á 16 metros de altura.

La fórmula $C = 785'4 \times D^2 \times A$ dará: $C = 785'4 \times (0'20)^2 \times 16 = 502'656$ kg. La carga será, pues, de 502 kilógramos 656 gramos.

El agua que sale á cada golpe equivale á un cilindro que tenga por base la superficie del émbolo y por altura el curso ó espacio que corre este en cada oscilacion. Pero como es imposible obtener una bomba que no deje escapar alguna cantidad de agua y en que no entre una pequeña porcion de aire, se sigue, que por muchas que sean las precauciones adoptadas nunca arrojará el agua que teóricamente debiera sacar. En tal concepto, se ha procurado averiguar cuál es la cantidad efectiva que saca una bomba en diferentes condiciones, y de los experimentos practicados al efecto resulta, que en circunstancias ordinarias la bomba da 65 centésimos del agua que por teoría corresponde. De modo, que para determinar el volúmen efectivo de agua que produce una bomba en cada golpe de émbolo, se usará la fórmula: $V = 510'51 \times D^2 \times c$, en la cual V representa el volúmen de agua dado por cada golpe de émbolo, en litros; D el diámetro del émbolo en metros, y *c* el curso del mismo tambien en metros.

Ejemplo: Calcular la cantidad de agua que en cada golpe de émbolo produce una bomba cuyo diámetro es de 16 centímetros y el curso de 35.

La fórmula da: $V = 510'51 \times (0'16)^2 \times 0'35 = 4'574$ lit.

Es decir, que por cada golpe de émbolo se sacarán 4 litros y 574 mililitros de agua.

Si conociendo el curso que ha de recorrer el émbolo y la cantidad de agua que en cada golpe debe sacarse, se quiere determinar el diámetro de la bomba, se hará uso de la misma fórmula despejando antes la D; que dará:

$$D=\sqrt{\frac{V}{510'51\times c}}$$

Ejemplo: Se pide el diámetro de una bomba que teniendo el émbolo 40 centímetros de curso debe arrojar 8 litros de agua en cada golpe.

La fórmula dará: $D=\sqrt{\frac{8}{510'51\times 0'40}}=0'198$ milím.

De modo, que el diámetro deberá ser de 198 milímetros próximamente.

De las fórmulas puestas últimamente resultan las siguientes reglas prácticas:

1.ª *Para hallar la cantidad de agua en litros, que arroja una bomba en cada golpe, se multiplica el número* 510'51 *por el cuadrado del diámetro y por el curso del émbolo expresados en metros.*

2.ª *Para calcular el diámetro de la bomba, se dividirá el volúmen efectivo de agua en litros que debe dar en cada golpe, por el número* 510'51 *multiplicado por el curso del émbolo expresado en metros, y del cociente se extraerá la raíz cuadrada.*

El mayor efecto de las máquinas no corresponde siempre á la mayor velocidad, y la observacion ha demostrado que para obtener el efecto máximo, la velocidad del émbolo debe estar comprendida entre 16 y 25 centímetros por segundo y el número de golpes dobles ú oscilaciones completas entre 25 y 34 por minuto.

El diámetro de los tubos de aspiracion y de ascension deberá equivaler á los dos tercios del diámetro del cuerpo de bomba, y la abertura de las válvulas será cuando menos la mitad de la superficie del émbolo.

Por lo dicho anteriormente se deja conocer, que en las bombas aspirante é impelente solo obra toda la fuerza durante media oscilacion, pues que durante la otra media no hay mas que vencer los frotamientos. Esta circunstancia hace que el trabajo sea muy desigual en estas bombas, y que para regularizarlo tengan que usarse contrapesos en el balancin ó palanca. En la bomba compuesta, el trabajo se regulariza por sí mismo cuando el cuerpo de bomba se halla á la mitad de la altura á que debe elevarse el agua; pues el esfuerzo necesario para hacer subir el émbolo es igual al que debe hacerse para obligarle á bajar.

Noria. La noria (fig. 46) sirve como las bombas para elevar el agua, y consiste en una cadena sin fin compuesta de eslabones con articulacion, en cada uno de los cuales se fija un vaso *a* para subir el agua del pozo ó depósito inferior á una pila colocada inmediatamente debajo la rueda *b*. A esta rueda se le da una forma exagonal y la dimension conveniente para recibir un eslabon de la cadena en cada uno de sus lados.

El movimiento se le podrá comunicar por medio de un manubrio *m* fijado en el eje de un piñon que engrane con la rueda *c* que obliga á girar la rueda *b*. En la noria se obtiene el efecto que corresponde á los 56 centésimos del esfuerzo aplicado.

Prensa hidráulica. La prensa hidráulica ó hidrostática (fig. 47) es otra de las máquinas empleadas en la industria para obtener una presion considerable empleando un esfuerzo muy pequeño.

Esta máquina se funda en el principio de igualdad de presion indicado antes. En efecto, la prensa hidráulica se compone de dos cuerpos de bomba *n* y *e* que comunican por medio del tubo *d*. El émbolo *c* recibe el movimiento de una palanca *hp*, y aspirando el agua del depósito *a* la comprime é impele hácia el otro cuerpo de bomba *e*, y obliga al émbolo *b* á subir y á comprimir los efectos colocados en *f*.

La presion ejercida por el émbolo *c* es transmitida íntegramente á toda la masa líquida *e* y proporcionalmente á la superficie del émbolo *b*. Por esta razon, si el émbolo *c* es la centésima parte de la superficie del émbolo *b*, una libra de presion en *c* equivaldrá á cien libras de fuerza en *b*. De aquí resulta, que en la prensa hidráulica se dispone de dos ventajas considerables, la hidrostática, que ofrece la diferencia de émbolos, y la mecánica, que resulta del empleo de la palanca *hp*.

El plato *s* que comprime los efectos *f* forma cuerpo con el émbolo *b*, y sube y baja con él. La bomba *n* tiene un tubo de aspiracion para absorber el agua del depósito *a*, y en su punto de union lleva una válvula que se abre de abajo arriba. En el tubo *d* hay otra válvula *u* que se abre de dentro á fuera para impedir la salida del agua cuando el émbolo sube.

Para hacer funcionar la prensa hidráulica hay algunos que emplean el aceite en vez del agua, pero en todos los casos debe evitarse el escape del líquido por parte alguna.

En esta máquina son considerables los frotamientos y absorben gran parte de la potencia. No obstante, las pér-

didas son mucho mayores en las otras prensas que solo llegan á producir la quinta parte del efecto dado por estas.

La prensa hidráulica sirve para probar la resistencia y bondad de las calderas, tubos, cañones, etc., para prensar géneros y efectos varios, y para extraer el vino y el aceite.

Para calcular la potencia de una prensa hidráulica se multiplicará la fuerza *p* aplicada en la palanca por las ventajas hidrostática y mecánica; y la fórmula será: $P=p \times b \times h$. En esta expresion, *p* representa el esfuerzo aplicado en la palanca; *b* la relacion entre las superficies de los dos émbolos, esto es, el número de veces que el émbolo mayor contiene al menor, y *h* es la relacion de los dos brazos de la palanca.

Ejemplo: Hallar la potencia ó presion producida por una prensa hidráulica en que la superficie del émbolo mayor equivale á 84 veces la del menor; los brazos de la palanca son como 1 á 16, y el esfuerzo empleado es de 25 kg.

Se tendrá: $P=25 \times 84 \times 16=33,600$ kilógramos.

Es decir, que la presion ejercida será de 33,600 kilógramos.

Es preciso observar, que si el esfuerzo producido es 1344 veces mayor que la potencia empleada, el espacio corrido por el émbolo *b* será 1344 veces menor que el que recorra el *c*.

Empleo del aire. El aire se emplea como fuerza motriz en los molinos llamados de viento, en donde se aprovecha su velocidad natural para mover una máquina que regularmente muele el trigo ó asierra madera. El aire choca en las cuatro aspas fijadas en un árbol que se halla inclinado segun sea la direccion del viento; este árbol adquiere un movimiento de rotacion que transmite la fuerza á la máquina por una combinacion de engranajes.

En la industria se usan especialmente dos aparatos que sirven para aspirar el aire y repelerlo con mucha velocidad á fin de alimentar la combustion en las fraguas y altos hornos. Estos aparatos son el ventilador y la máquina soplante.

Ventilador. El ventilador se emplea con ventaja, porque á manera de fuelle continuo aspira constantemente el aire y le repele con mucha fuerza hácia un conducto por donde es distribuido á los hornos ó fraguas que debe alimentar.

El ventilador (fig. 48) se compone de una caja cilíndrica *a* que está fija, en cuyo interior hay una rueda ó volante con cuatro ó seis paletas, y á la cual se da una considerable velocidad de rotacion. El aire es aspirado por dos aberturas circulares de 30 á 50 centímetros de diámetro practicadas en las paredes laterales de la caja, y repelido por la gran velocidad de las paletas hácia el conducto *b*, desde donde es distribuido segun convenga.

El volante ó rueda se compone de un eje *t* con cuatro ó seis brazos, en los cuales se fijan por medio de pernos otras tantas paletas que ajustan en las paredes laterales del interior de la caja, como lo haria un émbolo de rotacion. Pero la longitud de las paletas en el sentido del rádio debe ser algo menor que el rádio interior de la caja, con el fin de que cada paleta pueda producir su efecto repeliendo el aire.

Para que el ventilador produzca el máximo efecto posible es preciso que las paletas formen con el brazo ó rádio respectivo un ángulo que esté comprendido entre 25° y 34°.

En este aparato hay que calcular dos cosas principal-

mente, la cantidad de aire que produce en una hora, y la fuerza centrífuga en virtud de la cual tienden las paletas á separarse del rádio.

Para determinar la cantidad de aire que un ventilador da en una hora se multiplicará la capacidad interior de la caja por la velocidad correspondiente á la extremidad de las paletas; y la fórmula será:

$$C=376{'}992\times r\times n\times c.$$

en la cual C representa la cantidad de aire en metros cúbicos que da el ventilador en una hora; *r* el rádio que corresponde al extremo de las paletas, expresado en metros; *n* el número de vueltas que da el volante en un minuto, y *c* la capacidad interior de la caja en metros cúbicos.

Ejemplo: Cuál es la cantidad de aire dada por un ventilador cuyo volante da 1200 vueltas por minuto, y su rádio tiene 40 centímetros, siendo la capacidad interior de la caja de 0'16 metros cúbicos. Se tendrá:

$$C=376{'}992\times 0{'}40\times 1200\times 0{'}16=28953 \text{ m. cúb.}$$

Es decir, que arrojará 28953 metros cúbicos de aire por hora.

Para calcular el esfuerzo con que las paletas tienden á separarse del rádio usarémos la fórmula correspondiente á la fuerza centrífuga *(pág. 71)*.

Ejemplo: Calcular la fuerza centrífuga correspondiente á la extremidad de una paleta suponiendo que su peso es de 2'5 kg.; el rádio 0'40 m., y el número de vueltas por minuto 1200.

La velocidad por segundo á la extremidad de la paleta será: $V=3{'}1416\times2\times r\times n\setminus 60$, que da:

$$V=3{'}1416\times2\times0{'}40\times1200\setminus60=50{'}265 \text{ m.}$$

Y de la fórmula $F = \frac{P \times V^2}{9'8 \times R}$ resulta: $F = \frac{2'5 \times (50'265)^2}{9'8 \times 0'40}$ $= 1611'333$ kg.

Esto es, cada paleta debe estar sujeta al brazo respectivo para resistir el esfuerzo de 1611 kg. 333 gramos.

Máquina soplante. En los altos hornos y en las fraguas se emplea con ventaja la máquina llamada soplante en lugar del ventilador, porque su potencia es mas considerable.

Esta máquina (fig. 49) se compone de un cilindro A con un émbolo *m* que ajusta perfectamente en su interior: dos válvulas *c e* que se abren de fuera adentro sirven para aspirar el aire cuando en el cilindro se hace el vacío: otras dos válvulas *d h* que se abren de dentro á fuera facilitan el paso al aire repelido hácia el tubo *b* para conducirlo al regulador *r* desde donde se distribuye por *s* á los puntos en que se hace necesario.

Cuando el émbolo sube se cierra la válvula *c* y el aire encerrado en A abre la válvula *d* y entra en el tubo *b* para pasar al depósito *r*: al propio tiempo se cierra la válvula *h* y el aire exterior entra por la válvula *e* á llenar el vacío que queda debajo del émbolo. Al bajar el émbolo se cierra la válvula *d* y por la *c* entra el aire exterior á ocupar el espacio A: al mismo tiempo se cierra la válvula *e* y el aire comprimido se abre paso en *h* para pasar al tubo *b*. Por este mecanismo, al subir el émbolo, el aire es repelido por *d* mientras entra aire nuevo por *e*; y al bajar el émbolo es repelido por *h* al mismo tiempo que entra en la parte superior por la válvula *c*. Es decir, que esta máquina es á doble efecto, porque tanto al subir como al bajar el

émbolo el aire exterior es aspirado y el interior repelido hácia el tubo *b*.

El agua contenida en el depósito *r* tiene comunicacion con la del exterior del mismo á fin de que con su peso regularice la tension del aire, haciendo que esta tension sea uniforme y quede señalada por la diferencia de nivel entre el interior y exterior.

El movimiento se comunica á esta máquina por medio de una rueda hidráulica ó de una máquina de vapor: en ambos casos el tirante del émbolo *m* se halla fijado en un extremo del balancin, y en el extremo opuesto hay otro tirante que recibe el movimiento alternativo ó de vaiven, directa ó indirectamente, del árbol de la rueda hidráulica ó del émbolo de un cilindro de vapor.

Cuando se trata de establecer una máquina soplante es preciso examinar la naturaleza del combustible que se haya de emplear y la calidad del mineral que deba confeccionarse. Porque, segun el combustible sea mas ó menos denso, deberá tener el aire mayor ó menor tension; y si el mineral es muy fusible gastará menos carbon, así como, si lo es poco, necesitará mas combustible. Estas circunstancias determinarán siempre la cantidad de aire que se necesita por hora y la tension á que debe conservarse, y de tales condiciones se deducirán las dimensiones de la máquina.

Si se da al cilindro A una altura igual á su diámetro, como generalmente sucede, y al émbolo *m* la velocidad media de un metro por segundo, se tendrá que la fórmula $E = 2'51328 \times r^2$ expresará la cantidad ó volúmen de aire arrojado en cada segundo; y el rádio que deba darse al cilindro para producir en un segundo la cantitad E de aire estará expresado por $r = \sqrt{\frac{E}{2'51328}}$ teniendo presente que el aire arrojado es los ocho décimos del absorbido.

Las aberturas de las válvulas de aspiracion *c e* deben estar comprendidas entre 7 y 8 centésimos de la seccion del cilindro, si las máquinas son pequeñas y la velocidad del émbolo por segundo es menor de un metro; pero en las máquinas grandes la abertura de dichas válvulas estará comprendida entre 10 y 11 centésimos de la misma seccion. Las válvulas *d h* deben ser los cuarenta y cinco milésimos de la seccion del cilindro, y los conductos los cinco centésimos.

En esta máquina la relacion del efecto útil al efecto motor es de 0‘55.

Se ha observado que el empleo del aire caliente produce grande economía, y por esto se acostumbra en muchos casos á calentarlo por medio de hornos adicionales y valiéndose de los conductos de la llama.

El volúmen de aire lanzado en cada golpe de émbolo equivaldrá á un cilindro que tenga por base el mismo émbolo y por altura el curso ó espacio que recorre en cada oscilacion; y suponiendo, como se ha indicado, que el curso es igual al diámetro del cilindro, se tendrá la fórmula: $V=3‘1416\times r^2\times 2r\times 0‘8$ en la cual se pone 0‘8 por ser el aire lanzado los ocho décimos del absorbido, en razon de que siempre escapa cierta cantidad. Practicando las operaciones y simplificando la fórmula se tiene:

$$V=5‘02656\times r^3.$$

Ejemplos: Hallar el volúmen de aire producido por una máquina soplante cuyo rádio es de 50 centímetros.

En un segundo dará: $V=2‘51328\times(0‘50)^2=0‘62832$m. c

En cada golpe de émbolo será:

$$V=5‘02656\times(0‘50)^3=0‘62832 \text{ metros cúbicos.}$$

Es decir, que en un segundo dará la misma cantidad de aire que en un golpe de émbolo; y debia resultar así, porque las fórmulas se han deducido suponiendo la velocidad del émbolo de un metro por segundo, y en este problema el rádio es de 50 centímetros, de que resulta el curso igual á un metro. De modo, que así corresponderia á razon de 30 golpes ú oscilaciones dobles por minuto.

Suponiendo que se necesitan 3000 metros cúbicos de aire por hora, se quiere saber, cuáles serán las dimensiones del cilindro y de las demás piezas de la máquina.

Si en una hora se necesitan 3000 metros cúbicos, en un segundo corresponderán $3000 \setminus 3600‘‘=0‘83333$ y el rádio del cilindro será:

$$r=\sqrt{\frac{V}{2‘51328}}=\sqrt{\frac{0‘83333}{2‘51328}}=0‘575 \text{ metros.}$$

El curso del émbolo dará: $2r=2\times 0‘575=1‘15$ m.

La superficie del émbolo valdrá: $3‘1416\times(0‘575)^2=1‘0387$ metros cuadrados.

Segun las relaciones dadas se determinarán los diámetros de las válvulas y de los tubos de conduccion, así como el número de golpes de émbolo por minuto y la velocidad, que no podrá exceder de un metro por segundo.

El aire se emplea como fuerza motriz, no solo en los molinos de viento, sí que tambien sirve de agente en los caminos de hierro llamados atmosféricos, y mediante un sistema regenerador es aplicado, por el capitan Erickson, como fuerza calentándolo para que obre por expansion, y enfriándolo, cuando ha servido, para emplearlo nuevamente.

Aquí terminamos las nociones de Mecánica que hemos considerado como indispensables para la inteligencia de las materias de que nos vamos á ocupar, y de cuyo conocimiento no debieran carecer las personas que se dedican á cualquier ramo de la industria.

TRABAJO MECÁNICO DE LAS FUERZAS.

Trabajar es vencer durante cierto tiempo las resistencias que de continuo se renuevan: así, arrastrar un peso, levantar un cuerpo, aserrar, limar, etc., es trabajar.

El trabajo mecánico es la accion de una fuerza sobre una resistencia que se le opone directamente, y que destruye de continuo haciendo recorrer un cierto espacio á su punto de aplicacion.

De esta definicion resulta, que el trabajo mecánico es un efecto complexo, pues participa del esfuerzo empleado y del espacio corrido por el punto sometido á su accion; y por esto se dice que es el producto de dos cantidades indispensables: la presion ó esfuerzo y la velocidad ó espacio recorrido. Es decir, que el trabajo aumentará ó disminuirá con la presion y con la velocidad.

Puede suceder que la presion ó esfuerzo empleado en vez de determinar el movimiento sea contrarestado por otras resistencias mas poderosas, por cuya accion quede el cuerpo en equilibrio: en este caso, el efecto producido se apreciará solamente por su peso y se valuará en kilógramos.

De esta distincion entre las fuerzas que determinan el movimiento y de las que no le determinan procede la division en *fuerzas vivas* y *fuerzas muertas*.

Todas las fuerzas motrices están comprendidas en la seccion de fuerzas vivas, y se medirán por el esfuerzo valuado en kilógramos y la velocidad expresada en metros.

Para apreciar el efecto útil ó el trabajo de las máquinas se toma por unidad de medida el esfuerzo capaz de sistema regenerador es aplicado, por el capitan Erickson, como fuerza calentándolo para que obre por expansion, y enfriándolo, cuando ha servido, para emplearlo nuevamente.

Aquí terminamos las nociones de Mecánica que hemos considerado como indispensables para la inteligencia de las materias de que nos vamos á ocupar, y de cuyo conocimiento no debieran carecer las personas que se dedican á cualquier ramo de la industria.

TRABAJO MECÁNICO DE LAS FUERZAS.

Trabajar es vencer durante cierto tiempo las resistencias que de continuo se renuevan: así, arrastrar un peso, levantar un cuerpo, aserrar, limar, etc., es trabajar.

El trabajo mecánico es la accion de una fuerza sobre una resistencia que se le opone directamente, y que destruye de continuo haciendo recorrer un cierto espacio á su punto de aplicacion.

De esta definicion resulta, que el trabajo mecánico es un efecto complexo, pues participa del esfuerzo empleado y del espacio corrido por el punto sometido á su accion; y por esto se dice que es el producto de dos cantidades indispensables: la presion ó esfuerzo y la velocidad ó espacio recorrido. Es decir, que el trabajo aumentará ó disminuirá con la presion y con la velocidad.

Puede suceder que la presion ó esfuerzo empleado en vez de determinar el movimiento sea contrarestado por otras resistencias mas poderosas, por cuya accion quede el cuerpo en equilibrio: en este caso, el efecto producido se apreciará solamente por su peso y se valuará en kilógramos.

De esta distincion entre las fuerzas que determinan el movimiento y de las que no le determinan procede la division en *fuerzas vivas* y *fuerzas muertas*.

Todas las fuerzas motrices están comprendidas en la seccion de fuerzas vivas, y se medirán por el esfuerzo valuado en kilógramos y la velocidad expresada en metros.

Para apreciar el efecto útil ó el trabajo de las máquinas se toma por unidad de medida el esfuerzo capaz de elevar un kilógramo á la altura de un metro en un segundo, y esta unidad resultante de la multiplicacion de un kilógramo por la velocidad de un metro se llama *kilográmetro*. Así, cuando en una máquina se aplica la fuerza ó presion de 26 kilógramos con una velocidad de 3 metros por segundo se dirá que su trabajo vale $26 \times 3 = 78$ kilográmetros. Es decir, que dicho trabajo equivale á 78 kilográmetros ó al esfuerzo necesario para elevar en un segundo 78 kilógramos á la altura de un metro.

Mediante esta unidad se podrá comparar el efecto útil de los motores y de toda clase de máquinas, haciendo entrar además el tiempo como una condicion indispensable para fijar la relacion del trabajo.

Cuando se trata de medir y comparar el trabajo mècánico en las máquinas ó motores de gran potencia, se usa de otra unidad llamada *caballo de fuerza* ó *caballo de vapor,* que equivale á 75 kilográmetros; esto es, al esfuerzo necesario para elevar, en un segundo, 75 kilógramos á la altura de un metro. Por esto, *cuando se tenga que apreciar la potencia de un motor ó de una máquina se hallará el trabajo en kilográmetros por segundo, y dividiendo el resultado por* 75 *se tendrá el número de caballos de fuerza.*

Ejemplo: Á una máquina se aplica el esfuerzo de 85 kg. haciendo mover el punto de aplicacion con una velocidad de 3 metros por segundo, y se pide el número de caballos de vapor á que corresponde su potencia.

El trabajo será: $85 \times 3 = 255$ kilográmetros. Partiendo por 75 resulta 255 km. $\diagdown$ $75 = 3'4$ caballos. Esto es, que la potencia aplicada á dicha máquina equivale á 3 caballos de vapor y 4 décimas de otro.

MOTORES. Llamamos motores á los agentes mecánicos que las fuerzas naturales ponen en movimiento y por cuyo

medio se ejecutan todos los trabajos de las artes mecánicas.

Los motores que generalmente se emplean en la industria se clasifican en animados é inanimados.

Los *motores animados* son los hombres y los animales, y los *inanimados* son los flúidos elásticos, los resortes, el aire, el agua y el vapor.

Debe hacerse distincion entre el motor y las causas naturales que le dan la calidad de tal, y sin las cuales no produciria ningun efecto. Así, los hombres y los animales sirven como motores en virtud de su fuerza muscular: el aire no se pone en movimiento sino cuando es rarificado por una causa cualquiera en algun punto de la atmósfera: el agua obra como motor en virtud de la gravedad que por la diferencia de nivel la pone en movimiento, y el vapor y los gases adquieren la propiedad de motores por la accion del calórico á que se les sujeta.

Debe observarse tambien, que el agua y el vapor obedecen á las leyes físicas, y por esto puede continuarse su accion por un tiempo ilimitado; pero los hombres y los animales están sujetos al cansancio despues de un cierto tiempo, y necesitan indispensablemente del reposo. Por esta razon se considera el *trabajo de jornal* siempre que se trata de motores animados, y se valúa multiplicando el esfuerzo empleado por la velocidad y por el tiempo que ha continuado la accion.

Existe un esfuerzo, una velocidad y una duracion que dan el mayor producto posible en los motores animados para el trabajo de jornal, y este se llama *trabajo máximo.*

Algunos sábios han aplicado al hombre y á los animales en distintas condiciones á diferentes clases de trabajo, y despues de muchísimos experimentos han calculado el promedio del trabajo producido, y han formado la siguiente tabla para apreciar el trabajo de jornal:

TABLA DE LA CANTIDAD DE TRABAJO QUE POR TÉRMINO MEDIO PUEDE PRODUCIR EL HOMBRE Y DEMÁS ANIMALES EN DISTINTAS CIRCUNSTANCIAS.

NATURALEZA DEL TRABAJO.	Peso ó esfuerzo ejercido.	Velocidad por segundo.	Trabajo por segundo.	Duracion del trabajo.	Trabajo de jornal ó diario.
	kilóg.	metr.	km.	horas.	kilográmetros.
Un hombre subiendo una escalera ó una rampa suave sin otra carga que el peso de su cuerpo. .	65	0'15	9'75	8	280,800
Un peon subiendo pesos tirando la cuerda de una polea fija. . . .	18	0'20	3'60	6	77,760
Un hombre levantando pesos con la mano.	20	0'17	3'40	6	73,440
Un hombre con un peso á las espaldas subiendo una rampa suave ó una escalera y volviendo sin carga.	65	0'04	2'60	6	56,160
Un hombre subiendo materiales en un carretoncillo de una rueda, en una rampa de $^1/_{12}$ y volviendo vacío.	60	0'02	1'20	10	43,200
Un peon elevando tierra con la pala á la altura de 1'60 m. por término medio.	2'7	0'40	1'08	10	38,880
SOBRE LAS MÁQUINAS.					
Un peon obrando en las clavijas de una rueda ó en la circunferencia de un tambor al nivel del eje. . .	60	0'15	9	8	259,200
Obrando hácia bajo de la rueda á 24°.	12	0'70	8'4	8	251,120
Un peon tirando ó empujando horizontalmente y andando.. . .	12	0'60	7'2	8	207,360
Un hombre obrando en un manubrio.	8	0'75	6	8	172,800
Un peon ejercitando, tirando y empujando en sentido vertical. .	5	1'1	5'5	8	153,400
Un caballo uncido á un carruaje ordinario y andando al paso. . .	70	0'9	63	10	2.168,000
Un caballo tirando en una noria ú otra máquina andando al paso un camino circular.	45	0'9	40'5	8	1.166,400
Id. id. andando al trote. .	30	2	60	4'5	972,400
Un buey id. id. andando al paso.	65	0'6	39	8	1.123,200
Un mulo id. id. andando al paso.	30	0'9	27	8	777,600
Un asno id. id. id..	14	0'8	11'2	8	334,080

En la precedente tabla se ve que un hombre aplicando su accion á la circunferencia de una rueda con clavijas ó de un tambor, al nivel del eje, hace recorrer 15 centímetros por segundo el punto de aplicacion, lo cual corresponde á 9 metros por minuto; y si se supone el diámetro de la rueda ó tambor de 2'5 m. la circunferencia será de $3'1416 \times 2'5 = 7'854$ m. Partiendo ahora el espacio 9 m. por el valor hallado de la circunferencia se tiene: $9 \setminus 7'854 = 1'146$ vueltas por minuto. Este resultado manifiesta, que un hombre en las circunstancias dichas puede producir una fuerza de 60 kilóg. haciendo dar á la rueda 1'146 vueltas por minuto.

El trabajo producido por segundo es de 60 kilóg. elevados ó trasladados á 15 centímetros, que equivale á 9 kilográmetros, ó á 32,400 km. por hora, y como serán 8 horas al dia las que podrá sostener ó continuar su accion, se sigue que el trabajo diario dará 259,200 km., como se desprende de la misma tabla.

Este es el resultado correspondiente al trabajo de un hombre cuando ha de continuar su accion todos los dias, pero cuando se trata de hacerle aplicar su fuerza momentáneamente en el manubrio de una cábria, de una grúa, cabrestante, etc., producirá un trabajo mucho mas considerable.

Para conocer á cuánto puede llegar el trabajo de un hombre en circunstancias dadas, se han repetido los experimentos en épocas y condiciones distintas, y se ha visto que en casos favorables un hombre ha producido durante 90 segundos á razon de 27 kilográmetros por segundo; y un irlandés de gran fuerza, pero con mucha dificultad, llegó á elevar en 132 segundos un peso de 1666'25 kg. á la altura de 5'03 m., que corresponde á 63'5 kilográmetros por segundo. Pero se concibe fácilmente que un hombre no puede desplegar tal potencia sino durante muy corto tiempo, porque, como semejante esfuerzo le ha de cansar mucho, tiene necesidad de acudir al descanso muy á menudo.

En la tabla se ha puesto el esfuerzo y la velocidad mas propias para seguir el trabajo diario ó de jornal, y no por esto es preciso ceñirse estrictamente á lo que previene, pues se puede aumentar la presion ó esfuerzo y disminuir la velocidad, si conviene, ó al contrario. En efecto, el trabajo se compone del producto de dos factores que son el esfuerzo y la velocidad, y siempre que aumente uno es preciso que disminuya el otro en la misma relacion, porque si un hombre ejerce en un manubrio el esfuerzo de 8 kg. con una velocidad de 75 centímetros, que equivale á 6 kilográmetros de trabajo por segundo; es claro que cuando se le obligue á aplicar mayor esfuerzo lo hará con una velocidad mucho menor: de modo que, si ejerce un esfuerzo de 24 kg., la velocidad podrá ser tan solo de 25 centímetros por segundo, en razon de que 6 km. \ 24 kg. = 0'25 m.

De esta observacion resulta, que cuando se quiere ganar en fuerza deberá disminuirse la velocidad, y al contrario si se trata de aumentar la velocidad de un motor animado solo podrá hacerse á expensas del esfuerzo ó presion, porque la cantidad de trabajo diario que podrá sostener no se separará por término medio de la que se indica en la última columna de la tabla.

El trabajo de los motores animados no consiste solamente en elevar pesos á cierta altura y en aplicar su accion en un manubrio, palanca, etc., para mover una máquina, sino que tambien debe considerarse otro género de trabajo que resulta del transporte horizontal de una carga. Estas dos clases de trabajo se distinguen perfectamente una de otra: en efecto, en el primer caso hemos tenido en consideracion el esfuerzo empleado y el espacio recorrido en cierto tiempo, cuyo producto nos ha servido de medida para valuarlo; pero en el segundo es preciso atender á otras muchas circunstancias, pues si suponemos que un hombre transporta materiales por medio de un carretoncillo, verémos que produce tres géneros de trabajo: 1.° el esfuerzo que hace para sostener los brazos del carreton á cierta altura, que no baja de 16 á 20 kg.; 2.° el esfuerzo tirando ó empujando para que marche, valuado en 3 kg. próximamente, ejercido sin cesar en el camino que recorre durante el dia, y 3.° el trabajo que resulta en razon de la masa transportada. Por esta causa se ha dado el nombre de *trabajo mecánico* ó *trabajo motor* al que realmente desarrolla este en un tiempo dado, y el de *trabajo útil* al que representa el efecto producido ó el transporte horizontal de la carga.

El transporte horizontal, respecto al del motor, es un trabajo mecánico interiormente desarrollado, de lo cual resulta un grado mayor ó menor de fatiga; pero como en la medida de este trabajo se pone el peso propio del cuerpo en vez de la resistencia que opone al movimiento, y esta resistencia puede reducirse tanto como se quiera, sin que el efecto útil disminuya, es evidente que no será lo mismo este trabajo útil que el trabajo mecánico que deberá emplearse para producirlo en ciertos casos si el cuerpo está colocado en un carro, en un barco, ó si se ha de arrastrar echado simplemente sobre una tabla.

Para medir el trabajo desarrollado por el transporte se toma por unidad el kilógramo trasladado á un metro de distancia, y por esto se halla multiplicando el peso de la carga en kilógramos por el número de metros del camino andado; porque la fatiga ó el trabajo desarrollado crecerá proporcionalmente al peso y á la distancia que recorra. Y se observa, que si las circunstancias del transporte, ó el estado del camino, ó la velocidad varian, sin cambiar el efecto útil, el trabajo mecánico ó el grado de fatiga que supone el transporte en cuestion puede ser muy diferente.

Los datos de la tabla que sigue, cuando se trata del trabajo correspondiente al transporte por medio de carros ó de carretoncillos, suponen el camino de una viabilidad ordinaria, y es claro que á igualdad de trabajo mecánico, el efecto útil aumentará en los caminos perfectamente unidos y disminuirá en los que se hallen en mal estado. En un terreno horizontal firme y unido ó en una calzada bien empedrada la fuerza del tiro, andando al paso, es de 0'04 de la carga comprendido el carro. Como la traccion crece con la velocidad en las calzadas empedradas, es por esto que en una de ellas, andando al trote, el tiraje será los 7 décimos de la carga. En terreno arenoso ó en un camino cubierto de guijarros será el octavo, ya andando al trote, ya al paso; y en un camino de hierro con carril saliente, el esfuerzo del tiraje variará de 10 á 12 milésimos de la total carga.

Cuando el camino se halla afirmado y conservado como de ordinario, el esfuerzo debe equivaler á los 0'08 de la carga, y si contiene carriles planos ó está cubierto con piedra dura y bien unida se reducirá á 0'01; pero si se halla en el mas perfecto estado de conservacion, y se untan continuamente los ejes, será de los 0'005 de la carga comprendido el carro, cuyo peso varía regularmente de ⅓ á ¼ de la carga total.

TABLA DEL EFECTO ÚTIL QUE PUEDE PRODUCIR EL HOMBRE Y LOS ANIMALES EN EL TRANSPORTE HORIZONTAL CONSIDERADO EN DIVERSAS CIRCUNSTANCIAS.

NATURALEZA DEL TRANSPORTE.	Peso transportado.	Velocidad ó camino andado por segundo.	Efecto útil expresado en kg. transportados á 1 metro.	Duracion del trabajo diario.	TRABAJO ÚTIL POR DIA.
	kilóg.	metros.		horas.	
Un hombre marchando por un camino horizontal sin carga alguna transportando solo el peso de su cuerpo.	65	1'5	97'5	10	3.510,000
Un peon transportando materiales en un carreton pequeño de dos ruedas y volviendo vacío.	100	0'50	50	10	1.800,000
Un peon transportando materiales en un carretoncillo de una rueda y volviendo vacío..	60	0'50	30	10	1.030,000
Un hombre viajando y llevando un fardo á las espaldas.	40	0'75	30	7	756,000
Un peon transportando materiales en sus espaldas y volviendo sin nada para nueva carga..	65	0'50	32'5	6	702,000
Un peon transportando un peso en unas angarillas y volviendo sin nada á buscar nueva carga..	50	0'33	16'5	10	594,000
Un caballo transportando materiales en una carreta ó carro, marchando al paso y siempre cargado.	700	1'10	770	10	27.720,000
Un caballo uncido á un carruaje y marchando al trote continuamente cargado.. . .	350	2'20	770	4'5	12.474,000
Un caballo transportando efectos en un carro ó carreta y volviendo vacío para nueva carga..	700	0'60	420	10	15.120,000
Un caballo cargado y andando al paso.	120	1'10	132	10	4.752,000
Un caballo cargado y andando al trote..	80	2'20	176	7	4.435,000
Un hombre tirando un cabo.	»	»	»	»	500.000,000
Un caballo tirando un cabo.	»	»	»	»	1,200.000,000

Trabajo de la inercia y su medida. La inercia, segun se dijo al principio, es la indiferencia de la materia para el reposo ó movimiento. Pero cuando un cuerpo está en reposo se necesita de una fuerza para ponerlo en movimiento, y si se halla en movimiento es preciso aplicar otra fuerza para reducirle al reposo; pues un cuerpo en movimiento ó en reposo tiende á permanecer constantemente en su estado hasta que una nueva fuerza le obliga á cambiarlo. De aquí resulta, que cuando se trata de imprimir el movimiento, impedirlo ó variarlo, el cuerpo opone una resistencia igual á la fuerza aplicada, porque es un axioma reconocido en mecánica de que *la accion es siempre igual y contraria á la reaccion.* Esta fuerza que se opone al cambio de estado de la materia es una resistencia que tambien se llama *inercia.*

Esta fuerza es inherente á la materia y se nota por el esfuerzo que debe hacer un caballo en el primer instante, para poner en movimiento la carga, que despues vence fácilmente: asimismo, si al hallarse en movimiento la carga el caballo quiere detenerse, no puede hacerlo instantáneamente, pues ha de aplicar otra fuerza para vencer la tendencia que tiene aquella á permanecer en el estado de moverse.

Se sabe que las fuerzas son entre sí como las velocidades que imprimen á los cuerpos en igual tiempo, y de aquí resulta que la fuerza que pone una masa en movimiento, esto es, la fuerza necesaria para vencer la inercia de una masa se mide por el producto de esta masa por la velocidad que se le ha imprimido al fin de un segundo.

El trabajo de la inercia crece como el cuadrado de la velocidad que se trata de imprimir á la carga, y está ex-

presado en la fórmula: $I=\dfrac{P\times V^2}{2\times g}$, ó $I=\dfrac{P\times V^2}{19'6}$ en la cual

I representa el trabajo necesario para vencer la inercia; P el peso de la carga, y V la velocidad que se le ha de imprimir en el primer segundo. Esta fórmula nos da la siguiente regla general: *Para hallar el trabajo correspondiente á la inercia de una masa se multiplicará su peso por el cuadrado de la velocidad que se le ha de imprimir, y se dividirá el producto por* 19'6.

Ejemplos: Calcular el trabajo necesario para poner en movimiento un carro cargado, cuyo peso total es de 5000 kilógramos, comunicándole una velocidad de 2 metros por segundo.

Por la fórmula tendrémos: $I=\dfrac{5000\times(2)^2}{19'6}=1020'408\text{km.}$

De modo, que será menester un trabajo de 1020 kilográmetros con 408 milésimos para vencer la inercia en los primeros instantes. Pero como un caballo en su tirar ordinario hace 70 km. por segundo, se sigue, que serian menester 15 caballos para poner aquella masa en movimiento, y comunicarle desde luego la velocidad de dos metros, que corresponde al trote del animal.

Si se quisiese que los caballos marcharan al galope con una velocidad de 4 m. por segundo, el trabajo seria cuádruplo del que acabamos de hallar por ser la velocidad doble.

Averiguar cuál es el trabajo necesario para vencer la inercia de un fardo que, ya sea por medio de una máquina ó directamente, se tiene que elevar con una velocidad de 0'3 m. por segundo, siendo su peso de 4000 kg.

La fórmula dará : $I = \dfrac{4000 \times (0'3)^2}{19'6} = 18'37$ kilográm.

Es decir, que para vencer simplemente la inercia será menester un trabajo de 18 kilográmetros y 37 centésimos próximamente.

Hallar el trabajo que corresponde á la inercia de una carga de 3000 kg. con una velocidad de 1 metro por segundo.

Por la fórmula tendrémos: $I = \dfrac{3000 \times 1^2}{19'6} = 153'06$ km.

que á 70 km. por caballo resultará $153'06 \diagdown 70 = 2'186$ c.

Por manera, que para poner la carga en movimiento con la velocidad de un metro seria menester uncir tres caballos al carro, pues el resultado obtenido excede de dos.

Fuerza viva. Llámase fuerza viva de un cuerpo en movimiento al producto de su masa por el cuadrado de su velocidad. La fuerza viva es siempre el resultado de la accion de una fuerza motriz, y por esto solo conviene á los cuerpos en movimiento.

La expresion general de la fuerza viva será $M \times V^2$ representando por M la masa y por V la velocidad del cuerpo que se mueve.

La fuerza viva es el doble del trabajo desarrollado por la pesantez. En efecto, si un cuerpo de un peso P cae de la altura a, su velocidad final será $v = \sqrt{2ga}$, de donde sale $a = v^2 \diagdown 2g$. Pero como el trabajo de la pesantez está expresado por el peso P multiplicado por la altura a de que ha

caido, se podrá poner en vez de a su valor $v^2 \diagdown 2g$, y tendrémos que la expresion del trabajo desarrollado será $P \times v^2 \diagdown 2g$. Sustituyendo ahora en lugar de P su valor Mg, y simplificando ó suprimiendo la g, será : Trabajo de la pesantez $= Mv^2 \diagdown 2$: es decir, la fuerza viva dividida por 2. Luego, *el trabajo desarrollado por la pesantez es la mitad de la fuerza viva.*

Debe observarse que la fuerza viva representada por el producto $M \times V^2$ no es una fuerza propiamente dicha sino una expresion convencional para designar el efecto dinámico producido por una fuerza motriz ; pero segun lo demostrado antes debe considerarse como de la misma naturaleza que la que hemos llamado trabajo, pues equivale al doble del trabajo desarrollado por la fuerza motriz propuesta.

El producto de la masa por la velocidad es lo que se llama cantidad de movimiento, y como la fuerza viva viene expresada por la masa multiplicada por el cuadrado de la velocidad, se sigue que estas dos expresiones no representan una misma cosa, y la cantidad de movimiento que ha servido para medir una fuerza motriz será muy diferente de la fuerza viva y del trabajo que hemos dado á conocer.

Fuerza muerta. La fuerza muerta es la que obra tan solo por la presion, y se expresa su efecto en kilógramos. De esta definicion resulta que la fuerza muerta debe ser mirada como de distinta naturaleza que la fuerza viva, y por esto no son susceptibles dichas dos fuerzas de ser medidas con la misma unidad.

Las fuerzas muertas que solo obran por presion son infinitamente menores con relacion á las fuerzas vivas en que la velocidad ejerce una influencia verdaderamente notable. En efecto, un golpe de martillo introduce fácilmente el clavo, mientras que un peso considerable privado de movimiento y obrando solo por su peso sobre la cabeza del clavo, no producirá efecto sensible para lograr su introduccion.

El golpe de martillo es una fuerza finita que se podrá valuar por el producto de la masa por su velocidad, y el peso destituido de movimiento es una fuerza infinitamente pequeña que equivale á una masa finita multiplicada por una velocidad nula ó infinitamente reducida.

Si se quiere determinar el peso necesario para hacer un hundimiento de una magnitud e y representamos por E el espacio ó altura de donde baja el martillo ó cuerpo chocante que debe producirlo, y por p el peso del mismo, tendrémos el trabajo $p\ (E+e)$, cuya expresion deberá ser igual al peso que se busca x multiplicado por la porcion hundida e, y será:

$$x \times e = p \times (E+e), \text{ que despejando } x, \text{ resulta: } x = \frac{p \times (E+e)}{e}$$

Ejemplo: Calcular el peso necesario para producir un hundimiento de 3 centímetros suponiendo que el peso de 240 kg. cayendo de la altura de 2 metros lo produjo.

Segun la fórmula tendrémos: $x = \dfrac{240 \times (2+0'03)}{0'03} =$ 16,240 kilógramos.

De modo, que para producir el mismo hundimiento sin ninguna velocidad serán menester 16,240 kg. esto es, un peso cerca de 68 veces mayor.

Es preciso observar que los motores solo obran por presiones cuya continuidad produce velocidades finitas, y aunque el tiempo que transcurre entre el primer acto de

una presion y aquel en que la máquina entra en accion es muy pequeño, no obstante debe considerarse como real y asignable. Si un hombre coge el manubrio para poner en movimiento una máquina, no le da el que debe conservar sino despues de haber pasado por todos los grados de velocidad empezando por cero: el esfuerzo es mayor cuando empieza, y va disminuyendo á medida que crece la velocidad hasta que el movimiento es uniforme bajo una presion y velocidad constante. El agua que mueve una rueda hidráulica determina el movimiento poco á poco, y le comunica cierta cantidad de fuerza viva. Del mismo modo, el émbolo de una bomba ó del cilindro en la máquina de vapor, y generalmente en todos los casos en que los cuerpos ceden á la presion; esta es comparable á un peso, si es destruida; y es una fuerza viva cuando sobrepuja el obstáculo, porque cada presion parcial engendra una velocidad pequeña, y juntándose todas estas velocidades adquieren un valor determinado.

Siempre que un cuerpo está en movimiento y se le quiere hacer pasar de una velocidad á otra mayor ó menor es preciso emplear una cantidad de trabajo equivalente á la mitad de la fuerza viva adquirida ó destruida. De donde se deduce, que para la transmision del trabajo deberá tenerse presente el siguiente principio general: *El trabajo necesario para acelerar ó destruir en parte el movimiento de una máquina será siempre igual á la mitad de la fuerza viva adquirida ó destruida.*

Por este principio general, que llaman de las fuerzas vivas, se deja conocer que cuando una máquina ó un cuerpo marchan con movimiento uniforme, el trabajo de la potencia debe ser perfectamente igual al de las resistencias, porque, á no ser así, el exceso de trabajo en la potencia aceleraria el movimiento de la máquina, y si excediese el de las resistencias, se iria retardando. Pero como, si el trabajo de la potencia es igual al de las resistencias, hay necesariamente equilibrio, cuando no ha empezado el movimiento, y no se continúa este en virtud de la inercia de las masas, se deduce, que cuando el movimiento de una máquina es uniforme la potencia y las resistencias tienen valores tales que producirian equilibrio si la máquina estuviese en reposo. Por esto se llama *equibrio dinámico* al que corresponde á las máquinas en movimiento, y *equilibrio estático* al que produce el reposo absoluto.

La inercia sirve á veces para transformar el trabajo en fuerza viva y la fuerza viva en trabajo: en efecto, el trabajo de una fuerza para determinar el movimiento de una masa se acumula en esta y podrá á su tiempo comunicar movimiento á otros cuerpos y vencer otras resistencias. Por manera, que la inercia puede considerarse como un receptor de un trabajo que en seguida restituye.

En la industria se ofrecen muchas circunstancias en que estas transformaciones sucesivas tienen lugar por medio de los útiles y máquinas: en efecto, el vapor en la caldera representa una cantidad de accion ó de trabajo disponible que cambia en fuerza viva luego que se le facilita paso para el cilindro, en donde esta misma fuerza viva, en virtud de la elasticidad del vapor, se transforma en cierta cantidad de trabajo cuando obra contra el émbolo y este transmite su accion á las máquinas del taller ó fábrica.

ROZAMIENTO.

El rozamiento es la fuerza necesaria pora vencer la resistencia que oponen los cuerpos en contacto cuando ha de resbalar ó deslizar el uno sobre el otro.

Esta resistencia proviene de que al colocar un cuerpo

sobre otro, las partes salientes del primero engranan en las entrantes del segundo, y si se quiere que el uno resbale sobre el otro, es preciso desprender estas desigualdades ó romperlas: á este rompimiento resistirán mas ó menos segun tengan mayor ó menor cohesion ó coherencia las partes de un mismo cuerpo y segun penetren mas las partes salientes del uno en las entrantes del otro en razon de la naturaleza de las superficies y de la presion que ejerce la una sobre la otra.

El rozamiento ó fraccion puede ser de dos maneras: 1.ª cuando un cuerpo resbala sobre otro; y 2.ª cuando una superficie rueda sobre otra: la primera se llama *rozamiento por friccion ó frotacion,* y la segunda *rozamiento por rotacion,* y se deja conocer que este será siempre mucho menor que aquel, porque el movimiento de rotacion contribuye bastante á desprender las partes entrantes de las salientes.

El rozamiento debe considerarse como una *fuerza pasiva* por ser incapaz de producir el movimiento; pero cuando se trate en general del equilibrio y movimiento de los cuerpos debe atenderse á la resistencia que opone, en cuya virtud destruye en parte el efecto de otras fuerzas.

De todos los cálculos y experiencias que se han hecho para determinar en distintas circunstancias el rozamiento de dos cuerpos en contacto, se han deducido los siguientes principios generales:

1.° *El rozamiento que experimenta un cuerpo al resbalar sobre otro es independiente de la extension de las superficies en contacto.* Porque, si la extension de las superficies aumenta ó disminuye, sin que cambie la presion, la resistencia total será la misma; pues creciendo la superficie disminuirá la presion en cada molécula, por quedar se el de las resistencias, se iria retardando. Pero como, si el trabajo de la potencia es igual al de las resistencias, hay necesariamente equilibrio, cuando no ha empezado el movimiento, y no se continúa este en virtud de la inercia de las masas, se deduce, que cuando el movimiento de una máquina es uniforme la potencia y las resistencias tienen valores tales que producirian equilibrio si la máquina estuviese en reposo. Por esto se llama *equibrio dinámico* al que corresponde á las máquinas en movimiento, y *equilibrio estático* al que produce el reposo absoluto.

La inercia sirve á veces para transformar el trabajo en fuerza viva y la fuerza viva en trabajo: en efecto, el trabajo de una fuerza para determinar el movimiento de una masa se acumula en esta y podrá á su tiempo comunicar movimiento á otros cuerpos y vencer otras resistencias. Por manera, que la inercia puede considerarse como un receptor de un trabajo que en seguida restituye.

En la industria se ofrecen muchas circunstancias en que estas transformaciones sucesivas tienen lugar por medio de los útiles y máquinas: en efecto, el vapor en la caldera representa una cantidad de accion ó de trabajo disponible que cambia en fuerza viva luego que se le facilita paso para el cilindro, en donde esta misma fuerza viva, en virtud de la elasticidad del vapor, se transforma en cierta cantidad de trabajo cuando obra contra el émbolo y este transmite su accion á las máquinas del taller ó fábrica.

ROZAMIENTO.

El rozamiento es la fuerza necesaria pora vencer la resistencia que oponen los cuerpos en contacto cuando ha de resbalar ó deslizar el uno sobre el otro.

Esta resistencia proviene de que al colocar un cuerpo

sobre otro, las partes salientes del primero engranan en las entrantes del segundo, y si se quiere que el uno resbale sobre el otro, es preciso desprender estas desigualdades ó romperlas: á este rompimiento resistirán mas ó menos segun tengan mayor ó menor cohesion ó coherencia las partes de un mismo cuerpo y segun penetren mas las partes salientes del uno en las entrantes del otro en razon de la naturaleza de las superficies y de la presion que ejerce la una sobre la otra.

El rozamiento ó fraccion puede ser de dos maneras: 1.ª cuando un cuerpo resbala sobre otro; y 2.ª cuando una superficie rueda sobre otra: la primera se llama *rozamiento por friccion ó frotacion,* y la segunda *rozamiento por rotacion,* y se deja conocer que este será siempre mucho menor que aquel, porque el movimiento de rotacion contribuye bastante á desprender las partes entrantes de las salientes.

El rozamiento debe considerarse como una *fuerza pasiva* por ser incapaz de producir el movimiento; pero cuando se trate en general del equilibrio y movimiento de los cuerpos debe atenderse á la resistencia que opone, en cuya virtud destruye en parte el efecto de otras fuerzas.

De todos los cálculos y experiencias que se han hecho para determinar en distintas circunstancias el rozamiento de dos cuerpos en contacto, se han deducido los siguientes principios generales:

1.° *El rozamiento que experimenta un cuerpo al resbalar sobre otro es independiente de la extension de las superficies en contacto.* Porque, si la extension de las superficies aumenta ó disminuye, sin que cambie la presion, la resistencia total será la misma; pues creciendo la superficie disminuirá la presion en cada molécula, por quedar repartida entre el mayor número de estas en contacto; y al revés si disminuye.

2.° *El rozamiento es proporcional á la presion que el un cuerpo ejerce sobre el otro.* Porque, aumentando la presion sin cambiar la extension de la superficie en contacto, resulta que las partes salientes del uno penetran con mayor fuerza en las entrantes del otro, y la resistencia ofrecida al rompimiento lateral de dichas partes debe ser proporcionalmente mayor.

3.° *Si las superficies en contacto son de igual naturaleza el rozamiento sera mayor, y disminuirá notablemente cuando sean heterogéneas las superficies.* Porque en las superficies de igual naturaleza las partes salientes engranan perfectamente con las entrantes, en razon de su homogeneidad y de su igualdad natural.

Además, la intensidad del rozamiento depende de varias circunstancias que deben ser atendidas convenientemente para determinar su verdadero valor, tales son: el grado de pulimento en las superficies; la humedad de la atmósfera; la temperatura; la afinidad de las sustancias; la cohesion de sus partes; la velocidad del movimiento; el tiempo que las superficies han permanecido en contacto, y la calidad del unto que se use para endulzar ó disminuir la fuerza del rozamiento.

Como todas las circunstancias que se acaban de indicar no pueden ser comprendidas por el cálculo, en razon de no estar sujetas á él, se ha recurrido á la práctica, y por una série de experimentos se ha determinado la fuerza necesaria para vencer el rozamiento á una presion conocida, y el promedio de los resultados obtenidos por varios físicos ha dado á conocer la relacion del rozamiento á la presion, que se continúa en la siguiente tabla:

TABLA DE LOS COEFICIENTES QUE EXPRESAN LA RELACION DEL ROZAMIENTO Á LA PRESION EN LAS SUPERFICIES QUE RESBALAN UNA SOBRE OTRA, PARA CUANDO ESTÁN EN MOVIMIENTO Y PARA DESPUES QUE HAN PERMANECIDO ALGUN TIEMPO EN CONTACTO.

CLASIFICACION DE LAS SUPERFICIES EN CONTACTO.	Despues de algun tiempo de contacto.	Cuando están en movimiento una sobre otra.
Encina sobre encina, fibras paralelas, sin unto.	0'60	0'48
Id. id. id. cruzadas, id.	0'54	0'34
Id. id. id. paralelas, jabon seco.	0'44	0'16
Id. id. id. cruzadas, mojadas de agua.	0'71	0'25
Id. id. id. paralelas, sebo ó grasa.	0'08	0'04
Id. sobre haya ó guayaco, sin unto.	0'52	0'35
Hierro forjado ó colado sobre encina, sin unto.	0'62	0'50
Id. id. id. con sebo ó grasa.	0'62	0'20
Id. id. id. mojado de agua.	0'65	0'26
Id. colado ó forjado sobre hierro colado, sin unto.	0'16	0'10
Id. id. id. con aceite ó grasa.	0'12	0'08
Hierro colado, hierro forjado, encina, olmo, guayaco, bronce, resbalando uno sobre otro, con sebo, grasa, aceite, etc.	0'15	0'10
Correa sobre polea de hierro colado bien pulida, sin unto.	0'28	0'25
Correa sobre polea de hierro colado en bruto, sin unto.	0'54	0'54
Correa sobre un tambor de encina, sin unto.	0'47	0'27
Cuero de buey para el émbolo sobre hierro colado, mojado de agua.	0'62	0'36
Cuero de buey para el émbolo sobre hierro colado, con aceite ó sebo.	0'15	0'12
Cuerda de cáñamo sobre encina, sin unto.	0'80	0'52

Esta tabla en sus dos columnas de la derecha da los coeficientes del rozamiento ó frotamiento para las materias que se indican independientemente de la extension de las superficies en contacto. En la última columna se hallan los coeficientes para cuando las superficies están en movimiento, y en la anterior para cuando empieza, esto es, para cuando las superficies han permanecido en contacto por algun tiempo.

Conocida la presion que ejerce un cuerpo sobre otro, se hallará el esfuerzo necesario para vencer el rozamiento multiplicando el peso ó presion por el coeficiente respectivo de la tabla, y si se quiere determinar el trabajo debido al rozamiento, se multiplicará el esfuerzo hallado por la velocidad del cuerpo por segundo.

Ejemplos: Hallar el esfuerzo necesario para vencer el rozamiento de una tabla de encina que ha de resbalar en unas ranuras de la misma materia sufriendo una presion por el agua, cuyo paso impide, de 400 kilógramos.

El coeficiente para la encina sobre encina mojada de agua despues de algun tiempo de contacto es 0'71 y el que corresponde para cuando está en movimiento es 0'25. Luego se tendrá, que el esfuerzo al principiar el movimiento estará expresado por $400 \times 0'71 = 284$ kg., y cuando este haya comenzado será $400 \times 0'25 = 100$ kg. Es decir, que para vencer el rozamiento será preciso emplear un esfuerzo de 284 kg. al principio, y solo de 100 kg. mientras dure el movimiento.

Suponiendo que la velocidad fuese de 0'30 resultaria para el principio $284 \times 0'30 = 85'2$ kilográmetros de trabajo, y para cuando hubiese empezado el movimiento $100 \times 0'30 = 30$ kilográmetros.

Determinar el trabajo absorbido por el frotamiento de un bastidor horizontal de hierro colado, contra un canal del mismo metal, suponiendo su peso de 65 kg. y que en un minuto recorre 120 veces un curso de 0'75 metros, y que el unto es de aceite ó grasa.

El coeficiente que corresponde al hierro colado sobre el mismo, segun la tabla es de 0'12 despues de algun tiempo de contacto, y 0'08 durante el movimiento, y se tendrá para empezar la marcha que el esfuerzo será $65 \times 0'12 = 7'8$ kg. y durante el movimiento $65 \times 0'08 = 5'2$ kg.

Para hallar la cantidad de trabajo se determina la velocidad del bastidor, que es $0'75 \times 120 \setminus 60 = 1'5$ m. Es decir, que la velocidad por segundo corresponderá á 1'5 metros y para el trabajo dará $5'2 \times 1'5 = 7'8$ kilográmetros mientras dure el movimiento, siendo al principiar de $7'8 \times 1'5 = 11'7$ kilográmetros.

Rozamiento de los muñones con sus apoyos. Los árboles ó ejes destinados á la transmision del movimiento en que se hallan montadas las ruedas, tambores, etc., son de seccion circular ó poligonal, y están provistos de trecho en trecho, y en sus extremos, de unas partes cilíndricas de menor diámetro, que constituyen los muñones *(tourillons)*, los cuales ensamblan ó descansan sobre apoyos en forma de cilindros huecos que se llaman apoyos ó cojinetes *(coussinets)*. Cuando la máquina está en marcha el rozamiento de los muñones con los apoyos absorbe una parte del trabajo transmitido, y por esto se han determinado por repetidas experiencias los coeficientes que proporcionan la relacion del frotamiento á la presion en este caso particular del rozamiento por rotacion.

El rozamiento por rotacion es menor que el de frotacion, como se ha indicado antes, y disminuye de un modo notable con la clase de unto que se emplea y renovándolo sin cesar. Por esta razon damos la siguiente tabla, que servirá para calcular la pérdida de trabajo en los casos que ocurren con mas frecuencia en la práctica.

TABLA DE LOS COEFICIENTES QUE DAN LA RELACION DEL ROZAMIENTO Á LA PRESION DE LOS MUÑONES Ó EJES CON SUS APOYOS Ó COJINETES.

	Si el unto se renueva como de ordinario.	Si el unto es sin cesar renovado.
Muñones de hierro forjado sobre cojinetes de bronce, con unto de aceite, grasa, sebo, etc.	0'075	0'054
Id. de bronce sobre bronce, con id.	0'097	0'078
Id. de id. sobre hierro colado, con id. . . .	0'070	0'048
Id. de hierro forjado sobre hierro colado, con id.	0'075	0'054
Id. de id. sobre guayaco, con id.. .	0'125	0'095
Id. de hierro colado sobre hierro colado, con id.	0'075	0'054
Id. id. id. sobre bronce, con id. . .	0'075	0'054
Id. id. id. sobre guayaco, con id.. .	0'100	0'090
Id. id. id. sobre hierro colado ó forjado mojado en agua, con id.	0'140	»

Para calcular la pérdida de trabajo ocasionada por el rozamiento de los muñones en sus apoyos se multiplicará la carga ó presion real por el coeficiente de la tabla y el resultado por la velocidad.

Ejemplos: 1.° Hallar el trabajo absorbido por los muñones de un volante que da 30 vueltas por minuto, cuyo peso es de 5000 kg., sus muñones de hierro forjado tienen 0'15 m. de diámetro, los cojinetes son de bronce y el unto es renovado sin cesar.

El coeficiente del rozamiento es, segun la tabla anterior, 0'054, y el rozamiento debido á la presion dará $5000 \times 0'054 = 270$ kg.

La velocidad por segundo á la circunferencia del muñon será $3'1416 \times 0'15 \times 30 \diagdown 60 = 0'23562$ metros.

El trabajo absorbido por el frotamiento $= 270 \times 0'23562 = 63'6174$ kilográmetros. Es decir, de 63 ½ kilográmetros próximamente.

2.° Determinar el trabajo absorbido por el frotamiento de los muñones en una rueda hidráulica que pesa 35,000 kg., da 5 vueltas por minuto, gira en muñones de hierro colado de 0'14 m. de diámetro sobre apoyos del mismo metal, y el unto es renovado como de ordinario.

El coeficiente que corresponde al hierro colado mojado en agua es segun la tabla 0'140, y el rozamiento debido á la presion será $= 35000 \times 0'140 = 4900$ kg.

La velocidad á la circunferencia del muñon $= 3'1416 \times 0'14 \times 5 \diagdown 60 = 0'036652$ m.

El trabajo absorbido dará $4900 \times 0'036652 = 179'59$ kilográmetros; esto es, 179 kilográmetros 59 centésimos próximamente.

Rozamiento del espigon contra la rangua. Los ejes y árboles verticales terminan en su parte inferior por una espiga cilíndrica llamada quicio ó espigon *(pivot)*, la cual descansa y gira en el hueco de otra pieza que se llama rangua *(crapaudine)*, y su rozamiento absorbe naturalmente una parte del trabajo.

El trabajo absorbido en cada revolucion del eje se hallará por la fórmula $T = c \times P \times \frac{4}{3} \times \pi \times r$, porque el rozamiento total del quicio debe considerarse concentrado en la circunferencia de círculo descrita á los dos tercios de su rádio. Pero sustituyendo el valor 3'1416 en lugar de π y simplificando lo posible con el quebrado $\frac{4}{3}$, la fórmula se reduce á $T = 4'1888 \times P \times r \times c$, siendo T el trabajo en kilográmetros, P el peso ó presion en kilóg., r el rádio en metros y c el coeficiente del rozamiento por frotacion.

Ejemplo: Hallar la pérdida de trabajo correspondiente á cada revolucion de un eje vertical sometido á una presion de 2500 kg., cuyo quicio de hierro forjado tiene 3 centímetros de rádio y descansa en una rangua de bronce.

El coeficiente de frotacion para este caso es segun la tabla *(pág.* 139) de 0'10, y la fórmula dará:

$$T=4'1888\times2500\times0'03\times0'10=31'416 \text{ kilográmets.}$$

De modo, que en cada revolucion del eje ó árbol vertical se pierde un trabajo expresado por 31 kilográmetros 416 milésimos de otro.

Si se supone que el árbol da 50 revoluciones por minuto y se quiere determinar el trabajo absorbido por segundo, multiplíquese el resultado hallado por 50 y divídase el producto por 60, y tendrémos:

$$\text{Trabajo por segundo}=31'416\times50\setminus60=26'18 \text{ km.}$$

Pero si representamos por *n* el número de vueltas que da el eje por minuto, y modificamos la fórmula con el fin de obtener desde luego el trabajo absorbido por segundo, hechas las simplificaciones convenientes resultará:

$$T=0'06981\times P\times r\times n\times c.$$

Esta fórmula dará inmediatamente el trabajo absorbido en un segundo por el rozamiento de un quicio ó espigon de rádio *r*, sometido á una presion P y dando *n* vueltas por minuto.

En las fórmulas anteriores se ve que el rádio entra como factor, y por esto se dice que cuanto mayor es el rádio de un espigon tanto mayor es el rozamiento y en consecuencia el trabajo perdido. Por esto es ventajoso disminuir el rádio del espigon en cuanto sea posible, cuyo límite indicará la condicion de solidez ó resistencia del mismo. Á este objeto se termina generalmente el espigon en forma cónica ó esférica, y en este caso para calcular el rozamiento

debe tomarse por *r* el rádio del círculo en que se verifica el contacto.

Cuando el eje está fijo y no forma cuerpo con la rueda, como sucede en los carruajes, el rádio del rozamiento es siempre mayor, porque en tal caso no debe considerarse el del eje ó muñon, sino el que corresponde al ojo de la rueda en que entra. De cuya observacion resulta, que la ventaja está en favor de los ejes fijos en las ruedas.

Hemos visto que la longitud del muñon ó del quicio no entra para nada en las fórmulas propuestas, y esto nos dice que cualquiera que sea dicha longitud el roce ó frotamiento no varía.

Cuando un eje está sujeto á oscilaciones de corta extension, como en la balanza y en otras máquinas, se le da la forma de una cuña cuyo corte descansa sobre apoyos de acero ó ágata, y en tal disposicion el rozamiento viene á ser cási nulo.

Los émbolos ejercen su tanto de rozamiento en el interior del cilindro ó del cuerpo de bomba, y por esto ponemos á continuacion una fórmula que da á conocer la resistencia del rozamiento en kilógramos, producido por un émbolo contra las paredes del cilindro en que se mueve. Pero debe observarse que la resistencia debida al rozamiento depende naturalmente del grado de bruñidez del cilindro, y cualquiera que sea la materia con que se cubra el émbolo, aquella resistencia será proporcional á su diámetro y á la carga ó presion que sufra, y la fórmula será: $R=d\times p\times c$ en la que R representa la resistencia del rozamiento en kilógramos, *d* el diámetro del émbolo en metros, *p* la carga ó presion que sufre, y *c* un coeficiente variable segun la materia y el grado de bruñidez del cilindro. Los valores del coeficiente *c* son como sigue:

Para los cilindros de cobre ó laton bien bruñidos	7 kg.
Para los de hierro colado poco pulidos. . . .	15 »
Para los de madera bien lisa.	25 »
Para los de madera gastada por el uso. . . .	50 »

En el cálculo de las máquinas no siempre debe tenerse en cuenta el rozamiento de los dientes, pues en algunos casos se reduce cási á la nulidad. Si los rádios de dos ruedas que engranan son próximamente iguales, la parte curva de los dientes de la primera es cási igual al flanco ó parte recta de los de la segunda, y estas dos partes ruedan la una sobre la otra sin resbalar en ningun caso, y por esto el rozamiento que ofrecen es el de rotacion que por ser muy poco sensible puede prescindirse de él. Al contrario, si se trata de las alas que levantan un gran martillo, martinete ó pilon, entonces el rozamiento es mas considerable, en razon de que un punto del ala de la rueda resbala en una extension mas ó menos grande de la parte que hace subir ó bajar.

Entre los dos casos que acabamos de considerar hay muchos otros intermedios en que los dientes de una rueda contra los de la otra participan mas ó menos del rozamiento por frotacion ó por rotacion, segun el diámetro de la rueda conducida, sea mayor ó menor que el de la que conduce.

El frotamiento de los dientes no podrá considerarse, por lo que se acaba de indicar, como el de las superficies planas ni como el de los ejes, y para calcularlo se podrá emplear la siguiente fórmula:

$$T = c \times \pi \times p \times \frac{n + n'}{n \times n'} \times v$$

en la cual T expresa el trabajo debido al rozamiento de

los dientes de dos ruedas en kilográmetros, c el coeficiente de frotacion, p la fuerza transmitida en kilógramos, n y n' el número de los dientes de las dos ruedas, y v la velocidad comun á ellas.

Ejemplo: Hallar el trabajo absorbido por el rozamiento de una rueda y un piñon de hierro colado con el unto conveniente, transmitiendo un esfuerzo de 240 kg. con una velocidad de 2'10 m. por segundo, y siendo 180 los dientes de la rueda y 45 los del piñon. Sustituyendo en la fórmula se tendrá:

$$T = 0'08 \times 3'1416 \times 240 \times \frac{180 + 45}{180 \times 45} \times 2'10 = 3'518 \text{km.}$$

Es decir, que el trabajo absorbido será de 3 kilográmetros y 518 milésimos.

Cuando dos superficies giran ó ruedan la una sobre la otra, sus partes se separan entre sí en la direccion del movimiento ó de la tangente comun, y en este caso puede decirse que no existe rozamiento ó que en caso de existir es tan pequeño que puede despreciarse.

Si se hace rodar un cilindro sobre un plano fijo, se verifica el movimiento como si la superficie del cilindro se desarrollara sobre el plano, y suponiendo el cilindro bien pulido y la superficie del plano muy unida, el rozamiento no tendrá valor apreciable. No obstante, si una rueda de 60 á 70 centímetros de diámetro gira sobre un plano con una carga de 100 kg., el rozamiento á que da lugar no excede del treinta avo de la presion; pero esta resistencia aumenta con la desigualdad de la superficie. Por esta razon se emplean los rodillos para disminuir la resistencia de los grandes pesos al ser trasladados de un punto á otro sobre un plano.

Rigidez de las cuerdas. En todo lo dicho hasta aquí se ha supuesto que las cuerdas son perfectamente flexibles, y esto no se verifica nunca, pues para hacer que una cuerda se doble y aplique exactamente al cilindro ó rueda de un torno, al carril ó cajera de una polea, etc., se necesita cierta presion ó grado de fuerza que debe tenerse en consideracion, y esto constituye lo que se llama rigidez de las cuerdas. Esta rigidez proviene del modo como se forman las cuerdas, y segun sea la naturaleza del bramante, el número de los que compongan un ramal ó hijuela, y el número de ramales de que conste la cuerda, maroma ó cable, resulta mas ó menos gruesa, y por la direccion encontrada en que se tuercen los hilos ofrece mas ó menos resistencia á ser plegada, y esto constituye su verdadera rigidez.

Cuando una cuerda se arrolla á una polea ó cilindro, la parte á que corresponde la resistencia ó cuerpo que se trata de mover tiende á separarse de la direccion de esta fuerza, y el rádio ó brazo de palanca correspondiente aumenta con el grueso de la cuerda y por la resistencia que opone á ser arrollada. Al contrario, la parte en que se aplica la potencia queda perfectamente ajustada en la direccion de esta misma fuerza por la tendencia natural de la cuerda á favorecer el desarrollo de ella.

La resistencia debida á la rigidez de las cuerdas, segun Coulomb, es proporcional á su diámetro y á la intensidad modificada de la fuerza correspondiente á la parte en que se arrolla, y la misma rigidez disminuye á medida que aumenta el diámetro de la polea ó cilindro en que se plega.

En la cuerda de una máquina debe tenerse en cuenta la tension natural que presenta, debida únicamente á la que corresponde á cada uno de los bramantes ó hilos de que está compuesta. Esta tension debe, por lo mismo, ser

considerada como natural é independiente del esfuerzo que hace la misma cuerda.

Para obtener el exceso de fuerza correspondiente á la rigidez de una cuerda blanca ordinaria, se empleará la fórmula siguiente: $R = \frac{1}{D} \times (r+kP) \times \left(\frac{d'}{d}\right)^m$. siendo R el aumento de fuerza debido á la rigidez, D el diámetro de la rueda ó cilindro en que se arrolla la cuerda, r la rigidez constante dada por la tabla, k la rigidez por cada kilógramo de carga, que tambien da la tabla, P el esfuerzo en kilógramos, d' el diámetro de la cuerda en metros, y d el diámetro correspondiente de la misma tabla. El exponente m valdrá 2 para las cuerdas nuevas y gruesas, $1\,^1/_2$ para las que sean medio usadas y 1 para el bramante ó cuerdas delgadas y muy flexibles.

Si las cuerdas son embreadas, su rigidez es proporcional al número de hilos de que se componen, y el exponente no varia, por cuya razon la fórmula $R = \frac{1}{D} \times (r+kP) \times \frac{n'}{n}$ expresará el esfuerzo debido á la rigidez de estas cuerdas; representando por n' el número de bramantes ó hilos de acarreto de que se forman, y n el que corresponde á la cuerda de la tabla con la que se comparan.

Tambien se observa que la velocidad en el movimiento aumenta la rigidez; pero este aumento es poco sensible, y no merece ser tomado en consideracion para los casos que comunmente se ofrecen en la práctica.

De los repetidos experimentos hechos por Coulomb se ha formado la siguiente

TABLA DE LOS PESOS NECESARIOS PARA PLEGAR DIFERENTES CUERDAS EN UN ÁRBOL CILÍNDRICO DE UN METRO DE DIÁMETRO.

CLASE DE CUERDAS.	Peso de las cuerdas por cada metro de longitud.	Diámetro de la cuerda d.	Rigidez constante. r.	Rigidez por cada kg. de carga k.
	Kilóg.	Metros.	Kilóg.	Kilóg.
Cuerda blanca de 30 hilos de acarreto.	0'2834	0'0200	0'2225	0'00974
Id. id. de 15 id. de id. .	0'1448	0'0144	0'0635	0'00552
Id. id. de 6 id. de id. .	0'0522	0'0088	0'0106	0'00238
Cuerda embreada de 30 hilos de acarreto.	0'3326	0'0236	0'3496	0'01255
Id. id. de 15 id. de id. .	0'1632	0'0168	0'1059	0'00606
Id. id. de 6 id. de id. .	0'0693	0'0096	0'2121	0'00260

Es de advertir que las cuerdas blancas empapadas en agua ofrecen mayor rigidez que las secas, especialmente si son gruesas.

Para manifestar el uso de esta tabla nos propondrémos la resolucion de los siguientes ejemplos:

1.° Calcular el exceso de fuerza que ocasiona la rigidez de una cuerda nueva cuyo diámetro es de 4 céntimetros que se arrolla en un cilindro de 50 centímetros de diámetro subiendo un peso de 4000 kg.

Comparando esta cuerda con la primera de la tabla, tendrémos: d=0'0200, d'=0'04, D=0'50, P=4000 kg., r=0'2225, k=0'00974, m=2 por ser una cuerda nueva, y la fórmula dará:

$$R=\frac{1}{0'50}\times(0'2225+0'00974\times 4000)\times\left(\frac{0'04}{0'02}\right)^2=313'46\text{ kg.}$$

Es decir, que la resistencia debida á la rigidez ocasionará un exceso de fuerza al plegarla equivalente á 313 kilógramos próximamente.

2.° Hallar la rigidez de un cable de 125 hilos de acarreto que arrastra un peso de 3500 kg. arrollándose en un cilindro de 55 centímetros de diámetro.

Como el cable es una cuerda embreada, se tomarán los números correspondientes á la línea 4.ª de la tabla, y se tendrá: D=0'55 m., r=0'3496, k=0'01255, P=3500, n=125 hilos, y n'=30 hilos de la tabla.

La fórmula dará:

$$R=\frac{1}{0'55}\times(0'3496+0'01255\times 3500)\times\frac{125}{30}=335\text{ kg.}$$

De manera, que la rigidez correspondiente al cable en cuestion será de 335 kg. próximamente.

En la tabla hemos puesto tambien el peso correspondiente á cada metro de la respectiva cuerda con el fin de que se pueda calcular el peso total cuando se conozca su longitud.

La fuerza ó resistencia de las cuerdas depende de la calidad del cáñamo y de las circunstancias de su fabricacion. Pero en los casos mas comunes se puede admitir, que la tension necesaria para romper una cuerda blanca nueva de 8 centímetros de circunferencia es de dos á tres mil kilógramos; y como de las muchas experiencias hechas se deduce, que la resistencia á la traccion es proporcional al cuadrado de su diámetro y que aumenta con su peso y por el número de hilos de acarreto de que se compone, tendrémos que la fuerza necesaria para romper una cuerda vendrá representada por la fórmula $f=386\times d^2$ siendo f el número de kilógramos con que se debe cargar para la ruptura y d el diámetro de la cuerda expresado en centímetros.

Segun Coulomb una cuerda no debe cargarse sino á razon de 40 kg. por hilo de acarreto aunque pueda resistir sin romperse de 50 á 60 kg. Las cuerdas mojadas pierden cerca de la tercera parte de su fuerza; y en cuanto á las cuerdas embreadas su resistencia es proporcional á su diámetro, pero como la brea las debilita, esta resistencia, á igualdad de diámetro, es de los dos tercios á los tres cuartos de la que corresponde á las cuerdas blancas.

El peso de una cuerda se halla por la fórmula . . . . $p=0'00826 \times c^2$ kg. siendo p el peso en kilógramos por cada metro y c el valor de su circunferencia en centímetros.

Ejemplo: Hállese el peso de un metro de una cuerda cuyo diámetro es de 2 centímetros.

La circunferencia será $=3'1416 \times 2=6'2832$ cents. y la fórmula dará $p=0'00826 \times (6'2832)^2=0'326$ kg. Es decir, que cada metro de esta cuerda pesará por término medio 326 gramos.

RESISTENCIA DE LOS MATERIALES.

Cuando un cuerpo está sometido á una fuerza cualquiera que obra en algun punto de su exterior puede sufrir alteraciones mas ó menos notables segun sea la naturaleza y homogeneidad del cuerpo, la intensidad de la fuerza, su direccion y el punto en que esté aplicada.

La resistencia de las piezas á la ruptura y la que ofrecen naturalmente sin sufrir alteracion segun el esfuerzo á que se hallan sometidas, es uno de los problemas mas difíciles de la mecánica en razon de la poca homogeneidad que se nota en los cuerpos de la misma naturaleza.

Para determinar el límite de los esfuerzos á que pueden someterse las piezas sin alterar su solidez, se han hecho por los físicos repetidos experimentos, por cuyo medio han obtenido coeficientes numéricos que aplicados á ciertas fórmulas dan para cada caso particular el resultado que por término medio puede adoptarse sin que se separe notablemente de la exactitud.

El esfuerzo á que puede someterse un cuerpo es de cuatro clases: 1.ª *El esfuerzo de traccion* que obra tirando en sentidos opuestos y tiende á separar las moléculas. 2.ª *El esfuerzo de compresion* que tiende á descomponer y aplastar el cuerpo. 3.ª *El esfuerzo de flexion* que obra perpendicularmente á la longitud para doblar ó romper la pieza; y 4.ª *el esfuerzo de torsion* que tiende á descomponer un cuerpo torciéndolo.

Tratarémos de cada una de las cuatro clases de esfuerzo á que pueden estar sometidas las piezas, advirtiendo que en todas las fórmulas, tablas y cálculos nos propondrémos averiguar el máximo de la resistencia á que podrán ser sujetadas sin romperse ni sufrir alteracion.

Cuando el efecto de las fuerzas se reduce á alterar en algun modo la constitucion física de los cuerpos alargándolos ó acortándolos de una pequeña cantidad, la resistencia que oponen toma el nombre de resistencia elástica. Esta resistencia dará el medio de calcular la cantidad en que una pieza puede comprimirse, alargarse, doblarse ó torcerse.

La experiencia prueba que dentro de los límites en que la elasticidad no es alterada, la resistencia que un cuerpo opone á la traccion es proporcional á la superficie de su seccion transversal y á la cantidad que se alarga por cada unidad lineal.

Representando por E la carga necesaria para alargar de un metro un cubo de un metro de lado, admitiendo que esto pueda realizarse físicamente; por P la carga ne-

Segun Coulomb una cuerda no debe cargarse sino á razon de 40 kg. por hilo de acarreto aunque pueda resistir sin romperse de 50 á 60 kg. Las cuerdas mojadas pierden cerca de la tercera parte de su fuerza; y en cuanto á las cuerdas embreadas su resistencia es proporcional á su diámetro, pero como la brea las debilita, esta resistencia, á igualdad de diámetro, es de los dos tercios á los tres cuartos de la que corresponde á las cuerdas blancas.

El peso de una cuerda se halla por la fórmula . . . . $p=0'00826\times c^2$ kg. siendo p el peso en kilógramos por cada metro y c el valor de su circunferencia en centímetros.

Ejemplo: Hállese el peso de un metro de una cuerda cuyo diámetro es de 2 centímetros.

La circunferencia será $=3'1416\times2=6'2832$ cents. y la fórmula dará $p=0'00826\times(6'2832)^2=0'326$ kg. Es decir, que cada metro de esta cuerda pesará por término medio 326 gramos.

RESISTENCIA DE LOS MATERIALES.

Cuando un cuerpo está sometido á una fuerza cualquiera que obra en algun punto de su exterior puede sufrir alteraciones mas ó menos notables segun sea la naturaleza y homogeneidad del cuerpo, la intensidad de la fuerza, su direccion y el punto en que esté aplicada.

La resistencia de las piezas á la ruptura y la que ofrecen naturalmente sin sufrir alteracion segun el esfuerzo á que se hallan sometidas, es uno de los problemas mas difíciles de la mecánica en razon de la poca homogeneidad que se nota en los cuerpos de la misma naturaleza.

Para determinar el límite de los esfuerzos á que pueden someterse las piezas sin alterar su solidez, se han hecho por los físicos repetidos experimentos, por cuyo medio han obtenido coeficientes numéricos que aplicados á ciertas fórmulas dan para cada caso particular el resultado que por término medio puede adoptarse sin que se separe notablemente de la exactitud.

El esfuerzo á que puede someterse un cuerpo es de cuatro clases: 1.ª *El esfuerzo de traccion* que obra tirando en sentidos opuestos y tiende á separar las moléculas. 2.ª *El esfuerzo de compresion* que tiende á descomponer y aplastar el cuerpo. 3.ª *El esfuerzo de flexion* que obra perpendicularmente á la longitud para doblar ó romper la pieza; y 4.ª *el esfuerzo de torsion* que tiende á descomponer un cuerpo torciéndolo.

Tratarémos de cada una de las cuatro clases de esfuerzo á que pueden estar sometidas las piezas, advirtiendo que en todas las fórmulas, tablas y cálculos nos propondrémos averiguar el máximo de la resistencia á que podrán ser sujetadas sin romperse ni sufrir alteracion.

Cuando el efecto de las fuerzas se reduce á alterar en algun modo la constitucion física de los cuerpos alargándolos ó acortándolos de una pequeña cantidad, la resistencia que oponen toma el nombre de resistencia elástica. Esta resistencia dará el medio de calcular la cantidad en que una pieza puede comprimirse, alargarse, doblarse ó torcerse.

La experiencia prueba que dentro de los límites en que la elasticidad no es alterada, la resistencia que un cuerpo opone á la traccion es proporcional á la superficie de su seccion transversal y á la cantidad que se alarga por cada unidad lineal.

Representando por E la carga necesaria para alargar de un metro un cubo de un metro de lado, admitiendo que esto pueda realizarse físicamente; por P la carga necesaria para dilatarlo de una magnitud l, se tendrá la siguiente fórmula: $P = E \times S \times \frac{l}{L}$ en la que S representa la superficie de la seccion transversal y L la longitud total de la pieza. Esta misma fórmula servirá para cuando el cuerpo esté sometido á la compresion y el esfuerzo no pueda doblar la pieza en sentido lateral: el valor de E será el mismo para ambos casos. Este valor se llama *coeficiente de elasticidad* y se ha determinado por cálculo tomando por base las pequeñas dilataciones producidas por esfuerzos dados y aplicados á prismas de dimensiones conocidas. La observacion directa no podrá conducirnos á esta determinacion á causa de la pequeñez de las cantidades en que se alargan ó acortan generalmente los cuerpos sólidos.

Algunos físicos dan para E los valores que se continúan, y que deberán servir siempre que se haga uso de la fórmula anterior.

Materias.	Coeficientes de elasticidad
Encina.	1,200.000,000
Abeto amarillo ó blanco.	1,300.000,000
Abeto rojo ó pino.	1,530.000,000
Hierro forjado.	20,000.000,000
Hierro colado.	11,000.000,000

Sustituyendo estos valores en la fórmula anterior, podrémos determinar cada una de las cuatro cantidades P, S, l y L cuando se conozcan las otras tres.

La cantidad que relativamente á su longitud se alargará una pieza dada, se expresa por la ecuacion: $l = \frac{P \times L}{E \times S}$.

Teniendo presente que P es la carga necesaria para producir el alargamiento l; L la longitud total de la pieza en metros; E el coeficiente de la elasticidad tomado en la última tabla, y S la superficie de la seccion transversal en metros cuadrados.

Resistencia á la traccion. La resistencia á la traccion es producida por la cohesion directa de la materia que se opone constantemente al rompimiento y separacion de las fibras en el sentido de su longitud; de que se sigue, que el esfuerzo de traccion y la cohesion directa son dos fuerzas directamente opuestas.

La resistencia de un cuerpo á la traccion es proporcional á la superficie de su seccion transversal, pero independiente de la longitud de la pieza.

El esfuerzo de traccion á que puede someterse un cuerpo con seguridad, se ha determinado por una série no interrumpida de experimentos averiguando la resistencia que ofrece la materia por cada centímetro cuadrado de su seccion transversal; y con los resultados obtenidos se ha formado la siguiente tabla:

TABLA DE LOS COEFICIENTES DE TRACCION Y COMPRESION CORRESPONDIENTES Á LOS CUERPOS DE USO MAS COMUN.

	DESIGNACION DE LOS CUERPOS.	Coeficientes de traccion. Kg.	Coeficientes de compresion para cuando la longitud es menor que 12 veces el grueso. Kg.
Piedras.	Mármol muy duro.	»	100
	Id. blanco.	»	30
	Ladrillo muy duro.	2	15
	Id. ordinario.	»	4
	Yeso.	»	6
	Buen mortero de 18 meses.	»	4
	Mortero ordinario de id.	»	2'50
	Piedra calcárea dura.	»	50
	Granito duro.	»	70
	Id. ordinario.	»	40
Cuerdas y correas.	Cuerda de cáñamo seca.	325	»
	Id. embreada.	95	»
	Correa de cuero negro.	25	»
Maderas.	Encina fuerte.	80	30
	Id. floja.	60	19
	Abeto fuerte.	80	37'50
	Id. flojo.	80	10
	Fresno.	120	»
Metales.	Hierro forjado de pequeña dimension y alambre, primera calidad.	1000	1000
	Hierro forjado de ordinaria dimension.	650	»
	Id. id. de gran dimension.	400	»
	Cadena de eslabon largo.	400	»
	Id. de eslabon reforzado.	523	»
	Cuerda de alambre.	500	»
	Tiras de hierro dulce.	750	»
	Acero del mejor.	1500	»
	Id. del peor.	600	»
	Plancha en el sentido de sus láminas.	700	»
	Id. en sentido perpendicular á id.	600	»
	Bronce, en tubos.	383	»
	Hilo de cobre no recocido hasta un milímetro de diámetro.	1167	»
	Id. de 1 á 2 milímetros.	833	»
	Cobre rojo laminado.	350	»
	Id. fundido.	230	»
	Hierro colado, sin choque.	220	2000
	Zinc laminado.	83	»
	Plomo laminado.	22	»
	Estaño fundido.	50	»

Los coeficientes continuados en la precedente tabla expresan el número de kilógramos con que se puede cargar una pieza con seguridad por cada centímetro cuadrado de su seccion transversal; pero para obtener el esfuerzo capaz de producir la ruptura es preciso multiplicar los coeficientes de traccion por 10 si corresponden á las piedras, por 5 si se refieren á las maderas, y por 6 si son de los metales.

Para determinar la resistencia de una pieza á la traccion hállese la superficie de su seccion transversal expresada en centímetros cuadrados, y multiplíquese por el coeficiente de la tabla correspondiente á su naturaleza.

Ejemplos: Calcular la fuerza de traccion que ofrece un tirante de encina fuerte cuya seccion rectangular tiene 20 centímetros de ancho y 16 de grueso.

El coeficiente será segun la tabla 80 kg.

La superficie de la seccion $= 20 \times 16 = 320$ centímetros cuadrados.

La resistencia $= 320 \times 80$ kg. $= 25{,}600$ kilógramos.

Es decir, que la citada pieza podrá resistir sin ser alterada un esfuerzo de 25,600 kg. tirando en el sentido de su longitud. Pero para obtener el esfuerzo que determina la ruptura debe multiplicarse el resultado hallado por 5.

Hallar el peso que podrá sostener una varilla cilíndrica de hierro forjado, sin ser alterada, siendo su diámetro de 3 centímetros.

El coeficiente, segun la tabla, es de 650 kg.

La superficie de la seccion $= 0'7854 \times (3)^2 = 7'0686$ centímetros cuadrados.

El peso será: $7'0686 \times 650 = 4594'59$ kilógramos.

De modo, que la varilla citada podrá sostener sin alteracion particular 4595 kilógramos próximamente, y para la ruptura se multiplicará este resultado por 6.

Para determinar la seccion transversal de una pieza, conociendo el esfuerzo á la traccion que debe suportar, se dividirá el esfuerzo dado por el coeficiente de la tabla.

Ejemplos: Hallar la seccion transversal correspondiente á una barra de hierro forjado que debe resistir sin alterarse un esfuerzo á la traccion de 9750 kg.

El coeficiente será 650 kg.

La superficie de la seccion$=9750 \diagdown 650=15$ cents. cuadrados.

Si la seccion ha de ser rectangular con 3 centímetros de grueso tendrá 5 cents. de ancho.

Si la seccion debe ser cuadrada su lado será: . . . . $\sqrt{15}=3'873$ cent.

Si la pieza fuese cilíndrica su diámetro daria: . . . . $\sqrt{15 \diagdown 0'7854}=\sqrt{19'0983}=4'37$ centímetros.

Sabiendo que la tapa de un cilindro de vapor sufre una presion de 17,000 kg., se desea saber cuál será el diámetro de cada uno de los cuatro pernos que la sujetan:

A cada perno corresponde $17,000 \diagdown 4=4250$ kg.

La superficie de la seccion será: $4250 \diagdown 650=6'5384$ cents. cuadrados.

El diámetro del perno$=\sqrt{6'5384 \diagdown 0'7854}=\sqrt{8'325}=$ $2'88$ cents.

De modo, que el diámetro de cada perno deberá tener 2 centímetros y 88 centésimos.

Resistencia á la compresion. La resistencia á la compresion es proporcional á la superficie de la seccion transversal, pero disminuye á medida que la longitud de la pieza aumenta con relacion á la mas pequeña dimension de la base. Por esto en la última columna de la tabla anterior se han puesto los coeficientes de compresion suponiendo que la longitud de la pieza no excede á doce veces

el lado menor de su base, y en la que continuamos se expresan los que corresponden á mayores longitudes.

TABLA DE LOS COEFICIENTES DE COMPRESION MODIFICADOS SEGUN LA LONGITUD DE LAS PIEZAS CON RELACION Á LA MAS PEQUEÑA DIMENSION TRANSVERSAL.

DESIGNACION DE LOS CUERPOS.	Si la longitud de la pieza es con relacion á su grueso.			
	12 veces.	24 veces.	48 veces.	60 veces.
	Kg.	Kg.	Kg.	Kg.
Encina fuerte.. . . . . . ,	25	15	5	2'5
Id. floja..	8'4	5'6	»	»
Abeto fuerte.	31	18'7	7'5	»
Id. flojo..	8'2	4'9	»	»
Hierro forjado de dimension reducida.	835	500	167	84
Hierro colado..	1670	1000	333	167

Para determinar el peso que podrá sostener una pieza sometida al esfuerzo de compresion, se multiplica la superficie de su seccion transversal, expresada en centímetros cuadrados, por el coeficiente de la tabla modificado segun la longitud de la pieza.

Ejemplos: Cuál será el peso que podrá sostener sin ser alterada una columna cilíndrica de hierro colado que tiene 9 cents. de diámetro y su longitud no excede de 24 veces este diámetro.

El coeficiente en la tabla anterior es 1000 kg.

La superficie de la seccion$=0'7854 \times (9)^2=63'6174$ cents. cuadrados.

El esfuerzo$=63'6174 \times 1000=63617'4$ kg.

De modo, que la columna en cuestion, siendo maciza, podrá sostener con seguridad una carga de 63,617 kilógramos próximamente.

Hallar la carga que puede suportar, sin ser alterada, una pilastra de abeto fuerte cuya seccion transversal tiene 25 cents. de ancho y 20 de grueso, siendo su altura muy cerca de 48 veces la menor dimension.

El coeficiente en la tabla última da 7'5 kg.

La superficie de la seccion $= 25 \times 20 = 500$ cents. cuadrados.

El esfuerzo ó carga $= 500 \times 7'5 = 3750$ kg.

Es decir, que podrá sostener con seguridad una carga de 3750 kilógramos.

Para determinar la carga que descompone ó aplasta los cuerpos sometidos á la compresion deben multiplicarse los coeficientes respectivos por 10 si son piedras, por 5 si son maderas, y por 4 si se trata de metales.

Cuando se conoce la carga que debe soportar una pieza sometida á la compresion *se determina la superficie de su seccion transversal dividiendo la total carga por el coeficiente modificado que da la tabla.*

Ejemplos: Hallar el diámetro que debe tener una columna maciza de hierro colado cuya longitud no puede exceder de 48 veces su grueso, sabiendo que debe sostener una carga de 21,312 kg.

El coeficiente segun la tabla es de 333 kg.

La superficie de la seccion $= 21{,}312 \setminus 333 = 64$ centésimos cuadrados.

El diámetro $= \sqrt{64 \setminus 0'7854} = \sqrt{81'49} = 9'03$ cents.

Es decir, que el diámetro será de 9 centímetros próximamente.

Si la seccion fuese cuadrada el lado seria $= \sqrt{64} = 8$ centésimos.

Calcular la seccion transversal de una columna de hierro colado que debe sostener un peso de 21,185 kg. siendo su altura de 4'32 ms.

Si la relacion del diámetro á la altura es de 1 á 48, el coeficiente será segun la tabla, 333 kg.

La superficie de la seccion $= 21{,}185 \setminus 333 = 63'618$ cents. cuadrados.

El diámetro dará : $D = \sqrt{\frac{63'618}{0'7854}} = \sqrt{81} = 9$ cents.

Esta columna pesará: $0'7854 \times (0'9)^2 \times 43'2 \times 7'207 =$ 198 kilógramos. Es decir, que el peso de la columna en cuestion será de 198 kg. próximamente.

Si en lugar de una columna maciza se adopta una de hueca con 18 cents. de diámetro para sostener la misma carga, se logrará disminuir notablemente el peso que ha resultado para aquella.

En efecto, siendo el diámetro doble del anterior corresponderá al veinte y cuatro avo de la altura, y el coeficiente en vez de 333, será 1000 segun la tabla.

Para la superficie de la seccion dará $21{,}185 \setminus 1000 = 21'185$ cent. cuadrados.

La seccion de la columna hueca $= 0'7854 \times (18)^2 = 254'470$ cents. cuadrados.

Si de la seccion total 254'470 cents. cuadrados se rebaja la que corresponde á la parte maciza, que es 21'185 cents. cuadrados resultará la superficie de la seccion en la parte hueca. Así, $254'470 - 21'185 = 233'285$ cents. cuadrados será la parte hueca, para cuyo diámetro se tiene : $d = \sqrt{\frac{233'285}{0'7854}} = 17$ cents. próximamente.

De modo, que siendo el diámetro total de 18 cent. y el de la parte hueca de 17 cent., resulta que el grueso de la parte llena en la columna bastará que sea de un centímetro. En este caso su peso será :

Peso=021'185×432×7'207∖1000=65'958 kg.

Este peso de cerca 66 kilógramos, comparado con el de 198 kg. deducido para la columna maciza, es cási la tercera parte, y sin embargo, la columna hueca producirá el mismo efecto en cuanto á resistir la presion dada, y estará menos sujeta á doblarse en razon de su mayor diámetro.

En este cálculo no se ha tenido en consideracion el aumento de diámetro hácia la base de la columna, ni las molduras que le sirven de adorno, por lo que puede añadirse al peso una décima parte del que ha dado el cálculo.

Paredes. Las paredes están sujetas á la presion y muchas veces al empuje lateral. Por esta razon debe procurarse que su peso quede bien repartido entre los puntos de su base, que la vertical de su centro de gravedad caiga dentro de la misma, y que el terreno sobre que descansan sea compacto y no se deje comprimir. La profundidad y espesor de los cimientos, y el hallarse en terreno resistente asegura la estabilidad de las paredes.

El grueso de los cimientos excede por lo general de un sexto á una mitad al espesor de las paredes, y en muchos casos para asegurar mejor la estabilidad de estas se les da un lijero taluz de 16 á 20 milésimos de su altura.

La resistencia de una pared disminuye á medida que aumenta su elevacion, porque el esfuerzo á que debe resistir es el de las vigas y cuchillos de armadura que obra en sentido lateral, regularmente de dentro á fuera; de donde resulta, que el grueso ó espesor de las paredes dependerá de la altura que se les quiera dar.

Segun Rondelet, para determinar el grueso ó espesor mínimo que debe darse á las paredes de piedra, de mampostería ó de ladrillo, ó en los edificios ordinarios, deben usarse las siguientes fórmulas:

Pared de fachada para edificios simples ó de una sola crujía. $E=\dfrac{D+\frac{1}{2}A}{24}$.

Pared de distribucion interior $E=\dfrac{d+\frac{1}{2}a}{36}$.

Pared de fachada para edificios de doble crujía $E=\dfrac{D+A}{48}$.

En estas fórmulas E es el espesor, A representa la altura total de la pared, D la anchura ó longitud del edificio medida desde el eje de una pared al eje de su paralela y opuesta: *a* y *d* no tienen ninguna relacion con la anchura y altura total del edificio sino que representan la altura y distancia respectiva entre las paredes intermediarias ó de distribucion en el interior del mismo.

Debe observarse que el espesor de las paredes principales puede disminuir en cada estancia ó piso, en razon de que la altura de la carga disminuye á proporcion que el edificio se eleva; así, para la primera estancia ó bajos se hará entrar en el cálculo toda la altura del edificio; para la segunda estancia ó primer piso, se contará con la misma altura disminuida de la parte correspondiente á los bajos, etc.

Ejemplo: Determinar el espesor ó grueso de las paredes exteriores ó de fachada para un edificio de doble crujía con tres pisos, siendo su ancho de 12 metros y su altura total de 13'5 metros.

Altura del cuarto bajo.	5 ms.
Id. del primer piso.	3
Id. del segundo.	3
Id del tercero.	2'5
Altura total.	13'5 ms.

Las paredes exteriores en el cuarto bajo tendrán de grueso ó espesor................ $E=\dfrac{12+13'5}{48}=0'531$ m.

Las paredes del primer piso : $E=\dfrac{12+8'5}{48}=0'427$ m.

Las paredes del segundo id. $E=\dfrac{12+5'5}{48}=0'365$ m.

Las paredes del tercero...... $E=\dfrac{12+2'5}{48}=0'302$ m.

Estos resultados manifiestan la razon en que el grueso de las paredes exteriores y de fachada podrá disminuir sin que por esto dejen de conservar la resistencia apetecida.

El mismo Rondelet dice, que el espesor de las paredes aisladas debe estar comprendido entre $^1/_{11}$ y $^1/_{16}$ de su total altura, y que para las habitaciones nunca debe bajar el grueso de las paredes de $^1/_{24}$ de su distancia de eje á eje.

Varios constructores han dado fórmulas y métodos gráficos para determinar el espesor que debe darse á los muros y paredes á fin de que resistan con ventaja la presion ó empuje á que estén sujetos. Mr. Rondelet es entre ellos el que mas ha estudiado, pues ha analizado y comparado entre sí mas de doscientos ochenta edificios pudiendo deducir resultados muy aproximados, y habiendo conseguido dar reglas y fórmulas generales que han sido admitidas por Clodel, Demané y Esganset: por esta razon conti-

nuamos el resultado de algunas de sus acertadas deducciones.

La estabilidad de un muro depende de su posicion y disposicion, de su mayor ó menor altura, de su base de sustentacion, de que esté aislado ó enlazado con otros y de que deba resistir presiones verticales ó laterales. El mismo autor deduce que un muro goza de una gran estabilidad si su espesor es el octavo de su altura ; que el décimo le da mediana estabilidad, y cuado el muro tiene de grueso el doce avo de su altura la estabilidad es la mínima que puede tener. Estos preceptos deberán modificarse segun las circunstancias, pues en los edificios los muros se consolidan mútuamente, y por el enlace que produce la carpintería de los techos ó suelos, con menos espesor podrán tener la suficiente estabilidad.

Los muros circulares pueden considerarse como formados por una infinidad de muros planos, de longitud infinitamente pequeña, apoyándose mútuamente unos con otros, en cuyo caso deberán sostenerse por insignificante que sea su espesor, como lo prueba la experiencia ; sin embargo, es preciso que gocen de la conveniente solidez, y por esto se determina su espesor calculando el de un muro recto sostenido por ambos extremos cuya longitud equivalga á la mitad del rádio correspondiente al muro circular.

El ya citado Rondelet nos da la siguiente tabla en que vienen calculados los espesores para los muros de edificios muy conformes con los usados hoy dia en la práctica.

Muros.	De fachada.	Medianeros.	Traviesas.
Para casas particulares.	de 18 á 28 pulg....	de 19 á 24 pulg....	de 14 á 21 pulg.
Para edificios de alguna consideracion.	de 28 á 42 pulg....	de 24 á 48 pulg....	de 18 á 24 pulg.
Para grandes edificios.	de 56 á 126 pulg..	de 0 á 0 pulg....	de 28 á 42 pulg.

El espesor de los muros de contension ó de terraplen está expresado en la fórmula : $e = c \times a$ siendo e el espesor correspondiente al muro de que se trata, a la altura del mismo, y c un coeficiente que varia de 0'13 á 0'54 para los muros rectos en que el espesor es igual en toda su altura, y de 0'08 á 0'50 para el espesor en la parte superior de los muros que tienen un taluz exterior cuya base es un vigésimo de su altura. Generalmente el espesor dado por las fórmulas es el que necesita el muro para equilibrarse con el empuje de las tierras; y por esto se le dará mas espesor, ó se aumentará el taluz.

Los muros de contension se refuerzan por medio de otros muros adosados á los primeros y formados con el mismo material : estos muros se llaman *contrafuertes*.

Los contrafuertes pueden ser interiores ó exeriores: los primeros tienen la ventaja de dividir el prisma llamado de mayor empuje disminuyendo este, pero los segundos ligan mejor la construccion.

Para obtener los espesores que en determinados casos deben darse á las bóvedas y sus estribos se podrá consultar el manual de puentes y calzadas de la Enciclopedia Roret.

Hay que considerar dos clases de resistencia : *instantánea y permanente*. Se llama resistencia instantánea la del cuerpo que á poco de estar sujeto á un esfuerzo se rompe ó descompone, y resistencia permanente la del cuerpo sometido á un esfuerzo que puede resistir por un tiempo indefinido : este esfuerzo ó resistencia es el que resulta de las fórmulas y cálculos del texto.

En la resistencia á la flexion debe tenerse presente que cuando la carga se halla uniformemente repartida en toda la longitud de una pieza produce los mismos efectos que si estuviese reunida y aplicada en su punto medio.

Cuando una pieza se considera empotrada por un extremo y siendo de seccion cuadrada tiene una de sus diagonales horizontal y la otra vertical, vendrá expresada su resistencia en la fórmula $C = \frac{c \times a}{8'485L}$ cuyas letras representan los mismos elementos que se indican en la página 169. De esto se puede deducir, que la resistencia de una pieza colocada del modo dicho es menor que en el caso de tener dos de sus lados en sentido horizontal.

Para cuando la seccion sea un rectángulo hueco, ó presente la forma llamada *doble T* se usará la fórmula $C = \frac{c}{6} \times (a^2 l - a'^2 l')$ siendo a' y l' la altura y base respectivas del rectángulo interior, y c el coeficiente expresado en la citada página.

Si la pieza tiene una posicion inclinada se descompondrá la fuerza á que esté sujeta en otras dos, una en el sentido de su longitud, y otra perpendicular á su direccion. Para calcular la resistencia de una pieza inclinada deberá atenderse á la vez á las dos fuerzas, teniendo presente que la primera será de traccion ó compresion, segun el sentido en que obre, y la segunda corresponderá á la flexion : las fórmulas del texto servirán para determinar la resistencia pedida, ó para calcular la seccion, segun el esfuerzo á que deba sujetarse.

Cuando no es posible proporcionarse una pieza de madera del grueso que se necesita, es preciso unir varios maderos cuyo conjunto ofrezca la resistencia apetecida. Esta union puede hacerse *de una manera íntima y de una ma-*

nera lijera. La union se llama íntima si los maderos están sujetos de modo que no puedan resbalar uno á lo largo de otro; y la union se hace de una manera lijera cuando los maderos colocados juntos pueden resbalar fácilmente. La union íntima de los maderos puede hacerse con pasadores ó abrazaderas de hierro, con tarugos de madera y por medio de un ensamblaje á diente. Por este medio se obtendrán piezas de tanta resistencia como se quiera, pues, bastará darles el grueso correspondiente juntando los maderos que sean menester.

Se puede reforzar una pieza de madera uniéndole en la parte inferior una plancha de hierro, ó tambien dos planchas á las caras laterales que dan mas resistencia al conjunto. Estas planchas suelen ser de hierro forjado, pero tambien puede reforzarse una viga con un arco de hierro fundido y su cuerda de hierro forjado, unidas estas piezas, si se quiere, con piés derechos y cruces de san Andrés. Para los efectos de la resistencia se considera el conjunto como una sola pieza.

Resistencia á la flexion. La resistencia de un cuerpo á la flexion es la que opone á todo esfuerzo que obra perpendicularmente á su longitud, como sucede en las palancas, balancines, etc.

Un cuerpo puede estar sometido á la flexion de cuatro maneras distintas: 1.ª empotrado por un extremo y cargado en el otro extremo ó en cualquier punto de su longitud: 2.ª sostenido simplemente por en medio y cargado por ambos extremos: 3.ª sostenido simplemente por sus extremos y cargado en cualquier punto de su extension; y 4.ª empotrado por sus dos extremos y cargado á una distancia cualquiera de ellos.

1.ª Si una pieza rectangular *st* (fig. 50) se halla empotrada por un extremo *su* y está cargada en el otro ex-

tremo *t*, podrá resistir sin ser alterada una carga representada por la fórmula $C=\dfrac{c\times a^2\times l}{6\times L}$ en la cual C es el número de kilógramos de la carga que podrá suportar; L la longitud de la pieza expresada en centímetros ó la distancia del punto en que carga el peso á la línea *us* de encajamiento; *a* la altura ó grueso *us* de la pieza; *l* la latitud ó ancho en el sentido horizontal, y *c* un coeficiente variable segun los casos deducidos por experiencias, cuyo valor es de 600 para el hierro forjado, 750 para el hierro colado, y 60 para la encina ó abeto.

Si en la fórmula general se sustituye cada uno de los valores indicados y se simplifica todo lo posible, el resultado se tendrá:

Para las piezas de hierro forjado $C=\dfrac{100\times a^2\times l}{L}$

Para las piezas de id. colado $C=\dfrac{125\times a^2\times l}{L}$

Para las piezas de madera $C=\dfrac{10\times a^2\times l}{L}$

En estas fórmulas se observa que la resistencia de una pieza á la flexion es directamente proporcional á su ancho y al cuadrado de su grueso, pero está en razon inversa de su longitud; de donde resulta, que aumentará la resistencia de la pieza en cuanto sea mas corta y se coloque de modo que la altura ó grueso *us* sea la mayor de las dimensiones transversales.

De estas fórmulas se deduce la siguiente regla general: *para calcular la resistencia á la flexion de una pieza empotrada por un extremo y cargada en el otro extremo, se multiplicará el coeficiente correspondiente por el ancho y por el cuadrado de la altura ó grueso, dividiendo el resultado por la longitud de la pieza en centímetros.*

Ejemplo: Calcular el peso que podrá sostener, sin ser alterada, una pieza rectangular *st* empotrada por un extremo, que tiene 12 centímetros de ancho, 8 centímetros de grueso y 1'25 m. de longitud.

De hierro forjado $C = \frac{100 \times (8)^2 \times 12}{125} = 614'4$ kg.

De hierro colado $C = \frac{125 \times (8)^2 \times 12}{125} = 768$ kg.

De encina ó abeto $C = \frac{10 \times (8)^2 \times 12}{125} = 61'44$ kg.

Estos resultados expresan la resistencia de la pieza colocada de modo que la menor dimension, 8 cent., esté en sentido vertical, pero si se fija de manera que le sirva de altura ó grueso la dimension de 12 cent., su resistencia será mucho mayor, como se ve por los cálculos siguientes:

De hierro forjado $C = \frac{100 \times (12)^2 \times 8}{125} = 921'6$ kg.

De hierro colado $C = \frac{125 \times (12)^2 \times 8}{125} = 1152$ kg.

De encina ó abeto $C = \frac{10 \times (12)^2 \times 8}{125} = 92'16$ kg.

Si la pieza fuese de seccion cuadrada, el ancho seria igual á la altura ó grueso y se tendria $a=l$, en cuyo caso se podria sustituir a en vez de l en la fórmula general, de donde resultaria:

$$C = \frac{100 \times (a)^3}{L}; \quad C = \frac{125 \times (a)^3}{L}; \quad C = \frac{10 \times (a)^3}{L}.$$

Si la pieza se supone cilíndrica, las fórmulas correspondientes serán como sigue, representando el diámetro por d.

Para el hierro forjado $C = \frac{60 \times (d)^3}{L}$.

Para el hierro colado $C = \frac{75 \times (d)^3}{L}$.

Para la encina y abeto $C = \frac{6 \times (d)^3}{L}$.

Para calcular el valor de la seccion que corresponde á la pieza, conociendo la carga que debe suportar, se despejará en cada una de las fórmulas deducidas la cantidad correspondiente, y se hallará:

Materias.	Seccion rectangular.	Seccion cuadrada.	Seccion cilíndrica.
De hierro forjado. . .	$a^2 l = \frac{C \times L}{100}$	$a^3 = \frac{C \times L}{100}$	$d^3 = \frac{C \times L}{60}$
De hierro colado. . .	$a^2 l = \frac{C \times L}{125}$	$a^3 = \frac{C \times L}{125}$	$d^3 = \frac{C \times L}{75}$
De encina ó abeto. . .	$a^2 l = \frac{C \times L}{10}$	$a^3 = \frac{C \times L}{10}$	$d^3 = \frac{C \times L}{6}$

En todas las fórmulas deducidas en este capítulo se ha prescindido del peso absoluto de la pieza, el cual deberá entrar en el cálculo cuando sea de alguna consideracion. En este caso se hallarán las dimensiones de la pieza por las fórmulas anteriores, se determinará con ellas su peso aproximado y uniendo la mitad de este peso á la carga propuesta se calcularán nuevamente las dimensiones, y estas serán las verdaderas.

Ejemplo: Determinar las dimensiones de la seccion rectangular para una pieza de 2 metros, que empotrada por un extremo, debe sostener en el otro una carga de 75 kilógramos.

Si la pieza es de hierro forjado será $a^2l=\dfrac{75\times200}{100}=150.$

Si es de hierro colado. . . . . $a^2l=\dfrac{75\times200}{125}=120.$

Si es de encina ó abeto. . . . . $a^2l=\dfrac{75\times200}{10}=1500.$

Suponiendo ahora que el ancho l de la pieza es de 5 centímetros, en los dos primeros casos resultará: $5a^2=150$ si es de hierro forjado, y $5a^2=120$ si fuese colado; de donde se deduce $a=\sqrt{150\diagdown 5}=5'48$ cent. y $a=\sqrt{120\diagdown 5}=4'9$ cent.

Es decir, que si la pieza es de hierro forjado y se le dan 5 centímetros de ancho, su grueso ó altura deberá tener 5'48 centímetros; y si es de hierro colado, teniendo el mismo ancho, le corresponderán 4'9 centímetros de grueso.

Si la pieza fuese de madera, suponiendo el ancho l de

10 centímetros tendríamos $10a^2=1500$, de donde sale $a=\sqrt{150}=12'25$ centímetros.

De modo, que si la pieza es de madera, dándole 10 centímetros de ancho, su altura ó grueso corresponderá á 12'25 centímetros.

Con las dimensiones halladas se calculará el peso de la barra para cada caso especial, se unirá la mitad de este peso á la carga de 75 kg., y repitiendo nuevamente las operaciones con esta suma, se deducirán las dimensiones verdaderas que corresponden á la pieza.

Si la pieza fuese de seccion cuadrada se tendria:

$$a=\sqrt[3]{\frac{75\times200}{100}}=5'3 \text{ cent.} \quad a=\sqrt[3]{\frac{75\times200}{125}}=4'9 \text{ c.}$$

$$a=\sqrt[3]{\frac{75\times200}{10}}=11'44 \text{ cent.}$$

Por manera, que siendo la seccion cuadrada deberia tener su lado 5'3 cent., 4'9 cent. ú 11'44 cent., segun la pieza fuese de hierro forjado, de hierro colado ó de madera.

Si la barra fuese cilíndrica tendríamos por lo dicho

$$d=\sqrt[3]{\frac{75\times200}{60}}=6'3 \text{ cent.} \quad d=\sqrt[3]{\frac{75\times200}{75}}=5'8 \text{ c.}$$

$$d=\sqrt[3]{\frac{75\times200}{6}}=13'5 \text{ cent.}$$

De modo que cuando se emplee una barra cilíndrica, su diámetro será de 6'3 contímetros, 5'8 centímetros ó

13'5 centímetros, segun sea de hierro forjado, de hierro colado ó de madera.

Piezas de igual resistencia. La experiencia y el cálculo han dado á conocer hasta qué punto se puede disminuir el grueso de una pieza empotrada por un extremo y cargada en el otro extremo sin que pierda nada de su solidez y resistencia. La forma mas propia y resistente que se le puede dar para descargarla en cuanto es posible, sin perjudicar su resistencia en lo mas mínimo, es haciéndola terminar en su cara inferior por una curva parabólica.

Para obtener la forma que conviene dar á la pieza, se procederá como sigue: sea *bc* (fig. 50*) el grueso ó altura correspondiente á la pieza segun las fórmulas anteriores: colóquese esta misma magnitud desde *b* á *d* y divídase la *bc* en cuatro ó mas partes iguales, igualmente que la longitud *bn*: por los puntos *s, t, q* se trazarán las paralelas *sh, tg, qe* y desde el punto *d* se dirigirán por los puntos de division de la longitud las líneas *de, dg, dh,* las cuales determinarán por su interseccion con las paralelas, varios puntos de la parábola *ceghn*. Esta curva indica la cantidad de materia que puede rebajarse de una pieza sin perjudicar de ningun modo su solidez, pues con dicha curva se proporciona á la pieza una resistencia igual en cualquiera de sus puntos. Esta es la forma que se acostumbra dar al balancin de la máquina de vapor en razon de ser la mas conveniente y propia segun su modo de obrar.

Piezas sostenidas por en medio ó por sus extremos. Cuando una pieza está sostenida por en medio y cargada en sus extremos, ó se halla simplemente sostenida por sus extremos y cargada en su punto medio (fig. 51) y (fig. 52), su resistencia á la flexion será doble de la que ofreceria empotrada por un extremo y cargada en el otro extremo; pues al esfuerzo que obra en los extremos le corresponde

solamente como brazo de palanca la mitad de la longitud de la pieza, cuando empotrada por un extremo el brazo de palanca equivaldria á la longitud total de la misma pieza. De aquí resulta, que para estos dos casos servirán las mismas fórmulas deducidas últimamente con solo doblar el resultado ó multiplicar en cada una el coeficiente por 2.

Ejemplo: Hallar el peso ó carga que podrá suportar en cada extremo una barra sostenida en su punto medio, cuya longitud es de 3'50 m., su ancho de 5 cent. y su grueso ó altura de 8 cent.

Si es de hierro colado. $C = \dfrac{250 \times (8)^2 \times 5}{350} = 228'57$ kg.

Si es de hierro forjado. $C = \dfrac{200 \times (8)^2 \times 5}{350} = 182'86$ kg.

Si es de madera. . $C = \dfrac{20 \times (8)^2 \times 5}{350} = 18'29$ kg.

Estos resultados expresan la carga que podrá suportar en cada extremo, y convendrán igualmente para cuando la pieza esté simplemente sostenida por sus extremos y deba ser cargada en el punto medio.

Pero si la carga no corresponde al punto medio de la pieza, debe tenerse en consideracion la distancia á que se halla de cada extremo, y entonces las fórmulas propuestas se transforman en las siguientes:

Hierro forjado. $C = \dfrac{100 \times (a)^2 \times L}{d \times d'}$. . $C = \dfrac{60 \times D^3 \times L}{d \times d'}$

Hierro colado. $C=\dfrac{125\times(a)^3\times L}{d\times d'}$. . $C=\dfrac{75\times D^3\times L}{d\times d'}$

Encina ó abeto. $C=\dfrac{10\times(a)^3\times L}{d\times d'}$. . $C=\dfrac{6\times D^3\times L}{d\times d'}$.

En estas expresiones debe observarse que d d' son las distancias respectivas del punto en que obra la carga á cada uno de los apoyos en que descansan los extremos de la pieza: D representa el diámetro de la barra, si es cilíndrica; L su longitud en centímetros, y a su lado ó grueso y ancho respectivos.

Si conocida la carga C se quiere determinar la seccion correspondiente se podrá despejar en las mismas fórmulas el diámetro D y el ancho ó grueso a.

Ejemplos: El árbol ó eje de una rueda hidráulica tiene 3 metros de longitud entre sus apoyos, el peso de la rueda se estima en 9,000 kg. y la vertical de su centro de gravedad corresponde á 1'20 m. del apoyo de la derecha. Pídese cuál es la carga que corresponde á cada apoyo y cuál el diámetro del árbol de hierro colado.

Apoyo de la derecha. 3 m : 9000 kg. : : 1'20 : x=3600 k.
Apoyo de la izquierda 3 m : 9000 kg. : : 1'80 : z=5400 kg.

Para el diámetro del árbol ó de los muñones se tendrá:

$$D=\sqrt[3]{\frac{C\times d\times d'}{75\times L}}=\sqrt[3]{\frac{9000\times120\times180}{75\times300}}=20'5\text{ c.}$$

De manera, que el apoyo de la derecha cargará con 3'600 kg., el de la izquierda con 5'400 kg. y el diámetro de los muñones será de 20 ½ centímetros próximamente.

Cual será el lado para la seccion cuadrada de una viga de encina que teniendo 5 metros de largo debe suportar una carga de 2,500 kg. situada á 2 metros de uno de los apoyos.

El lado de la seccion

$$a=\sqrt[3]{\frac{C\times d\times d'}{10\times L}}=\sqrt[3]{\frac{2500\times200\times300}{10\times500}}=31'06\text{ cents.}$$

Es decir, que el lado de la seccion cuadrada deberá tener poco mas de 31 centímetros para resistir, sin ser alterada, la carga de 2,500 kg. en las circunstancias dichas.

Advertencia. Cuando el árbol ó eje sea de hierro colado y esté expuesto á choques mas ó menos bruscos, deberá reemplazarse el coeficiente 75 por 37'5 con el fin de darle la resistencia conveniente.

Árboles ó ejes huecos. Cuando los árboles ó ejes deben ofrecer gran resistencia se puede disminuir su peso sin perjudicar su solidez, haciendo que sean huecos. En este caso hay que tomar en consideracion el diámetro exterior y el grueso que deba darse á la parte llena ó maciza del árbol.

Los constructores acostumbran dar á la parte llena $^1/_5$ del diámetro total, y bajo este supuesto las fórmulas serán: $120\times D^3=C\times L$ y $30\times L\times D^3=C\times d\times d'$ siendo D el diámetro total ó exterior en centímetros; C la carga en kilógramos; L la longitud en centímetros, y d, d' las distancias respectivas de la carga á los apoyos, tambien en centímetros.

Ejemplo: Determinar el diámetro exterior y el grueso que deberá darse á un árbol ó eje hueco, de hierro colado, cuya longitud es de 2'80 m., y la carga que debe suportar de 4000 kilógramos.

Si la carga se halla en el punto medio se tendrá :

$$D=\sqrt[3]{\frac{C\times L}{120}}=\sqrt[3]{\frac{4000\times 280}{120}}=21'05 \text{ centímetros.}$$

El grueso de la parte llena será $21'05 \smallsetminus 5=4'21$ cent.

Es decir, que el diámetro exterior será de 21 centímetros próximamente, y el grueso de la parte llena de 4 centímetros y 21 centésimos de otro.

Si la carga estuviese colocada á 1'20 metros de uno de los apoyos y por lo mismo á 1'60 m. del otro, se tendria:

$$D=\sqrt[3]{\frac{C\times d\times d'}{30\times L}}=\sqrt[3]{\frac{4000\times 120\times 160}{30\times 280}}=20'9 \text{ c.}$$

El grueso de la parte llena $20'9 \smallsetminus 5=4'2$ centímetros.

De donde resulta, que bajo esta condicion el diámetro exterior deberá ser de 20 centímetros y 9 décimos próximamente y el grueso de la parte maciza de 4 centímetros con 2 décimos.

Piezas empotradas por ambos extremos. Cuando una pieza está empotrada por ambos extremos en paredes que no pueden ceder (fig. 53), su resistencia á la flexion es cuádrupla de la que ofrece empotrada por un solo extremo y cargada en el otro, porque el brazo de palanca en que obra la carga es la mitad, y las superficies de encajamiento ó de ruptura son dos. En este supuesto, las fórmulas deducidas para el caso de una pieza empotrada por un extremo y cargada en el otro, servirán para cuando esté empotrada por ambos extremos y cargada en su punto medio, multiplicando por 4 cada uno de los coeficientes numéricos que figuran en ellas.

Así, si la carga obra en el punto medio, las fórmulas serán :

Para el hierro forjado $C\times L=(a)^3\times 400$ $C\times L=D^3\times 240$.
Para el hierro colado $C\times L=(a)^3\times 500$ $C\times L=D^3\times 300$.
Para la encina ó abeto $C\times L=(a)^3\times 40$ $C\times L=D^3\times 24$.

Si la carga se halla á distancias desiguales de los puntos de encajamiento, las fórmulas serán :

Para el hierro forjado
$(a)^3\times 200\times L=C\times d\times d'$ $D^3\times 120\times L=C\times d\times d'$.

Para el hierro colado
$(a)^3\times 250\times L=C\times d\times d'$ $D^3\times 150\times L=C\times d\times d'$.

Para la encina y abeto
$(a)^3\times 20\times L=C\times d\times d'$ $D^3\times 12\times L=C\times d\times d'$

teniendo presente que las de la primera columna son para cuando la seccion es cuadrada y cuyo lado se representa por a, y las de la segunda para las de seccion cilíndrica cuyo diámetro es D. Por medio de estas fórmulas se pueden resolver todos los casos despejando convenientemente las indeterminadas C, L, a, D.

Ejemplo : Calcular la carga que puede suportar, sin ser alterada, una viga de encina empotrada por ambos extremos, cuyo lado de su seccion cuadrada es de 20 centímetros y su longitud de 2'50 metros.

Si la carga gravita en su punto medio, dará :

$$C=\frac{(a)^3\times 40}{L}=\frac{(20)^3\times 40}{250}=1280 \text{ kilógramos.}$$

Si la carga se halla á 1 metro de una pared y á 1'50 m. de la otra, será:

$$C = \frac{(a)^2 \times 20 \times L}{d \times d'} = \frac{(20)^2 \times 20 \times 250}{100 \times 150} = 2666\,\%\ \text{kilóg.}$$

Algunos prácticos admiten tambien la fórmula:

$D = 3 \times \sqrt[3]{c}$ para calcular el diámetro de los muñones correspondientes á árboles de hierro colado que deban suportar grandes cargas, siendo D el diámetro en centímetros, y C la carga en quintales métricos ó de cien kilógramos uno.

Ejemplo: Hallar el diámetro de los muñones del árbol de una rueda hidráulica cuyo peso total se gradúa en 25,000 kg. ó sean 250 quintales.

Si el muñon es de hierro colado tendrémos:

$D = 3 \times \sqrt[3]{250} = 18'9$ centímetros.

Para obtener el diámetro correspondiente á los mismos muñones suponiéndolos de hierro forjado se usará de la fórmula $D = 2'6 \times \sqrt[3]{c}$ que en nuestro caso dará:

$D = 2'6 \times \sqrt[3]{250} = 16'4$ centímetros.

Es decir, que si los muñones son de hierro forjado deberán tener un diámetro de 16 centímetros y 4 décimos, y si son de hierro colado, de 19 centímetros próximamente.

Resistencia á la torsion. Cuando un eje adquiere el movimiento de rotacion en virtud de una potencia cualquiera que tiende á hacerle girar en un sentido existe una resistencia constante que se opone á su rotacion, y estas dos fuerzas opuestas ejercen su accion tan gentilmente á la superficie del árbol ó de sus muñones y le someten á un esfuerzo llamado de torcion.

Si el árbol debe estar sometido á la flexion y á la torsion á un tiempo, se calcula separadamente su diámetro para cada uno de estos dos esfuerzos, y se le da el que corresponde al resultado mayor.

Por regla general se determina el diámetro del muñon y se obtiene el del árbol correspondiente añadiendo al resultado la décima parte.

El esfuerzo de torsion á que están sujetos los muñones de los ejes ó árboles aumenta con la potencia que deben transmitir y disminuye con el número de revoluciones que verifican por minuto. Por esta razon los mecánicos dividen los ejes ó árboles en tres clases. Son de primera clase los que están sujetos á mayor esfuerzo de torsion y que siendo considerable su carga transmiten toda la fuerza del motor; tales son los árboles de los volantes, de las ruedas hidráulicas, etc. Son de segunda clase los ejes ó árboles que reciben sin choques el movimiento de los de primera y llevan grandes ruedas dentadas; y son de tercera clase todos los árboles ó ejes secundarios de transmision que generalmente llevan poca carga.

Para determinar el diámetro de los muñones segun el esfuerzo de torsion á que están sujetos, se usa esta fórmula práctica $C \times c = D^3 \times n$ en la cual, C representa el número de caballos de fuerza que el árbol debe trasmitir; D el diámetro del muñon en centímetros; n el número de revoluciones del árbol por minuto, y c un coeficiente variable segun los casos. En esta fórmula se podrá calcular una cualquiera de las tres cantidades C, D, n cuando se conozcan las otras dos, teniendo presente que el valor constante del coeficiente c es como sigue:

Muñones de árboles de 1.ª clase: $c = 4370$ para el hierro forjado, y $c = 6800$ para el hierro colado.

Muñones de árboles de 2.ª clase: $c=2108$ para el hierro forjado, y $c=3280$ para el hierro colado.

Muñones de árboles de 3.ª clase: $c=1054$ para el hierro forjado, y $c=1640$ para el hierro colado.

Si en la fórmula anterior se despeja la D se tendrá para el diámetro del muñon $D=\sqrt[3]{\frac{C\times c}{n}}$ es decir, que *para calcular el diámetro correspondiente á los muñones de un árbol ó eje cualquiera, se multiplicará el esfuerzo que transmite, en caballos, por el coeficiente respectivo, se dividirá el producto por el número de vueltas que dá en cada minuto, y del cociente se extraerá la raiz cúbica.* El resultado será la magnitud del diámetro en centímetros.

Ejemplos: 1.º Hallar el diámetro de los muñones para un árbol de primera clase que, dando 25 vueltas por minuto, debe transmitir la fuerza de 32 caballos.

Si es de hierro forjado tendrémos:

$$D=\sqrt[3]{\frac{32\times4370}{25}}=17\text{‘}7 \text{ centímetros.}$$

Si es de hierro colado se tendrá:

$$D=\sqrt[3]{\frac{32\times6800}{25}}=20\text{‘}5 \text{ centímetros.}$$

El diámetro del árbol en el primer caso será $17‘7+1‘77=19‘47$ centímetros; y en el segundo $20‘5+2‘05=22‘55$ centímetros.

2.º Determinar el diámetro de cada muñon para un eje

ó árbol de segunda clase que transmite un esfuerzo de 20 caballos con una velocidad de 30 vueltas por minuto.

Si es de hierro forjado $D=\sqrt[3]{\frac{20\times2108}{30}}=11‘2$ cent.

Si es de hierro colado $D=\sqrt[3]{\frac{20\times3280}{30}}=13$ cent.

El diámetro del árbol en el primero será $11‘2+1‘12=12‘32$ cent. y en el segundo $13+1‘3=14‘3$ cent.

3.º Calcular el diámetro de los muñones para un árbol de tercera clase que ha de transmitir un esfuerzo de 3 caballos con una velocidad de 48 revoluciones por minuto.

Si es de hierro forjado $D=\sqrt[3]{\frac{3\times1054}{48}}=4{,}03$ cent.

Si es de hierro colado $D=\sqrt[3]{\frac{3\times1640}{48}}=4‘7$ cent.

El diámetro del árbol será en el primer caso $4‘03+0‘403=4‘433$ cent. y en el segundo $4‘7+0‘47=5‘17$ centímetros.

Si conociendo el diámetro y el número de revoluciones de un árbol por minuto, se quiere averiguar la potencia á que puede sujetarse sin sufrir alteracion se despejará la C en la fórmula anterior y resultará $C=\frac{D^3\times n}{c}$ cuyo resultado manifiesta, que *para hallar la potencia en caballos á que puede sujetarse un árbol, se multiplicará el cubo* *de su diámetro por el número de vueltas que da en cada minuto y el producto se dividirá por el coeficiente respectivo.*

Ejemplos: 1.° Hallar la potencia que puede transmitir un árbol de 1.ª clase que da 25 vueltas por minuto y cuyo diámetro es de 20 centímetros.

Si es de hierro colado dará $C = \dfrac{(20)^3 \times 25}{6800} = 29'4$ caballos.

Si es de hierro forjado. $C = \dfrac{(20)^3 \times 25}{4370} = 45'76$ caballos.

De modo, que el árbol de hierro colado podrá transmitir la fuerza de 29 caballos próximamente, y si es de hierro forjado transmitirá sin alteracion cerca de 46 caballos.

2.° Calcúlese la fuerza que transmitirá un árbol de 3.ª clase que hace 80 vueltas por minuto y su diámetro es de 5 centímetros.

De hierro colado . . $C = \dfrac{(5)^3 \times 80}{1640} = 6'1$ caballos.

De hierro forjado . . $C = \dfrac{(5)^3 \times 80}{1054} = 9'5$ caballos.

Es decir, que si el árbol en cuestion es de hierro colado transmitirá sin alterarse una potencia de 6 caballos, y si es de hierro forjado podrá transmitir una fuerza de 9 $^1/_2$ caballos próximamente.

En las fórmulas de que hemos hecho uso en este artículo se han puesto los coeficientes modificados atendiendo

á la carga y á la torsion á que están sujetos los árboles y sus muñones.

En las mismas fórmulas se observa que la fuerza de los muñones es proporcional al cubo de su diámetro, de donde resulta, que á diámetro doble, el árbol ó el muñon podrá transmitir un esfuerzo óctuplo porque 8 es el cubo de 2.

Si el árbol es de madera su resistencia en igualdad de circunstancias es la cuarta parte de la que corresponde al de hierro colado, y por esto, calculando el diámetro relativamente al árbol de hierro colado se hallará el del árbol de madera multiplicando el resultado por 1'6. Además, si el árbol es de hierro colado y tiene una longitud de 2 á 5 metros se hace su diámetro mayor que el de los muñones de $^1/_{10}$ á $^1/_5$ del de estos.

Resistencia de los techos ó suelos. Los techos ó suelos se forman con vigas ó latas llenando los intermedios con obra de ladrillo ó con madera.

Las vigas que sostienen un techo se hallan empotradas por sus dos extremos, y por esto la fórmula por cuyo medio se determina su resistencia y las dimensiones correspondientes á cada una, es $C \times L = 40 \times (a)^2 \times l$ que se ha obtenido anteriormente para una pieza de seccion rectangular cargada en su punto medio.

Rondelet admite, que cuando las vigas que forman un techo ó suelo se hallan á una distancia una de otra igual á su ancho, su grueso en sentido vertical debe ser los 4 centésimos de su longitud; pero en cuanto á las grandes vigas que sostienen todo el techo las coloca al través de las primeras á unos 4 metros de distancia una de otra y les da de grueso los 5 ó 6 centésimos de su total longitud.

Fundados en estas observaciones nos propondrémos calcular la resistencia total de un techo ó suelo, el esfuerzo correspondiente á cada viga y la seccion transversal que debe darse á cada una con arreglo á la carga que ha de suportar.

Aplicaciones: 1.ª Calcular la resistencia total de un techo ó suelo sostenido por 24 vigas de 5 metros de longitud, 16 centímetros de latitud ó ancho y 20 cent. de grueso ó espesor vertical.

El esfuerzo á que puede resistir una viga será:

$$C = \frac{40 \times (20)^2 \times 16}{500} = 512 \text{ kg.}$$ y la resistencia total de las 24 vigas, dará: $512 \times 24 = 12,288$ kg.

De modo, que el techo podrá suportar sin alterarse una carga uniformemente repartida de 12,288 kg.

2.ª Determinar el número de vigas y sus dimensiones para construir un suelo, que teniendo 4'5 metros de ancho y 8'40 metros de largo debe suportar una carga de 12,000 kilógramos.

La altura vertical ó grueso de cada viga será los cuatro centésimos de su longitud 4'5 metros, segun lo dicho anteriormente, y dará $4'5 \times 0'04 = 0'18$ metros.

La latitud ó ancho de cada una será, segun Rondelet, los cinco séptimos de su grueso, esto es, $0'18 \times {}^5/_7 = 0'13$ m.

Substituyendo estos valores en la fórmula anterior se tendrá la resistencia de cada viga: $C = \frac{40 \times (18)^2 \times 13}{450} =$ 374'4 kilógramos.

Ahora, como cada viga puede suportar sin sufrir alteracion una carga de 374 kg. próximamente, se hallará el

número de las vigas, partiendo la carga total 12000 kg. por la resistencia de cada una: $12000 \diagdown 374 = 32$ próximamente.

De manera, que para construir el expresado suelo se emplearán 32 vigas que tengan la correspondiente longitud de 4'5 m., 13 centímetros de ancho y 18 cent. de grueso ó altura vertical. Estas vigas igualmente repartidas en toda la longitud del suelo resistirán la carga total de 12000 kg. porque cada una podrá suportar con exceso y sin sufrir alteracion la de 374 kg.

En cuanto á las armaduras para sostener la cubierta de un edificio deberán adoptarse las que convengan mejor segun las circunstancias especiales de la obra, el peso que tenga toda la cubierta, la materia de que se forme esta, la resistencia de las paredes laterales en que debe apoyarse y las necesidades y exigencias de localidad.

Se llama *armadura* un conjunto de piezas enlazadas entre sí, de modo que forme un todo muy resistente. Las armaduras sirven para levantar grandes pesos, y tambien para cubiertas, en cuyo caso se llaman *cuchillos de armadura*.

Las armaduras constan de piezas verticales, horizontales ó inclinadas, ó de un conjunto combinado de unas y otras. Las piezas verticales estarán sujetas generalmente á la compresion, las horizontales á la traccion ó á la flexion y las inclinadas á la flexion y compresion. Por esto debe disponerse el conjunto de manera que haciendo la armadura mas resistente, las piezas, por su trabazon, se refuercen entre sí.

Las armaduras constan de dos partes: la *cercha* ó *cuchillo*, que determina la pendiente, y el *enlistonado* que se compone de las vigas destinadas á recibir la cubierta. Las piezas que forman el cuchillo de armadura son: los *pares*, que indican la pendiente de la cubierta; el *tirante*, que une los extremos inferiores de los pares; el *puente*, que es paralelo al tirante y sirve de apoyo á los pares; el *pendolon*, pieza vertical que ensamblada en el vértice del cuchillo á cola de milano, coje el tirante ó el puente por su punto medio uniéndose á él con una argolla, abrazadera, etc.; los *tornapuntas*, piezas inclinadas que apoyándose en la parte inferior del pendolon impiden la flexion de los pares: las *sopandas* que forman cuerpo con los pares para reforzarlos, desde el puente hasta el tirante; las *péndolas*, especie de pendolones que desde el punto de union del tornapuntas con los pares bajan hasta el tirante para reforzar este y aquellos; y el *sobretirante* que evitando el pandeo del tirante aumenta la escuadria de este y sujeta las péndolas para que los tornapuntas no las hagan resbalar.

Las piezas de un cuchillo de armadura pueden hacerse de hierro, con cuyo recurso se logrará solidez, economía y ventaja en el aprovechamiento del local. Pára el empleo del hierro en los cuchillos de armadura, se tendrá presente que el hierro forjado es mas resistente á la traccion y el colado lo es mas á la compresion, y que para el esfuerzo de flexion, el primero está expuesto á doblarse y el segundo á romperse, principalmente si ha de sufrir algun choque.

Determinada la forma de los cuchillos de armadura se repartirá convenientemente el peso total entre el número de los que deban sostener la cubierta, y atendiendo á la resistencia correspondiente á cada pieza y á la clase de esfuerzo á que esté sujeta, segun su posicion particular, se calcularán sus dimensiones haciendo aplicacion de los principios sentados en este artículo de la resistencia de los materiales.

DIMENSIONES DE LAS CORREAS. Cuando una correa abraza dos poleas ó una polea y un tambor para comunicar ó transmitir el movimiento, con el fin de procurar la conservacion de las correas, deben llenarse en cuanto sea posible las condiciones siguientes: 1.ª que la superficie de las poleas sea lisa y no tenga estrias; 2.ª que la correa abrace el mayor arco posible de la polea ó tambor; y 3.ª que no tenga demasiada tension y las poleas que abraza tengan sus diámetros en una relacion que no exceda nunca de 1 á 3.

El distinguido ingeniero Mr. Carillion, admite que una correa puede transmitir sin alteracion sensible la fuerza de un caballo cuando su ancho y su velocidad son tales que en un segundo desarrolla 1500 centímetros cuadrados de su superficie. Mediante este principio y recordando que la superficie de la correa desarrollada será igual á su ancho multiplicado por su velocidad, podrémos establecer la fórmula $l \times v = C \times 1500$ en la cual l representa la latitud ó ancho de la correa en centímetros; v la velocidad por segundo tambien en centímetros, y C la fuerza que transmite expresada en caballos: por manera que conociendo dos de dichas cantidades se podrá determinar fácilmente la tercera.

Despejando en esta fórmula el ancho ó latitud l de la correa, resulta $l = \frac{C \times 1500}{v}$ que da la siguiente regla general: *Para calcular el ancho que debe tener una correa, multiplíquese la fuerza que transmite en caballos por el número constante* 1,500 *y divídase el producto por el número de centímetros que desarrolla en cada segundo ó sea por su velocidad:* el resultado expresará el ancho ó latitud de la correa en centímetros.

Ejemplo: Calcular la latitud ó ancho de una correa que con una velocidad de 3'25 metros por segundo debe transmitir la fuerza de 2'5 caballos.

Segun la fórmula se tendrá: $l = \dfrac{2{'}5 \times 1500}{325} = 11{'}5$ cent.

Es decir, que el ancho de la correa deberá ser de 11 ½ centímetros próximamente.

TRANSMISIONES DE MOVIMIENTO.

Las máquinas que generalmente se emplean en la industria están compuestas de una série de piezas que se comunican el movimiento y la fuerza de una á otra desde el motor principal hasta el aparato que confecciona la obra. Por esta razon se designan estas piezas y aparatos con los nombres mas apropiados segun el oficio á que se destinan y el efecto que produce cada uno.

Los motores son las fuerzas motrices que proporciona la naturaleza como: los hombres y animales, el agua, el vapor y el viento. El aparato que recibe directamente la fuerza y accion del motor se llama *receptor,* tal es la rueda hidráulica, las aspas del molino de viento, el émbolo de un cilindro de vapor, etc. El aparato ó máquina que confecciona la obra se llama *útil,* simplemente *máquina,* ó se le da la denominacion del objeto á que se la destina, como *máquina de hilar, de aserrar, de pulir, de imprimir,* etc. Las piezas que sirven para transmitir el movimiento y la fuerza desde el motor ó receptor hasta el útil ó máquina cuyo destino es la confeccion de la obra se llaman *transmisiones ó piezas de transmision;* tales son *los árboles de*

segunda clase con fuertes ruedas de engranaje, los *embarrados,* etc.

En el lugar correspondiente nos ocuparémos de los motores y de su clasificacion, y en este capítulo hablarémos solamente de la transmision y transformacion del movimiento así como de los mecanismos y piezas de que se hace uso para lograrla.

En las máquinas se notan tres clases de movimiento: rectilíneo, circular y curvilíneo. El *movimiento rectilíneo* es el que tiene un cuerpo cuando sigue constantemente la línea recta; *el movimiento circular* es el que tiene un punto que recorre una circunferencia ó parte de ella, y *movimiento curvilíneo* es el que afecta un cuerpo al seguir una curva cualquiera que no sea el círculo.

Estos movimientos pueden ser contínuos ó alternativos; son *contínuos* si obran siempre en el mismo sentido, y *alternativos ó de vai-ven* cuando obran en un sentido recorriendo cierto espacio y retroceden en sentido opuesto recorriendo espacio igual.

Los indicados movimientos ofrecen treinta transformaciones diversas, que algunos mecánicos reducen á veinte y una en atencion á que las restantes no tienen ningun uso en las máquinas conocidas.

Así el movimiento rectilíneo contínuo puede transformarse en rectilíneo contínuo, en rectilíneo alternativo, en circular contínuo, en circular alternativo, en curvilíneo contínuo, y en curvilíneo alternativo. El movimiento rectilíneo alternativo se puede transformar en rectilíneo alternativo, en circular contínuo y alternativo, y en curvilíneo alternativo. El movimiento circular contínuo se transforma en rectilíneo alternativo, en circular contínuo, en circular alternativo, en curvilíneo contínuo, y en curvilíneo alternativo. El movimiento circular alternativo se

Ejemplo: Calcular la latitud ó ancho de una correa que con una velocidad de 3'25 metros por segundo debe transmitir la fuerza de 2'5 caballos.

Segun la fórmula se tendrá: $l = \dfrac{2'5 \times 1500}{325} = 11'5$ cent.

Es decir, que el ancho de la correa deberá ser de 11 ½ centímetros próximamente.

TRANSMISIONES DE MOVIMIENTO.

Las máquinas que generalmente se emplean en la industria están compuestas de una série de piezas que se comunican el movimiento y la fuerza de una á otra desde el motor principal hasta el aparato que confecciona la obra. Por esta razon se designan estas piezas y aparatos con los nombres mas apropiados segun el oficio á que se destinan y el efecto que produce cada uno.

Los motores son las fuerzas motrices que proporciona la naturaleza como: los hombres y animales, el agua, el vapor y el viento. El aparato que recibe directamente la fuerza y accion del motor se llama *receptor,* tal es la rueda hidráulica, las aspas del molino de viento, el émbolo de un cilindro de vapor, etc. El aparato ó máquina que confecciona la obra se llama *útil,* simplemente *máquina,* ó se le da la denominacion del objeto á que se la destina, como *máquina de hilar, de aserrar, de pulir, de imprimir,* etc. Las piezas que sirven para transmitir el movimiento y la fuerza desde el motor ó receptor hasta el útil ó máquina cuyo destino es la confeccion de la obra se llaman *transmisiones ó piezas de transmision;* tales son *los árboles de segunda clase* con fuertes ruedas de engranaje, los *embarrados,* etc.

En el lugar correspondiente nos ocuparémos de los motores y de su clasificacion, y en este capítulo hablarémos solamente de la transmision y transformacion del movimiento así como de los mecanismos y piezas de que se hace uso para lograrla.

En las máquinas se notan tres clases de movimiento: rectilíneo, circular y curvilíneo. El *movimiento rectilíneo* es el que tiene un cuerpo cuando sigue constantemente la línea recta; *el movimiento circular* es el que tiene un punto que recorre una circunferencia ó parte de ella, y *movimiento curvilíneo* es el que afecta un cuerpo al seguir una curva cualquiera que no sea el círculo.

Estos movimientos pueden ser contínuos ó alternativos; son *contínuos* si obran siempre en el mismo sentido, y *alternativos ó de vai-ven* cuando obran en un sentido recorriendo cierto espacio y retroceden en sentido opuesto recorriendo espacio igual.

Los indicados movimientos ofrecen treinta transformaciones diversas, que algunos mecánicos reducen á veinte y una en atencion á que las restantes no tienen ningun uso en las máquinas conocidas.

Así el movimiento rectilíneo contínuo puede transformarse en rectilíneo contínuo, en rectilíneo alternativo, en circular contínuo, en circular alternativo, en curvilíneo contínuo, y en curvilíneo alternativo. El movimiento rectilíneo alternativo se puede transformar en rectilíneo alternativo, en circular contínuo y alternativo, y en curvilíneo alternativo. El movimiento circular contínuo se transforma en rectilíneo alternativo, en circular contínuo, en circular alternativo, en curvilíneo contínuo, y en curvilíneo alternativo. El movimiento circular alternativo se cámbia, en circular y alternativo, y en curvilíneo alternativo. El movimiento curvilíneo contínuo se tranforma, en rectilíneo alternativo, en circular alternativo, en curvilíneo contínuo y en curvilíneo alternativo. El curvilíneo alternativo en curvilíneo alternativo.

Tambien se verifica la inversa de la mayor parte de las indicadas transformaciones, y vamos á explicar las mas principales de unas y otras.

Transformaciones del movimiento rectilíneo contínuo en rectilíneo contínuo. Esta transformacion tiene lugar en las cuerdas ó correas que sirven en las poleas fijas, pues el movimiento rectilíneo contínuo de la potencia en un extremo de la cuerda, se transforma en movimiento de la misma especie haciendo subir la resistencia que se halla en el otro extremo. La prensa de cuña (fig. 54) es otro ejemplo de esta transformacion.

Transformacion del movimiento rectilíneo contínuo en rectilíneo alternativo. El vapor que sale de la caldera tiene un movimiento rectilíneo contínuo, y al obrar alternativamente en la parte superior é inferior del émbolo hace que este adquiera el movimiento rectilíneo alternativo. La pieza *ab* (fig. 55), en razon de una ranura que ajusta á la parte saliente *ss* adquiere un movimiento rectilíneo alternativo cuando la *cd* lo tiene contínuo de *c* á *d* ó de *d* á *c*.

Transformacion del movimiento rectilíneo contínuo en circular contínuo. El agua que corre por un canal y choca con las palas de una rueda hidráulica transforma su movimiento rectilíneo contínuo en el circular contínuo que adquiere la rueda. La transformacion inversa tiene lugar cuando una rueda dentada engarganta y conduce una barra dentada *(crémaillère)*; y cuando dos cilindros que giran en contacto uno de otro admiten una plancha entre los dos obligándola á seguir entre ellos un movimiento rectilíneo continuo. En un torno cábria ó gato, el movimiento circular continuo del manubrio se transforma en rectilíneo continuo del peso que se levanta.

Transformacion del movimiento rectilíneo alternativo en rectilíneo alternativo y en circular alternativo. El movimiento rectilíneo alternativo del émbolo se transforma en rectilíneo alternativo del tirante que se halla en el extremo opuesto del balancin y en el circular alternativo de este.

Transformacion del movimiento circular continuo en rectilíneo alternativo. El movimiento circular continuo de la rueda *a* se transforma en rectilíneo alternativo de la sierra *b* (fig. 56). El movimiento circular continuo de los escéntricos (fig. 57) se transforma en rectilíneo alternativo de la pieza *c* que sube y baja por una ranura ó entre dos guias *d*. La rodita ó juego *r* es para disminuir el rozamiento.

El escéntrico A se llama de corazon y se construye como sigue: sea *h* el punto mas alto á que debe subir la pieza *c*, y *e* el punto mas bajo; trácese una circunferencia por cada uno de dichos dos puntos y dividiendo la distancia *he* en ocho partes iguales se harán pasar por todos los puntos de division otras tantas circunferencias; dividiendo luego la circunferencia exterior en diez y seis partes iguales y trazando los diámetros respectivos, sus intersecciones con las circunferencias darán los puntos por donde ha de pasar la curva. Este escéntrico proporciona un movimiento rectilíneo alternativo regular porque cada arco de curva hace subir ó bajar la pieza de una cantidad igual.

El escéntrico B sirve para cuando la pieza *c* debe detenerse en el punto mas elevado y en el mas bajo durante la cuarta parte de cada revolucion. Para trazarlo se fijan como en el anterior los puntos superior é inferior á que debe llegar el escéntrico; se hacen pasar por ellos dos circunferencias, y los cuadrantes *ab* y *cd* pertenecerán al escéntrico: luego, para unir *a* con *c* y *b* con *d* se dividen los otros cuadrantes *mc* y *nd* en cuatro partes iguales y se trazan los diámetros correspondientes á cada punto; se divide la *bn* tambien en cuatro partes iguales y el encuentro de los arcos concéntricos con los diámetros determinará los puntos por donde debe pasar la curva para unir los consabidos cuadrantes.

Otros muchos son los escéntricos que pueden trazarse y se emplean en la industria, y hasta el mismo círculo puede considerarse como escéntrico cuando tiene el eje fuera de su centro. Los tirantes *(bielles)*, cigüeñas ó manubrios y escéntricos son indispensables para la transformacion del movimiento circular continuo en rectilíneo alternativo y al contrario. El movimiento rectilíneo alternativo del émbolo en el cilindro de una máquina de vapor se transforma en circular continuo de la cigüeña por medio del balancin y del tirante.

Transformacion del movimiento circular continuo en circular continuo. Para obtener esta transformacion sirven las cadenas y correas sin fin, por cuyo medio se transmite sin ruido el movimiento circular continuo en direcciones diferentes y á distancias cualesquiera. Es preciso que las correas abracen el mayor arco posible de la polea ó tambor que conducen, á cuyo fin si este es pequeño se hace marchar con la correa cruzada, procurando en todos casos que la tension sea suficiente para evitar que resbale, ó de lo contrario no produciria la rotacion. Si la fuerza que se ha de transmitir es grande se emplea una série ó sistema de ruedas dentadas. Las figuras 58, 59 y 30 son otros tantos ejemplos de esta transformacion; las poleas ó tambores de la primera se transmiten el movimiento circular en el mismo sentido ó en sentido contrario segun lo indican las saetas. Los conos alternos de la (fig. 59) sirven en los tornos y en otras máquinas para graduar la tension de la correa y para aumentar la velocidad de rotacion al uno y disminuir la del ótro.

El tornillo sin fin (fig. 30) transmite el movimiento circular continuo del manubrio á las ruedas dentales con que engarganta, cuyo eje es perpendicular al del tornillo. Los tornillos sin fin son muy á propósito para obtener velocidades muy lentas, pues por cada vuelta del manubrio la rueda solo adelanta un diente, y si la rueda tiene 60 dientes las rotaciones estarán en razon de 60 á 1, es decir, que por cada 60 vueltas que se hagan dar al tornillo la rueda dará solamente una: si se quisiese aun mas lentitud se daria mayor número de dientes á la rueda ó se la haria engranar con otra de mayor diámetro.

Transformacion del movimiento circular continuo en circular alternativo. El martinete de forja (fig. 60) y el llamado martillo frontal (fig. 61) son ejemplos de esta transformacion. En el primero se ve que la rueda tiene el movimiento circular indicado por la saeta, y cada vez que pasa una de sus alas hace bajar el extremo *b*, y al dejarlo cae el martillo *a* sobre el yunque. Las alas deben estar colocadas de modo que el espacio de una á otra permita caer libremente el martillo para producir el efecto del choque. En la (fig. 61) las alas de la rueda levantan el martillo por la cabeza, y si bien el efecto es el mismo que en el martinete de forja, sin embargo, la disposicion y el sentido del movimiento son inversos.

La recíproca de esta transformacion tiene lugar en la máquina de vapor, pues el movimiento circular alternativo del balancin se transforma por medio del tirante y de la cigüeña en el circular continuo del árbol que lleva el volante. El escape en los relojes y las palancas que usan á bordo para tirar y plegar las amarras, son ejemplos de esta transformacion.

Transformacion del movimiento circular alternativo en rectilíneo continuo. Esta transformacion tiene lugar cuando una palanca *ab* (fig. 62) oscila libremente al rededor del punto fijo *c* y lleva otras dos palancas *df, eg* encorvadas en los extremos *gf* por cuyo medio engargantan con los dientes de una pieza *nm*. En esta disposicion se ve que al oscilar la palanca *ab* obligará á la pieza *mn* á subir, es decir, que el movimiento circular alternativo de la palanca *ab* seré transformado en el rectilíneo contínuo que adquirirá la pieza dentada.

Transformacion del movimiento circular alternativo en rectilíneo alternativo. Esta transformacion es una de las mas importantes, pues que se aplica con singular ventaja en muchas máquinas.

Las palancas en que pone los piés el tejedor transforman el movimiento circular alternativo que les comunica en rectilíneo alternativo del armazon que hace subir y bajar los hilos para dar paso á la lanzadera. En la máquina de vapor se verifica la inversa, pues el movimiento rectilíneo alternativo del émbolo se convierte en circular alternativo del balancin. El mecanismo intermedio que sirve para mantener vertical la varilla del émbolo se llama paralelógramo de Watt. Este mecánico inglés fue el primero que empleó el paralelógramo para evitar las oscilaciones laterales que debia sufrir la varilla del émbolo, sujeta por articulacion á un extremo del balancin, en razon del movimiento circular alternativo de este; tambien dió á la máquina de vapor la disposicion mas propia para transmitir el movimiento circular continuo á las diferentes máquinas industriales.

Paralelógramo de Watt. El paralelógramo de Watt (fig. 62*) tiene por objeto mantener la varilla del émbolo sensiblemente vertical durante las oscilaciones del balancin; en todos sus ángulos hay articulacion y el mismo balancin forma uno de los lados; su construccion es la siguiente:

Sea *a* el eje sobre que gira el balancin, *ab* su posicion mas elevada para cada oscilacion y *ag* la posicion mas baja: con una abertura de compás *ab* trácese desde *a* el arco *bfg* que naturalmente describirá el extremo *b* y tírese la cuerda *bg*: hecho esto, concíbase la posicion media *af* del balancin para cada oscilacion, divídase la sagita *fz* en dos partes iguales, y la línea vertical *cd* que pasa por el punto medio *s* será la posicion que debe conservar la varilla del émbolo durante la oscilacion. Para que la varrilla se mantenga constantemente en la posicion señalada, trácese el arco *ert* con la mitad del rádio *ab*, tírese la recta *bs* y complétese sobre *be* y *bs* el paralelógramo *bshe* que indicará la primera posicion y las dimensiones del paralelógramo buscado: con la misma magnitud *bs* señálese desde *f* el punto *p* y desde *g* el punto *q*, y completando luego los respectivos paralelógramos *fpnr* y *gqmt* se tendrá en los puntos *n* y *m* la posicion respectiva é indispensable del vértice *h* para que el punto *s* se conserve en *p* y *q* siguiendo la direccion vertical *cd*. Para fijar la posicion correspondiente al vértice *h*, se determinará el centro *o* de la circunferencia que pasa por los tres puntos *h, n, m* y sujetando en dicho centro un tirante *oh* con la correspondiente articulacion en sus extremos, el punto *h* pasará en cada oscilacion por los puntos *n, m* que es lo que se deseaba.

Esta sencilla construccion geométrica proporciona la posicion media y las posiciones extremas del paralelógramo de Watt, sus dimensiones correspondientes y las del tirante ho, para que el punto s en que está suspendida la varilla del émbolo se halle en cada una de dichas posiciones sobre la vertical cd que debe seguir durante las oscilaciones ascendente y descendente del balancin. De lo dicho resulta, que en las tres principales posiciones del balancin la varilla del émbolo se hallará en la misma direccion vertical, y si bien en las posiciones intermedias se separa algun tanto de aquella, las oscilaciones que ocasione esta separacion serán muy poco sensibles y se podrá prescindir de ellas.

Para la construccion del paralelógramo de Watt y con el fin de que el desvío de la varilla sea el menor posible se tendrán en consideracion los siguientes principios generales:

1.° Que el arco descrito por el extremo b del balancin no exceda nunca de 40 grados.

2.° Que la direccion vertical de la varilla cd del émbolo pase por el punto medio s de la sagita ó flecha del arco descrito por el extremo b.

3.° Que la longitud del rádio ab del balancin sea cuando menos una vez y media la extension bg de la cuerda del arco bfg que describe el extremo b.

4.° Que la posicion horizontal af del balancin divida en dos partes iguales el ángulo total bag que describe.

5.° Que la lóngitud de los dos lados bs, eh del paralelógramo sea tal que cuando el balancin se halle en la posicion superior ab el extremo s de la varilla del émbolo corresponda en s sobre la horizontal af.

En cuanto á la longitud be, sh de los otros dos lados del paralelógramo no puede darse regla fija, porque si bien es cierto que muchas veces se hace igual á la mitad del rádio ab del balancin, depende principalmente de la longitud que deba tener el tirante ó guia oh, pues en cuanto el

lado eh esté mas cerca del centro a, el arco descrito por el vértice h será menor y el tirante deberá ser mas corto.

El punto s es tal segun se ha visto, que obedeciendo al efecto producido por el tirante oh sobre el paralelógramo describe próximamente una línea recta sd, y fácilmente se demostrará que todos los puntos de una línea imaginaria sa siguen direcciones paralelas á la cd. De esto se sigue, que sujetando diferentes puntos de dicha línea al lado eh del paralelógramo al propio tiempo que al balancin, se podrán fijar en ellos otras tantas varillas de émbolos que marcharán todas en línea sensiblemente vertical por medio de un solo tirante ó guia oh.

Cuando no es posible emplear el balancin se usa de cilindros oscilantes sobre dos muñones; y si por circunstancias particulares el cilindro tiene que estar fijo, se une al extremo de la varilla del émbolo una pieza a (fig. 63) que corre libremente entre dos guias paralelas, y por medio del tirante ab se transmite el movimiento de rotacion á la cigüeña bc que forma cuerpo con el árbol en que se halla el volante.

Podrian suprimirse tambien, como lo han hecho algunos constructores, los tres lados be, bs y sh del paralelógramo fijando la articulacion extrema del balancin en el punto e, ajustando la varilla del émbolo en x y calculando la longitud del tirante ó guia oh por medio de las tres posiciones principales del extremo x de dicha varilla, segun el curso correspondiente á la extremidad del balancin.

Tambien se ha logrado mantener la varilla sensiblemente vertical sirviéndose de balancines con su eje colocado sobre una pieza oscilante.

Poleas, tambores, ruedas dentadas y su cálculo. Para transmitir la accion de un motor y variar convenientemente la velocidad de rotacion sirven las ruedas dentadas, los tambores y poleas.

Las ruedas dentadas son planas ó cilíndricas cuando el movimiento se transmite entre dos ejes ó árboles paralelos, y se llaman cónicas ó de ángulo cuando los árboles son entre sí perpendiculares ó inclinados. La rueda ó polea que da el movimiento se llama *conductriz*, y la que lo recibe se llama polea ó *rueda conducida*.

Si dos árboles ó cilindros paralelos se hallan en perfecto contacto, el movimiento de rotacion del uno será transmitido íntegramente al otro pero en sentido opuesto, porque cada punto del primero obligará á marchar el punto correspondiente del segundo. Si los árboles paralelos se hallan poco distantes entre sí, se podrán transmitir el movimiento por medio de dos ruedas dentadas que engranen; pero si la distancia que separa los ejes es mucha y no se exige una transmision escrupulosa, se obtendrá por dos poleas ó tambores y una correa sin fin que las abrace.

Si dos ruedas dentadas engranan directamente se verifica como en los cilindros en contacto que sus rotaciones tienen lugar en sentido contrario, y si se quisiese la rotacion en igual sentido deberia colocarse entre las dos otra rueda que engranase con ambas: de modo que una rueda intermedia no hace mas que cambiar la direccion del movimiento sin alterar la velocidad, porque un diente de la primera hace marchar uno de la segunda y en consecuencia uno solo de la tercera.

Si dos poleas ó tambores han de transmitirse la rotacion en igual sentido se hará que la correa las abrace sencillamente, pero si la rotacion ha de verificarse en contrario sentido, la correa se cruzará.

Segun los principios sentados en la geometría, se sabe que las circunferencias guardan entre sí la misma relacion

que sus rádios ó diámetros, y por esto, en el cálculo de poleas, ruedas y tambores se podrán comparar indistintamente los rádios, los diámetros ó las circunferencias.

Para que dos ruedas dentadas engranen y puedan marchar igualmente y sin choque en ambos sentidos, es preciso que sus dientes sean perfectamente iguales y simétricos; y por esta razon, el número de los dientes de dichas ruedas será proporcional á sus circunferencias, rádios ó diámetros. Pero como cada diente que adelanta de la primera hace marchar uno de la segunda, se sigue, que la rotacion ó el número de vueltas que darán en un tiempo dado estará en razon inversa de sus circunferencias, rádios ó diámetros.

En las poleas ó tambores sucederá lo mismo, porque toda la correa desarrollada por la una deberá ser absorvida ó arrollada por la otra, de donde resultan los siguientes principios generales:

1.° *Los rádios ó diámetros de dos ruedas son entre sí como sus circunferencias ó como el número de sus dientes.*

2.° *Las rotaciones de dos poleas ó ruedas que se transmiten el movimiento están en razon inversa de sus rádios, diámetros ó del número de sus dientes.*

Fundados en estos principios procederémos á la resolucion de algunos problemas sentando para cada caso particular la regla correspondiente.

Ejemplos: 1.° Sabiendo que la polea A (fig. 58) da 35 vueltas por minuto y que su diámetro es de 28 centímetros, se desea averiguar cuál será la rotacion de la polea conducida B siendo su diámetro de 20 cent.

Del segundo principio resulta:

Diámetro B : *Diámetro* A : : *Rotacion* A : *Rotacion* B.

Sustituyendo será: 20 : 28 : : 35 : Rot. B=49 vueltas.

La polea B dará 49 revoluciones por minuto, de que resulta la siguiente regla: *para hallar la rotacion de la polea conducida, se multiplicará el diámetro de la que conduce por su rotacion, y el producto se dividirá por el diámetro de la conducida.*

2.° Suponiendo que la polea conductriz A da 35 vueltas por minuto y que su diámetro es de 28 centímetros, se pregunta, cuál será el diámetro de la conducida B para que en igual tiempo dé 49 vueltas.

Por el mismo principio citado se tendrá:

Rotacion B : *Rotacion* A : : *Diámetro* A : *Diámetro* B.

Sustituyendo dará: 49 : 35 : : 28 : Diám. B=20 cent.

La polea conducida deberá tener 20 centímetros de diámetro, y resulta la siguiente regla: *para calcular el diámetro de la polea conducida, se multiplicará la rotacion de la conductriz por su diámetro, y el producto se dividirá por la rotacion de la conducida.*

3.° Si la polea conducida B tiene 20 centímetros de diámetro y da 49 vueltas por minuto, y la conductriz A debe dar 35 vueltas; ¿cuál será el diámetro de dicha conductriz?

La misma proporcion general dirá:

Rotacion A : *Rotacion* B : : *Diámetro* B : *Diámetro* A.

Sustituyendo será: 35 : 49 : : 20 : Diám. A=28 cent.

Por manera, que el diámetro de la polea conductriz A deberá ser de 28 cent.; de lo cual resulta la siguiente regla: *para determinar el diámetro de la polea conductriz se multiplicará la rotacion de la conducida por su diámetro, y el producto se dividirá por la rotacion de la conductriz.*

4.° Sabiendo que el diámetro de la polea conducida B

es de 20 centímetros y que da 49 vueltas por minuto, se pregunta, cuál es la rotacion de la conductriz siendo su diámetro de 28 cent.

La misma proporcion general dará:

Diámetro A : *Diámetro* B : : *Rotacion* B : *Rotacion* A.

Sustituyendo será 28 : 20 : : 49 : Rotacion A=35 vueltas.

Es decir, que la polea conductriz dará 35 vueltas por minuto, de que resulta la siguiente regla: *para calcular la rotacion de la polea conductriz, se multiplicará la rotacion de la conducida por su diámetro, y el producto se dividirá por el diámetro de la misma conductriz.*

Si entre las dos poleas que han de transmitirse el movimiento hubiese un eje ó árbol que debiese ser movido por la primera, se fijarian en dicho árbol dos poleas paralelas, cuyos diámetros tuviesen la magnitud conveniente para que sin variar la rotacion de la primera y última fuese la del eje intermedio la exigida por su condicion especial.

Para deducir la ley que debe regir en todos los casos semejantes nos propondrémos la resolucion del siguiente problema general:

Hallar la relacion de los diámetros y rotaciones de varias poleas de un sistema y deducir el diámetro y rotacion de la primera y última.

Sea A (fig. 64) una polea que haciendo marchar dos árboles intermedios conduce la polea F. En este caso, se tiene, que las poleas A, C, E, son conductrices, y las B, D, F, conducidas; y aplicando á cada par la regla establecida anteriormente, resulta:

1.° . . . *Diám.* B : *Diám.* A : : *Rot.* A : *Rot.* B.
2.° . . . *Diám.* D : *Diám.* C : : *Rot.* C : *Rot.* D.
3.° . . . *Diám.* F : *Diám.* E : : *Rot.* E : *Rot.* F.

Observando ahora que *Rot.* B$=$*Rot.* C por ser poleas paralelas fijadas en un mismo árbol ó eje, y *Rot.* D$=$*Rot.* E por igual razon, se podrán multiplicar ordenadamente las tres proporciones suprimiendo estas cantidades, por corresponder al antecedente y consecuente de la segunda razon, y se tendrá :

$$\textit{Diám. } B \times \textit{Diám. } D \times \textit{Diám. } F : \textit{Diám. } A \times \textit{Diám. } C \times \textit{Diám. } E :: \textit{Rot. } A : \textit{Rot. } F.$$

Si en esta proporcion se iguala el producto de medios con el producto de los extremos, resultará :

(*b*) $\textit{Rot. } A \times \textit{Diám. } A \times \textit{Diám. } C \times \textit{Diám. } E = \textit{Rot. } F \times \textit{Diám. } B \times \textit{Diám. } D \times \textit{Diám. } F$, de cuya igualdad se deduce, que *en todo sistema de poleas, la rotacion de la primera multiplicada por los diámetros de todas las conductrices es igual á la rotacion de la última multiplicada por el diámetro de todas las conducidas.*

Si de esta igualdad se deduce el valor de *Rot.* A será :

$$\text{Rot. } A = \frac{\textit{Rot. } F \times \textit{Diám. } B \times \textit{Diám. } D \times \textit{Diám. } F.}{\textit{Diám. } A \times \textit{Diám. } C \times \textit{Diám. } E.}$$

cuya fórmula nos dice que *en todo sistema de poleas se hallará la rotacion de la primera, multiplicando la rotacion de la última por los diámetros de todas las conducidas, y dividiendo el resultado por el producto de los diámetros de todas las conductrices.*

Deduciendo ahora, de la misma igualdad, el valor del diámetro de la primera, resulta :

$$\textit{Diám. } A = \frac{\textit{Rot. } F \times \textit{Diám. } B \times \textit{Diám. } D \times \textit{Diám. } F}{\textit{Rot. } A \times \textit{Diám. } C \times \textit{Diám. } E}$$

cuya expresion manifiesta, que *el diámetro de la primera*

se hallará multiplicando la rotacion de la última por todos los diámetros de las conducidas, y partiendo el resultado por el producto de la rotacion de la primera por el diámetro de las conductrices.

Despejando la rotacion de la última se tendrá :

$$\textit{Rot. } F = \frac{\textit{Rot. } A \times \textit{Diám. } A \times \textit{Diám. } C \times \textit{Diám. } E}{\textit{Diám. } B \times \textit{Diám. } D \times \textit{Diám. } F}$$

de cuya fórmula se deduce, que *en toda série ó sistema de poleas, la rotacion de la última se hallará multiplicando la rotacion de la primera por los diámetros de todas las conductrices y partiendo el producto por lo que resulta de multiplicar entre sí los diámetros de las conducidas.*

Hallando el valor del diámetro de la última será :

$$\textit{Diám. } F = \frac{\textit{Rot. } A \times \textit{Diám. } A \times \textit{Diám. } C \times \textit{Diám. } E}{\textit{Rot. } F \times \textit{Diám. } B \times \textit{Diám. } D.}$$

de cuyo resultado se saca, que *en toda série de poleas se hallará el diámetro de la última multiplicando la rotacion de la primera por los diámetros de todas las que conducen y partiendo el producto por lo que resulta de multiplicar la rotacion de la última por los diámetros de las conducidas.*

Aplicaciones. 1.ª Hallar la rotacion correspondiente á la primera polea de una série (fig. 64) sabiendo que su diámetro es de 36 cent., el de la C de 42 cent., el de la E de 48 cent., el de la B de 28, el de la D de 20, el de la F de 18, y la rotacion de la última F de 180 vueltas por minuto.

Segun la 1.ª de las reglas generales que se acaban de establecer se formará el dividendo multiplicando 180 por los diámetros 28, 20 y 18 de las conducidas, y el divisor haciendo el producto de los diámetros 36, 42 y 48 de las conductrices: el cociente será la rotacion pedida.

$$Rot.\ A=\frac{180\times28\times20\times18}{36\times42\times48}=\frac{1.814,400}{72,576}=25 \text{ vueltas.}$$

es decir, que en las circunstancias dichas la polea primera dará 25 vueltas por minuto.

2.ª Sabiendo que la primera polea de una série debe dar 25 vueltas por minuto y la última 180; ¿cuál será el diámetro de la primera, siendo el de la última de 18 centímetros, el de las C y E que conducen, de 42 y 48 centímetros, y el de las conducidas B y D, de 28 y 20 cent.?

Por la segunda de las reglas sentadas, se multiplicará la rotacion de la última 180 por los diámetros de las conducidas 28, 20 y 18, y se tendrá el dividendo; y la rotacion 25 de la primera multiplicada por los diámetros 42 y 48 de las conductrices formará el divisor así:

$$Diám.=\frac{180\times28\times20\times18}{25\times42\times48}=\frac{1.814,400}{50,400}=36 \text{ cent.}$$

de modo, que el diámetro de la primera será de 36 cent.

3.ª Conocida la rotacion de la primera polea A, de 25 vueltas, el diámetro de todas las que conducen A, C y E de 36, 42 y 48 cent., y el diámetro de las conducidas B, D y F de 28, 20 y 18, determinar la rotacion de la última.

La tercera de las reglas expuestas dice que se ha de multiplicar la rotacion 25 de la primera, por los diámetros 36, 42 y 48 de todas las conductrices, y se tendrá el dividendo ó numerador; y multiplicando los diámetros 28,

20 y 18 de todas las conducidas se formará el divisor ó denomimador, así:

$$Rot.\ F=\frac{25\times36\times42\times48}{28\times20\times18}=\frac{1.814,400}{10,080}=180 \text{ vueltas.}$$

es decir, que la última polea dará 180 vueltas por minuto.

4.ª Calcular el diámetro que deberá tener la última polea F de una série para dar 180 vueltas por minuto, sabiendo que la rotacion de la primera es de 25 vueltas, los diámetros de las A, C y E que conducen de 36, 42 y 48 cent., y los de las conducidas B y D de 28 y 20 cent.

Segun la regla cuarta, se formará el numerador ó dividendo multiplicando la rotacion 25 de la primera por los diámetros 36, 42 y 48 de las conductrices, y el denominador ó divisor, multiplicando la rotacion 180 de la última por los diámetros 28 y 20 de las conducidas, de este modo:

$$Diám.\ F=\frac{25\times36\times42\times48}{180\times28\times20}=\frac{1.814,400}{100,800}=18 \text{ cent.}$$

es decir, que el diámetro de la última será de 18 cent.

Cuando se quiere saber cuál es la rotacion correspondiente á cada uno de los ejes ó árboles intermedios se forma la proporcion relativa á cada par de poleas enlazadas por la misma correa, recordando la ley expuesta para este caso, esto es, que los diámetros están en razon inversa de las respectivas rotaciones. Así, para hallar la rotacion que corresponde al segundo eje ó árbol de la série que acabamos de considerar, se formará la proporcion:

Diám. B : *Diám.* A : : *Rot.* A : *Rot.* B.

y sustituyendo será, 28 : 36 : : 25 : Rot. B$=32\,{}^1/_7$ vueltas. De modo, que el eje ó árbol en que se hallan las poleas B y C dará 32 vueltas y ${}^1/_7$ por minuto.

Para determinar la rotacion del tercer árbol ó eje en que se hallan montadas las poleas E y D, se le puede comparar con el último ó con el segundo, cuya rotacion se ha calculado en el problema anterior. Así, comparando con el último, la proporcion será :

Diám. E : *Diám.* F : : *Rot.* F : *Rot.* E.

y sustituyendo dará, 48 : 18 : : 180 : *Rot.* E$=67\,{}^1/_2$.

De modo, que resultan para el tercer árbol $67\,{}^1/_2$ vueltas por minuto.

Si se compara con el segundo árbol, dará :

Diám. D : *Diám.* C : : *Rot.* C : *Rot.* D.

y sustituyendo, 20 : 42 : : $32\,{}^1/_7$: *Rot.*D$=67\,{}^1/_2$ vueltas, que es la misma rotacion obtenida antes.

Otra de las cuestiones que se presentan en la práctica es la que trata de determinar los diámetros de las poleas intermedias cuando se conocen los diámetros y rotaciones de la primera y última. Esta y todas las cuestiones que se refieren á un sistema ó série de poleas, se pueden resolver acudiendo á la igualdad *(b)* de la *pág.* 204, que debe considerarse como la ecuacion fundamental de una transmision compuesta de varias poleas.

En efecto, si dividimos los dos miembros de la citada igualdad *(b)* por el producto *Rot.* F$\times$*Diám.* F$\times$*Diám.* C$\times$*Diám.* E y simplificamos lo posible el numerador y denominador de los quebrados resultantes se tendrá :

$$(c)\quad \frac{\textit{Rotacion}\ A\times\textit{Diámetro}\ A}{\textit{Rotacion}\ F\times\textit{Diámetro}\ F}=\frac{\textit{Diámetro}\ B\times\textit{Diámetro}\ D}{\textit{Diámetro}\ C\times\textit{Diámetro}\ E}$$

de esta ecuacion se deduce la siguiente regla general : fórmese un quebrado cuyo numerador sea la rotacion de la primera polea multiplicada por su diámetro, y el denominador la rotacion de la última multiplicada por el suyo : este quebrado será tal que su numerador representará el producto de los diámetros de las poleas intermedias conducidas, y el denominador el producto de los diámetros de las conductrices. Luego, cuando en una série ó sistema de poleas se conozcan las rotaciones y diámetros de la primera y última, se hallarán los diámetros de las intermedias por la siguiente regla : *multiplíquese la rotacion de la primera por su diámetro y póngase el resultado por numerador, y el producto de la rotacion de la última por su diámetro por denominador. Descompónganse numerador y denominador en tantos factores cuantos pares de poleas intermedias se quieran introducir : los factores del numerador representarán los diámetros de las poleas conducidas, y los del denominador serán los dáimetros de las poleas intermedias conductrices.*

Ejemplo : Determinar el diámetro de cada una de las cuatro poleas intermedias B, C, D, E, de una série, en que la primera con 36 centímetros de diámetro da 25 vueltas por minuto, y la última cuyo diámetro es de 18 centímetros debe dar 180 vueltas por minuto.

Segun la regla que se acaba de establecer se tendrá el

quebrado $\frac{25\times36}{180\times18}=\frac{900}{3240}$ cuyo numerador y dominador

se descompondrán en dos factores cada uno, por ser dos el número de pares de poleas intermedias que se deben introducir. Si esta descomposicion es arbitraria dará regularmente un número considerable de soluciones, y por esto puede decirse que la cuestion es indeterminada. En efecto, el numerador 900 puede descomponerse en los factores 60×15; 18×50; 12×75; 45×20 y en muchos otros; y el denominador 3240 en 72×45; 36×90; 54×60; 120×27 y en muchos mas.

El número de soluciones aumentará considerablemente si atendiendo á la propiedad general de los quebrados se multiplican ó parten sus dos términos por un mismo número, y como este número puede ser arbitrario, se sigue, que la cuestion tendrá un número infinito de soluciones.

Cuando se ofrezca el caso de que nos estamos ocupando podrán aprovecharse fácilmente las poleas ó tambores que se tengan á mano, sin que sea necesario construir de nuevo todas las que indica el cálculo en la descomposicion antes expresada. Por manera, que si tenemos un tambor ó polea de 50 centímetros de diámetro, dividirémos 900 por este 50, y el cociente será 18. Si hubiese otra polea de 48 centímetros, se dividiria el denominador 3240 por el mismo 48 y el cociente resultante daria $67\frac{1}{2}$. De modo, que los factores del numerador serian 50 y 18, y los del denominador 48 y $67\frac{1}{2}$; cuyo resultado manifiesta, que aprovechando las poleas ó tambores de 50 y 48 centímetros de diámetro debe procurarse por una de 18 y otra de $67\frac{1}{2}$. Sin embargo, estos dos diámetros podrán ser multiplicados ó partidos por igual número, si así conviene, porque segun lo que se ha dicho antes esta operacion no altera en nada el efecto deseado.

En todos los casos semejantes se podrán aprovechar tantas poleas menos una cuantas sean las que se busquen; de modo, que si en el ejemplo anterior se supone que podemos disponer de tres poleas cuyos diámetros son de 42, 48 y 20 centímetros, sustituirémos estos valores y los propuestos en la igualdad *(c)* (pág. 208) y se tendrá:

$$\frac{25\times36}{180\times18}=\frac{20\times \textit{Diám. }B.}{42\times48}$$

que despejando el diámetro que falta dará:

$$\textit{Diám. }B=\frac{25\times36\times42\times48}{180\times20\times18}=28 \text{ cent.}$$

Es decir, que teniendo las poleas de 42, 48 y 20 centímetros faltará una de 28 centímetros de diámetro. Las dos de 42 y 48 serán conductrices y las de 20 y 28 conducidas.

Engargantes ó engranajes. Las ruedas dentadas son cilindros de poco grueso en cuya circunferencia ó superficie lateral tienen partes simétricas entrantes y salientes que se llaman vacíos y dientes.

Si las partes salientes de una rueda engargantan en las entrantes de otra para conducirse mútuamente se dice que *engranan* entre sí, y forman lo que se llama *engranaje.*

Cuando dos ruedas planas ó cónicas engranan para comunicarse el movimiento, las rotaciones se verifican en sentido contrario, como lo indican las saetas (fig. 65), y si se quiere que los dos ejes giren en igual sentido, deberá introducirse una rueda intermedia que comunique el movimiento de la una á la otra; y con esto se logrará que la rueda primera y tercera tengan su rotacion en el mismo sentido, como se ve por la (fig. 66).

Debe notarse, que *las ruedas intermedias cualquiera que sea su diámetro, no cambian de ningun modo la velocidad de rotacion y solo sirven para variar el sentido del movimiento y para llenar el espacio que media entre dos ruedas que deben conducirse.* En efecto, cuando adelanta un diente de la primera rueda hace marchar uno de la segunda;

uno de esta empuja otro de la tercera, y así siguiendo hasta la última: de donde resulta, que un diente de la primera hace marchar uno de la última del mismo modo que si estuviesen en inmediato contacto.

Los dientes de dos ruedas planas ó cónicas que engranan entre sí deben ser perfectamente iguales y simétricas, con el fin de que puedan girar y conducirse mútuamente en todos sentidos.

En la transmision de movimiento por medio de ruedas dentadas deben tenerse en consideracion las circunstancias siguientes:

1.ª *Que el número de los dientes de dos ruedas en contacto es proporcional á sus circunferencias, á sus rádios y á sus diámetros.*

2.ª *Que la rotacion ó el número de vueltas de dos ruedas que engranan, está en razon inversa del número de sus dientes, de la longitud de sus circunferencias, rádios ó diámetros.*

3.ª *Que dichas leyes se verifican igualmente entre la primera y última de las ruedas dentadas de un sistema, cualquiera que sea el diámetro y el número de las intermedias.*

4.ª *Que en una série de árboles ó ejes, cuya transmision se haga por pares de ruedas paralelas, se verificarán las mismas leyes deducidas antes para un sistema ó série de poleas.*

Por lo general se llama *piñon* á la menor de dos ruedas dentadas que engranan, y á la mayor se la llama simplemente *rueda*. Algunos llaman piñon á la rueda conducida.

Aplicaciones: 1.° Hallar el número de dientes que corresponde á un piñon de 20 centímetros de diámetro, sabiendo que debe ser conducido por una rueda de 120 dientes con 60 centímetros de diámetro.

La 1.ª regla da; 60 : 20 : : 120 : x=40 dientes. De modo, que los dientes del piñon serán 40.

Si esta proporcion se generaliza, representando por D, d los diámetros y por N, n el número correspondiente de los dientes de dos ruedas en contacto, se tendrá; D : d : : N : n de donde se deduce: que *para hallar el número de dientes de una rueda conducida se multiplicará su diámetro por los dientes de la conductriz y el producto se dividirá por el diámetro de esta.*

El diámetro de la rueda conducida se determinará multiplicando el número de sus dientes por el diámetro de la conductriz, y partiendo el producto por el número de dientes de esta.

Ejemplo: Hallar el diámetro de la rueda conducida B sabiendo que el número de sus dientes es 32, y que la conductriz A lleva 80 dientes y su diámetro tiene 48 cent.

Como la rueda intermedia C (fig. 66) no debe entrar en el cálculo por las razones antes indicadas, pues solo sirve para cambiar el sentido del movimiento, se formará la sencilla proporcion; 80 : 32 : : 48 : x=19'2 centímetros.

El diámetro será pues de 19 centímetros y 2 décimos.

Si se conoce la distancia de dos ejes ó árboles paralelos s y t (fig. 67) y el número de vueltas que deben dar por minuto, se podrá calcular el diámetro de las dos ruedas c y d que les harán marchar, por la siguiente proporcion general: *La suma de las rotaciones de los dos árboles es á la rotacion del primero, como, la distancia entre sus ejes es al rádio de la rueda fijada en el segundo.* Esto es:

Rot. c+Rot. d : Rot. c : : Distancia st : Rádio d.

Hallado el rádio de la segunda rueda se determinará el de la primera restándolo de la distancia total.

Ejemplo. Hallar el rádio correspondiente á las ruedas *c* y *d* sabiendo que la distancia *st* de los dos ejes es de 51 centímetros y que mientras el primero da 175 vueltas el segundo debe dar 420.

Segun la proporcion anterior se tendrá :

175+420 : 175 : : 51 : *Rádio d*=15 centímetros.

El rádio de la rueda *c* será, 51—15=36 centím.

De manera, que el rádio de la rueda *c* fijada en el primer eje tendrá 36 centímetros, y la *d* fijada en el segundo tendrá 15 centímetros de rádio.

El número de dientes estará en la misma razon que los rádios de las dos ruedas, y por lo mismo, si á la rueda *c* se le dan 72 dientes, la *d* deberá tener 30, como así es en efecto.

Los rádios de las ruedas *c* y *d* se pueden determinar geométricamente por la siguiente regla : *divídase la distancia* st *de eje á eje en tantas partes iguales como unidades hay en la suma de las rotaciones : el número de partes correspondiente á la rotacion del primer árbol expresará el rádio de la rueda* d *fijada en el segundo, y el número de partes que corresponden á la rotacion del segundo será el diámetro de la rueda fijada en el primero.*

Cuando la transmision tiene lugar por medio de algunos pares de ruedas paralelas (fig. 67) entre árboles ó ejes paralelos, perpendiculares ú oblícuos, se hallará la relacion de las rotaciones y número de dientes de la primera y última por la misma fórmula y regla general deducida para las poleas, sustituyendo el número de dientes en lugar del diámetro de cada rueda. Así, pues, en todo sistema de ruedas dentadas, *la rotacion de la primera multiplicada por los dientes de todas las conductrices es igual á la rotacion de la última multiplicada por los dientes de todas las conducidas.*

De cuya proposicion general se deduce :

1.° *Que la rotacion de la última se hallará multiplicando la rotacion de la primera por los dientes de todas las que conducen y dividiendo el resultado por el producto de los dientes de todas las conducidas.*

2.° *Que la rotacion de la primera se hallará multiplicando la rotacion de la última por los dientes de todas las conducidas y dividiendo el resultado por el producto de los dientes de todas las conductrices.*

3.° *El número de dientes de la última se hallará multiplicando la rotacion de la primera por las dientes de todas las conductrices y partiendo el resultado por la rotacion de la última multiplicada por los dientes de las conducidas.*

4.° *El número de dientes de la primera se determinará multiplicando la rotacion de la última por los dientes de todas las conducidas y partiendo el resultado por la rotacion de la primera multiplicada por los dientes de las conductrices.*

Ejemplos : 1.° Calcular la rotacion de la última rueda *f* suponiendo que lleva 36 dientes; que la primera *a* da 84 vueltas por minuto y con 50 dientes conduce la *b* de 48; que la *c* de 72 dientes conduce la *d* de 30, y que la conductriz *e* tiene 42 dientes.

Aplicando la primera de las reglas establecidas será :

$$Rot.\ f = \frac{84 \times 50 \times 72 \times 42}{48 \times 30 \times 36} = 245 \text{ vueltas.}$$

De modo, que la última rueda *f* dará 245 vueltas por minuto.

2.° Hallar el número de dientes de la última rueda *f* que debe dar 245 vueltas por minuto, sabiendo que la primera *a* con 50 dientes da 84 vueltas ; que la *b* tiene 48 dientes ; la *c*, 72 ; la *d*, 30 y la *e*, 42.

Por la tercera regla resulta:

$$Dientes\ de\ f = \frac{84 \times 50 \times 72 \times 42}{245 \times 48 \times 30} = 36 \text{ dientes.}$$

Los dientes de la última rueda serán 36.

Del mismo modo se determinaria el diámetro y el número de dientes de la primera rueda.

Otro ejemplo. Un árbol h (fig. 68) da 32 vueltas por minuto y debe transmitir el movimiento á otro árbol p haciéndole dar 18 vueltas en igual tiempo: la transmision debe tener lugar por medio de un eje ó árbol intermedio g, por dos ruedas dentadas a y b, y por dos poleas n y m: sabiendo que la rueda conductriz a lleva 36 dientes y que la polea n tiene 16 centímetros de diámetro; se quiere averiguar el número de dientes de la rueda b y el diámetro correspondiente á la polea m.

En este caso se hallará la rotacion media entre las de los árboles h y p, para el árbol intermedio g, extrayendo la raíz cuadrada del producto de las rotaciones extremas; así:

$$Rot.\ g = \sqrt{32 \times 18} = \sqrt{576} = 24 \text{ vueltas.}$$

Para los dientes de la rueda b se dirá:

$$24 : 32 :: 36 : Dientes\ b = 48$$

Para el diámetro de la polea m será:

$$18 : 24 :: 16 : Diám.\ m = 21\ {}^{1}/_{3} \text{ centímetros.}$$

Así, pues, los dientes de la conducida b serán 48; el diámetro de la polea m, 21 $^{1}/_{3}$ centímetros, y el árbol intermedio g dará 24 vueltas por minuto.

No obstante, si el árbol ó eje intermedio debiese tener

una rotacion particular conocida, se determinaria el número de dientes de la b y el diámetro de la polea m por las reglas sencillas expuestas antes.

En muchos casos se necesita conocer la velocidad correspondiente á la circunferencia de una polea, rueda, tambor ó cilindro y se determina por la siguiente regla: *Para hallar la velocidad á la circunferencia de un cuerpo que gira al rededor de su centro, se calculará la longitud de su circunferencia, se multiplicará por el número de vueltas que da en cada minuto y dividiendo el producto por 60 se tendrá la velocidad por segundo.*

Si dada la velocidad á la circunferencia se quiere hallar el número de vueltas por minuto, *se dividirá la velocidad propuesta por la extension de la circunferencia, y el cociente se multiplicará por 60: el producto resultante será la rotacion pedida.*

Ejemplos. 1.° Hallar la velocidad á la circunferencia de una rueda que da 84 vueltas por minuto y su diámetro es de 40 centímetros.

$$\text{Circunferencia} = 3{`}1416 \times 40 = 125{`}664 \text{ cent.}$$
$$\text{Velocidad} = 125{`}664 \times 84 \diagdown 60 = 175{`}9296 \text{ cent.}$$

Esto es, la velocidad á la circunferencia será de 176 centímetros próximamente ó de 1 metro 76 centímetros.

2.° Sabiendo que una polea tiene 50 centímetros de diámetro y que debe arrollar 2 metros de correa por segundo, hallar cuántas vueltas dará por minuto.

$$\text{Circunferencia} = 3{`}1416 \times 50 = 157{`}08 \text{ cent.}$$
$$\text{Número de vueltas} = (2 \diagdown 1{`}5708) \times 60 = 76{`}392 \text{ vuelt.}$$

De modo, que dará 76 vueltas y $^{2}/_{5}$ por minuto.

Dimensiones y resistencia de las ruedas y de sus dientes. Si se consideran dos ruedas dentadas que la una conduce á la otra (fig. 65), el contacto directo tiene lugar sobre la línea *ab* de los centros en el punto de tangencia de las circunferencias que pasan generalmente á los 56 centésimos de la altura total de los dientes.

Estas circunferencias que en la figura están señaladas con puntos, se llaman *circunferencias primitivas ó circunferencias de contacto*, y sus rádios y diámetros se denominan *rádios y diámetros primitivos*.

Para el cálculo de las ruedas dentadas se usa siempre de los rádios y diámetros primitivos, y sobre las circunferencias primitivas se toman todas las dimensiones de los dientes y de los huecos ó vacíos.

Se llama *paso del engranaje* ó simplemente paso á la distancia *cd* (fig. 69) que media entre los ejes de dos dientes inmediatos, tomada en la circunferencia primitiva, por manera, que el paso comprende siempre un diente y un vacío ó hueco. El espesor ó grueso del diente es la dimension *st*; el ancho es la *mh* en el sentido del eje, y su altura en el sentido del rádio es la parte saliente *hg*.

Los dientes de una rueda son generalmente simétricos en dos sentidos con el fin de que puedan conducir y ser conducidos, y constan de dos partes; una recta ó plana *sp* llamada *flanco*, y otra curva *th* que se llama *diente*. La circunferencia primitiva corresponde siempre en la union del flanco con la parte curva y sobre ella se mide el paso del engranage y el espesor de los dientes.

Los datos indispensables para la construccion de una rueda dentada son tres: 1.° el esfuerzo que debe suportar un diente; 2.° el rádio ó diámetro primitivo, y 3.° la velocidad á su circunferencia.

1.° El esfuerzo que ha de suportar un diente se hallará partiendo el trabajo, en kilográmetros, que debe transmitir la rueda, por la velocidad á la circunferencia.

2.° El rádio ó diámetro primitivo se determinará por el cálculo de la transmision expuesto antes.

3.° La velocidad á la circunferencia se hallará como se ha hecho en las últimas cuestiones.

Conocido el esfuerzo en kilógramos que ha de suportar un diente, se calculará el espesor que debe dársele empleando las fórmulas deducidas para la seccion rectangular, en la (*pág.* 171), correspondientes á una pieza empotrada por un extremo. Pero debe tenerse presente, que la mayor energía de la presion para producir la ruptura tiene lugar en la circunferencia primitiva cuando los dientes en contacto se haltan en la línea de los centros. En tal caso l representaria la latitud ó ancho del diente *mh*, y a el espesor ó grueso *st*.

Cuando la velocidad por segundo, á la circunferencia primitiva, no excede de 1'50 metros, se supone constantemente $l=4a$; si la velocidad es mayor, se hace $l=5a$; y si los dientes están expuestos á mojarse habitualmente de agua, se considera $l=6a$. La altura *hg* de los dientes en el sentido del rádio no podrá esceder nunca de $1'5a$, esto es, nunca escederá de una vez y media el espesor del diente.

Debe tenerse en consideracion que los dientes de las ruedas están expuestos á algunos choques y que á veces el trabajo transmitido aumenta, y en tal concepto deben reforzarse mas dándoles mayor grueso del que resultaria por las citadas fórmulas. Por esto los mecánicos, fijando las condiciones mas desfavorables y teniendo en consideracion todas las circunstancias que pueden debilitar la resistencia de los dientes han modificado aquellas fórmulas y adoptado para calcular el espesor, las siguientes:

Si es de hierro colado. . . . $E=0'105\times\sqrt{P}$
Si es de bronce ó cobre. . . $E=0'131\times\sqrt{P}$
Si es de madera fuerte. . . . $E=0'145\times\sqrt{P}$

En estas fórmulas la E representa el espesor ó grueso del diente en centímetros, y P es el esfuerzo en kilógramos, que debe transmitir.

Cuando se ha calculado por estas fórmulas el grueso que ha de tener un diente, se determina el paso del engranaje multiplicando el espesor hallado por 2'1; y partiendo luego la longitud de la circunferencia por el paso resultante, se tendrá el número de dientes de la rueda.

Si las ruedas tienen gran velocidad, el engranage puede ser muy fino reduciendo el paso á 24 ó 26 milímetros; el ancho se hace de cinco á seis veces el espesor, y el mayor número de dientes en contacto compensa ventajosamente la mayor resistencia ofrecida por los dientes mas gruesos.

El hueco ó vacío entre dos dientes, en ruedas bien construidas, debe comprender el grueso y de 6 á 10 milésimos mas del espesor del diente con el fin de que este pueda moverse libremente.

Para evitar el ruido en las fábricas se emplean con ventaja las ruedas de hierro colado con dientes de madera haciéndolas engranar con otras cuyos dientes sean del mismo metal. En este caso el rozamiento es mas suave, y se ha observado que el desgaste es repartido entre los dientes de hierro y los de madera, llegando solo á ser absorvido por el frote menos de un milímetro por año de trabajo.

Cuando las ruedas dentadas son de alguna dimension, se las descarga de gran parte de su peso sentando los dientes sobre un anillo y uniendo éste á la parte central por medio de tres ó mas rádios ó *brazos*.

El espesor del anillo de hierro colado, en el sentido del rádio debe ser igual al espesor de los dientes; y al objeto de impedir la flexion de los brazos dándoles la conveniente

resistencia se usará la fórmula $a^2l=\frac{C\times L}{125}$ de la *(pág. 171)*, en la cual l representará el grueso ó espesor constante del brazo, a su ancho que hasta encontrar el anillo se reduce á los 8 décimos, y se supone generalmente $a=5'5\times l$: C representa en kilógramos la presion ó esfuerzo de un diente, y L la longitud del brazo en centímetros.

Ejemplo: 1.° Hallar las dimensiones correspondientes á una rueda dentada para un árbol de segunda clase, que debe transmitir una potencia de 12 caballos dando 35 vueltas por minuto, y siendo su diámetro de 0'80 metros.

Recordando cuanto se acaba de exponer se hallarán todas las dimensiones de la rueda del modo siguiente:

1.° La circunferencia primitiva dará, $c=3'1416\times 2\times 0'40=2'513$ metros.

2.° La velocidad por segundo en dicha circunferencia, será: $v=2'513\times 35\setminus 60=1'466$ metros.

3.° El esfuerzo ó presion que debe soportar un diente equivaldrá á $P=12\times 75$ kilográmetros $\setminus 1'466=$ . . 613'915 kilógramos.

4.° El espesor ó grueso del diente corresponderá á $E=0'105\times\sqrt{613'915}=0'105\times 24'78=2'6$ centímetros próximamente.

5.° El paso del engranage será de $2'6\times 2'1=5'46$ cent.

6.° El número de los dientes dará $251'3\setminus 5'46=46$ dientes.

7.° Siendo la velocidad á la circunferencia primitiva menor que 1'50 m. se tomará para el ancho del diente, en el sentido del eje, el cuádruplo de su espesor, esto es, $2'6\times 4=10'4$ centímetros.

8.° La altura total del diente en el sentido del rádio equivaldrá como se ha dicho al espesor multiplicado por $1\frac{1}{3}$, y dará, $2'6 \times 1\frac{1}{3} = 3'47$ centímetros.

El flanco tendrá de altura $3'47 \times \frac{4}{9} = 1'54$ centímetros.

Tales deberán ser las dimensiones de la rueda para que resista y transmita sin alteracion el trabajo de 12 caballos, con la velocidad que se ha indicado.

Ejemplo 2.° Una rueda hidráulica posee á su circunferencia una fuerza de 30 caballos con una velocidad de 1'80 m. por segundo; su rádio es de 2'5 m., y en su mismo árbol debe fijarse una rueda con dientes de madera de 1'75 m. de rádio; se desean las dimensiones de la rueda dentada.

El trabajo en la circunferencia de la rueda hidráulica es de $30 \times 75 = 2250$ kilográmetros, y el esfuerzo correspondiente dará $2250 \setminus 1'80 = 1250$ kilógramos.

La circunferencia de la rueda dentada valdrá, $3'1416 \times 2 \times 1'75 = 11$ m. próximamente.

Recordando ahora la ley de las palancas se ve que el esfuerzo correspondiente á la circunferencia primitiva de la rueda dentada estará con el hallado para la hidráulica en razon inversa de sus rádios, y se tendrá la proporcion:

$$1'75 : 2'5 :: 1250 : P = 1785'71 \text{ kilógramos.}$$

Con el esfuerzo de 1785'71 kg. que debe suportar un diente de madera, se calculará su grueso ó espesor por la fórmula, $E = 0'145 \times \sqrt{1785'71} = 0{,}145 \times 42'25 = 6'13$ centímetros.

La velocidad á la circunferencia de la rueda dentada se determinará por la proporcion, $2'5 : 1'75 :: 1'80 : v = 1'26$ m.

En este caso, el ancho del diente en el sentido del eje será, $6'13 \times 4 = 24'52$ centímetros.

El paso del engranaje dará, $6'13 \times 2'1 = 12'873$ cent.

El número de dientes será, $11 \setminus 0'12873 = 85'42$. De modo, que á la rueda se le darán 85 dientes, y para asegurar mas la resistencia de estos podrian dársele solo 84.

Altura del diente en el sentido del rádio $= 6'13 \times 1\frac{1}{3} = 8'17$ centímetros.

La rueda se construirá de hierro colado, dándole seis brazos; y como el espesor del anillo en el sentido del rádio debe ser igual al espesor del diente, será de 6'13 centímetros.

Los brazos llevan en toda su longitud unas tiras salientes de poco grueso que se llaman *nervios*, y suponiendo que solo sirven para impedir la flexion del brazo, no entran en consideracion para determinar las dimensiones de este.

Si la longitud del brazo se supone de 1'22 m. y su ancho a de 5'5 veces el grueso l, sustituyendo se tendrá: $a^2 l = 1785'71 \times 122 \setminus 125 = 1742'85$ centímetros cuadrados: suponiendo ahora $a = 5'5\, l$, sustituyendo este valor y despejando l, resulta; $l = \sqrt[3]{1742'85 \setminus 30'25} = \sqrt[3]{57'615} = 3'86$ centímetros próximamente.

Por lo dicho, será: $a = 5'5\, l = 5'5 \times 3'86 = 21'23$ centímetros.

De manera, que el brazo en el arranque tendrá 21'23 centímetros de ancho, y al unirse con el anillo será los 8 décimos de este valor, esto es, $21'23 \times 0'8 = 16'984$ centímetros.

Cubo ó boton de la rueda. El espesor del metal al rededor del árbol en el cubo de la rueda, se determina con relacion á la fuerza y espesor de los dientes, añadiendo además una cantidad constante por el esfuerzo que resulta de la accion de la *chapeta*. Dicho espesor se calcula por la fórmula $E'=1'5 \times E+10$, siendo E' el espesor del boton ó cubo en milímetros y E el espesor del diente, calculado antes, tambien en milímetros.

El ancho del cubo en el sentido del árbol ó eje en que se halla montada la rueda, es regularmente igual al ancho de los dientes ó del anillo mas una cantidad proporcional al rádio primitivo de la rueda para asegurar su resistencia, y se determina por la fórmula $l=E \times r+0'10\ R$, siendo r la relacion entre el ancho y el espesor del diente y R el rádio de la circunferencia primitiva de la rueda.

La chapeta *(clavette)* forma cuerpo con el árbol ó eje y ajusta en el canal ó hendidura del boton para sujetar convenientemente la rueda. Puede dársele de ancho $\frac{1}{10}$ del rádio primitivo de la rueda, cuidando que nunca llegue al tercio del diámetro del árbol, en cuyo caso se pondrán dos ó mas chapetas. Su espesor será sobre la mitad de su ancho.

La chapeta se coloca debajo de un brazo para que en razon del mayor grueso se haga menos susceptible la ruptura.

Con el auxilio de las fórmulas que se acaban de aplicar, se ha formado la siguiente tabla para determinar á la simple inspeccion de ella el espesor ó grueso del diente y el paso del engranage conociendo la carga ó presion que debe suportar.

TABLA DE LAS DIMENSIONES QUE DEBEN DARSE AL GRUESO Ó ESPESOR DEL DIENTE Y AL PASO DEL ENGRANAJE CONOCIENDO LA CARGA Ó PRESION QUE DEBE SUPORTAR.

Carga ó presion que debe suportar un diente.	RUEDAS DE HIERRO COLADO.		RUEDAS CON DIENTES DE MADERA.	
	Espesor del diente.	Paso del engranaje.	Espesor del diente.	Paso del engranaje
Kilógramos.	Milimetros.	Milimetros.	Milimetros.	Milimetros.
5	2'3	4'9	3'2	6'8
10	3'3	6'9	4'7	9'8
15	4	8'5	5'6	11'8
20	4'6	9'7	6'4	13'4
30	5'7	12	7'9	16'6
40	6'6	13'9	9'1	19'2
50	7'4	15'6	10'2	21'5
60	8'1	17	11'2	23'5
70	8'7	18'4	12'1	25'4
80	9'4	19'7	12'9	27'3
90	9'9	20'8	13'7	28'8
100	10'5	22	14'5	30'4
125	11'6	24'4	16'1	33'8
150	12'8	26'9	17'7	37'1
175	13'8	29'1	19'1	40'2
200	14'8	31'1	20'2	42'5
225	15'7	33	21'7	47'6
250	16'6	34'8	22'9	48'1
275	17'3	36'3	23'9	50'2
300	18'2	38'1	25'1	52'6
350	19'6	41'2	27'1	56'9
400	21	43'2	29	60'9
500	23'4	49'1	32'3	67'9
600	25'7	54	35'5	74'6
700	27'7	58'2	37'2	78'3
800	29'7	62'4	41	86'2
900	31'5	66'1	43'5	91'3
1000	33'2	69'6	45'8	96'2

Para cuando se conozca la fuerza en caballos que debe transmitir una rueda dentada, y la velocidad por segundo que lleva su circunferencia, se podrá obtener el espesor de los dientes, en milímetros, por medio de la siguiente

TABLA DEL ESPESOR EN MILÍMETROS QUE DEBE DARSE Á LOS DIENTES, CONOCIDA LA VELOCIDAD Á LA CIRCUNFERENCIA, EN METROS POR SEGUNDO, Y LA FUERZA EN CABALLOS QUE DEBE TRANSMITIR.

Fuerza en caballos.	Velocidad en metros por segundo á la circunferencia.					
	0'5 m.	1 m.	1'5 m.	2 m.	2'5 m.	3 m.
1	12 mils.	8 mils.	7 mils.	6 mils.	»	»
2	17 »	12 »	10 »	9 »	8 »	7 »
3	21 »	15 »	12 »	11 »	10 »	9 »
4	24 »	17 »	14 »	12 »	11 »	10 »
5	27 »	19 »	15 »	14 »	12 »	11 »
6	30 »	21 »	17 »	15 »	13 »	12 »
7	32 »	22 »	18 »	16 »	14 »	13 »
8	34 »	24 »	20 »	17 »	15 »	14 »
9	36 »	26 »	21 »	18 »	16 »	15 »
10	38 »	27 »	22 »	19 »	17 »	16 »
12	40 »	30 »	24 »	21 »	18 »	17 »
14	45 »	32 »	26 »	22 »	20 »	18 »
16	49 »	34 »	28 »	24 »	21 »	20 »
18	51 »	36 »	30 »	26 »	23 »	21 »
20	54 »	38 »	31 »	27 »	24 »	22 »
25	» »	43 »	35 »	30 »	27 »	25 »
30	» »	47 »	38 »	33 »	30 »	27 »
35	» »	51 »	41 »	36 »	32 »	29 »
40	» »	54 »	44 »	38 »	34 »	31 »

TRAZADO Y CONSTRUCCION DE LOS ENGRANAJES. Los engranajes forman una parte tan esencial de la maquinaria que son pocas las máquinas y aparatos en que las ruedas dentadas no representan un papel muy importante para la transmision de la fuerza y del movimiento. Por esto debe tenerse un grande interés en fijar sus dimensiones de una manera precisa para no emplear inútilmente el material y darles al propio tiempo la resistencia suficiente. Tambien

es menester que se atienda de un modo especial á la forma de la parte curva de los dientes para que la transmision se haga con suavidad y sin choque ni resalto.

El diente contiene la parte plana ó el flanco que se halla hácia el interior de la circunferencia primitiva, y la parte curva ó diente que corresponde al exterior de la misma.

El flanco está formado por el mismo rádio, y el diente puede ser una cicloide, epicicloide ó evolvente, segun sea el engranaje de un piñon con una barra dentada, de una rueda con un piñon ó con otra rueda. Tambien debe considerarse el engranaje de una linterna con un piñon ó con una barra dentada, y el de una rueda coronada con una rueda plana, barra dentada ó linterna.

La *rueda coronada* es aquella cuyos dientes son perpendiculares á su plano y por lo mismo paralelos al eje; y la *linterna* (fig. 70) se compone de dos planos circulares y paralelos á los cuales están sujetas unas piezas cilíndricas llamadas *usillos* que engranan con los dientes de una rueda plana ó coronada para conducir ó ser conducida por ella. La (fig. 71) representa el engranaje de una linterna con una rueda coronada.

Los engranajes pueden ser exteriores ó interiores: son *exteriores* si los dientes corresponden al borde ó parte exterior de la rueda (fig. 74), é *interiores* cuando los dientes se hallan en su parte interior (fig. 72).

Para trazar el engranaje de dos ruedas ó de una rueda y un piñon se procederá como sigue: hállese por el cálculo anterior todos los elementos indispensables para la construccion de las ruedas: trácense sobre una recta AB (fig. 73) dos circunferencias tangentes cuyos rádios tengan la magnitud dada por el cálculo: divídase cada circunferencia en tantas partes iguales cuantos dientes deba tener la respectiva rueda, y cada una de estas partes en cuatro bien iguales; dos de las cuales corresponderán al diente y otras dos al hueco ó vacío. Hecho esto, para determinar la curvatura de los dientes en la rueda *cb*, se traza sobre el rádio *ec* como diámetro una circunferencia *cse*, y suponiendo que gira sobre la *cb*, que se considera fija, describirá con el punto *c* una epicicloide *ct*, y esta será la curvatura del diente. Para la curva del diente de la otra rueda *ac* se supondrá que la circunferencia *cno* gira sobre la *cza* y el arco de epicicloide resultante del movimiento del punto *c* dará la curvatura correspondiente. Dirigiendo el rádio *eq* por el punto *t* á que corresponde el eje del diente, la interseccion *q* con la epicicloide será su vértice, trazando la circunferencia *pqr*, la interseccion de esta con la *cnom* dará el punto *n* por donde debe pasar la circunferencia que determina la magnitud del flanco. Tambien podia obtenerse la altura del mismo haciéndola igual á $^4/_9$ de la altura total del diente.

En todo rigor el fondo del vacío entre dos dientes debiera formarse por medio de una epicicloide prolongada, tomando por círculo fijo el primitivo *cb* y por círculo móvil el *pq*, quedando para la parte recta la comprendida entre las circunferencias *cb* y *xz*.

Los engranajes construidos bajo los principios que se acaban de exponer exigen que los diámetros relativos de las ruedas no varien sensiblemente, pues reemplazando una de las dos ruedas por otra de diferente diámetro, el engrane no se hace de un modo regular porque la curvatura de los dientes está en relacion de los diámetros. La distancia de los centros debe tambien permanecer invariable y en la práctica se observa que esta condicion no puede ser completamente llena en muchos casos.

Tales inconvenientes han hecho que se haya preferido por algunos mecánicos la construccion del engranaje con

la *evolvente del círculo*, obteniendo con esto las ventajas siguientes:

1.ª Una de las ruedas puede substituirse por otra de diámetro distinto, teniendo igual el paso, porque la curva del diente no guarda relacion con el diámetro.

2.ª La distancia de los centros podrá variar de cierta cantidad, y las curvas no podrán ser prolongadas sin dejar de estar en contacto, pues que guardan siempre una misma distancia entre sí.

3.ª La forma de los dientes por la evolvente es infinitamente mas favorable á la resistencia, comparada con las de la epicicloide, porque la parte mas gruesa resulta en el orígen sobre el anillo de la rueda y se halla en la parte interior respecto al punto de contacto.

Para la construccion de los engranajes por medio de la evolvente del círculo se procederá como sigue:

Trácense las circunferencias primitivas AB, DE (fig. 74) que sean tangentes en el punto *c*, y colóquese desde *a* hasta *b* la altura total del diente segun se haya deducido por el cálculo, de modo, que las partes *ac* y *cb* guarden la misma relacion que los rádios C*c*, O*c*. Descríbanse las circunferencias HL y FG, y trácese la recta *ed* que pasando por el punto *c* sea tangente á las dos. Las dos partes *cd*, *ec* de la tangente serán las directrices primitivas de dos evolventes *st* y *bn* tangentes en el punto *c*. Para obtener estas curvas, se toman á arbitrio varios puntos 1, 2, 3, 4, etc., sobre la circunferencia FG, se trazan por ellos las tangentes respectivas y dando á cada una la magnitud indicada por la directriz *ec* mas ó menos el arco rectificado *e*2, *e*3, *e*4 ó *e*1, se tendrán los puntos correspondientes á la evolvente *nb*. La evolvente *st* se trazará de un modo idéntico por medio de los puntos 5, 6, 7, etc.

Cuando se han trazado las dos evolventes con toda la aproximacion posible, se toman por medio de una plantilla y se van colocando respectivamente en cada uno de los puntos señalados sobre las circunferencias primitivas, y así se obtiene la forma exacta de los dientes. Siendo *ab* igual á la altura del diente, se sigue, que las circunferencias HL y FG determinarán los límites de todas ellas salvo una pequeña parte que se tomará de mas en el fondo del vacío para que quede el juego necesario.

Con este procedimiento se tendrá un engranaje ventajoso que á mas de reunir las circunstancias antes indicadas, goza de la propiedad de que todos los puntos de contacto de los dientes corresponden sobre la tangente geométrica *ed*.

Engranaje de una rueda ó de un piñon con una barra dentada. Una barra dentada es una pieza rectangular ó prismática armada con cierto número de dientes cuya forma es semejante á los de las ruedas. Esta barra engrana con los dientes de una rueda ó piñon para conducir ó ser conducida, en cuyo caso se tiene la transformacion del movimiento circular continuo en rectilíneo continuo ó viceversa. La barra dentada acostumbra ser perfectamente recta porque su movimiento es rectilíneo; pero hay casos particulares en que se le da una forma circular y entonces equivale á una porcion de rueda, que en lugar del movimiento circular continuo adquiere el circular alternativo.

Los movimientos que resultan en este engranaje pueden considerarse de la manera siguiente: 1.° cuando el piñon se halla en un eje fijo y comunica á la barra dentada un movimiento rectilíneo de traslacion; 2.° cuando el piñon está en un eje fijo y es conducido por el movimiento rectilíneo de la barra dentada; y 3.° cuando la barra dentada está fija y el árbol en que se halla el piñon

tiene un movimiento de traslacion marchando con la rotacion producida por el engranaje.

En todos los casos y circunstancias indicadas el trazado de los dientes se hará del mismo modo y forma, cuidando que el paso del engranaje en la barra sea idéntico al paso rectificado de la rueda; la curva de los dientes de la barra debe ser una cicloide como indica la (fig. 75) y la de los dientes de la rueda ó piñon se hace con la evolvente de su círculo primitivo. Los vacíos ó huecos deben ser rigurosamente elípticos cuyos ejes serán el ancho y el doble de su profundidad.

La velocidad á la circunferencia primitiva de la rueda ó del piñon es idéntica á la de la barra dentada, y la fórmula $V \times 60 = 3'1416 \times D \times N$ nos dará el valor de cualquiera de las tres cantidades V, D, N cuando se conozcan las otras dos, teniendo presente que V representa la velocidad por segundo, D el diámetro de la rueda ó piñon y N el número de vueltas que da por minuto.

Engranaje exterior de una rueda plana y una linterna. La rueda (fig. 76) puede conducir ó ser conducida por la linterna, y las velocidades en las circunferencias primitivas serán idénticas. El rádio de los usillos es la cuarta parte de la distancia entre sus ejes, y el paso del engranaje en la rueda debe ser igual á esta misma distancia *st*. La curvatura de los dientes se obtendrá por la epicicloide que describe la circunferencia primitiva de la linterna rodando sobre la de la rueda, y el fondo del vacío debe ser una semicircunferencia trazada sobre la cuerda del arco correspondiente como diámetro. La línea que une los ejes de dos usillos consecutivos determina en el punto x la altura en que deben cortarse los dientes.

Engranaje interior de una rueda y una linterna. El engranaje interior de una rueda y una linterna (fig. 77) se construye de un modo semejante al exterior. El rádio de los usillos de la linterna es tambien la cuarta parte de la distancia entre sus ejes; la curvatura de los dientes es la epicicloide interior que describe la circunferencia primitiva de la linterna girando en el interior del círculo primitivo de la rueda. El fondo del hueco ó vacío es tambien una semicircunferencia ,y la recta que une los ejes de dos usillos consecutivos señalará el punto en que deben cortarse los dientes. Para disminuir el rozamiento se hace que los usillos de la linterna tengan un movimiento giratorio al rededor de un eje de hierro que les atraviesa en toda su longitud.

Engranaje del tornillo sin fin. Este engranaje (fig. 30) consiste en una rueda cuyos dientes engargantan con los vacíos ó huecos de un tornillo ó rosca; sirve para obtener velocidades muy lentas y el principio de su construccion es el mismo que ha servido para los precedentes. Los ejes, por lo general, forman ángulo recto y se hallan en distinto plano; los filetes del tornillo tienen el mismo perfil que los dientes de una barra dentada, y los dientes de la rueda afectan igual inclinacion que el filete de la rosca.

Para delinear este engranaje se debe suponer el tornillo y la rueda cortados por un plano que pase por el eje del tornillo, y el trazado de los dientes y del filete se hará como en el engrane de la barra dentada con el piñon.

El paso del tornillo deberá ser idéntico al paso rectificado de la rueda, de tal modo que ha de caber en la circunferencia primitiva de esta un número exacto de veces. Se trazarán las hélices correspondientes á la parte interior y exterior del filete de la rosca, y su parte curva será la cicloide descrita por un círculo que tenga por diámetro el rádio de la rueda. La curvatura de los dientes de esta será la evolvente de su círculo primitivo.

La inclinacion de los dientes de la rueda se hallará en la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuya base sea la circunferencia rectificada del cilindro primitivo del tornillo y la altura el paso de la rosca en el mismo.

La fórmula $6'2832 \times R = n \times p$ dará cualquiera de las tres cantidades R, n, p cuando se conozcan las otras dos, advirtiendo que R es el rádio de la rueda; n el número de vueltas del tornillo por cada una de la rueda, y p el paso de la rosca ó de la rueda.

En el tornillo sin fin, el esfuerzo no puede ser considerable en razon de la poca superficie que el diente tiene en contacto y por la descomposicion de la fuerza que ocasiona la direccion inclinada de los dientes de la rueda.

Lo mas general es que el tornillo conduzca la rueda, pero si al contrario, la rueda ó piñon debiese conducir al tornillo seria preciso hacerlo con dos ó mas filetes para facilitar mejor la transmision por la mayor inclinacion de estos: esta es la disposicion que generalmente se aplica á los ventiladores de forjas volantes y en otros casos en que debe transmitirse una gran velocidad sin aparato intermedio.

Engranaje helizoide. Cuando dos ejes que se hallan en distinto plano forman entre sí un ángulo cualquiera y el esfuerzo que han de transmitir es poco, pueden ser conducidos mútuamente por medio de dos piñones cuyos dientes tengan la forma de hélice asemejándose á un tornillo de muchos filetes. La fuerza transmitida por esta clase de engranajes no podrá ser de consideracion, porque descompuesta por la oblicuidad de los dientes obraria directamente sobre los ejes y falsearia estos ó determinaria la ruptura.

Si los diámetros de los dos piñones son iguales, estos resultarán perfectamente idénticos, y la inclinacion de los dientes respectivos estará indicada por la bisectriz del ángulo que forman los dos ejes; si fuesen desiguales podria determinarse aquella inclinacion dividiendo el ángulo de los ejes en partes proporcionales á los mismos diámetros.

El trazado de los dientes deberá hacerse sobre las proyecciones respectivas de los piñones segun la posicion correspondiente de los ejes. Cada piñon podrá considerarse como una porcion de tornillo ó rosca de un paso extremadamente largo y con tantos filetes cuantos sean los dientes que contenga.

Engranajes cónicos ó de ángulo. Cuando dos ejes están situados en un mismo plano y son perpendiculares ú oblícuos se emplean generalmente para conducirlos las *ruedas* llamadas *cónicas ó de ángulo*.

Las leyes de la resistencia y de las velocidades de rotacion para los engranajes cónicos son absolutamente las mismas que para las ruedas planas.

El procedimiento para trazar y construir esta clase de engranajes es exactamente el mismo, ya sea que los ejes formen un ángulo recto, agudo ú obtuso.

En todos los casos (fig. 78) las dos ruedas de ángulo que se conducen forman dos conos truncados pertenecientes á dos conos enteros *cng*, *cge* que tienen la misma generatriz *gc* y el vértice *c* en el mismo punto. Los ejes *fc*, *dc* de los dos árboles forman los ejes de los mismos conos. La relacion entre los diámetros *ah*, *ab* perpendiculares á los respectivos ejes determina la razon inversa entre las rotaciones de los dos árboles.

Para trazar y construir un engranaje de ángulo será preciso conocer los diámetros primitivos de las dos ruedas y la inclinacion correspondiente de los árboles; se determinará la posicion exacta de los círculos primitivos, para trazar luego la forma geométrica de los dientes.

Para construir el engranaje cónico de una rueda y un piñon, se procederá como sigue: trácence las líneas *cd* y *cf* que formen entre sí un ángulo igual al de los dos árboles ó ejes; en un punto cualquiera *d* levántese una perpendicular *ds* igual al rádio de la rueda, y en otro punto *f* otra perpendicular *ft* igual al rádio del piñon; por los extremos *s* y *t* de estas perpendiculares diríjanse paralelas á los respectivos ejes que se encontrarán en *g*. Desde el punto *g* trácense las *gn* y *ge* perpendicularmente á los ejes *cf*, *cd* haciendo que $me=mg$ y $nz=zg$, y dirigiendo al vértice *c* las líneas *nc*, *gc*, *ec*, se tendrán los conos primitivos *gec*, *gnc* de la rueda y del piñon; las circunferencias trazadas sobre *ge* y *gn* serán sus circunferencias primitivas. Tómese desde *g* hasta *a* una magnitud igual á la latitud ó ancho del diente en el sentido del eje y trácense *ab*, *ah* paralelas á *ge*, *gn*; y como el flanco y la curvatura se dirigen al vértice comun *c* al propio tiempo que deben formar parte de otros conos cuyas generatrices sean perpendiculares á las de los primitivos, se concebirán las S*g*, S*e*, O*a*, O*b* perpendiculares á *gc*, *ec*, y los conos *a*O*b*, *g*S*e* comprenderán el perfil de los dientes para el interior y el exterior del anillo ó corona de la rueda. Sobre las circunferencias primitivas trazadas con los rádios *gm*, *ax* se hará la division correspondiente al número de los dientes de la rueda, practicando otro tanto para los del piñon sobre los círculos respectivos.

Los nuevos conos *ab*O, *g*S*e*, *hoa*, *ngp* se pueden llamar complementarios y por su medio se observa que el contacto íntimo de dos dientes consecutivos tiene lugar en la línea S*p* que comprende dos generatrices de dichos conos: considerando pues el desarrollo de sus superficies, cual se ha hecho con los círculos primitivos de las ruedas planas, se tendrá la disposicion mas propia para determinar la forma y magnitud de los dientes en la parte anterior y posterior de la rueda. Señalando las divisiones correspondientes sobre las proyecciones *ge* y *ng* de la rueda y del piñon, y dirigiendo por los puntos de division líneas al vértice *c*, resultará la proyeccion verdadera del engranaje propuesto.

Rigurosamente hablando la curvatura de los dientes en los engranajes cónicos corresponde á la epicicloide esférica, curva cuyo trazado es difícil y muy entretenido, por cual razon Mr. Poncelet ha simplificado este trabajo refiriéndola, como queda indicado, á la epicicloide plana descrita por las superficies circulares resultantes del desarrollo de los conos complementarios, de modo, que la curva de los dientes será una porcion de la epicicloide plana trazada por la rotacion respectiva de los círculos cuyos rádios sean los lados *Sg*, *pg* de los citados conos.

Cuando la rueda cónica debe llevar dientes de madera se construye su anillo con las aberturas correspondientes para recibirlos. Estas aberturas se harán de una forma semejante á la de los dientes, y entrando estos con toda la justificacion posible se sujetarán perfectamente en la parte interior del anillo por medio de clavijas que cojan todo su espesor. Al sujetar los dientes debe evitarse en cuanto sea posible tener que agujerear los brazos, y cuando la rueda sea de grandes dimensiones y deba construirse por partes se procurará que el número de dientes sea exactamente divisible por el número de brazos con el fin de que no coincida ningun diente con los nervios de los mismos brazos. Los pernos que sirven para sujetar las porciones de anillo en que se haya dividido la rueda deben tener su diámetro proporcional á las dimensiones del engranaje para que por su seccion puedan ofrecer cuando menos la resistencia de un diente.

Mediante una construccion bien entendida y procurando que las partes estén perfectamente unidas, la rueda tendrá la misma resistencia que si fuese de una sola pieza.

De lo dicho respecto á los engranajes cónicos, se pueden inferir las observaciones siguientes:

1.ª En un engranaje cónico no se puede variar á voluntad el diámetro de una de las dos ruedas en contacto sin hacer variar el otro, porque la inclinacion de sus dientes y la posicion rigurosa de las dos depende necesariamente de sus diámetros respectivos. Una rueda de ángulo solo podrá conducir dos ó mas piñones cuando estos sean de igual diámetro.

2.ª Si una misma rueda de ángulo conduce á otras dos cuyos ejes se hallan en una línea recta, las rotaciones de estos ejes se verificarán en sentido contrario. Esta propiedad se utiliza muchas veces para los movimientos alternativos.

3.ª La colocacion de las ruedas de ángulo debe hacerse con mucha escrupulosidad y es menester que sus ejes sean bien rígidos para que los dientes de la una coincidan exactamente en los vacíos de la otra y no se separen de esta situacion, pues de lo contrario se verificaria la ruptura ó cuando menos ofrecerian un frotamiento considerable en perjuicio de la potencia transmitida.

4.ª El cálculo para determinar el espesor de los dientes en atencion al esfuerzo que deben suportar, se hará del mismo modo y por iguales fórmulas que en las ruedas planas; y si bien parece natural que para señalar el espesor y demas dimensiones de los dientes se debe considerar la circunferencia correspondiente al punto medio de su ancho *ga*, no obstante, es mas fácil hacerlo en la circunferencia correspondiente al mayor diámetro *ge* y sobre esta se hacen las divisiones y se toman todas las medidas, quedando sobradamente compensada la diferencia que podria resultar en contra del espesor haciendo que el número resultante de los dientes disminuya de uno ó dos para que esté en relacion con el número de brazos de la rueda y con la rotacion de la misma.

Finalmente las ruedas de ángulo son mas difíciles de trazar y de construir que las ruedas planas, y además tienen el inconveniente de ejercer presiones laterales que tienden á hacer resbalar los ejes, lo cual ocasiona siempre rozamientos inútiles y perjudiciales. Por esta razon mientras lo permitan las disposiciones particulares de las máquinas se preferirán los engranajes planos á los cónicos por ser menos dispendiosos que estos y no ofrecer tantos inconvenientes.

Advertencia. No hemos tratado de explicar el trazado de las cicloides, epicicloides y evolventes en razon de que se enseña su construccion teórica y práctica al hacer los elementos de dibujo lineal que son indispensables á todos los industriales que se ocupan de las máquinas. El trazado minucioso de dichas curvas se hallará en las obras de dibujo lineal publicadas en Barcelona y en otros puntos de España.

Otra. Para la construccion de los dientes de madera se tendrá presente que el *boj* es la mas resistente de todas, siguiendo por su órden la *encina*, la *acacia*, el *roble*, el *olivo* y el *peral*. El olmo no sirve para dientes porque hace estopa, pero es la mejor madera para ejes de los carros, y para camones de ruedas.

VAPOR Y SUS EFECTOS.

Cuando un líquido cualquiera se halla sometido á la accion del fuego se descompone en partes sumamente sutiles que se elevan por el aire formando una especie de humo, y esto es lo que se llama *vapor*. El vapor que mas nos interesa conocer es el de agua y vamos á tratar de sus principales propiedades.

Si se calienta el agua contenida en un vaso abierto su temperatura se eleva hasta 100 grados del termómetro centígrado ú 80 de Reaumur; en este instante se establece el equilibrio entre la presion del aire y la temperatura del agua que entra en el estado de ebulicion formando un vapor muy visible. Este vapor producido al aire libre no tiene ninguna fuerza, y por mas que se continue la combustion la temperatura del agua no varia sensiblemente empleándose el esceso de calórico en reducir á vapor toda el agua contenida en el vaso.

Cuando el agua es calentada en el interior de un vaso herméticamente cerrado, el vapor producido pasa á ocupar el espacio libre de la parte superior y adquiere una tension ó fuerza elástica que aumenta con la temperatura del agua; la tension del vapor y la temperatura que la produce se hallan tan íntimamente enlazadas que la una no puede aumentar ni disminuir sin que la otra aumente ó disminuya convenientemente. La concentracion del vapor en el interior de una caldera herméticamente cerrada, á una temperatura mas ó menos elevada, hace que su potencia sea mas ó menos enérgica.

Presion del vapor. Llámase presion, tension ó fuerza elástica del vapor al esfuerzo que ejerce sobre la unidad de superficie. Esta unidad de superficie que se toma por término de comparacion, es el centímetro cuadrado.

La fuerza elástica del vapor se aprecia generalmente en atmósferas; pues se toma por unidad la presion atmosférica que, como se dijo al tratar del barómetro, equivale á 1·0335 kg. por cada centímetro cuadrado de superficie, dando sobradamente compensada la diferencia que podria resultar en contra del espesor haciendo que el número resultante de los dientes disminuya de uno ó dos para que esté en relacion con el número de brazos de la rueda y con la rotacion de la misma.

Finalmente las ruedas de ángulo son mas difíciles de trazar y de construir que las ruedas planas, y además tienen el inconveniente de ejercer presiones laterales que tienden á hacer resbalar los ejes, lo cual ocasiona siempre rozamientos inútiles y perjudiciales. Por esta razon mientras lo permitan las disposiciones particulares de las máquinas se preferirán los engranajes planos á los cónicos por ser menos dispendiosos que estos y no ofrecer tantos inconvenientes.

Advertencia. No hemos tratado de explicar el trazado de las cicloides, epicicloides y evolventes en razon de que se enseña su construccion teórica y práctica al hacer los elementos de dibujo lineal que son indispensables á todos los industriales que se ocupan de las máquinas. El trazado minucioso de dichas curvas se hallará en las obras de dibujo lineal publicadas en Barcelona y en otros puntos de España.

Otra. Para la construccion de los dientes de madera se tendrá presente que el *boj* es la mas resistente de todas, siguiendo por su órden la *encina*, la *acacia*, el *roble*, el *olivo* y el *peral*. El olmo no sirve para dientes porque hace estopa, pero es la mejor madera para ejes de los carros, y para camones de ruedas.

VAPOR Y SUS EFECTOS.

Cuando un líquido cualquiera se halla sometido á la accion del fuego se descompone en partes sumamente sutiles que se elevan por el aire formando una especie de humo, y esto es lo que se llama *vapor*. El vapor que mas nos interesa conocer es el de agua y vamos á tratar de sus principales propiedades.

Si se calienta el agua contenida en un vaso abierto su temperatura se eleva hasta 100 grados del termómetro centígrado ú 80 de Reaumur; en este instante se establece el equilibrio entre la presion del aire y la temperatura del agua que entra en el estado de ebulicion formando un vapor muy visible. Este vapor producido al aire libre no tiene ninguna fuerza, y por mas que se continue la combustion la temperatura del agua no varia sensiblemente empleándose el esceso de calórico en reducir á vapor toda el agua contenida en el vaso.

Cuando el agua es calentada en el interior de un vaso herméticamente cerrado, el vapor producido pasa á ocupar el espacio libre de la parte superior y adquiere una tension ó fuerza elástica que aumenta con la temperatura del agua; la tension del vapor y la temperatura que la produce se hallan tan íntimamente enlazadas que la una no puede aumentar ni disminuir sin que la otra aumente ó disminuya convenientemente. La concentracion del vapor en el interior de una caldera herméticamente cerrada, á una temperatura mas ó menos elevada, hace que su potencia sea mas ó menos enérgica.

Presion del vapor. Llámase presion, tension ó fuerza elástica del vapor al esfuerzo que ejerce sobre la unidad de superficie. Esta unidad de superficie que se toma por término de comparacion, es el centímetro cuadrado.

La fuerza elástica del vapor se aprecia generalmente en atmósferas; pues se toma por unidad la presion atmosférica que, como se dijo al tratar del barómetro, equivale á 1·0335 kg. por cada centímetro cuadrado de superficie, y por lo mismo á 10,335 kg. por metro cuadrado: la temperatura del vapor en este caso es de 100 grados centígrados.

De esto resulta, que *para hallar la presion del vapor á otra temperatura cualquiera se multiplicará el número dado de atmósferas por* 10,335 kg.

Ejemplo: Hallar la presion del vapor á la temperatura de 160 grados centígrados, sobre un émbolo de 20 centímetros de diámetro.

La temperatura de 160 grados centígrados corresponde á la tension de 6 atmósferas, de lo cual resulta, que si una atmósfera produce una presion de 1‘0335 k. por cada centímetro cuadrado de superficie, 6 atmósferas producirán $1‘0335 \times 6 = 6‘201$ kg. por centímetro cuadrado.

La superficie del émbolo $= 0‘7854 \times (20)^2 = 314‘16$ centímetros cuadrados.

Presion sobre el émbolo $= 314‘16 \times 6‘201 = 1948‘1$ kilógramos.

La presion total sobre el émbolo en cuestion será poco mas de 1948 kilógramos.

Peso del vapor. El físico Mr. Gay-Lussac ha probado por sus constantes y delicados experimentos, que el volúmen del vapor producido por un gramo de agua, á la temperatura de 100 grados y bajo la presion de 76 centímetros de mercurio, es de un litro y siete décimos. De esto se sigue, que un metro cúbico de vapor á igual presion y á la misma temperatura pesará 588‘2 gramos.

Siempre que se quiera calcular el peso de un metro cúbico de vapor á cualquier otra temperatura se usará la fórmula $P = \dfrac{0‘809 \times n}{1 + 0‘00375}$ en la cual n representa el

número de atmósferas correspondiente á la tension del vapor, t la temperatura en grados centígrados y P el peso en kilógramos de un metro cúbico de vapor.

La tension del vapor y la temperatura correspondiente están enlazadas por la siguiente fórmula:

$$n = (1 + 0‘007153)\,(t - 100)^5$$

por la cual se hallará una cualquiera de estas dos cosas cuando se conozca la otra.

Ejemplo: Hallar el peso de un metro cúbico de vapor á la temperatura de 160 grados centígrados.

La temperatura de 160° corresponde á la tension de 6 atmósferas, y la fórmula dará:

$P = \dfrac{0‘809 \times 6}{1 + 0‘00375 \times 160} = \dfrac{4‘854}{1‘600} = 3‘034$ kg. próximamente.

En virtud de los principios sentados hasta aquí y haciendo uso de las fórmulas que se acaban de exponer así como de la que se halla en la *(pág. 86)*, se ha formado la siguiente tabla:

TABLA DE LA FUERZA ELÁSTICA, TEMPERATURA Y PESO DEL VAPOR BAJO DIFERENTES PRESIONES.

Elasticidad en atmósferas.	Coluna de mercurio á cero grados.	Presion en hg. por cada centímetro cuadrado.	Temperatura en grados centígrados.	Peso de un metro cúbico de vapor.	Volumen de un kilógramo de vapor.
Atmósferas.	Milímetros.	Kilógramos.	Grados.	Kilógramos.	Litros.
1/2	0'38	0'516	82'0	0'310	3229'4
3/4	0'57	0'776	92'0	0'451	2217'2
1	0'76	1'033	100'0	0'588	1700'0
1'18	0'90	1'218	105'0	0'684	1454'9
1 1/4	0'95	1'292	106'4	0'723	1381'3
1 1/2	1'14	1'550	112'4	0'854	1171'6
2	1'52	2'067	121'5	1'111	899'9
2 1/4	1'71	2'325	125'5	1'238	808'0
2 1/2	1'90	2'583	128'8	1'363	733'5
2 3/4	2'09	2'843	132'1	1'487	672'4
3	2'28	3'101	135'0	1'611	627'7
3 1/4	2'47	3'359	137'7	1'734	576'8
3 1/2	2'66	3'617	140'6	1'855	539'1
4	3'04	4'134	145'4	2'096	477'1
4 1/2	3'42	4'651	149'1	2'334	428'4
5	3'80	5'168	153'3	2'568	389'4
5 1/2	4'18	5'684	156'7	2'802	356'9
6	4'56	6'201	160'0	3'033	329'7
6 1/2	4'94	6'718	163'3	3'281	306'6
7	5'32	7'235	166'4	3'488	286'7
7 1/2	5'70	7'752	169'3	3'707	269'0
8	6'08	8'268	172'1	3'934	254'0
9	6'84	9'302	177'1	4'378	228'2
10	7'60	10'335	181'6	4'813	207'4

Potencia calorífica de los principales combustibles. Es de mucha utilidad el tener un término de comparacion para conocer desde luego la cantidad de vapor producido por un kilógramo de combustible en hornos bien construidos, y por esto ponemos á continuacion las dos tablas que nos

han parecido preferibles entre las que se han deducido por la experiencia.

TABLA SEGUN MR. PECLET, DEL PODER CALORÍFICO Y RADIANTE DE LOS PRINCIPALES COMBUSTIBLES, CON LA CANTIDAD DE AIRE NECESARIA PARA LA COMBUSTION, POR CADA KILÓGRAMO DE COMBUSTIBTE QUE SE CONSUME.

CLASE DE COMBUSTIBLE.	Potencias caloríficas.	Poderes radiantes.	Volúmenes de aire frio.	Volúmen producido de gas.
Madera seca.	3'6	0'28	6'75	7'34
Id. ordinaria con 0'20 de agua.	2'8	0'25	5'40	6'11
Carbon de madera..	7'0	0'50	16'40	16'40
Turba seca.	4'8	0'25	11'28	11'73
Turba con 0'20 de agua.. . .	3'6	0'25	9'02	9'65
Carbon de turba.	5'8	0'50	13'20	13'20
Hulla mediana..	7'5	»	18'10	18'44
Cok con 0'15 ceniza.	6'0	»	15'00	15'00

TABLA DE LA CANTIDAD DE VAPOR PRODUCIDO POR UN KILÓGRAMO DE COMBUSTIBLE CONSUMIDO.

CLASE DE COMBUSTIBLES.	Peso del vapor producido por un kilógramo de cada combustible.
Cok.	7'0 kilógramos.
Hulla de calidad superior..	6'5 »
Hulla de inferior calidad.	5'0 »
Carbon seco, de madera.	6'0 »
Id. ordinario, de id..	5'6 »
Madera seca al hogar.	3'7 »
Id. id. al aire libre.	2'7 »
Turba carbonizada.	2'9 »
Id. ordinaria..	1'9 »

Se puede hallar fácilmente con el auxilio de las precedentes tablas la cantidad de vapor producido por un número cualquiera de kilógramos de combustible, y el combustible necesario para producir una cantidad determinada de vapor: basta para ello una sencilla multiplicacion ó division.

Si se quiere hallar aproximadamente la cantidad de vapor, á una temperatura dada, producido por un kilógramo de combustible se empleará la fórmula

$$K = \frac{3540}{550 + t - t'},$$

en la cual K representa los kilógramos de vapor producido por un kilógramo de combustible; t la temperatura del vapor en grados centígrados, y t' la del agua que sirve para alimentar la caldera.

De esta fórmula se deduce tambien la cantidad de combustible necesaria para producir un kilógramo de vapor, transformándose en la siguiente $M = \frac{550 + t - t'}{3540}$ siendo M el número de kilógramos de combustible que se necesitan para producir un kilógramo de vapor á la temperatura t.

Ejemplos: 1.° Cuántos kilógramos de vapor á 125 grados producirá un kilógramo de combustible, siendo de 30° el agua de alimentacion.

La fórmula da, $K = \frac{3540}{550 + 125 - 30} = 5'48$ kilóg.

2.° Hallar la cantidad de combustible que es necesaria para reducir á vapor de 120°, un kilógramo de agua cuya temperatura es de 35°.

La fórmula dará, $M = \frac{550 + 120 - 35}{3540} = 0'18$ kilóg.

Los resultados obtenidos por las tablas y fórmulas propuestas podrán aumentar ó disminuir segun la forma y

dimensiones de la caldera que se emplee y las condiciones de su colocacion.

Calderas. Las calderas sirven para producir el vapor de agua y pueden afectar varias formas.

Las calderas de Newcommen son semi-esféricas y su fondo cóncavo se halla expuesto á la accion del fuego: el *hornillo* ocupa del tercio á la mitad de la longitud de la caldera, y la llama con el humo pasan por un conducto que da la vuelta á aquella hasta llegar á la chimenea.

Las calderas de Watt son prismáticas ó están terminadas por superficies curvas (fig. 79) y su fondo es plano ó cóncavo, y si bien son mas favorables á la produccion del vapor que las calderas cilíndricas, estas son generalmente preferidas por su mucha mayor resistencia.

Las calderas de Woolf son cilíndricas y para preservarlas en lo posible del contacto inmediato del fuego con el fin de evitar las reparaciones consiguientes, se colocan debajo de ellas uno ó mas tubos sujetos á la accion directa de la llama y unidos á la caldera por medio de dos ó tres piezas tubulares. Estos tubos adicionales se llaman *hervidores* ó *bullidores*. Por medio de los bullidores se logra la ventaja de aumentar la superficie expuesta al fuego y en consecuencia la produccion de vapor.

Los bullidores están sujetos por su uso á frecuentes reparaciones y por esto se juntan á las piezas tubulares de la caldera, á cola de golondrina, para que sea fácil desmontarlos en caso necesario. La juntura se cubre de una especie de pasta llamada betun de hierro *(mastic)* compuesta con 20 partes de limaduras de hierro colado por una de sal amoníaco y ½ de flor de azufre: todo bien batido y mezclado, embebido de agua y orines se aplica en la juntura, y polvoreando la superficie exterior con flor de azufre se forma una costra que impide toda clase de filtracion. Como el betun de hierro es quebradizo y puede destruirse por un choque, por la remocion de la caldera ó por un movimiento brusco de dilatacion, será bueno que los ensamblajes se afirmen por armaduras de hierro muy resistente.

Las calderas en los buques de vapor deben sujetarse á las condiciones de localidad y á la poca altura que puede darse á la chimenea, y con el fin de ofrecer una evaporacion rápida debe procurarse que sean de grandes dimensiones los conductos en que circulan la llama y el humo proporcionando fácil salida á este. Cuando ha de producirse el vapor á una tension muy elevada podrán emplearse calderas cilíndricas atravesadas en toda su longitud por un conducto tambien cilíndrico en cuyo interior y en uno de sus extremos se sitúa el hornillo. El conducto y la caldera forman dos cilindros escéntricos unidos en un fondo plano bien reforzado con armaduras de hierro. Es preciso emplear esta clase de calderas con mucha circunspeccion, pues, el cilindro interior tiende á deformarse y puede causar explosiones.

Para obtener una evaporacion rápida se emplean á veces, como en las locomotivas, las calderas tubulares, llamadas así por tener muchos tubos que atravesando la masa de agua dan fácil paso á la llama, al humo y al gas desprendido de la combustion. Esta circunstancia hace que el agua se caliente con prontitud y que elevándose igualmente la temperatura en todos los puntos de la masa líquida produzca una evaporacion abundante.

Para aumentar el tiraje y dar mas fuerza á la combustion en las locomotivas, se hace que el vapor al salir del cilindro pase por el interior de la chimenea.

Las calderas de llama inversa construidas por MM. Cail y compañía de París han sido muy bien recibidas, y su

disposicion particular (fig. 81), hace que la llama y el aire caliente al desprenderse del hornillo *a* recorran toda la superficie inferior de la caldera lamiéndola hasta la mitad de su circunferencia y pasen inmediatamente por el conducto *b* en que se hallan los bullidores. De manera, que en este caso, primero es calentada la caldera que los bullidores, al contrario de lo que sucede en las calderas generalmente admitidas hasta ahora : pero recibiendo la caldera inmediatamente la accion de la llama y teniendo la capacidad adicional *n* se halla en las mejores condiciones para la produccion del vapor con menos dispendio de agua.

Superficie de caldeamiento. La superficie de la caldera expuesta á la accion de la llama tiene relacion directa con la produccion del vapor, y por esto debe procurarse que sea de la mayor extension posible. De esta observacion resulta, que la fuerza de vaporizacion de un generador ó caldera se podrá graduar por la superficie de caldeamiento, que es la extension superficial expuesta á la accion del fuego.

En las calderas de Watt con fondo plano ó cóncavo se debe procurar que el agua ocupe las dos terceras partes de la capacidad total de la caldera y el vapor la otra tercera parte. Tambien debe advertirse que la superficie expuesta á la accion de la llama se considera dividida en tres partes, una que comprende el fondo *c* de la caldera y las otras dos las paredes laterales *b*. En estas calderas, cuando la tension del vapor no llega á dos atmósferas, se estima en 1'40 metros cuadrados de superficie expuesta al fuego por cada caballo de vapor. Por manera, que se podrá determinar la superficie de caldeamiento por medio de la fuerza en caballos, y el número de caballos de fuerza por la superficie expuesta al fuego : bastará para ello multiplicar ó partir por 1'40.

Las calderas cilíndricas de Woolf llevan dos y á veces tres bullidores cuyo principal objeto es aumentar la superficie expuesta al fuego. La llama al desprenderse del hornillo envuelve los bullidores cási por completo y pasa inmediatamente á calentar la parte inferior de la caldera.

Estas calderas á volúmen igual ofrecen mayor superficie de caldeamiento que las de Watt, y por cada caballo de fuerza exigen por término medio 1'30 metros cuadrados de superficie expuesta al fuego. La superficie de caldeamiento se compone de los dos tercios de la total de cada bullidor mas la mitad de la de la caldera. De modo, que para conocer la fuerza en caballos se hallará la superficie expuesta á la accion de la llama y se dividirá por 1'30.

En las calderas con bullidores el agua ocupa poco mas de la mitad de su capacidad total, y si no tiene bullidores el agua debe llegar á los dos tercios de dicha capacidad. Los bullidores estarán completamente llenos de agua, y con el fin de evitar explosiones se hará que la superficie expuesta á la accion de la llama no llegue nunca á la linea de nivel del agua en el interior de las calderas.

La longitud de los bullidores excede generalmente á la de la caldera en 50 centímetros, y este exceso separándose del hornillo penetra en la pared de frente. En el extremo del bullidor hay una llave de paso para vaciarlo cuando sea necesario, y la tapa se separa fácilmente para limpiarlos. Para el cálculo de la superficie de caldeamiento se prescinde del exceso suponiendo la longitud de cada bullidor igual á la de la caldera.

Ejemplos: 1.° Hallar la superficie de caldeamiento que deberá tener una caldera de Watt para producir el vapor cuya fuerza sea de 20 caballos.

Como por cada caballo de fuerza se necesita 1'40 me-

tros cuadrados de superficie expuesta al fuego, por 20 caballos dará $20 \times 1'40 = 28$ metros cuadrados.

De estos corresponderán 9 $^1/_3$ metros cuadrados para el fondo y lo mismo para cada una de las paredes laterales.

2.° Determinar la superficie expuesta al fuego en una caldera de Woolf con dos bullidores cuyas dimensiones son:

Longitud de la caldera 4'50 ms., su diámetro 0'85 ms. y el diámetro de cada bullidor 0'35 metros.

Superficie de la caldera $= 3'1416 \times 0'85 \times 4'50 =$ 12'016 metros cuadrados.

Superficie de un bullidor $= 3'1416 \times 0'35 \times 4'50 =$ 4'948 metros cuadrados.

La superficie directamente expuesta al fuego será pues como sigue:

Mitad de la superficie de la caldera. .	6'008	ms.	cuad.
Dos tercios de la de un bullidor. . .	3'299	»	»
Id. id de la del otro. . .	3'299	»	»
Total.	12'606	ms.	cuad.

Si por cada caballo de fuerza corresponde 1'30 ms. cuadrados de superficie expuesta al fuego, la caldera en cuestion dará:

$$12'606 \setminus 1'30 = 9'697 \text{ caballos de fuerza.}$$

3.° Calcular la longitud que debe tener una caldera cilíndrica, sin bullidores, susceptible de 8 caballos de fuerza siendo su diámetro de 1 metro.

La superficie caldeada será $8 \times 1'30 = 10'4$ ms. cuad.

Esta superficie de 10'4 metros cuadrados equivale á los dos tercios de la total de la caldera, y como los extremos de esta son esféricos se establecerá el cálculo como sigue:

Superficie total de la caldera $= 2 \times 3'1416 \times R \times L$, siendo R el rádio de ella y L su total longitud, por lo cual se tiene, $^2/_3 \times 3'1416 \times R \times L = 10'4$ ms. cuad., y de esta igualdad resulta

$$L = \frac{10'4}{^2/_3 \times 2 \times 3'1416 \times R} = \frac{10'4}{^2/_3 \times 2 \times 3'1416 \times 0'5} =$$

4'966 metros.

De esta longitud corresponde 0'50 ms. á cada extremidad esférica y por esto la longitud de la parte cilíndrica será $4'966 - 2 \times 0'50 = 4'966 - 1'00 = 3'966$ metros.

4.° Hállese el volúmen total de la misma caldera, y determínese la cantidad de agua y de vapor que contiene.

Volúmen de la parte cilíndrica $3'1416 \times (0'50)^2 \times 3'966 = 3'1149$ metros cúbicos.

Volúmen de las extremidades esféricas $= ^4/_3 \times 3'1416 \times (0'50)^3 = 0'5236$ metros cúbicos.

El volúmen total de la caldera será $= 3'1149 + 0'5236 = 3'6385$ metros cúbicos que equivalen á 3638 litros con 5 decílitros.

De este volúmen corresponden los dos tercios al agua y el tercio restante estará ocupado por el vapor. Por manera, que la caldera en cuestion contendrá 2425 litros 7 decílitros de agua y 1212 litros 8 decílitros de vapor.

En la determinacion de las dimensiones de una caldera cilíndrica sin bullidores será bueno hacer el cálculo suponiendo que el agua en el interior debe llenar los dos tercios de la capacidad total, pero la superficie caldeana solo se hará llegar hasta una altura que corresponda á los dos tercios del diámetro. En este caso el arco correspondiente á la superficie expuesta al fuego será de 218° 56′ 30″, y estará expresado por $1'91114 \times D$, y el arco restante valdrá 141° 3′ 30″ viniendo representado por $1'23046 \times D$. De modo, que la superficie caldeada se ha-

llará por la formula $S = 1'91114 \times D \times L$, siendo D el diámetro de la caldera, L la longitud de la misma, y S la superficie expuesta al fuego, expresado todo en metros.

Cuanto mayor sea la capacidad que ocupe el vapor en las calderas, mas regular será la tension y se despojará fácilmente del agua en estado versicular que mecánicamente arrastra consigo al desprenderse del agua en ebulicion. Á este fin algunos constructores modernos, y en especial los ya citados MM. Cail, añaden á las calderas un gran depósito ó recipiente á manera de cúpula para obtener esa purificacion: estas capacidades adicionales constituyen el único remedio conocido hasta el dia para evitar que el agua del generador vaya hasta los cilindros.

Las calderas de hierro colado producen por término medio 35 kg. de vapor por hora y por metro cuadrado de superficie expuesta al fuego; las de Watt 38 kg., y las de Woolf dan sobre 36 kg. Por estas relaciones se hallará aproximadamente la extension de la superficie expuesta al fuego cuando se conozca la cantidad de vapor que debe producirse en una hora, y dada la superficie caldeada se sabrá la cantidad de vapor producido en igual tiempo.

Debe procurarse que la longitud de la caldera equivalga próximamente á cinco veces su diámetro, pues esta proporcion es la mas propia y favorable á la accion de la llama y para resistir la presion interior del vapor. El diámetro nunca debe exceder de un metro, y en otro caso será preferible reunir dos ó mas calderas.

Resistencia y espesor de las calderas. Para las calderas que deben producir el vapor á una tension mayor de dos atmósferas se emplea generalmente, como queda indicado, la forma de un cilindro (fig. 82) terminado por semiesferas de igual diámetro.

Las calderas se construyen con planchas de hierro laminado, con planchas de cobre rojo y algunas veces de hierro colado.

Las calderas de cobre resisten ventajosamente á los golpes de fuego, pero las de hierro colado son muy susceptibles de romperse por cambios bruscos de temperatura. Por esto son de uso mas comun las calderas de plancha de hierro laminado.

El espesor de la plancha en las calderas debe regularse segun la extension de su diámetro y con arreglo á la tension ó fuerza elástica del vapor que deben producir. Por esto la ordenanza francesa previene que el espesor de la plancha en las calderas cilíndricas sea determinado por la fórmula, $e=1‘8\times D\times(n-1)+3$, en la cual D representa el diámetro de la caldera en metros, y n la presion del vapor en atmósferas: e es el espesor de la plancha en milimetros.

Ejemplo: Hallar el espesor de la plancha para una caldera cilíndrica cuyo diámetro es de un metro, y el vapor debe producirse á la tension de 4 atmósferas.

Por la fórmula será $e=1‘8\times 1\times(4-1)+3=8‘4$ milímetros.

Los constructores pueden usar de las siguientes tablas calculadas exprofeso.

TABLA DEL ESPESOR EN MILÍMETROS QUE DEBE DARSE Á LAS CALDERAS CILÍNDRICAS DE PLANCHA DE HIERRO Ó DE COBRE LAMINADO.

Diámetros de las calderas.	TENSION DEL VAPOR EN ATMÓSFERAS.						
	2 atmósf.	3 atmósf.	4 atmósf.	5 atmósf.	6 atmósf.	7 atmósf.	8 atmósf.
	Milímet.	Milímet.	Milímet.	Milímet.	Milímet.	Milímet.	Milímet.
0‘55 met.	3‘90	4‘80	5‘70	6‘60	7‘50	8‘40	9‘30
0‘55 »	3‘99	4‘98	5‘97	6‘96	7‘95	8‘94	9‘33
0‘60 »	4‘08	5‘16	6‘24	7‘32	8‘40	9‘48	10‘56
0‘65 »	4‘17	5‘34	6‘51	7‘68	8‘85	10‘02	11‘19
0‘70 »	4‘26	5‘52	6‘78	8‘04	9‘30	10‘56	11‘82
0‘75 »	4‘35	5‘70	7‘05	8‘40	9‘75	11‘10	12‘45
0‘80 »	4‘44	5‘88	7‘32	8‘76	10‘20	11‘64	13‘08
0‘85 »	4‘53	6‘06	7‘59	9‘12	10‘65	12‘18	13‘71
0‘90 »	4‘62	6‘24	7‘86	9‘48	11‘10	12‘72	14‘34
0‘95 »	4‘71	6‘42	8‘13	9‘84	11‘55	13‘26	14‘97
1‘00 »	4‘80	6‘60	8‘40	10‘20	12‘20	13‘80	15‘60

TABLA DE LAS DIMENSIONES DE LAS CALDERAS CON BULLIDORES DE PLANCHA DE HIERRO Ó DE COBRE LAMINADO, SEGUN EL NÚMERO DE CABALLOS QUE REPRESENTA LA TENSION DEL VAPOR.

Número de caballos.	Longitud de la caldera.	Diámetro de la caldera.	Longitud de cada bullidor.	Diámetro de cada bullidor.	Espesor de la extremidad esférica de la caldera.	Espesor de la extremidad esférica de los bullidores.
	Metros.	Metros.	Metros.	Metros.	Milimetros.	Milimetros.
2	1‘65	0‘66	1‘75	0‘28	8	8
4	2‘10	0‘70	2‘20	0‘30	8	8
6	2‘45	0‘75	2‘60	0‘35	9	10
8	2‘80	0‘80	2‘95	0‘35	10	10
10	3‘25	0‘80	3‘40	0‘35	10	10
15	5‘00	0‘80	5‘15	0‘44	10	10
20	6‘80	0‘85	7‘00	0‘50	10	10
25	8‘50	0‘85	8‘65	0‘50	10	10
30	9‘20	1‘00	9‘50	0‘60	10‘5	10
40	10‘00	1‘10	10‘38	0‘60	11	10

Por la primera de estas dos tablas se halla el espesor de la plancha de hierro ó de cobre laminado para la caldera cuando se conoce el diámetro y la tension del vapor en el interior de la misma; y en la segunda está combinada la fuerza en caballos con la longitud y diámetro de la caldera y de los bullidores para fijar el espesor de su extremidad esférica.

Con el fin de que la plancha transmita convenientemente el calórico se hará que el grueso ó espesor nunca exceda de 14 milímetros, y en caso de que la fórmula diese un resultado mayor deberia disminuirse el diámetro de la caldera hasta llegar al valor indicado.

Exámen de las calderas. Para asegurarse de la bondad y resistencia de las calderas de plancha de hierro ó cobre, se llenan de agua fria y se sujetan por medio de una prensa hidráulica ó de una bomba impelente á una presion triple de la nominal que deben soportar, por cuyo medio se conoce si hay defecto en el metal, si este es homogéneo y si las planchas están bien unidas para impedir que el agua y el vapor tengan alguna salida por las junturas. Si las calderas son de hierro colado la presion de prueba deberá ser cinco veces mayor que la tension efectiva del vapor.

Piezas accesorias de las calderas. Para prevenir las explosiones y evitar las desgracias consiguientes, está mandado que todas las calderas vayan provistas de los aparatos que señalan los cambios de temperatura y de la tension del vapor, así como la falta ó exceso de agua. Estos aparatos son las válvulas de seguridad, los manómetros, los flotantes y los silvatos de alarma.

Válvulas de seguridad. Las válvulas llamadas de seguridad sirven en las calderas para facilitar la salida del vapor cuando su tension excede á la presion normal establecida. El disco de estas válvulas tendrá solo un milímetro de contacto sobre el asiento que las recibe y su seccion deberá ser tal que pueda dar salida á la mayor cantidad de vapor que produzca la caldera.

Como la potencia evaporatoria de una caldera depende de la extension de la superficie expuesta al fuego y de la tension del vapor en atmósferas, por esto la fórmula adoptada para calcular el diámetro de la válvula de seguridad comprende estas dos condiciones, y es la siguiente:

$$D = 2{'}6 \times \sqrt{\frac{s}{n - 0{'}412}}$$

en la cual D representa el diámetro de la válvula en centímetros; s la superficie expuesta al fuego en metros cuadrados, y n la tension del vapor en atmósferas.

Cuando la tension del vapor en las calderas no llega á dos atmósferas, se le dán á la válvula de seguridad 5 ó 6 centímetros cuadrados de superficie por cada caballo de fuerza. Será bueno dar mayor diámetro á la válvula ó poner dos en una misma caldera.

Las válvulas de seguridad se pueden sujetar colocando directamente sobre ellas el peso correspondiente á la presion interior; pero generalmente se acostumbra hacer uso de una palanca de segunda especie para producir el mismo efecto con menos carga.

Para establecer una válvula de seguridad se procederá como sigue:

1.° *Del número de atmósferas que representa la tension del vapor se resta 0'412; se divide la superficie calentada por esta diferencia, y la raiz cuadrada del cociente se multiplica por 2'6. El resultado será el diámetro de la válvula en centímetros.*

2.° *Se calcula la superficie de la válvula en centíme-*

tros cuadrados y se multiplica por el número de atmósferas menos una y el resultado por 1'0335 kg. El producto será la fuerza en kg. que tiende á levantar la válvula.

3.° *Se halla el peso con que debe cargarse la palanca para equilibrar la fuerza del vapor sobre la válvula, multiplicando esta fuerza por el brazo corto de la palanca y dividiendo el producto por el brazo mayor, que es la total longitud de la misma palanca.*

Ejemplo: Hallar todo lo relativo á la válvula de seguridad para una caldera cilíndrica con 16 metros cuadrados de superficie expuesta al fuego, siendo la tension del vapor de 4 atmósferas.

Por la fórmula será, $D = 2'6 \sqrt{\dfrac{16}{4-0'412}} = 2'6 \times 2'112 = 5'49$ centímetros.

Superficie de la válvula $= 0'7854 \times (5'49)^2 = \ldots$ 23'672 centímetros cuadrados.

Como sobre la válvula carga la presion atmosférica destruirá una de la tension del vapor y deberá equilibrarse solamente la presion de 3 atmósferas, que dará, $3 \times 1'0335 = 3'1005$ kilógramos por centímetro cuadrado.

Para toda la válvula será, $23'672 \times 3'1005 = 73'395$ kg.

Ahora, suponiendo que la palanca tiene 80 centímetros de longitud y que la válvula corresponde á 16 centímetros del punto de apoyo se tendrá el peso con que deberá ser cargada por la proporcion; $P : 73'395 :: 16 : 80$, que da $P = 73'395 \times 16 \div 80 = 14'68$ kilógramos.

Es decir, que el diámetro de la válvula será de 5'49 centímetros; la presion con que tenderá á levantarse, de 73'395 k., y el peso que le hará equilibrio por medio de

la palanca, de 14'68 kg. sin contar con el peso de esta.

Si se da conocido el peso con que debe sujetarse la palanca se podrá calcular la longitud de esta empleando la misma proporcion anterior.

Las válvulas de seguridad en las locomotivas se sujetan por medio de muelles cuya tension el maquinista puede aumentar ó disminuir á voluntad, pero siempre con sujecion á una escala graduada.

Flotante. Las explosiones de las calderas son producidas muchas veces por el descenso del nivel del agua en su interior y por la falta de práctica ó de inteligencia del que las cuida. En efecto, si por falta de la alimentacion conveniente el agua del interior no cubre las paredes de la caldera directamente expuestas á la accion del fuego, la temperatura de estas paredes se eleva prontamente hasta enrojecerlas. Si en este caso llega á la caldera una porcion de agua fria, se forma súbitamente gran cantidad de vapor á tension muy elevada, y por el considerable esfuerzo que produce puede ocasionar una explosion.

El flotante sirve para prevenir tan funestos efectos señalando al encargado de vigilar la caldera la altura del nivel del agua en su interior, para que aumente ó disminuya convenientemente la alimentacion.

El flotante *b* (fig. 82) es una piedra de forma cilíndrica circular ú oval que se sumerge la mitad de su grueso en el agua: se halla suspendida por un hilo de acero ó de cobre, de 3 á 4 milímetros de diámetro, de una palanca *h* que tiene la forma de un balancin con sector: el contrapeso hace que el balancin permanezca horizontal cuando el nivel del agua se halla á la altura correspondiente. En esta disposicion, si el nivel baja, la piedra pierde en parte el apoyo del agua y hace subir el contrapeso, y si el nivel sube por un exceso de agua hace perder peso al flo-

17

tante y baja el contrapeso. El encagado abrirá ó cerrará la llave de paso para activar ó disminuir la alimentacion segun convenga.

Por el principio de Arquímedes, expuesto en la estática, se sabe que el flotante pierde tanto de su peso como es el peso del volúmen de agua que desaloja, y por esta razon atendiendo á la ley de la palanca se hallará el contrapeso para equilibrarlo por la fórmula $q=(P-p)\times a\diagdown b$, en la cual q es el contrapeso en kilógramos; P el peso del flotante y p el peso del volúmen de agua que desaloja, tambien en kilógramos; a el brazo del balancin correspondiente al flotante, en centímetros, y b el brazo del contrapeso igualmente en centímetros.

Hallar el contrapeso para un flotante de 8 kg., sabiendo que el agua que desaloja pesa 3'6 kg., que el brazo de la palanca correspondiente al flotante es de 24 centímetros, y el del contrapeso de 18 centímetros.

Por la fórmula se tiene $q=(8-3'6)\times 24\diagdown 18=5'87$ kg.

De modo que el contrapeso será de 5'87 kilógramos próximamente, el cual deberá corregirse de la diferencia resultante del peso propio del balancin ó palanca.

En Francia é Inglaterra está prevenido que la altura del nivel del agua en las calderas sea indicado por un flotante de silvato, y por esto las calderas fijas se arman de un silvato de alarma para indicar el nivel máximo y el mínimo á que puede llegar el agua en su interior.

En las locomotivas se acostumbra unir á la caldera un tubo f de vidrio bien reforzado de 10 á 12 centímetros de diámetro adaptado á dos tubos recurvos que el uno comunica con el vapor y el otro con el agua (fig. 82). En los buques se usan dos tubos indicadores, uno á la derecha y otro á la izquierda del hornillo, y la comparacion simul-

tánea de los dos señala el nivel del agua cualquiera que sea la inclinacion del buque.

Los *silvatos* por medio de los cuales avisan los *flotantes de alarma,* tienen por objeto advertir al encargado que el nivel del agua en el interior de la caldera ha bajado mas de lo que debia.

Los flotantes de alarma son de diversas formas pero consisten principalmente en un flotante comun dispuesto de modo que al bajar el nivel interior hasta el límite de la superficie calentada pone en movimiento el tapon de un orificio dejando salir el vapor que al chocar con los bordes de un timbre ó de una lámina metálica vibrante produce un ruido muy agudo que no deja de oirse á distancia.

Se usan tambien en las calderas unos discos llamados rondelas fusibles que se descomponen con el calor á la temperatura para que han sido construidas abriendo paso al vapor á fin de que salga sin causar explosion. Se componen de bismuto, plomo y estaño: la tabla siguiente determina el punto de fusion de una rondela ó válvula fija segun la proporcion en que entran los tres expresados metales.

TABLA PARA LA COMPOSICION DE LAS RONDELAS Ó DISCOS FUSIBLES Á DIFERENTES TEMPERATURAS.

PARTES QUE ENTRAN EN LA COMPOSICION.			Tension del vapor en atmósferas.	Temperatura correspondiente en grados centig.
Partes de bismuto.	Partes de plomo.	Partes de estaño.	Atmósferas.	Grados centigrados.
8	6'44	3	1	100
8	8	3'80	1 1/2	112'4
8	8	7'50	2	121'5
8	9'69	8	2 1/2	128'8
8	12'64	8	3	135
8	13'80	8	3 1/2	140'6
8	15	8	4	145'4
8	16	9	4 1/2	149'1
8	16	19	5	153'3
8	25'15	24	5 1/2	156'7
8	27'33	24	6	160
8	28'66	24	6 1/2	163'3
8	29'41	24	7	166'4
8	38'24	24	8	172'1

Por esta tabla se ve que un disco ó rondela que se componga de 8 partes de bismuto, 27'33 de plomo y 24 de estaño será fusible á la temperatura de 160 grados centígrados correspondientes á la tension de 6 atmósferas.

El *manómetro* debe hallarse constantemente en comunicacion con la caldera para indicar la tension efectiva del vapor, y como se dijo al tratar de la ley de Mariotte y de sus aplicaciones, *(pág.* 84 y 87), puede ser de aire comprimido ó de aire libre, así como se puede usar el manómetro metálico de Bourdon.

El manómetro de aire libre debe fijarse directamente á la caldera y solo se emplea cuando la tension del vapor no llega á cuatro atmósferas.

Tambien se usa el *termo-manómetro* que consiste en un termómetro de mercurio graduado á propósito para señalar temperaturas hasta 200 grados, indicando en el lugar correspondiente las atmósferas y fracciones de atmósfera con arreglo á las relaciones conocidas que se han notado en una de las tablas anteriores. La esferita del termómetro no está sumergida en el vapor de la caldera porque la presion falsearia las indicaciones termométricas, sino que se encierra en un tubo metálico cerrado por debajo y fijado en las paredes de la caldera. El espacio que media entre la esferita y las paredes del tubo se llena con limaduras de cobre ó de otro cuerpo buen conductor.

INDICADOR MAGNÉTICO DE MR. LETHUILLIER. Los aparatos para indicar la altura del nivel de agua en el interior de las calderas son principalmente, como se ha visto, los flotantes y los tubos de vidrio adaptados al exterior de las mismas, pero todos en general adolecen de graves inconvenientes y defectos, que todas las precauciones imaginables no bastan á corregir de una manera satisfactoria.

El flotante comun exige un orificio en la caldera para que pase libremente el hilo de cobre que le sostiene, lo cual facilita la salida al vapor aunque sea en poca cantidad, y el tubo de cristal se enturbia al poco tiempo de estar en uso y muy á menudo se rompe ocasionando una pérdida de agua y de vapor de no poca consideracion.

Pero Mr. Lethuillier-Pinel, mecánico de Rouen, que se ocupa principalmente en la construccion de aparatos de seguridad y demás accesorios para las calderas, ha inventado un nuevo flotante que combinado á voluntad con una válvula de seguridad y un silvato de alarma satisface completamente todos los deseos. Este flotante está dispuesto de modo que funciona y hace señal así cuando hay exceso como si hay defecto de agua en la caldera. El aparato (fig. 87) consiste en una caja rectangular *d*, de cobre, fijada en la parte superior de la caldera y en comunicacion exclusiva con ella, la cual se llena igualmente de vapor. La varilla *c* está sujeta en su parte inferior á un flotante formado con dos casquetes esféricos de cobre rojo, bien unidos, y en su extremo superior *e* lleva una pieza de acero en forma de herradura fuertemente imantada, la cual sube y baja con el flotante. Este iman permanente ejerciendo su accion al través de la pared de la caja hace mover una aguja *h*, enteramente libre, que mantiene contra la superficie graduada *n* solo en virtud de la atraccion magnética. El flotante A por ser hueco tiene menor densidad que el agua, y por esto se eleva y desciende con el nivel, en cuyo caso el iman *e* hace subir y bajar la aguja exterior *h* haciéndole recorrer las divisiones de una escala graduada cuyo cero corresponde al nivel normal del agua en la caldera. La varilla *c* tiene además un clavito *t* que al descender el nivel, 5 centímetros debajo del punto señalado, arrastra el tirante *q* de la palanca, y abriendo la válvula *v* permite la salida al vapor por la cúspide *x* en que hace dar la señal por el silvato de alarma situado en *s*. Si el nivel se eleva 12 centímetros mas de lo que corresponde, la pieza *b* empuja el brazo *f* de la misma palanca y produciendo la abertura de la válvula da igualmente la señal por el silvato. La plancha graduada se ha planteado con el fin de que las divisiones y los movimientos de la aguja aparezcan bien distintos á la distancia conveniente. En el tubo adicional *z* está la válvula de seguridad *u*.

El aparato es completo y ofrece todas las seguridades apetecibles, porque la imantacion del acero no sufre alteracion sensible por la temperatura, pues hay aparatos de esta clase que cuentan cuatro y mas años de servicio y fun-

cionan como el primer dia. El precio de todo el aparato no pasa de 200 francos.

Alimentacion de las calderas. Las calderas deben ser alimentadas de continuo para que nunca falte el agua indispensable á la produccion del vapor y el uivel interior se mantenga á la altura conveniente. Varios son los aparatos alimentarios que se han ensayado hasta el dia, pero generalmente se alimenta la caldera por medio de una bomba movida por la misma máquina á que se aplica la fuerza; y esta bomba es la que en las máquinas de vapor se llama alimentaria.

Es preferible en todos casos la alimentacion continua, pero como muchas veces no se puede alcanzar por circunstancias especiales, es preciso que el fogonista abra ó cierre las espitas que dan paso al agua para que no falte la necesaria. En las locomotivas la alimentacion de las calderas es intermitente y los maquinistas reconocen si el agua es enviada convenientemente á la caldera por medio de las llaves de prueba adaptadas á los tubos alimentarios.

Aparato alimentario para las calderas fijas de alta presion. En las calderas en que la tension del vapor es mayor de cuatro atmósferas se regula la alimentacion por medio del aparato representado en la (fig. 83). El agua llega de la bomba alimentaria por el tubo *f* y entra en la caldera por la abertura *d*. Cuando el nivel se eleva hace subir el flotante *a* y bajando el extremo *b* de la palanca cierra la válvula *d*, y el agua que va llegando vuelve al depósito por el tubo *g* de descarga. Si el nivel baja, baja tambien el flotante *a* y haciendo subir la varilla *bh* abre la válvula *d* para dar entrada al agua.

En las calderas en que es poca la tension del vapor se puede emplear el *aparato alimentario* llamado *de columna de agua*. Este aparato (fig. 84) consiste en un tubo vertical *a* fijado en la caldera, el cual penetra cerca de un decímetro en el agua cuando esta se halla á la altura media que debe conservar. La longitud ó elevacion del tubo dependerá de la tension del vapor en la caldera, pues el peso de la columna de agua debe equilibrarse con aquella tension. En el extremo superior hay un recipiente ó cubeta con dos tubos; uno *f* por donde llega el agua del depósito alimentario, y otro *g* que sirve para descargar el exceso de agua traida. Se ve desde luego que si el nivel sube, el flotante *b* se eleva y la palanca *hd* cierra la válvula *e*; y que si el nivel baja, el flotante desciende y abriendo la válvula *e* facilita la entrada al agua. Este aparato puede disponerse de modo que haga el oficio de válvula de seguridad, pues si el nivel baja demasiado por falta de alimentacion al llegar debajo del tubo vertical el vapor se escapará por él, y esto servirá de aviso al fogonista para que procure remediar la falta de agua. Si por el contrario la tension del vapor sobrepuja al peso de la columna de agua, esta será repelida y arrojada por arriba hasta que haciendo bajar el nivel debajo del tubo vertical saldrá por el vapor como en el otro caso.

Bomba alimentaria. En todos los casos es preciso emplear una bomba para la alimentacion, ya sea para elevar el agua á la altura del aparato alimentario ó ya para inyectarla directamente á la caldera. Esta bomba (fig. 85) se diferencia poco de una bomba comun: *c* es el tubo de aspiracion por donde entra el agua del condensador ó del depósito alimentario levantando la válvula *e*. Cuando el émbolo *n* sube, la válvula *d* permanece cerrada y abriéndose la *e* entra el agua en el cuerpo de bomba; cuando el émbolo baja se cierra la válvula *e* y abriéndose la *d* el agua pasa á la caldera ó al recipiente alimentario por el tubo *h*.

La bomba alimentaria es á simple efecto y por esto debe hacerse el cálculo de sus dimensiones con arreglo á esta circunstancia para que en una oscilacion sencilla proporcione la cantidad de agua que se reduce á vapor durante una oscilacion doble del cilindro de la máquina ó la que corresponde al vapor gastado en la misma oscilacion. Para compensar las pérdidas que siempre ocurren, y con el fin de que nunca pueda faltar el agua necesaria, se hace el volúmen de la bomba igual al del agua gastada en una oscilacion aumentando de su cuarto; y se tiene la fórmula, $0'7854 \times d^2 \times c = {}^5\!/\!_4\, v$ de la cual resulta

$$d = \sqrt{\frac{v}{0'62832 \times c}};$$ es decir, que *para hallar el diámetro de la bomba alimentaria se dividirá el volúmen del agua gastada durante la oscilacion por lo que resulta de multiplicar* 0,62832 *por el curso* c *del émbolo de la misma, y se extraerá del cociente la raíz cuadrada.*

El volúmen *v* del agua se expresará en metros cúbicos, y el curso *c* del émbolo en metros lineales, por cual razon el diámetro *d* se obtendrá tambien en metros.

Dimensiones de la reja. El hornillo en que se hace el fuego se compone de una reja horizontal colocada de 30 á 40 centímetros debajo de la caldera ó de los bullidores: sobre ella se extiende la hulla lo mas regular que sea posible haciendo que las capas del combustible no excedan de 5 á 6 centímetros de espesor.

La superficie total de la reja se puede determinar dándole de 7 á 8 decímetros cuadrados por cada caballo de fuerza. Tambien se ha observado que por cada metro cuadrado de superficie se consumen 40 kg. de hulla en una hora, por cuya razon se hallará la superficie total de la reja en metros cuadrados, cuando se conozca la cantidad de combustible que se ha de consumir por hora, partiendo dicha cantidad de combustible por el número 40. Á la reja se le da de la tercera parte á la mitad de la longitud total de la caldera.

Las barras que forman la reja se hacen de hierro colado dando á su seccion transversal la forma de un trapecio cuya base mayor corresponde á la parte de arriba para facilitar el paso del aire y dar mejor salida á los resíduos de la combustion. La base mayor del trapecio se hace de 20 milímetros y la menor de 10.

Las barras de la reja se hará que dejen un vacío de una á otra que no pase de 8 milímetros, y la suma total de los vacíos será segun la calidad mas ó menos gruesa de la hulla el $^1/_3$, ó el $^1/_4$ de la supercicie total de la reja. Tambien podrá reducirse hasta el $^1/_6$ ó $^1/_7$ de dicha superficie.

Si para la combustion se gasta leña es preciso dar á la reja un metro cuadrado de superficie por cada 85 kg. de combustible que deba consumirse en una hora, y la suma de los vacíos ó espacios entre las barras debe ser en este caso el $^1/_4$ de la superficie total de la reja.

Cuando la combustion no puede hacerse con facilidad por la falta del aire indispensable en razon de ser reducido el local y no tener entrada la cantidad que requiere el combustible que se emplea, la experiencia ha probado ser un gran recurso para activar la combustion el establecer un depósito de agua debajo de la reja, proporcionando además una economía no despreciable.

Debajo de la reja habrá el espacio correspondiente para recibir la ceniza y demás resíduos de la combustion, y para dar libre y fácil entrada al aire necesario á esta. La profundidad del cenicero está limitada por la longitud de la reja, pero á veces se prolonga en forma de bóveda en

toda la longitud del horno con el fin de activar mejor el tiraje del aire.

Conductos de la llama. Los conductos por donde ha de pasar la llama deberán ser tales que su seccion transversal equivalga á la cuarta parte de la superficie total de la reja, y el fondo del primero se situará cuando menos un decímetro mas elevado que dicha reja. Es hasta cierto punto inútil multiplicar estos conductos, pues para los efectos del calor basta que la llama caliente el fondo de la caldera y circule una sola vez por su alrededor pasando luego á la chimenea.

Á *la chimenea* se le darán de 20 á 36 metros de altura y su seccion transversal será el quinto de la superficie total de la reja si no pasa de 20 metros, pero si la altura es mayor se le dará de seccion un sexto de dicha superficie.

Para determinar la seccion de la chimenea se podrá emplear el cálculo, teniendo presente: 1.° que para consumir un kilógramo de hulla se necesitan 18 metros cúbicos de aire: 2.° que este aire al atravesar el hornillo y los conductos de la llama cederá parte de su oxígeno que será reemplazado por ácido carbónico y vapor de agua, y al salir por la chimenea á la temperatura media de 300° tendrá segun Mr. Péclet un volúmen de 38'54 metros cúbicos por cada kilógramo de hulla; y 3.° que la velocidad de estos gases á su salida estará expresada teóricamente por la fórmula,

$$V=\sqrt{19{\cdot}6\times A\times 0{\cdot}00375\,(t-t')}$$

siendo A la altura de la chimenea, en metros; t la temperatura de los gases á la salida, y t' la temperatura del aire frio antes de llegar al hornillo. La fórmula práctica por la cual deberá calcularse la velocidad efectiva será,

$$V=\sqrt{0{\cdot}036\times A\times(t-t')}$$

pues que debe por término medio equivaler á los siete décimos de la velocidad teórica.

De lo dicho se infiere, que sabiendo los kilógramos de hulla que se consumen en una hora, se hallará el volúmen de los gases á que debe darse salida multiplicando por 38'54 metros cúbicos; y partiendo el producto por la velocidad calculada segun la fórmula anterior se tendrá la seccion mínima que habrá de darse á la chimenea.

Ejemplo: Hallar las dimensiones de la reja, de los conductos de la llama y de la chimenea para una caldera de la fuerza de 12 caballos, siendo la tension del vapor inferior á dos atmósferas.

Superficie de la reja$=12\times0'08=0'96$ m. cuad.

Suponiéndola cuadrada tendrá su lado$=\sqrt{0{\cdot}96}=\ldots$ 0'98 metros, esto es, 98 centímetros.

Los vacíos entre las barras de la reja tendrán juntos 0'96∖4=0'24 metros cuadrados.

La superficie caldeada será$=12\times1'40=16'8$ metros cuadrados.

La seccion de cada uno de los conductos de la llama será, 0'96∖4=0'24 metros cuadrados. Si esta seccion se supone cuadrada su lado será de 49 centímetros próximamente.

Á la chimenea se le podrán dar 25 metros de altura.

Segun la relacion establecida anteriormente se gastarán por término medio 39 kilógramos de combustible por hora, y en este caso el aire necesario á la combustion será $39\times18=702$ metros cúbicos, pero el conjunto de gases á la salida de los conductos de la llama formarán, segun Mr. Péclet, un volúmen de $39\times38'54=1503'06$ metros cúbicos por hora, que corresponde á 0'4175 metros cúbicos por segundo.

Suponiendo ahora que la temperatura del aire frio es

de 15° centígrados y que la de aquellos gases es de 300°, la velocidad al salir por la chimenea será,

$$V=\sqrt{0'036\times25\times(300-15)}=16'15 \text{ metros.}$$

De modo que dichos gases saldrán por la chimenea con una velocidad de 16'15 metros por segundo.

Partiendo el volúmen hallado de gas por esta velocidad se tendrá la seccion mínima de la chimenea, que dará 0'4175∖16'15=0'026 metros cuadrados. Es decir, que la seccion de la chimenea en su extremo superior deberá ser próximamente de 2'6 decímetros cuadrados.

Esta seccion es la mínima, por cuya razon se le dará una dimension algo mayor, como de 3 ó 4 decímetros cuadrados, pues será regular, como sucede comunmente, que la fuerza de la caldera tenga de aumentar alguna vez, y al efecto podrá colocarse una especie de registro á la raíz de la chimenea para aumentar ó disminuir la abertura segun convenga.

Tubos para la conduccion del vapor. El vapor pasa de la caldera á la caja de distribucion y al cilindro en que obra, por medio de tubos cilíndricos cuyo diámetro será proporcionado á la cantidad de vapor consumido en un tiempo dado. El diámetro de estos tubos es comunmente el $^1/_5$ del diámetro del cilindro en que ejerce sú accion el vapor, pero se puede calcular con mas precision hallando el volúmen del vapor gastado en un segundo, y dividiéndolo por la velocidad que adquiere en estos tubos: el cociente será la superficie de la seccion por cuyo medio se determinará el diámetro. La velocidad del vapor en los tubos de conduccion se hallará por la fórmula $v=\sqrt{19{\cdot}6\times(P-p)\setminus p'}$ en que P es la tension del vapor; p la tension del aire ó gas que se opone á su salida, y p' el peso de un metro cúbico del mismo vapor.

MÁQUINAS DE VAPOR.

Estas máquinas consisten generalmente en un cilindro cuyo émbolo es movido por la fuerza elástica del vapor adquiriendo un movimiento rectilíneo alternativo, que por la varilla del mismo émbolo comunica directa ó indirectamente con un eje al cual imprime un movimiento de rotacion.

Las máquinas de vapor son á simple y á doble efecto : se llaman á simple efecto aquellas en que el vapor obra solamente para hacer subir el émbolo en cuyo caso un contrapeso le obliga á bajar ; y son de doble efecto aquellas en que el vapor obra por ambas caras del émbolo haciéndole subir y bajar alternativamente. Las de doble efecto son las mas usadas y puede decirse las únicas que se emplean en la industria.

Las máquinas de vapor así como las calderas se clasifican tambien segun la tension á que en ellas obra el vapor. Son de *baja presion* aquellas en que la tension del vapor no llega á dos atmósferas ; son de *mediana presion* si el vapor obra á la tension de dos á cuatro atmósferas; y se llaman de *alta presion* si la fuerza elástica del vapor es mayor de cuatro atmósferas.

Cuando el vapor obra con toda su fuerza durante cada curso ú oscilacion del émbolo, ejerce su accion sobre este con una tension sensiblemente igual y constante, y el aparato se llama *máquina sin expansion;* pero si el vapor es producido en la caldera con una tension suficiente, se podrá hacer que obre con toda su fuerza durante una parte del curso del émbolo é interceptar luego la comunicacion : entonces el vapor introducido en el cilindro obedeciendo á su elasticidad natural obrará aun sobre el émbolo en vir-

tud de su fuerza expansiva, y se dirá que la *máquina* es *con expansion*. La expansion puede hacerse en el mismo cilindro ó haciendo pasar el vapor á otro de mayor diámetro.

Las máquinas dejan escapar el vapor en la atmósfera luego que ha obrado sobre el émbolo, ó le obligan á entrar en un depósito en el cual puesto en contacto con cierta cantidad de agua fria se logra su condensacion. Las máquinas que condensan el vapor se llaman *máquinas con condensacion* y las que le dejan escapar en la atmósfera, *máquinas sin condensacion*. Se concibe fácilmente que la condensacion del vapor es indispensable en las máquinas de baja presion, pues, si se dejaba escapar en la atmósfera, el émbolo hallaria siempre la resistencia de la presion atmosférica en sentido contrario, y atendido el efecto producido por el roce se utilizaria muy poca fuerza. Las máquinas sin condensacion deberán ser de mediana ó de alta presion.

Las máquinas mas generalmente empleadas se pueden clasificar como sigue :

1.° Máquinas de Watt con un solo cilindro, de baja presion, con condensacion y sin expansion.

2.° Máquinas de mediana presion, de Woolf, con condensacion y expansion mediante dos cilindros.

3.° Máquinas de alta presion con expansion en un solo cilindro, pero sin condensacion.

4.° Máquinas de alta presion sin expansion ni condensacion.

1.° *Máquinas de baja presion de Watt*. En estas máquinas el vapor obra generalmente á la tension de **1** á **1 ¼** atmósferas, y esta poca presion del vapor aleja la probabilidad de las explosiones. Por esto se emplean regularmente en los buques, y aun en estos el vapor se produce á veces á menos de una atmósfera. Estas máquinas solo deben emplearse en las localidades en que se puede disponer de gran cantidad de agua, pues la necesitan para la produccion del vapor y para la condensacion; pero su conservacion es fácil y poco dispendiosa así como su marcha es muy regular y uniforme.

La experiencia demuestra que en estas máquinas se gastan de 5 á 6 kilógramos de combustible por hora y por cada caballo de fuerza, y el agua necesaria para la produccion y condensacion del vapor puede apreciarse próximamente á 950 litros por hora y por caballo.

2.° *Máquinas de mediana presion de Woolf.* En estas máquinas hay dos cilindros de igual altura pero de diferente diámetro. El vapor obra con toda su fuerza en el cilindro menor y luego pasa al mayor en que conservando la misma temperatura ocupa mucho mayor volúmen, lo cual constituye la verdadera expansion. En estas máquinas se consumen por término medio 3 kilógramos de combustible por hora y por caballo de fuerza, y necesitan sobre 310 litros de agua en igual tiempo y por la misma fuerza.

Desde luego se observa que estas máquinas tienen ventaja sobre las de Watt tanto en el gasto de agua como en el de combustible, pero como son de construccion mas complicada están sujetas á desarreglarse con frecuencia y exigen mucho mas cuidado, resultando mas dispendiosa su conservacion.

3.° *Máquinas de alta presion sin condensacion y con expansion en un solo cilindro.* En estas máquinas empleadas con frecuencia en grandes establecimientos fabriles, el vapor obra con toda su fuerza durante una parte del curso del émbolo y en lo restante ejerce su accion en virtud de su fuerza elástica. El combustible que consumen es

de 4 á 5 kilógramos por hora y por caballo, y el gasto de agua consiste en la necesaria para la produccion del vapor: este al salir del cilindro pasa á la atmósfera.

4.° *Máquinas de alta presion sin expansion ni condensacion.* Estas máquinas son empleadas en las locomotivas por la sencillez de su construccion y por el poco espacio que ocupan. El vapor obra con toda su fuerza durante todo el curso del émbolo y pasa luego á la atmósfera, lo cual produce en sentido contrario una resistencia igual á la presion atmosférica. De modo, que si el vapor se produce á la tension de 7 atmósferas solo se utilizan 6 en el cilindro. El agua que exigen estas máquinas es la necesaria á la alimentacion, y el gasto de combustible de 6 á 7 kilógramos por hora y por caballo de fuerza.

Miembros principales de la máquina. En las máquinas de vapor hay que considerar el cilindro en que obra el vapor produciendo el movimiento rectilíneo alternativo del émbolo, la caja ó aparato de distribucion del vapor, el condensador con la bomba de aire, la bomba alimentaria, la del pozo, el regulador, el volante, el balancin, las varillas de los émbolos, la cigüeña y el tirante que mueven el árbol del volante.

CILINDRO. El cilindro en que obra el vapor es el miembro mas notable y delicado de la máquina y por esto debe procederse con cuidado en la determinacion de su diámetro, y del grueso ó espesor correspondiente.

Si se conoce el curso c del émbolo y el volúmen v del vapor gastado en cada oscilacion ó golpe simple, se hallará el diámetro del cilindro por la fórmula

$$d = \sqrt{\frac{v}{0{\cdot}7854 \times c}};$$ advirtiendo que si la máquina fuese con expansion, la cantidad c representaria la

parte del curso en que obra el vapor con toda su fuerza.

Pero como se da conocida generalmente la fuerza de la máquina en caballos y por su medio debe calcularse el diámetro del cilindro, podrá hacerse uso de las siguientes fórmulas prácticas deducidas para las circunstancias y supuestos mas comunes.

Para las máquinas de baja presion el diámetro del cilindro será, $d=0'135\times\sqrt{c.}$

Para las máquinas de mediana presion con expansion al $^1/_4$ y condensacion, $d=0'12\times\sqrt{c.}$

Para las mismas, pero sin condensacion y con expansion á la $^1/_2$, $d=0'11\times\sqrt{c.}$

Para las de alta presion sin expansion ni condensacion,

$$d=\sqrt{\frac{194\times C.}{(p-10335)\,v}},$$ siendo d el diámetro del cilindro

en metros, C el número de caballos, p la presion del vapor por metro cuadrado de superficie y v la velocidad del émbolo por segundo expresada en metros.

La *velocidad del émbolo* se separa poco de un metro por segundo cualquiera que sea el sistema de la máquina, y los ingenieros mecánicos han admitido la velocidad menor de un metro para las máquinas cuya fuerza no llega á doce caballos, y mayor para las de mayor fuerza.

El *curso del émbolo* es el espacio que corre en cada oscilacion simple, esto es cada vez que sube y cada vez que baja. Este curso le hacen llegar algunos mecánicos hasta 2'60 metros para las máquinas de 100 caballos, pero parece que para obtener el mejor resultado nunca debe pasar de dos metros.

Con la velocidad y curso del émbolo en el cilindro se puede hallar el número de golpes ú oscilaciones por minuto y al efecto se enlazan estas cantidades por la fórmula, $n\times c=v\times60$ en la cual se puede calcular una de las tres cantidades cuando se conozcan las otras dos, siendo n el número de golpes ú oscilaciones simples del émbolo por minuto, c el curso en metros, y v la velocidad del mismo tambien en metros.

Ejemplos: Hallar el diámetro del émbolo ó del cilindro para una máquina de vapor de la fuerza de 25 caballos.

Aplicando las fórmulas dadas se tendrá:

Si la máquina es de baja presion con condensacion el diámetro da;

$$d=0'135\times\sqrt{25}=0'135\times5=0'675 \text{ metros.}$$

Si es de mediana presion con expansion al $^1/_4$ y condensacion, el diámetro resulta;

$$d=0'12\times\sqrt{25}=0'12\times5—0'60 \text{ metros.}$$

Si fuese sin condensacion y con expansion á la $^1/_2$, daria;

$$d=0'11\times\sqrt{25}=0'11\times5=0'55 \text{ metros.}$$

Si es de alta presion sin expansion ni condensacion, y el vapor trabaja á 6 atmósferas siendo la velocidad del émbolo 1'15 metros se tendrá;

$$l=\sqrt{\frac{194\times25}{(62010-10335)\times1'15}}=\sqrt{0{\cdot}081614}=0'286 \text{ m.}$$

Para obtener desde luego el diámetro del émbolo, su velocidad, el curso y el número de golpes dobles que por término medio debe dar por minuto se ha formado la siguiente tabla:

TABLA DE LOS DIÁMETROS, CURSO Y VELOCIDAD QUE DEBE CONSIDERARSE Á LOS ÉMBOLOS DE LOS CILINDROS EN LAS MÁQUINAS DE BAJA PRESION SEGUN SU FUERZA EN CABALLOS.

Fuerza en caballos.	Diámetro del émbolo en milímetros.	Velocidad del émbolo en metros.	Curso del émbolo en metros.	Golpes dobles por minuto.	Superficie del émbolo en centímetros cuadrados.	Presion efectiva por centímetro cuadrado.	
1	152	0'850	0'510	50	181'5	0'486	killóg.
2	213	0'863	0'586	44	356'5	0'488	»
4	295	0'900	0'771	35	683'5	0'488	»
6	353	0'944	0'885	32	978'7	0'487	»
8	404	0'960	0'960	30	1281'9	0'487	»
10	450	0'975	1'044	28	1590'4	0'484	»
12	490	0'990	1'142	26	1885'7	0'482	»
16	553	1'006	1'207	25	2401'8	0'496	»
20	610	1'012	1'265	24	2922'5	0'507	»
25	670	1'018	1'328	23	3525'7	0'522	»
30	726	1'035	1'411	22	4139'6	0'525	»
35	780	1'045	1'493	21	4778'4	0'526	»
40	825	1'054	1'664	19	5345'6	0'532	»
45	872	1'060	1'767	18	5972'1	0'533	»
50	915	1'064	1'877	17	6575'6	0'536	»
60	996	1'066	1'881	17	7791'3	0'542	»
70	1073	1'058	1'984	16	9042'5	0'549	»
80	1143	1'054	1'976	16	10260'8	0'554	»
90	1208	1'045	2'096	15	11461'1	0'563	»
100	1270	1'035	2'070	15	12667'7	0'557	»

Si por medio de la tabla se quiere hallar la cantidad ó el volúmen de vapor consumido en un segundo se multiplicará la superficie total del émbolo por su velocidad, y si se desea obtener el vapor gastado en cada golpe ú oscilacion simple del émbolo, se habrá de multiplicar su superficie por el curso.

Para el número de caballos que no se halle en la tabla se determinarán los términos correspondientes entre el número superior é inferior inmediatos por las fórmulas expuestas.

Para las máquinas de alta presion sin expansion ni condensacion podrá usarse de la siguiente tabla que Mr. Armengaud jeune continúa en sus obras de mecánica.

TABLA DE LOS DIÁMETROS, CURSO Y VELOCIDAD DEL ÉMBOLO EN LAS MÁQUINAS DE ALTA PRESION SIN EXPANSION NI CONDENSACION Á DISTINTAS PRESIONES.

Fuerza en caballos.	Curso del émbolo en metros.	Número de golpes dobles por minuto.	Velocidad del émbolo en metros.	DIÁMETRO DEL ÉMBOLO EN CENTÍMETROS PARA LAS PRESIONES DE		
				4 atmósferas.	5 atmósferas.	6 atmósferas.
1	0'40	52'50	0'70	11'3	10	8'76
2	0'50	45	0'75	15'45	13'5	11'70
4	0'60	40	0'80	21	18	16
6	0'70	36'43	0'85	24	21	18'4
8	0'80	33'75	0'90	26'7	22'7	20
10	0'90	31'67	0'95	28'4	24'5	22
12	1'00	30	1	30	26	23
16	1'10	28'63	1'05	32'5	29	25'9
20	1'20	27'50	1'10	35	31'2	27'8
25	1'30	26'53	1'15	37'2	34	30'3
30	1'40	25'71	1'20	39'4	36	32
35	1'50	25	1'25	41'5	38	33
40	1'60	24'32	1'30	43'5	39'3	35
50	1'70	23'82	1'35	48	43	38'4
60	1'80	23'33	1'40	50'9	46	41
75	1'90	22'89	1'45	55'9	50	44'6
100	2	22'50	1'50	63'5	56	50

Si se desean los elementos para un número de caballos que no esté en la tabla se podrá tomar un término proporcional entre el inmediato mayor y menor á que corresponda.

Espesor ó grueso del cilindro. Para que el cilindro tenga toda la resistencia necesaria segun la fuerza elástica del vapor se usará la fórmula $e = \frac{0'00748 \times p \times D^2}{D - 5'5} + 1$,

en la cual p representa la presion del vapor en kilógramos por centímetro cuadrado, y D el diámetro del cilindro en centímetros.

Ejemplo. Calcular el espesor ó grueso que debe darse á un cilindro de hierro colado cuyo diámetro ha de ser de 60 centímetros y la tension del vapor de 4 atmósferas ó de 4'134 kilógramos por centímetro cuadrado. La fórmula dará,

$$e = \frac{0'00748 \times 4'134 \times (60)^2}{60 - 5'5} + 1 = \frac{111'32}{54'5} + 1 = 3'05 \text{ c.}$$

El grueso ó espesor será de 3 centímetros próximamente.

La prueba del cilindro y de la camisa en que se envuelve en algunas máquinas, se hace sujetando uno y otra á una presion triple de aquella que deben resistir.

Distribucion del vapor. El aparato g (fig. 86) de distribucion del vapor consiste en una caja semicilíndrica h unida al cilindro, la cual recibe el vapor de la caldera por el conducto p, y por los tubos c y d pasa este á la parte superior é inferior del émbolo segun la posicion de la pieza h llamada tirador. En la posicion señalada por la figura se ve que el vapor entra libremente por d haciendo subir el émbolo, y el que ha obrado para hacer bajar á este

sale por c y pasa al condensador por la abertura a. Cuando el émbolo llega á la parte superior, el tirador h baja hasta colocarse en la posicion señalada con puntos, en cuyo caso el vapor entra libremente por c haciendo bajar el émbolo, mientras el vapor que ha obrado debajo pasa al condensador por el tubo d. El tirador es movido por medio de un escéntrico colocado en el árbol del volante, y el curso st que ha de recorrer en cada oscilacion determina las condiciones para la construccion de dicho escéntrico.

El tirador será á expansion si intercepta la comunicacion del vapor con el cilindro antes de terminar el curso del émbolo facilitando el paso del que acaba de obrar para pasar al condensador: en este caso se adelanta la condensacion. Hay tiradores á expansion fija y á expansion variable; pero el que reune todas las condiciones que pudieran exigirse á este mecanismo, es el tirador ó distribuidor á expansion variable del ingeniero mecánico Mr. Georges de París, pues, por medio de combinaciones sumamente sencillas y empleando solo escéntricos circulares, proporcionan la expansion del vapor en un punto cualquiera del curso del émbolo, con una precision admirable, sin necesidad de cambiar ninguna de las piezas. El mecanismo es tan sencillo que permite variar el grado de la expansion sin ninguna dificultad durante la marcha de la máquina.

Condensador. Cuando el vapor se pone en contacto del agua fria tiene lugar la condensacion, y calentándose el agua á expensas del vapor se forma una mezcla líquida que toma una temperatura media. Esta temperatura será mas ó menos elevada segun el agua que se destina á la condensacion sea en menor ó mayor cantidad.

En las máquinas con condensacion se dispone el aparato de tal modo que el vapor al salir del cilindro se pone en contacto del agua fria y forma una mezcla líquida de 38 á 40 grados centígrados. Este descenso de temperatura que sufre el vapor á la salida del cilindro hace que el émbolo experimente en sentido contrario de su marcha una resistencia mucho menor que cuando pasa inmediatamente á la atmósfera, pues, empleando la condensacion no llega esta resistencia á 0'15 kg. por centímetro cuadrado, cuando si el vapor pasa del cilindro á la atmósfera sube á 1'0335 kg. tambien por centímetro cuadrado.

La capacidad del condensador deberá ser tal que pueda contener el agua necesaria á la condensacion, el vapor condensado y el aire contenido en estos flúidos. El agua de la condensacion y el aire que de ella se desprende, se extrae inmediatamente por medio de la bomba de aire con el fin de que por su elasticidad no impida la marcha del émbolo de esta, como sucederia indudablemente dejándolo acumular en el condensador.

La cantidad de agua necesaria para la condensacion se hallará por la fórmula, $P = \frac{p(550 + T - t)}{t - t'}$

El volúmen del vapor condensado será igual al del agua de alimentacion, ó se hallará calculando el vapor gastado en cada oscilacion del émbolo; y el veinteavo del agua del condensador será próximamente la cantidad de aire que contiene. El volúmen de este aire con el espacio necesario á su dilatacion para que no ofrezca resistencia notable al émbolo de la bomba, unido al del agua de alimentacion y de condensacion dará la capacidad mínima que debe tener el condensador.

Ejemplo: Hallar el volúmen mínimo del condensador para una máquina que gasta 0'04 kg. de vapor por ca-

da oscilacion á la temperatura de 112'4° siendo de 40° la del condensador y de 20° el agua de alimentacion.

El agua para la condensacion será,

$$P = \frac{0'04(550 + 112'4 - 40)}{40 - 20} = \frac{24'896}{20} = 1'2448 \text{ kg.}$$

El agua de alimentacion es. . . .	0'04	kg.
El agua para la condensacion. . .	1'2448	»
Suma. . .	1'2848	»

El aire contenido en el condensador equivaldrá próximamente á 1'2848 \ 20 = 0'06424 kg. que para la elasticidad correspondiente se le dará un volúmen 24 veces mayor ó de 1'5418 litros; el cual unido á la suma anterior dará el volúmen mínimo de 2'8266 litros ó decímetros cúbicos.

Bomba de aire. La bomba de aire es una bomba aspirante destinada á extraer el agua y los gases que se reunen en el condensador; y como solo eleva el agua una vez en cada oscilacion doble debe tener un volúmen igual al del condensador, pero por razon del agua y aire que siempre deja escapar se aumenta este volúmen de una cuarta parte. El curso del émbolo de la bomba de aire se deducirá por el curso del émbolo del cilindro principal y por la distancia del eje del balancin á que se halla suspendida la varilla del mismo. El diámetro se hallará por la fórmula $0'7854 \times d^2 \times c = {}^5/_4\, v$, de que resulta

$$d = \sqrt{\frac{v}{0'6283 \times c}},$$

siendo d el diámetro en decímetros, v el volúmen del condensador en litros y c el curso del émbolo de la bomba tambien en decímetros.

Bomba del pozo ó de agua fria. La bomba del pozo sirve para elevar el agua fria hasta el depósito destinado á alimentar el condensador. Las dimensiones de esta bomba deben ser tales que su volúmen sea $^1/_{18}$ ó $^1/_{24}$ de la capacidad del cilindro: el curso del émbolo es regularmente la mitad del que corresponde al cilindro de vapor, y conociendo el volúmen de agua necesaria para la condensacion en cada golpe de émbolo, se hallará el diámetro correspondiente por la fórmula $0'7854 \times d^2 \times c = {}^5/_4\, v$, de la cual resulta

$$d = \sqrt{\frac{v}{0'62832 \times c}}.$$

Varillas de los émbolos. Las varillas de los émbolos son de hierro forjado ó de acero, y como están sujetas al esfuerzo de traccion y de compresion se hallará su diámetro segun el cálculo expuesto en la (pág. 158), para el cual resulta la siguiente regla: *multiplíquese la superficie del émbolo, en centímetros cuadrados, por* 1'0335 *kg. y por la tension del vapor en atmósferas; divídase el producto por* 100, *y la raiz cuadrada del cociente será el diámetro de la varilla en centímetros.* Cuando la varilla se hace de acero, su diámetro debe tener los seis décimos del que corresponderia al mismo si fuese de hierro forjado.

Balancin. El ingeniero Mr. Tredgold que ha trabajado mucho acerca las máquinas de vapor, dice: que la longitud ó distancia g, f de las articulaciones extremas del balancin (fig. 86), se hallará multiplicando el curso del émbolo por 3'08. En el centro e le da de altura los 0'86 del diámetro del cilindro de vapor, y su espesor ó grueso le hace igual al diez y seis avo de esta misma altura. El balancin es generalmente de hierro colado.

El tirante gx (*bielle*) está comprendido entre cinco y seis veces la longitud xb de la cigüeña *(manivelle)* y esta es siempre igual á la mitad del curso del émbolo. La seccion transversal en z es el veinte y ocho avo de la superficie del émbolo y en las extremidades x y g el treinta y cinco avo de dicha superficie.

Trabajo del vapor. Cuando el vapor obra con toda su fuerza sobre la superficie del émbolo se hallará el trabajo producido por él, segun lo manifestado en las (páginas 121 y 122) multiplicando la tension en kilógramos por la velocidad expresada en metros. De este principio resulta que *para obtener el trabajo correspondiente al volúmen de vapor gastado en un segundo, se multiplicará dicho volúmen expresado en metros cúbicos por su fuerza elástica en kilógramos sobre un metro cuadrado de superficie.*

Ejemplo: Hallar el trabajo producido por 350 litros de vapor á la tension de 2 atmósferas.

Se tendrá, trabajo$=0'350 \times 2 \times 10335 = 7234'5$ kilográmetros.

Si este trabajo fuese producido en un segundo daria, $7234'5 \setminus 75 = 96'46$ caballos.

Trabajo debido á la expansion del vapor. Si cuando el vapor ha obrado con toda su fuerza durante una parte del curso del émbolo se intercepta su entrada en el cilindro, el vapor introducido en él hace correr el émbolo hasta el fin de su curso en virtud de la fuerza expansiva; y segun la ley de Mariotte, la intensidad de esta fuerza será tanto menor en cuanto el volúmen del flúido sea mayor.

Para obtener la cantidad de trabajo desarrollado por la expansion, se empieza por suponer que el volúmen del vapor introducido en el cilindro pasa por todos los grados de magnitud formando, en los diferentes valores que adquiere, una progresion geométrica creciente cuyo exponente puede ser la unidad mas una fraccion tan pequeña como se quiera: se determina la fuerza elástica correspondiente á cada uno de aquellos volúmenes, y despues de una série de consideraciones se halla la fórmula

$$T = v \times f \times (1 + 2'303 \log. n)$$

que representa el trabajo producido por un volúmen v de vapor obrando con toda su fuerza y por expansion. El volúmen v de vapor se expresa en metros cúbicos; f es su fuerza elástica en kilógramos por metro cuadrado de superficie; n el número de veces que el volúmen primitivo del vapor se halla contenido en el que ha adquirido despues de la expansion, y T el trabajo producido en kilográmetros.

Si cuando el émbolo ha recorrido la mitad de su curso se intercepta la entrada del vapor, se dice que la expansion es á la $\frac{1}{2}$, y en este caso se tiene $n=2$ y por la misma razon log. n=log. 2=0'30103. Si la marcha del vapor es interceptada á la tercera parte del curso del émbolo se dice que la expansion es al $\frac{1}{3}$ resultando $n=3$ y log. n=log. 3=0'47712. Si el vapor se intercepta á la cuarta parte del curso, la expansion será al $\frac{1}{4}$ y se tendrá $n=4$, por lo que log. n=log. 4=0'60206. Siguiendo estas consideraciones se tendrán los valores correspondientes á log. n para sustituirlos en la fórmula propuesta que efectuando las operaciones indicadas se transformará en las siguientes:

Si la expansion es á la $\frac{1}{2}$. . . $T=1'6933 \times v \times f$
Si la expansion es al $\frac{1}{3}$. . . $T=2'0988 \times v \times f$
Si la expansion es al $\frac{1}{4}$. . . $T=2'3865 \times v \times f$.

Ejemplo: Hallar el trabajo producido por 12'72 litros

de vapor á la tension efectiva de 4 atmósferas verificándose la espansion al $\frac{1}{4}$.

Segun la fórmula se tiene $T=2'3865 \times 0{,}01272 \times 41340 = 1254'93$ kilográmetros próximamente, que si este trabajo se hace en un segundo, resulta una fuerza de $1254'93 \setminus 75 = 16'7$ caballos.

Estas mismas fórmulas sirven para cuando la expansion tiene lugar por medio de otro cilindro, pero en este caso n equivaldrá á la relacion entre los volúmenes de los dos cilindros, la cual se hallará partiendo el cuadrado del diámetro mayor por el cuadrado del diámetro menor.

Para simplificar en lo posible los cálculos relativos al trabajo producido por la expansion del vapor á diferentes tensiones se puede hacer uso de la siguiente tabla que formó Mr. Poncelet, tomando por base de sus cálculos el trabajo desarrollado por un metro cúbico de vapor á la presion de una atmósfera y sin expansion, sobre un émbolo de un metro cuadrado de superficie.

En la primera columna de la tabla se designa el grado de la expansion, esto es, las veces que el volúmen del vapor despues de la expansion contiene el volúmen correspondiente al mismo mientras obra con toda su fuerza. Así cuando la expansion es á la mitad, en la primera columna se halla el número 2 porque el volúmen despues de la expansion es doble del que tiene el vapor mientras obra con toda su fuerza. Las demás columnas expresan el trabajo en kilográmetros producido por un metro cúbico de vapor á la tension y grado de expansion que se señala.

TABLA DE LAS CANTIDADES DE TRABAJO QUE PRODUCE UN METRO CÚBICO DE VAPOR Á DIFERENTES TENSIONES Y BAJO DISTINTOS GRADOS DE EXPANSION.

Volúmen despues de la expansion.	TRABAJO CORRESPONDIENTE Á LAS TENSIONES DE 3 atmósf.	4 atmósf.	4 1/2 atmósf.	5 atmósf.	5 1/2 atmósf.	6 atmósf.
	Kilógr.	Kilógr.	Kilógr.	Kilógr.	Kilógr.	Kilógr.
1	31000	41333	46500	51666	56833	62000
1 ¼	37917	50556	56875	63195	69514	75834
1 ½	43569	58092	65303	72615	79876	87438
1 ¾	48348	64464	72522	80580	88638	96696
2	52488	69984	78732	87480	96228	104976
2 ¼	56139	74852	83208	93565	102921	112278
2 ½	59406	79208	89109	99010	108911	118812
2 ¾	62361	83148	93541	103935	114328	124722
3	65058	86744	97587	108430	119273	130116
3 ¼	67539	90052	101308	112565	123821	135078
3 ½	69837	93116	104755	116395	128034	139674
3 ¾	71976	95968	107964	119960	131956	143952
4	73974	98632	110961	125290	135619	147948
4 ½	77625	103500	116437	129375	142312	155250
5	80892	107856	121338	134820	148302	161784

Para hallar la cantidad de trabajo desarrollada por un volúmen dado de vapor, por medio de esta tabla, se multiplicará dicho volúmen expresado en metros cúbicos por la cantidad correspondiente á la tension efectiva y al grado de expansion que da la tabla. En efecto, si se quiere determinar el trabajo producido por el volúmen de vapor propuesto en el problema anterior, se tomará de la tabla el número 98632 correspondiente á la tension efectiva de 4 atmósferas y á la expansion al 1/4, y se tendrá: $T = 0'01272 \times 98632 = 1254'60$ kilográmetros, que es un resultado igual al obtenido por las fórmulas.

EFECTO ÚTIL DE LAS MÁQUINAS DE VAPOR. Para obtener

el efecto útil de estas máquinas se hallará primero el efecto teórico, y luego se multiplicará por un coeficiente medio entre 0'35 y 0'60 en las de baja y mediana presion, y entre 0'54 y 0'85 para las de alta presion, segun la fuerza de la máquina en caballos y el estado de conservacion en que se halla. Los valores del coeficiente serán como sigue:

Fuerza en caballos.	En buen estado de conservacion.	En estado ordinario de conservacion.	
De 4 á 8	0'50	0'42	Baja presion con condensacion.
10 á 20	0'56	0'47	
30 á 50	0'60	0'54	
60 á 100	0'65	0'60	
De 4 á 8	0'38	0'35	Mediana presion con expansion y condensacion.
10 á 20	0'44	0'39	
20 á 40	0'50	0'45	
60 á 100	0'60	0'55	
De 4 á 8	0'61	0'54	Alta presion sin expansion ni condensacion.
10 á 20	0'70	0'64	
30 á 50	0'79	0'75	
60 á 100	0'85	0'81	

Para calcular la fuerza de una máquina de vapor se procederá como sigue: *hállese la superficie del émbolo en centímetros cuadrados; multiplíquese el resultado por la presion efectiva en kilógramos sobre un centímetro cuadrado, y por la velocidad del émbolo expresada en metros; divídase el producto por 75 y se tendrá el efecto teórico en* *caballos. Este resultado multiplicado por el coeficiente respectivo dará el efecto útil á la fuerza efectiva de la máquina.*

Ejemplos : 1.° Hallar la fuerza de una máquina de baja presion con condensacion, cuyo émbolo tiene 40 centímetros de diámetro y el vapor trabaja á la tension de 1 $^1/_2$ atmósferas; el curso del émbolo es de 1'06 y la velocidad de 0'95. Se supone la máquina en buen estado de conservacion.

Superficie del émbolo=0'7854×(40)^2=1256'64 centímetros cuadrados.

Presion por centímetro cuadrado=1'0335×1 $^1/_2$=. . 1'55025 kilógramos.

La resistencia del vapor condensado por cada centímetro cuadrado de superficie se estima en 0,15, y la presion efectiva será, 1'55025—0'15=1'40025 kg. tambien por centímetro.

Efecto teórico=1256'64×1'40025×0'95\75=..... 22'288 caballos.

Como la mitad del efecto teórico es 11 próximamente, y la máquina se halla en buen estado, se tomará el coeficiente 0'56 que corresponde entre 10 y 20 caballos ; y el efecto útil será :

Fuerza efectiva de la máquina=22'288×0'56=12'48 caballos, ó cerca de 12 $^1/_2$ caballos de fuerza.

2.° Determinar la fuerza de una máquina de vapor de alta presion sin expansion ni condensacion, siendo de 40 centímetros el diámetro del émbolo y su velocidad de 1'40 metros; la tension del vapor se supone de 6 atmósferas, por lo que la presion efectiva será de 5, ó de 5'1675 kilógramos por centímetro cuadrado de superficie.

Superficie del émbolo=0'7854×(40)^2=1256'64 centímetros cuadrados.

Efecto teórico, 1256'64×5'1675×1'40\75=121'21 caballos.

Como la mitad del efecto teórico es 60'6, el coeficiente segun la tabla anterior será 0'85 suponiendo la máquina en muy buen estado, y se tendrá :

Fuerza efectiva=121'21×0'85=103'0285 caballos; esto es, 103 caballos de fuerza.

3.° Hallar la fuerza desarrollada por una máquina de mediana presion, con expansion á la mitad en un solo cilindro cuyo diámetro es de 40 centímetros, el curso del émbolo de 1'20 metros, su velocidad de 1'25 metros y la tension del vapor de 4 atmósferas.

Superficie del émbolo=0'7854×(40)^2=1256'64 centímetros cuadrados.

Número de golpes simples por minuto=60×1'25\1'20 =62 $^1/_2$.

Vapor gastado en un golpe ú oscilacion simple=. . . 0'125664×0'60=0'0753984 metros cúbicos.

El trabajo por cada golpe simple segun la tabla será= 0'0753984×52488=3957'5 kilográmetros.

Efecto teórico=(3957'5×62 $^1/_2$)\(60×75)=. . . . 54'965 caballos.

Como la mitad del efecto teórico es 27'4825, el coeficiente será 0'50 correspondiente á las máquinas que se hallan en buen estado, y el trabajo útil dará, 54'965×. . 0'50=27'48 caballos.

En las máquinas de Woolf con dos cilindros se calcula el efecto útil del mismo modo que en las de uno solo, y el grado de la expansion está expresado por la relacion que guardan las capacidades de dichos cilindros, pues, el vapor obra con toda la tension de la caldera durante el curso completo del menor émbolo y luego pasa al cilindro mayor en que ejerce su accion en virtud de la fuerza expan-

19

siva. Por esto los dos émbolos tienen igual curso y sus varillas corresponden al mismo vértice del paralelógramo, y el vapor que ha obrado con toda su fuerza en la parte superior del cilindro pequeño pasa inmediatamente á la inferior del mayor cilindro y obliga á subir el émbolo de este, por la expansion, al mismo tiempo que sube el del cilindro menor. Lo mismo sucede cuando el émbolo baja; pues, el vapor que ha obrado en la parte inferior del pequeño cilindro pasa á ejercer su fuerza expansiva en la superior del émbolo mayor haciéndole bajar al propio tiempo que el menor. De esto se sigue, que el trabajo de los dos émbolos se ejerce al mismo tiempo y en igual direccion, lo cual produce mayor potencia en la máquina con menos gasto de combustible.

Segun los principios sentados y en virtud de las aplicaciones que se acaban de hacer, puede expresarse la fuerza de una máquina por medio de las siguientes fórmulas generales.

Para las máquinas de baja presion de Watt con condensacion, se tendrá;

$$C=\frac{0\text{‘}7854\times D^2\times c\times g}{60\times 75}\times(P-p)\times c'.$$

Siendo C el número efectivo de caballos; D el diámetro del cilindro en metros; c el curso del émbolo tambien en metros; g el número de golpes ú oscilaciones simples por minuto; P la presion del vapor en kilógramos sobre un metro cuadrado de superficie; p la presion ó tension de la mezcla del condensador tambien sobre un metro cuadrado de superficie, y c' el coeficiente correspondiente á la fuerza de la máquina.

Para las máquinas con expansion y condensacion, será;

$$C=\frac{0\text{‘}7854\times D^2\times c\times g\times P}{60\times 75}\times\left(1+2\text{‘}303\log.\left(n-\frac{np}{P}\right)\right)\times c'$$

teniendo presente que n es el grado de la expansion ó el número de veces que el volúmen del vapor despues de la expansion contiene el volúmen primitivo; y que c' es el coeficiente numérico tomado en la tabla anterior segun la fuerza y el estado de conservacion de la máquina.

Para las máquinas con expansion pero sin condensacion, se tiene;

$$C=\frac{0\text{‘}7854\times D^2\times c\times g\times P}{60\times 75}\times\left(1+2\text{‘}303\log.\left(n-\frac{10335\times n}{P}\right)\right)\times c'$$

Para las máquinas de alta ó mediana presion sin expansion ni condensacion, resulta;

$$C=\frac{0\text{‘}7854\times D^2\times c\times g}{60\times 75}\times(P-10335)\times c'$$

De estas fórmulas se puede deducir el diámetro del cilindro para cada caso, cuando se conoce la fuerza en caballos, la tension P del vapor en kilógramos sobre un metro cuadrado, el curso del émbolo c, el número g de golpes simples y c' el coeficiente respectivo.

Para simplificar los cálculos y evitar complicaciones puede hacerse uso de las siguientes tablas que tomamos del ya citado Mr. Armengaud jeune.

TABLA DE LOS DIÁMETROS, VELOCIDAD Y CURSO PARA LOS ÉMBOLOS DE LAS MÁQUINAS DE VAPOR CON EXPANSION VARIABLE EN UN SOLO CILINDRO, SIN CONDENSACION, SUPONIENDO LA PRESION DEL VAPOR Á CINCO ATMÓSFERAS.

Fuerza en caballos.	Curso del émbolo.	Número de vueltas del eje por minuto.	Velocidad del émbolo por segundo.	DIÁMETRO DEL ÉMBOLO EN CENTÍMETROS PARA LA EXPANSION DE			
				$^1/_5$	$^1/_4$	$^1/_3$	$^1/_2$
	Centím.		Centím.	Centím.	Centím.	Centím.	Centím.
1	40	52'5	70	14'6	13'7	13	10'9
2	50	45	75	19'8	18'5	17'5	15
4	60	40	80	26'8	25'1	23'8	20
6	70	36'43	85	32'9	30'8	29	24'4
8	80	33'75	90	35'1	32'8	31	26
10	90	31'67	95	37'9	35'5	33'7	28
12	100	30	100	40	37'5	35'6	29'7
16	110	28'63	105	44'9	42	39'9	33'3
20	120	27'50	110	48'4	45'3	43	35'9
25	130	26'53	115	52'6	49'2	46'7	39
30	140	25'71	120	56	52'4	49'7	41'6
35	150	25	125	58'8	55	52	43'6
40	160	24'32	130	61	57	54	45'2
50	170	23'42	135	66	61'9	58'8	49
60	180	23'33	140	70'9	66'3	63	52'7
75	190	22'89	145	77'3	72'3	68'7	57'3
100	200	22'50	150	89'8	84	80	66'4

Debe tenerse presente que cuando se dice que la expansion es al $^1/_5$, al $^1/_4$, al $^1/_3$ ó á la $^1/_2$ significa que el vapor obra con toda su fuerza durante el $^1/_5$, el $^1/_4$, el $^1/_3$, ó la $^1/_2$ del curso del émbolo.

TABLA DE LAS DIMENSIONES PRINCIPALES PARA LAS MÁQUINAS DE VAPOR CON EXPANSION VARIABLE EN DOS CILINDROS, CON CONDENSACION Y SUPONIENDO EL CURSO DE LOS ÉMBOLOS ENTERAMENTE IGUAL Y QUE EL VAPOR OBRA EN EL CILINDRO PEQUEÑO Á LA TENSION DE CUATRO ATMÓSFERAS.

Fuerza en caballos.	Diámetro del émbolo menor, en centímetros.	Superficie del menor émbolo, en centímetros cuadrados.	Diámetro del émbolo mayor, en centímetros.	Superficie del mayor émbolo, en centímetros cuadrados.	Curso de los dos émbolos en metros.	Número de vueltas del árbol principal por minuto.	Volúmen engendrado por el menor émbolo á cada golpe en metros cúbicos.	Peso del vapor consumido en minuto, por su admision completa en el cilindro menor.
4	13'5	143	28'6	642	0'75	36	0'011	1'66 kg.
5	15	177	32	804	0'75	36	0'013	1'96 »
6	16'4	211	35	962	0'75	36	0'016	2'41 »
8	18'1	257	38'2	1146	0'90	33 $^1/_3$	0'023	3'21 »
10	20	314	42'3	1405	0'90	33 $^1/_3$	0'028	3'92 »
12	21'7	370	45'8	1647	0'90	33 $^1/_3$	0'033	4'61 »
16	24'2	460	51'8	2124	1'00	30	0'046	5'78 »
20	25'8	523	54'5	2333	1'10	30	0'057	7'17 »
30	29'8	697	43	3117	1'20	28 $^3/_4$	0'084	10'12 »
40	32'4	824	69'7	3707	1'30	28	0'107	12'56 »
50	35'5	990	75	4418	1'40	26'8	0'139	15'59 »
60	38'8	1182	82'1	5294	1'50	25	0'177	18'55 »
70	42'6	1425	90	6362	1'60	24'4	0'228	23'32 »
80	44	1520	93	6793	1'70	22'9	0'258	24'77 »
90	46'7	1713	98'6	7636	1'70	22'9	0'291	27'93 »
100	49'2	1901	104	8495	1'80	21'8	0'342	29'16 »

Cuando la máquina deba marchar á una presion mayor ó menor de las cuatro atmósferas que indica la tabla, se deberá multiplicar la superficie del émbolo tomada en la tabla por la relacion inversa de las presiones, y el resultado será la superficie del émbolo correspondiente á la presion propuesta, por cuyo medio se hallará el diámetro respectivo.

Ejemplo: Hállese el diámetro correspondiente á una máquina de 30 caballos que debe trabajar á la tension de 3 atmósferas.

La superficie del émbolo á la presion de 4 atmósferas segun la tabla es 697 centímetros cuadrados, y multiplicada por la razon inversa de las presiones dará $697 \times {}^4/_3 = 929'33$ cent. cuad. para la superficie del émbolo que se busca; y el diámetro será, $d=\sqrt{929'33 \diagdown 0'7854}=34'4$ centímetros.

Regulador de fuerza centrífuga ó péndulo cónico de Watt. El regulador ó moderador sirve para regular la introduccion del vapor en la caja de distribucion para que la velocidad de la máquina aumente ó disminuya segun sea menor ó mayor que la del régimen bajo cuyo supuesto se ha calculado. Esta parte tan importante de la máquina recibe el movimiento del árbol principal por una combinacion de engranajes ó por un par de poleas y una correa ó cuerda, y la separacion ó encogimiento de las esferas produce la mayor ó menor abertura de la válvula de introduccion del vapor.

El regulador de fuerza centrífuga, que puede considerarse como un regulador universal porque se aplica á los principales motores sin consumir cási nada del trabajo producido por la máquina, se compone de un eje vertical *an* (fig. 88) en cuyo extremo *a* tiene sujetas dos piezas ó tirantes *ac, ac* á articulacion por medio de un perno horizontal que atraviesa á estas y al eje. Otros dos tirantes *bd, bd* se hallan fijados del mismo modo por un extremo en los primeros y por el otro en una pieza *ebb,* que abrazando el eje sube ó baja por él, segun el ángulo *cac* sea mayor ó menor. La pieza *e* arrastra con ella el extremo *f* de una palanca cuyo extremo opuesto directa ó indirectamente abre ó cierra la válvula de introduccion del vapor. Así, cuando la velocidad de la máquina es mayor que la

de régimen, la fuerza centrífuga de las esferas *cc* hace que se separen mas y que elevando la pieza *e* se cierre en parte la llave ó válvula de introduccion del vapor. Lo contrario sucede cuando la velocidad disminuye, pues, encogiéndose ó acercándose las esferas, baja la pieza *e* y haciendo subir el otro extremo *g* de la palanca abre la válvula por donde entra el vapor en la caja de distribucion y aumenta la fuerza y la velocidad de la máquina.

La relacion entre las partes componentes del regulador debe ser tal, que para cuando la máquina adquiere una velocidad de que nunca debe pasar, la válvula quede enteramente cerrada, y para la velocidad mínima quede enteramente abierta. Tambien se aplica este regulador á las ruedas hidráulicas haciendo que obre sobre una paradera que intercepta mas ó menos el paso del agua que hace marchar la rueda.

El regulador obra en virtud del peso de las esferas y de la fuerza centrífuga que adquieren por la rotacion, y por esto se ha de combinar el peso de ellas y su velocidad con las diversas resistencias que hayan de vencer; como son, el peso de la corona *e* y de la válvula ó llave de introduccion del vapor, así como el roce y peso de las palancas y demás piezas que deben mover. Este aparato puede considerarse como un péndulo simple cuya longitud es la distancia *am* del punto de suspension *a* al plano que pasa por el centro de las esferas, y la oscilacion está expresada por la mitad de la revolucion completa de las mismas.

La velocidad de las esferas debe estar comprendida entre 25 y 60 vueltas por minuto, y como la polea *n* comunica directamente con otra fijada en el árbol del volante, la regla establecida para las poleas determinará el diámetro por medio de la rotacion convenida, y la rotacion cuando se conozca el diámetro.

La altura vertical *am* está expresada en general por la fórmula $\frac{gt^2}{4\pi^2}$ tomando *mc* por unidad; siendo *t* el tiempo de una revolucion del regulador y $g=9'8$ metros. El ángulo *mac* se hace de 30° para la velocidad de régimen, y el peso de cada esfera se halla por la fórmula $P=3'175\times p$ representando por *p* la resistencia en kilógramos que ofrece la corona *e* con todo lo que pone en movimiento, y siendo la distancia *ad* los dos tercios de *ac*. Cuando la resistencia *p* es muy considerable se coloca la corona *e* en la parte superior y el regulador toma la forma indicada en la (fig. 89).

Tambien pueden calcularse estos elementos por medio de las siguientes reglas prácticas que encontramos en algunas obras y cuyos resultados no se separan de los que da la teoría.

1.ª *La longitud* ac *de los brazos del regulador, tomada desde el eje al centro de las esferas, se hallará partiendo el número constante* 103320 *por el cuadrado del número de revoluciones que da el regulador por minuto. El cociente será la longitud del brazo en centímetros.*

2.ª *La altura* am *se hallará dividiendo el número* 89478 *por el cuadrado del mismo número de revoluciones del regulador en un minuto. El resultado será la altura en centímetros.*

3.ª *El rádio* mc *del círculo descrito por el centro de las esferas se determinará extrayendo la raíz cuadrada de la diferencia entre los cuadrados de* ac *y* am.

4.ª *Para hallar el peso que deben tener las esferas se multiplicará el peso* p *que ofrecen las resistencias que hayan de vencer por el número constante* 1789, *y esto será el dividendo: multiplíquese el cuadrado del número de re-*

voluciones que da el regulador en un minuto por el cuadrado del diámetro cc, *y el producto será el divisor. El cociente de la division dará el peso reunido de las dos esferas, y la mitad será el que debe tener cada una.*

Ejemplo: Hallar las dimensiones de un regulador que debe dar 45 revoluciones por minuto, teniendo de equilibrar una resistencia de 5 kilógramos.

1.ª Longitud $ac=103320 \setminus (45)^2=51'02$ centím.
2.ª La altura $am=89478 \setminus (45)^2=44'18$ centím.
3.ª El rádio $mc=\sqrt{(51'02)^2-(44'18)^2}=25'518$ cent.
El diámetro $cc=2\times 25'518=51'036$ cent. $=0'51$ met.

4.ª El peso de las esferas $=\frac{5\times 1789}{45^2\times(0'51)^2}=16'98$ kil.

Cada esfera pesará 8'49 kilógramos, y quedarán llenadas las condiciones del problema.

Debemos advertir que algunos constructores modernos no dan á los cuerpos *c*, *c* la forma enteramente esférica como se habia hecho antes, sino que les dan la figura de una lenteja uniendo por sus bases dos segmentos esféricos de poca altura; y con esto se reduce mucho la resistencia del aire durante la revolucion.

VOLANTE. El movimiento de los motores es generalmente irregular, y por esto Fitz-Gerard trató de regularizarlo en las máquinas de vapor por medio del volante. De manera, que el objeto principal del volante es regularizar el movimiento de la máquina haciendo que el émbolo no se detenga ni disminuya su velocidad cada vez que llega á las extremidades de su curso. El volante es indispensable en las máquinas de vapor y en la mayor parte de otras máquinas motrices, pues, adquiriendo fuerza de impulsion en virtud de la velocidad que recibe de la potencia, arrastra con su energía la máquina en los puntos muertos y los obstáculos que por su naturaleza pueda ofrecer, regularizando el movimiento con la resistencia igual y constante que presenta.

El volante consiste en un anillo *k* de seccion rectangular ó elíptica, de hierro colado (fig. 86) sostenido por seis ú ocho brazos que forman cuerpo con un boton ó cubo fijado en el árbol principal.

La energía del volante crece como el cuadrado de su velocidad, y por esto cuando esta energía debe ser considerable no se fija en el árbol principal, sino que por una transmision de engranajes se le comunica una velocidad mas acelerada.

El infatigable Mr. Poncelet nos da la siguiente fórmula para calcular el peso del volante en los diversos casos que pueden presentarse: $P = \dfrac{4645 \times c \times C}{n \times v^2}$; en la cual, P representa el peso del anillo en kilógramos; *n* el número de vueltas que da el árbol del volante por minuto; *v* la velocidad á la circunferencia media *ku* del anillo; C el número de caballos de fuerza que da la máquina, y *c* un coeficiente variable segun el grado de regularidad que se exige. Este coeficiente tiene un valor comprendido entre 20 y 25 para las máquinas que no quieren mucha regularidad; de 35 á 40 para los hilados de algodon, que producen números del 40 al 60; y se le da el valor de 50 á 60 para números mas finos.

Cuando por la fórmula anterior se ha determinado el peso del anillo se hallará su volúmen partiendo este peso por el peso específico del hierro colado 7'207, y si se quiere la seccion, se dividirá el volúmen por la circunferencia media *ku*.

Para las máquinas con expansion se puede dar al anillo un peso de 220 kg. próximamente por cada caballo de fuerza.

La velocidad á la circunferencia media del anillo, especialmente en las máquinas de baja presion, es de 6 á 8 metros por segundo, y el diámetro se halla comprendido entre tres y cuatro veces el curso del émbolo.

Ejemplo: Hallar las dimensiones correspondientes al anillo del volante para una máquina de 40 caballos que se destina á la hilatura de algodon para producir los números de 30 á 50, siendo el diámetro de 6 metros y debiendo dar 24 vueltas por minuto.

La velocidad á la circunferencia media será

$$v = \frac{3'1416 \times 6 \times 24}{60} = 7'54 \text{ metros por segundo.}$$

Deberá tomarse el coeficiente $c = 35$.

$$\text{El peso del anillo dará, } P = \frac{4645 \times 35 \times 40}{24 \times (7'54)^2} = 4766'06 \text{ k.}$$

El volúmen del anillo $= 4766'06 \setminus 7'207 = 661'31$ decímetros cúbicos.

La circunferencia media $= 3'1416 \times 6 = 18'8496$ metros $= 188'496$ decímetros.

La seccion del anillo $= 661'31 \setminus 188'496 = 3'5083$ decímetros cuadrados, que suponiéndola cuadrada, su lado será $= \sqrt{3'5083} = 1'87$ decímetros, ó 18'7 centímetros.

Se le darán regularmente ocho brazos que pesarán de 55 á 65 kilógramos cada uno y cuyas dimensiones podrán ser determinadas por el cálculo expuesto para los brazos de las ruedas dentadas en la (pág. 220).

Freno dinamométrico de Mr. Prony. Para apreciar la potencia de los motores y de las máquinas en general, así como la fuerza motriz que exige una máquina cualquiera para su marcha, se emplea con ventaja el freno dinamométrico de Prony.

Este aparato (fig. 90) se compone de una palanca *hb* con un coginete *e* y un platillo *p* para colocar las pesas necesarias al equilibrio : la pieza *gdf* por medio de los pernos *mm* comprime el árbol *a* de la máquina ó del motor, cuya potencia se busca, contra el cojinete *e*, y por el roce de estas piezas y el peso *p* que le hace equilibrio se deduce la fuerza de la máquina. El peso *c* mantiene la palanca en equilibrio sosteniéndola por su centro de gravedad : tambien podrian emplearse dos banquillos para evitar el efecto de las oscilaciones de la misma.

Para apreciar la fuerza de una máquina se dispone el freno de la manera que indica la figura haciendo que el árbol *a* quede perfectamente abrazado por las dos piezas *e* y *d*. Luego se hace marchar la máquina aumentando gradualmente la velocidad mientras se aprietan los pernos *mm* por medio de sus tuercas *ss* hasta obtener el equilibrio dinámico, esto es, hasta que la máquina haya adquirido la velocidad de régimen, forme equilibrio con el roce producido sobre el árbol, y los pesos colocados en el platillo del extremo de la palanca impidan las oscilaciones de esta conservándola en posicion horizontal.

Mientras se aumenta el roce apretando los pernos debe tenerse cuidado de mojar las superficies frotantes con una disolucion de agua y jabon para evitar los efectos de tan fuerte frotamiento.

Logrado el momento de equilibrio en las circunstancias indicadas se verifica que el trabajo del frotamiento $T=f\times3'1416\times d\times n\setminus60$ debe ser igual al trabajo de la máquina, y como el mismo frotamiento *f* es equilibrado por el brazo *eb* y las pesas *p* del platillo, se tendrá segun las leyes de la palanca $p\times eb=f\times r$. Deduciendo el valor de *f* en esta igualdad, sustituyéndolo en la expresion del trabajo, y haciendo las reducciones convenientes resulta :

$$T=\frac{2\times3'1416\times n\times p\times eb}{60}$$

cuyo valor expresa el trabajo de la máquina en kilográmetros independientemente del frotamiento y del rádio del árbol. Partiendo ahora por 75 y simplificando lo posible se tendrá la fuerza en caballos, que vendrá expresada por la fórmula $C=0'001396\times n\times p\times eb$. Es decir, que *para determinar la potencia* C *de una máquina en caballos de fuerza, se aplicará el freno al árbol principal de la manera antes indicada, y logrado el equilibrio dinámico se multiplicará* 0'001396 *por el número* n *de vueltas que da el árbol en cada minuto, el resultado por las pesas* p *en kilógramos y por la longitud* eb *del brazo en metros: el producto final expresará el número de caballos.*

Ejemplo : Se ha aplicado el freno en el árbol principal de una máquina de vapor, y en el caso del equilibrio dinámico daba 32 vueltas por minuto, el brazo de la palanca era de 2'8 metros, y las pesas colocadas en el platillo importaban 125 kilógramos. ¿Cuál es la fuerza de la máquina en caballos?

La fórmula da, $T=0'001396\times32\times125\times2'8=15'6352$ caballos.

El freno ofrece una resistencia directa que forma equilibrio con la fuerza de la máquina, y por esto el resultado obtenido por la fórmula anterior corresponde á la potencia efectiva de la misma.

Establecimiento de las máquinas de vapor. Cuando haya de establecerse una máquina de vapor se determinará la forma y el sistema mas conveniente, teniendo en consideracion las circunstancias de localidad, la cantidad de agua de que se puede disponer, la calidad y precio del combustible y la fuerza necesaria para hacer marchar el establecimiento á que se destina.

Con estos precedentes se podrá tantear si convendrá adoptar una máquina de alta, mediana ó baja presion, si será mejor la condensacion y la expansion á la vez ó una sola de estas dos cosas, y finalmente, si las condiciones preferidas se oponen á las disposiciones del gobierno relativas al establecimiento de las calderas y máquinas de vapor. Por los cálculos hechos anteriormente y mediante la aplicacion de las fórmulas y tablas expuestas, se podrá conocer la cantidad de vapor gastado y en consecuencia el agua necesaria á la alimentacion, así como la que se gastaria para condensar el vapor.

Téngase presente que en las forjas se emplean generalmente máquinas fijas de cilindro horizontal, y que las de simple efecto se usan con frecuencia para levantar el martillo de vapor ó martillo-pilon, así como para extraer el agua de las minas poniendo en movimiento algunas bombas de simple ó de doble efecto. En estos casos el cilindro se coloca en la parte superior, la varilla del émbolo levanta directamente el pilon ó el émbolo de la bomba y un contrapeso, si es necesario, le obliga á bajar. Un sencillo mecanismo cierra la entrada al vapor cuando el émbolo ha subido dando paso al que acaba de obrar para que salga prontamente.

Cuando se quiere apreciar la fuerza indispensable para hacer marchar un establecimiento se tendrá presente: 1.° Que en la hilatura de algodon bien establecida se admite

que un caballo de fuerza hace marchar de 320 á 360 puas con todas las preparaciones necesarias para producir los números de 35 á 60. 2.° Que en las máquinas de aserrar se pueden cortar 1'40 metros cuadrados de madera blanca por hora y por caballo de fuerza. 3.° Que en los molinos harineros se pueden moler de 16 á 19 kilógramos de trigo por hora y por fuerza de un caballo: y 4.° Que en las fábricas de papel se pueden majar al cilindro 2'30 kilógramos de trapos reduciéndolos á pasta en una hora y por cada caballo de fuerza.

Para fijar las dimensiones de todas las piezas que deben componer la máquina, cuyas principales condiciones se hayan determinado, se podrán consultar las tablas, fórmulas y cálculos que se han puesto antes, ó las que hemos creido conveniente poner á continuacion por ser de aquellas que algunos consideran como mejores tipos.

Tabla de las principales dimensiones de las locomotivas de Sharp y Robert.

Hornillo	
Ancho de la reja.	1'10 metros.
Longitud de id.	0'91 »
Superficie de id.	1'01 » cuad.
Distancia á la 1.ª línea de tubos.	0'54 »
Altura de la bóveda del fuego. .	1'10 »
Capacidad total del hornillo. . .	11'01 hectólitros.
Tubos para el humo...134.	
Diámetro interior de cada uno. .	0'04 metros.
Longitud id. de id.	2'54 »
Superficie de caldeamiento.	
Id. expuesta al fuego directamente.	5'03 m. cuad.
Id. por los tubos.	47'99 »
Id. total.	53'02 »

Id. reducida.	21'02 m. cuad.
Chimenea.	
Diámetro interior.	0'35 m.
Altura interior.	1'68 »
Seccion transversal.	0'096 m. cuad.
Cilindros. Son dos.	
Diámetro interior.	0'33 m.
Curso del émbolo.	0'464 »
Lumbrera ó tubo de salida.	
Diámetro interior.	0'07 »
Superficie de salida.	50'69 cent. cuad.
Dimensiones exteriores.	
Longitud total.	5'16 m.
Ancho al exterior del bastidor. .	1'92 »
Ancho al exterior del hornillo. .	1'27 »
Ruedas motrices.	
Diámetro de las ruedas motrices.	1'67 »
Número de brazos ó rádios... 20.	
Seccion de los brazos cerca el boton.	32\85.
Ancho del anillo en el borde. . .	0'13 m.
Ruedas menores. Son cuatro.	
Diámetro de las ruedas menores.	1'05 »
Número de rádios ó brazos... 10.	
Seccion de los brazos cerca el boton.	36\90 »
Eje angular ó de cigüeña.	
Diámetro del cuerpo del árbol. .	0'14 m.
Seccion en la parte angular. . .	164\126.
Rádio de las cigüeñas.	0'232 m.
Peso total de la máquina. . . .	15000 kg.

Dimensiones principales de otra locomotiva, Great Werstern.

Hornillo.

Longitud exterior.	1'677 m.
Latitud exterior.	1'830 »
Interior. Longitud.	1'474 »
Latitud interior.	1'601 »
Altura desde la reja á la bóveda.	1'499 »
Diámetro de la caldera cilíndrica.	1'372 »
Longitud de la caldera. . . .	3'202 »
Tubos para la llama y el humo 280.	
Diámetro de dichos tubos. . . .	0'051 »
Diámetro de los cilindros. . . .	0'457 »
Curso del émbolo.	0'610 »
Diámetro del tubo de escape. . .	0'140 »
Diámetro de las ruedas motrices. .	2'440 »
Diámetro de las ruedas pequeñas.	1'372 »
Peso de la máquina funcionando 29 y ½ toneladas.	
Peso que puede suportar. . 10	»

TABLA DE LAS DIMENSIONES CORRESPONDIENTES Á LAS PARTES PRINCIPALES DE LAS MÁQUINAS DE VAPOR PARA LA NAVEGACION, CONSTRUIDAS POR MM. MAUDSLAY, FILS, ET FIELD.

PARTES DE LA MÁQUINA.	POTENCIA EN CABALLOS.					
	10	25	50	75	100	120
	Mils.	Mils.	Mils.	Mils.	Mils.	Mils.
Diámetro del cilindro.	508	749	1020	1200	1330	1450
Id. de la varilla del émbolo.	51	76	102	117	127	140
Id. de la bomba de aire.	305	444	584	680	762	864
Id. de la varilla de esta bomba.	32	54	70	80	95	108
Id. de la llave de inyeccion.	32	44	63	78	83	89
Id. de la bomba de agua caliente.	57	84	108	134	165	190
Id. del tubo de alimentacion.	38	54	63	79	89	102
Id. del tubo de vapor.	102	152	197	245	279	305
Id. del tubo que descarga el condensador.	127	190	241	280	330	356
Id. del eje principal del balancin.	89	133	165	196	229	248
Id. de los ejes extremos del id.	51	76	102	114	133	140
Id. de los quicios del balancin para los tirantes de la bomba de aire.	32	48	63	73	79	83
Id. del boton de la cigüeña.	63	95	127	158	187	203
Id. del árbol motor.	108	171	216	257	292	317
Id. de las ruedas de palas.	2740	3660	4570	5450	6400	7010
Id. de los quicios del árbol del tirador.	51	63	70	80	89	96
Curso del émbolo en el cilindro.	610	838	1070	1370	1600	1830
Id. id. de la bomba de aire.	305	419	533	685	800	915
Id. id. de la bomba alimentaria.	152	203	267	342	406	457
Colunas de sostenimiento.						
Diámetro en la parte superior.	102	140	203	234	254	267
Id. en la parte inferior.	114	162	229	269	292	305
Distancias de centro á centro.						
De los tirantes laterales de la bomba de aire.	749	1000	1350	1570	1740	1830
De los balancines del mismo cilindro.	838	1140	1520	1750	1980	2110
De los cilindros de las dos máquinas.	1680	2030	2440	2740	3200	3300
Lumbreras del vapor.						
Su ancho.	190	279	381	477	508	533
Su altura.	38	57	76	105	114	121
Balancin.						
Ancho en el medio.	356	533	711	842	914	991
Id. en los extremos.	131	190	254	308	356	394
Espesor ó grueso.	25	35	48	48	63	67

Las prescripciones relativas al establecimiento de las calderas y máquinas de vapor se reducen á lo prevenido en las nuevas ordenanzas municipales de Barcelona desde

el artículo 101 á 133 y en el reglamento continuado al final de las mismas; pues no existe, que sepamos, ninguna ley ni Real disposicion que sea obligatoria en todas las localidades del reino.

Segun los artículos citados no se permitirá establecer dentro del actual recinto de esta ciudad, calderas de vapor que excedan de la fuerza de tres caballos, pero en cualquier punto de dicho antiguo recinto será permitido usar calderas de uno á tres caballos de fuerza.

Las calderas de vapor se dividen como en la real ordenanza francesa en cuatro categorías ó clases: para formarlas se expresa como en aquella la capacidad total de la caldera y de sus hervidores en metros cúbicos y la tension del vapor en atmósferas, y se multiplican estas dos cantidades entre sí. Estarán comprendidas en la primera clase las calderas que arrojen por producto un número mayor que 15: á la segunda aquellas cuyo producto sea mayor que 7 y no pase de 15: á la tercera aquellas en que pase de 3 y no exceda de 7; y á la cuarta todas las en que dicho producto no pase de 3. Si varias calderas funcionan juntas en un mismo local y existe entre ellas una comunicacion directa ó indirecta, se tomará para formar el producto la suma de las capacidades de todas con inclusion de sus hervidores.

Las calderas de vapor comprendidas en la primera clase deberán establecerse fuera de toda casa habitada y de todo taller ó fábrica.

Las comprendidas en la segunda clase podrán establecerse en el interior de un taller que no forme parte de una habitacion ó de una fábrica de varios pisos.

Las calderas de tercera clase podrán colocarse en el interior de un taller de mas ó menos pisos pero que no forme parte de una casa habitada.

Las calderas de cuarta clase podrán situarse en el interior de un taller cualquiera aun cuando dicho taller forme parte de una casa habitable.

Si las calderas de primera clase distan menos de 10 metros de la via pública ó de las habitaciones, y las de segunda menos de 4'87 m., deberá construirse á una distancia libre de ellas de 485 milímetros, un muro de defensa que tenga 95 centímetros de espesor ó grueso. Para las de tercera y cuarta clase no se exige el citado muro pero se manda que sus hornillas se hallen separadas de las casas pertenecientes á tercero por un espacio libre de 485 milímetros. En el reglamento continuado al final de las ordenanzas citadas se previene que todas las calderas y demás aparatos que contengan vapor estén provistas de dos válvulas de seguridad, de un flotante, de un manómetro graduado en atmósferas, de una bomba alimenticia ú otro aparato de efecto seguro; y en cuanto al grueso de la plancha que forma las paredes de la caldera se prescribe la misma fórmula y tabla que dejamos notadas en la página 253.

HIDRÁULICA.

El agua tambien sirve como motor, pero ofrece el inconveniente de no poderse utilizar en todas partes, pues, solo es susceptible de emplearse en el lugar en que se encuentra y en que presenta las condiciones necesarias para el establecimiento á que quiere destinarse.

Efecto teórico del agua. Para obtener la fuerza correspondiente á un salto de agua se puede usar la fórmula $F=V\times A$. Es decir, que *la fuerza ó efecto teórico de un salto, se hallará multiplicando el volúmen* V *de agua en litros ó decímetros cúbicos, que da en un segundo, por la altura total* A *del salto expresada en metros: el producto se tendrá en kilográmetros, y partiéndolo por* 75 *dará la fuerza en caballos.*

El trabajo es mitad de la fuerza viva, y como la fuerza viva viene expresada por la masa del cuerpo que la produce multiplicada por el cuadrado de su velocidad, y la masa equivale al peso dividido por la gravedad, se sigue, que *el trabajo disponible de una corriente se hallará multiplicando el volúmen de agua en litros, que da en un segundo, por el cuadrado de la velocidad expresada en metros y partiendo el producto por* 19'6. *El resultado será la fuerza en kilográmetros, y dividiendo por* 75 *se tendrá el trabajo en caballos.*

Ejemplos: 1.° Hallar la fuerza ó trabajo teórico de una corriente que da 850 litros de agua por segundo cayendo de una altura de 4'70 metros.

Por la regla expuesta será:

Trabajo$=850\times4'70\setminus75=53'266$ caballos.

Las calderas de cuarta clase podrán situarse en el interior de un taller cualquiera aun cuando dicho taller forme parte de una casa habitable.

Si las calderas de primera clase distan menos de 10 metros de la via pública ó de las habitaciones, y las de segunda menos de 4'87 m., deberá construirse á una distancia libre de ellas de 485 milímetros, un muro de defensa que tenga 95 centímetros de espesor ó grueso. Para las de tercera y cuarta clase no se exige el citado muro pero se manda que sus hornillas se hallen separadas de las casas pertenecientes á tercero por un espacio libre de 485 milímetros. En el reglamento continuado al final de las ordenanzas citadas se previene que todas las calderas y demás aparatos que contengan vapor estén provistas de dos válvulas de seguridad, de un flotante, de un manómetro graduado en atmósferas, de una bomba alimenticia ú otro aparato de efecto seguro; y en cuanto al grueso de la plancha que forma las paredes de la caldera se prescribe la misma fórmula y tabla que dejamos notadas en la página 253.

HIDRÁULICA.

El agua tambien sirve como motor, pero ofrece el inconveniente de no poderse utilizar en todas partes, pues, solo es susceptible de emplearse en el lugar en que se encuentra y en que presenta las condiciones necesarias para el establecimiento á que quiere destinarse.

Efecto teórico del agua. Para obtener la fuerza correspondiente á un salto de agua se puede usar la fórmula $F=V\times A$. Es decir, que *la fuerza ó efecto teórico de un salto, se hallará multiplicando el volúmen* V *de agua en litros ó decímetros cúbicos, que da en un segundo, por la altura total* A *del salto expresada en metros: el producto se tendrá en kilográmetros, y partiéndolo por* 75 *dará la fuerza en caballos.*

El trabajo es mitad de la fuerza viva, y como la fuerza viva viene expresada por la masa del cuerpo que la produce multiplicada por el cuadrado de su velocidad, y la masa equivale al peso dividido por la gravedad, se sigue, que *el trabajo disponible de una corriente se hallará multiplicando el volúmen de agua en litros, que da en un segundo, por el cuadrado de la velocidad expresada en metros y partiendo el producto por* 19'6. *El resultado será la fuerza en kilográmetros, y dividiendo por* 75 *se tendrá el trabajo en caballos.*

Ejemplos: 1.° Hallar la fuerza ó trabajo teórico de una corriente que da 850 litros de agua por segundo cayendo de una altura de 4'70 metros.

Por la regla expuesta será:

Trabajo$=850\times4'70 \setminus 75=53'266$ caballos.

Es decir, 53 caballos y $^{1}/_{4}$ próximamente.

2.° Determinar el trabajo disponible en una corriente que da 5400 litros de agua por segundo con una velocidad de 0'60 metros.

Segun la regla establecida se tendrá :

$$\text{Trabajo}=\frac{5400\times(0'60)^2}{19'6\times75}=\frac{1944}{1470}=1'322 \text{ caballos.}$$

Por manera que solo dará la fuerza de un caballo y 322 milésimos de otro.

Por los cálculos expuestos se ve que es de la mayor importancia para obtener el trabajo debido á una corriente ó á un asalto de agua, la determinacion de la velocidad media y del gasto correspondiente.

En las nociones de hidrodinámica (*pág.* 94 y 100 se indicaron los medios mas sencillos para determinar la velocidad en distintas circunstancias, y en las (*pág.* 97 y 102) se pusieron las fórmulas para obtener el gasto ó sea la cantidad de agua que en un segundo pasa por un canal, por una paradera ú orificio de dimensiones conocidas, considerando los casos de contraccion del chorro que naturalmente pueden presentarse. Pero falta tratar de los vertederos ó rebosaderos y vamos á dar una idea de ellos.

Vertedero ó rebosadero. Tambien debe considerarse el caso (fig. 91) en que el orificio está abierto por la parte superior y que la carga sobre el vértice de la abertura es enteramente nula : esto es lo que se llama *vertedero ó rebosadero*, y para hallar el gasto correspondiente se usa la fórmula $G=c\times l\times a\times\sqrt{19'6\times a}$; en la cual G es el gasto efectivo ó cantidad de agua que sale en un segundo expresada en metros cúbicos ; *c* es un coeficiente variable; *l* la latitud ó el ancho de la abertura en metros,

y *a* la carga ó altura total *bd* sobre la base *d* de dicha abertura tambien en metros.

El coeficiente *c* varia segun el ancho *l* de la abertura y el grueso de la lámina de agua : así, se puede suponer $c=0'41$ si el grueso de la lámina de agua no llega á 16 centímetros, y $c=0'40$ si tiene de 16 á 30 centímetros, mientras el ancho del vertedero sea menor que el del recipiente ó depósito. Pero cuando la latitud ó ancho del vertedero es próximamente igual á la del depósito, el coeficiente llega á 0'42.

Ejemplo : Hallar el gasto de agua en un vertedero cuyo ancho de 1'75 metros es mucho menor que el del depósito y la carga ó altura total *bd* de 14 centímetros.

Por la fórmula se tiene, $G=0'41\times1'75\times0'14\times\sqrt{19'6\times0'14}=0'1664$ metros cúbicos.

Es decir, que dará 166'4 litros de agua por segundo.

Para determinar la altura ó el grueso verdadero *db* de la lámina de agua podrá medirse con precision la *cd* del chorro contraido y aumentarle su cuarta parte, si el ancho del vertedero es igual al del recipiente ; pero si es menor, se le podrán añadir los 18 centésimos de la misma *cd*, pues, se ha observado que la diferencia *cb* equivale muy aproximadamente á la cuarta parte del grueso de la lámina en el punto ó línea de salida *d* cuando el ancho del chorro es igual al del depósito.

Efectos de la contraccion del chorro. Segun lo expuesto en las (*pág.* 96 y 97), cuando el agua sale por una paradera (fig. 92) debe tenerse en consideracion, para calcular el gasto efectivo, el efecto producido por la contraccion de la vena flúida. En efecto, si considerando que *nq* es el ancho del depósito ó canal, suponemos una paradera vertical cuya abertura *abcd* siendo menor que la pared del depósito se halle separada enteramente de las demás paredes ó bordes *nmpq*, se verificará la contraccion por los cuatro lados del orificio, y el gasto efectivo será próximamente los 60 centésimos del gasto teórico, y por esto se usará el coeficiente 0'60. Si la base *cd* de la abertura es el fondo mismo del depósito (fig. 93), la contraccion tendrá lugar por los tres lados *ab*, *ad*, *bc* y el gasto efectivo será los 63 centésimos del teórico, y el coeficiente dará 0'63. Cuando la paradera vertical se halle á un lado del canal ó depósito (fig. 94), la contraccion tendrá lugar solamente en los lados *ab* y *bc*, y para el gasto efectivo se tomarán los 65 centésimos del teórico, siendo en este caso 0'65 el coeficiente. Si las paredes del canal ó depósito forman los lados *ad de*, y *bc* de la abertura (figura 95), la contraccion tendrá efecto tan solo por el lado *ab* y el gasto efectivo será los 69 centésimos del gasto teórico, por lo que se tomará el coeficiente 0'69.

Pero el medio mas favorable para aumentar el gasto consiste en disminuir todo lo posible la pérdida debida á la contraccion de la vena y al roce del agua en el fondo y lados del orificio, lo cual se logra inclinando la paradera y haciendo que las paredes del canal formen el fondo y los lados de la abertura; por manera, que la contraccion solo tenga lugar en el lado superior *ab* y quede bastante disminuida por la inclinacion indicada.

Cuando la paradera está inclinada de 60 grados y la contraccion tiene lugar por un solo lado (fig. 96), el gasto efectivo equivale á los 75 centésimos del gasto teórico y se toma por coeficiente 0'75; pero si la inclinacion es de 45 grados (fig. 97), el coeficiente será 0'80 por corresponder el gasto efectivo á los 80 centésimos del que da la teoría.

Desde la página 96 á la 102 se han visto los medios que pueden emplearse para determinar la velocidad de una corriente, ó de un chorro y las fórmulas que dan inmediatamente el gasto de agua en un segundo; pero para mayor facilidad podrá hacerse uso en muchos casos de las tablas que ponemos á continuacion, cuyos resultados deben considerarse como aproximados.

TABLA DE LAS VELOCIDADES CORRESPONDIENTES Á DIVERSAS ALTURAS DEL NIVEL SUPERIOR SOBRE EL CENTRO DEL ORIFICIO Ó ABERTURA.

Altura en centimets.	Velocidad en metros.	Altura en centimets.	Velocidad en metros.	Altura en centimets.	Velocidad en metros.
1	0'443	95	4'315	280	7'409
5	0'990	100	4'427	290	7'539
10	1'400	110	4'643	300	7'668
15	1'715	120	4'848	325	7'981
20	1'980	130	5'048	350	8'283
25	2'213	140	5'238	375	8'573
30	2'425	150	5'422	400	8'854
35	2'620	160	5'600	425	9'129
40	2'800	170	5'772	450	9'392
45	2'970	180	5'941	475	9'649
50	3'130	190	6'103	500	19'900
55	3'283	200	6'261	525	10'144
60	3'429	210	6'415	550	10'382
65	3'569	220	6'566	575	10'616
70	3'704	230	6'714	600	10'845
75	3'834	240	6'859	625	11'068
80	3'960	250	7'000	650	11,287
85	4'082	260	7'139	675	11'502
90	4'200	270	7'273	700	11'713

La tabla siguiente expresa el gasto efectivo de agua en litros que se obtiene en una paradera vertical de un metro de ancho, con arreglo á la altura del orificio y á la carga sobre el centro del mismo, suponiendo que la contraccion tiene lugar por los cuatro lados.

Tabla del gasto efectivo por segundo en una paradera vertical de un metro de ancho, bajo diversas presiones contando la contraccion completa de la vena flúida.

Altura vertical de la abertura en centímetros	GASTO EN LITROS PARA LAS CARGAS Ó PRESIONES DE																	
	10 cent.	20 cent.	30 cent.	40 cent.	50 cent.	60 cent.	70 cent.	80 cent.	90 cent.	1' mets.	1'10 mets.	1'20 mets.	1'30 mets.	1'40 mets.	1'50 mets.	2' mets.	2'50 mets.	3' mets.	3'50 mets.	4' mets.
	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.	Lits.
5	44	62	76	88	98	107	116	124	131	138	145	151	157	162	168	191	214	235	251	268
6	53	75	91	107	117	128	139	148	157	165	175	181	187	194	201	229	257	281	301	321
7	61	86	106	122	136	148	161	172	183	192	201	210	218	226	233	267	299	327	350	374
8	69	98	120	139	155	170	184	196	207	219	229	248	249	258	266	305	341	374	400	427
9	78	109	135	156	174	191	208	220	236	246	257	267	279	289	300	343	382	420	450	481
10	86	122	149	173	193	212	228	246	259	272	285	298	310	321	332	380	424	466	500	533
11	94	133	164	189	212	230	249	267	284	299	314	327	340	353	365	418	466	511	550	587
12	102	145	178	206	230	251	272	291	309	326	341	356	371	384	397	455	507	557	599	640
13	110	157	192	222	249	272	294	314	334	352	368	385	401	416	429	492	549	602	647	693
14	119	168	206	238	267	292	316	338	359	379	396	414	431	446	462	530	590	648	696	745
15	126	179	220	255	285	312	338	361	384	405	424	443	461	477	493	566	631	693	746	798
16	134	190	234	271	304	330	360	385	409	432	452	472	491	509	526	603	673	739	797	852
17	142	201	248	287	322	350	382	414	434	456	478	501	521	540	558	638	715	784	847	905
18	150	213	262	304	340	370	403	432	459	484	506	529	551	571	589	677	757	830	896	958
19	158	223	276	324	358	392	425	454	483	510	534	558	580	601	621	715	799	876	946	1011
20	169	235	291	337	377	414	447	485	509	536	562	586	610	627	654	753	841	922	996	1065
21	»	247	305	354	396	431	470	512	534	563	590	615	640	664	687	790	884	968	1046	1118
23	»	271	334	388	434	472	530	550	585	616	646	674	701	726	757	865	968	1060	1146	1224
25	»	297	364	420	470	514	556	594	630	664	696	727	757	786	813	939	1050	1150	1243	1328
27	»	318	392	454	509	559	594	645	688	724	738	791	823	853	883	1016	1136	1245	1345	1437
29	»	340	421	487	546	602	649	693	735	777	815	830	884	916	949	1092	1220	1337	1444	1544
31	»	364	449	521	583	635	694	741	787	831	871	909	945	980	1014	1163	1305	1429	1544	1650
33	»	388	477	555	622	676	737	789	839	884	927	969	1007	1043	1079	1242	1389	1528	1644	1756
35	»	415	507	588	659	717	782	837	889	938	983	1027	1067	1103	1145	1317	1473	1614	1743	1863
37	»	436	534	622	696	758	826	885	940	981	1040	1086	1128	1169	1210	1392	1557	1706	1843	1969
39	»	462	564	653	734	798	872	933	991	1045	1096	1145	1189	1232	1276	1468	1641	1798	1943	2076
41	»	»	591	688	772	840	915	981	1042	1097	1152	1203	1250	1298	1441	1543	1735	1890	2042	2182
43	»	»	620	722	809	881	961	1028	1093	1151	1208	1263	1311	1361	1407	1618	1809	1982	2142	2289
45	»	»	649	754	847	920	1005	1076	1144	1204	1263	1321	1372	1424	1472	1694	1894	2075	2241	2394
47	»	»	677	787	883	961	1050	1124	1194	1257	1321	1380	1433	1488	1537	1769	1978	2167	2341	2504
49	»	»	606	820	922	1002	1095	1172	1245	1311	1377	1438	1494	1551	1603	1845	2062	2259	2440	2614
50	»	»	733	853	940	1023	1115	1194	1271	1337	1405	1468	1525	1583	1635	1882	2104	2305	2490	2669

Por medio de esta tabla se hallará la cantidad de agua en litros que sale por un orificio rectangular en un segundo suponiendo la contraccion en los cuatro lados, por la siguiente regla : *búsquese en la tabla el número correspondiente á la altura del orificio y á la carga sobre su centro y multiplíquese por el ancho de la abertura dada. El resultado será el gasto efectivo en litros.*

Pero si la contraccion tiene lugar solo en tres lados deberá multiplicarse el resultado obtenido por 1,05 ; si la contraccion se verifica en dos lados se multiplicará el resultado por 1'08 ; si en un lado, por 1'15 ; y si la paradera está inclinada y la contraccion no tiene lugar mas que en un lado de la abertura se multiplicará el resultado por 1'25 si la inclinacion es de 60°, y por 1'33 si fuese de 45°.

Se dirá que la inclinacion es de 60° cuando la base *bc* (fig. 96) sea la mitad de la altura *ab*, y de 45° (fig. 97) si la altura *ab* y la base *bc* son iguales.

Ejemplo : Hallar el gasto en una paradera vertical cuya carga sobre el centro de la abertura es de 80 centímetros, la altura de esta de 25 cent. y su ancho de 0'45 ms.

Segun la regla dada se hallará en la tabla anterior en la línea del 25 y debajo de la carga 80, el número 594 litros que multiplicando por el ancho de la abertura dará.

Gasto efectivo si hay contraccion completa=594×0'45 =267'3 litros.

Si la contraccion es en tres lados, G=267'3×1'05= 280'66 litros.

Si la contraccion tiene lugar en dos lados, G=267'3× 1'08=288'68 litros.

Si la paradera estuviese inclinada 60° y la contraccion se verificase en un solo lado el gasto seria, G=267'3× 1'25=334'1 litros por segundo.

CONDUCTO ADICIONAL. Si el agua que sale por la paradera es conducida á la rueda hidráulica por un canal descubierto de pendiente conocida, debe tomarse en consideracion la velocidad al orígen y á la extremidad del conducto y para ello se usan las fórmulas siguientes:

Velocidad al orígen a del canal (fig. 98)$=0‘85\times\sqrt{19‘6\times a}$

Velocidad á la extremidad b del mismo$=\sqrt{19‘6\times(a+a')}$

Siendo a la carga sobre el centro de la abertura en metros y a' la diferencia de nivel entre el orígen y la extremidad del canal ab, tambien en metros.

Ejemplo: Hallar la velocidad al orígen y á la extremidad de un canal, cuya carga a sobre el centro de la abertura es de 0‘52 m. y la diferencia de nivel entre los dos extremos de 0‘12 m.

Velocidad al orígen$=0‘85\times\sqrt{19‘6\times0‘52}=2‘713$ metros.

Id. á la extremidad $=\sqrt{19‘6\times(0‘52+0‘12)}=3‘54$ met.

Tubos cilíndricos para conducir las aguas. En estos tubos, sea cual fuere su longitud, se puede calcular la velocidad y el gasto por medio de estas fórmulas;

$$V=26‘8\times\sqrt{d\times p}-0‘024,\quad G=0‘7854\times d^2\times V$$

siendo V la velocidad media del agua en el tubo; d el diámetro en el interior del mismo; p la pendiente por metro de longitud, y G el gasto en metros cúbicos.

Ejemplo: Hallar la velocidad y el gasto de agua correspondiente á un tubo cuyo diámetro es de 20 centímetros y la pendiente de 10‘4 milímetros por metro.

$V=26‘8\times\sqrt{0‘20\times0‘0104}-0‘025=1‘20$ metros.

$G=0‘7854\times(0‘20)^2\times1‘20=0‘0377$ metros cúbicos, esto es, 37 litros y 7 decilitros.

Despejando convenientemente la d y la p se tendrán las fórmulas para calcular el diámetro y la pendiente que corresponde á un tubo cuando se conoce el gasto y la velocidad.

Para los tubos de conduccion de las aguas se puede hacer uso de la siguiente tabla.

TABLA DE LAS VELOCIDADES MEDIAS, GASTO Y CARGAS CORRESPONDIENTES Á LOS TUBOS CILÍNDRICOS PARA LA CONDUCCION DE AGUAS SEGUN SU DIÁMETRO RESPECTIVO.

Velocidad media en metros por 1''	SI EL DIÁMETRO ES DE 10 CENTÍMETROS.		SI EL DIÁMETRO ES DE 20 CENTÍMETROS.		SI EL DIÁMETRO ES DE 30 CENTÍMETROS.	
	Gasto en litros por 1''	Carga ó diferencia de nivel por metro. Milímetros.	Gasto en litros por 1''	Carga ó diferencia de nivel por metro. Milímetros.	Gasto en litros por 1''	Carga ó diferencia de nivel por metro. Milímetros.
0‘10	0‘8	0‘2	3‘1	0‘1	7‘07	0‘1
0‘20	1‘6	0‘7	6‘3	0‘3	14‘14	0‘2
0‘30	2‘3	1‘5	9‘4	0‘7	21‘20	0‘5
0‘40	3‘1	2‘5	12‘6	1‘2	28‘27	0‘8
0‘50	3‘9	3‘8	15‘7	1‘9	35‘34	1‘3
0‘60	4‘7	5‘4	18‘8	2‘7	42‘41	1‘8
0‘70	5‘5	7‘3	22	3‘6	49‘48	2‘4
0‘80	6‘3	9‘5	25‘1	4‘7	56‘55	3‘1
0‘90	7	11‘9	28‘3	5‘9	63‘62	4‘0
1‘00	7‘8	14‘6	31‘4	7‘3	70‘70	4‘9
1‘20	9‘4	20‘9	37‘7	10‘4	84‘80	6‘9
1‘50	11‘8	32‘4	47‘1	16‘2	106	10‘8
1‘80	14‘1	46‘4	56‘5	23‘2	127‘2	15‘5
2‘00	15‘7	57‘1	62‘8	28‘5	141‘4	19‘0
2‘20	17‘2	68‘9	69‘1	34‘5	155‘5	23‘0
2‘50	19‘6	88‘8	78‘5	44‘4	176‘7	29‘6
2‘80	22‘0	111‘1	88‘0	55‘6	197‘9	37‘0
3‘00	23‘6	127‘4	94‘2	63‘7	212‘1	42‘5

RECEPTORES HIDRÁULICOS. Las máquinas que el agua pone directamente en movimiento se llaman en general receptores hidráulicos, y son de dos clases: 1.ª las que producen el movimiento circular alternativo, y 2.ª las que dan el movimiento circular continuo.

Pertenecen á la primera clase la balanza de agua, la máquina de Schemnitz, el ariete hidráulico y la máquina de columna de agua; y á la segunda todas las ruedas hidráulicas, turbinas y máquinas de reaccion.

Las que producen el movimiento alternativo son de poca aplicacion y por esto nos ocuparémos solo de las que pertenecen á la segunda clase.

Sea cual fuere el medio adoptado para utilizar la fuerza del agua transmitiendo su accion á las máquinas, deben tenerse en consideracion todas las circunstancias y condiciones generales de las fuerzas vivas y de su modo de obrar para que el efecto útil transmitido se aproxime cuanto sea posible al trabajo absoluto, desarrollado por la gravedad en la corriente ó salto de que se trata.

Debe advertirse que al llegar el agua sobre el receptor con la velocidad adquirida antes habrá necesariamente choque y por lo mismo una pérdida de fuerza viva que podrá valuarse por la velocidad perdida. Al salir el agua despues de haber obrado sobre el receptor, podrá tener alguna velocidad que corresponderá á cierta cantidad de trabajo, lo cual será una pérdida que debe entrar en el cálculo. Por esta razon para obtener el efecto útil máximo *debe procurarse que el agua entre sin choque y salga sin velocidad;* y como estas condiciones no pueden llenarse en muchos casos, es preciso contentarse con obtener las condiciones que producen el efecto máximo relativo.

Ruedas hidráulicas. Las ruedas hidráulicas son de dos maneras, verticales con eje horizontal ú horizontales con eje vertical.

En el establecimiento de toda rueda hidráulica debe

procurarse, por lo dicho anteriormente, que el agua obre sin choque y que desde su entrada en la máquina hasta haberla dejado por completo no sufra alteraciones bruscas ni en la direccion ni en la velocidad.

Ruedas de palas planas movidas por debajo. Estas ruedas (fig. 99) consisten en dos ó mas anillos circulares de madera sostenidos por cuatro ó mas brazos que atraviesan ó abrazan perfectamente el árbol horizontal en que se hallan montadas. Las palas planas ordinariamente de madera se colocan al exterior de los anillos en la prolongacion del rádio, y su longitud *ab* en sentido de este es de 30 á 40 centímetros: La distancia *bc* de una á otra en la circunferencia exterior es tambien de 30 á 40 centímetros y su ancho depende de la fuerza de la corriente ó de la que se quiere utilizar.

El espesor de la capa de agua debajo de la rueda no debe ser mas que de $1/3$ á $1/4$ de la longitud *ab* de las palas: la pendiente del canal en que se halla encajonada la rueda se hará de 66 á 125 milésimos, y entre las palas y el fondo y paredes laterales del canal se dejará un juego de 1 á 2 centímetros.

Si la paradera es vertical y se halla muy distante de la rueda se pierde mucha fuerza, y por esto debe procurarse que esté lo mas cerca posible y que tenga la inclinacion conveniente.

El efecto máximo de estas ruedas se obtiene haciendo que la velocidad á la circunferencia correspondiente al punto medio de las palas sea la mitad de la que tiene el agua al chocar con ellas, y que el canal forme un arco concéntrico á la rueda en la parte inferior de esta, dando á las palas una inclinacion de 25° sobre la prolongacion del rádio.

El efecto útil de estas es siempre menor que el de las otras ruedas, pero tienen la ventaja de poder marchar con gran velocidad sin que su efecto útil se separe notablemente del efecto máximo que les es propio, lo cual evita en muchos casos el tener que multiplicar los engranajes.

Si la paradera es vertical y se halla distante de la rueda, y las palas de esta dejan un juego de 4 á 5 centímetros en un canal mal acabado, el efecto útil equivaldrá á los 20 centésimos del trabajo absoluto de la corriente y se hallará por la fórmula, $C=0'00267\times V\times A$, representando por C el número de caballos, por V el volúmen de agua por segundo en litros, y por A la altura del salto en metros ó la diferencia del nivel superior del líquido al nivel inferior.

Si las palas dejan un juego que no llegue á 3 centímetros, el efecto útil será los 30 centésimos del efecto motor, y la fórmula se transformará en, $C=0'004\times V\times A$.

Si la rueda se halla ajustada en un canal concéntrico con ella, y la paradera está inclinada y muy cerca de la rueda, el efecto útil será los 40 centésimos del efecto motor, en cuyo caso se tendrá la fórmula $C=0'0053\times V\times A$. Pero si el agua se toma por un vertedero en el nivel superior del recipiente llegará á dar los 50 centésimos del efecto motor y la fórmula será, $C=0'0066\times V\times A$.

Ejemplo: Hallar el efecto útil producido por una rueda de palas planas movida por debajo sabiendo que el gasto es de 480 litros por segundo y la altura total del salto de 1'60 m.

En el 1.er caso será, $C=0'00267\times480\times1'60=2'051$ c.
En el 2.° caso, $C=0'004\times480\times1'60=3'072$ »
En el 3.° id. $C=0'0053\times480\times1'60=4'070$ »
En el 4.° id. $C=0'0066\times480\times1'60=5'069$ »

Estos resultados manifiestan la cantidad de trabajo útil

que puede dar una rueda de palas planas en un mismo salto de agua segun las circunstancias de su establecimiento.

Con el fin de evitar las pérdidas de fuerza viva en estas ruedas aprovechando la ventaja que ofrece su sencillez y la mayor velocidad que pueden adquirir, Mr. Poncelet imaginó dar una curvatura conveniente á sus palas resultando de aquí las

Ruedas verticales de palas curvas movidas por debajo. Estas ruedas (fig. 100) sustituyen con ventaja las de palas planas y son muy usadas en todos los países industriales, pues, el efecto útil que producen es mucho mayor que el obtenido por aquellas.

El fondo del depósito ó recipiente está en igual nivel que el del conducto en que el agua llega á la rueda, en cuyo punto forma un arco perfectamente concéntrico con ella y termina por un resalto brusco para dar fácil salida al agua: la paradera se inclina de 60° ó de 45° para disminuir los efectos de la contraccion á cuyo objeto las paredes laterales de la abertura se redondean lo posible dando al canal el mismo ancho del orificio: tambien se procura que la pendiente debajo de la rueda sea de $^1/_{10}$ á $^1/_{15}$ con el fin de que el agua conserve toda la velocidad que tiene al salir por la abertura; y para que se desprenda inmediatamente despues de haber obrado se da al canal *a* de salida toda la seccion y pendiente que sea posible.

La curvatura de las palas es arbitraria con tal que sea continua pero se acostumbra darles la forma circular haciendo que el arco descrito por ellas sea normal á la circunferencia interior de la corona y cási tangente á la exterior. En el fondo y bordes laterales del canal se deja entre sus paredes y la rueda un juego de un centímetro si es de hierro colado, y de 2 centímetros si la rueda se hace de madera.

El efecto útil de estas ruedas es de 0'50 á 0'65 del efecto motor ó trabajo absoluto del salto; y el efecto máximo se obtiene cuando la velocidad de la rueda es los 0'55 de la del agua y se han llenado todas las condiciones favorables al tiempo de establecerla.

Si la altura de la abertura es de 20 á 30 centímetros y el salto no llega á 1'50 m. se obtiene 0'65 del efecto motor, pero si el salto es mayor y la abertura del orificio es de 8 á 15 centímetros el efecto útil disminuye sensiblemente hasta 0'60.

Ejemplo: Hallar el efecto útil de una rueda de palas curvas movida por debajo, siendo de 480 litros el gasto y de 1'60 ms. la altura total del salto: la abertura es de 12 centímetros.

La fórmula será $C=0'008 \times V \times A$ que sustituyendo da $C=0'008 \times 480 \times 1'60=6'144$ caballos.

Si la altura del salto fuese menor de 1'50 m. y la abertura del orificio estuviese comprendida entre 20 y 30 centímetros la fórmula del trabajo útil seria, $C=0'00867 \times V \times A$.

La distancia de las palas curvas en la circunferencia exterior se hace por término medio de 32 centímetros, y la capacidad comprendida entre dos de ellas y el canal debe ser doble del volúmen correspondiente al gasto de agua; y esta condicion podrá servir para determinar las demás dimensiones.

El diámetro de la rueda se determinará á voluntad haciendo que cuando menos equivalga al doble de la altura media del salto aumentada de dos veces el grueso de la lámina de agua. Pero en las ruedas hidráulicas el efecto útil y la velocidad no varian sea cual fuera el diámetro de la rueda, porque si es mayor, la rueda dará menos vueltas, y si es menor dará mas vueltas, pues, la velocidad á

la circunferencia de la rueda dependerá siempre de la que tenga el agua al llegar á ella.

Ruedas de cajones movidas por encima. Estas ruedas bien establecidas dan un efecto útil mayor que todas las demás, y como su efecto máximo corresponde á una velocidad nula en la circunferencia de la rueda, se procura obtener el efecto máximo relativo dándole una velocidad que no llegue nunca á 2 metros.

Los cajones son angulares ó curvos y su número se determina haciendo que la distancia de uno á otro en la circunferencia exterior sea de 30 á 36 centímetros, y su profundidad en el sentido del rádio se hará igual á esta misma distancia.

Es preciso dar á los cajones un perfil tal, que retengan el agua el mayor tiempo posible y que al llegar á la parte inferior queden completamente vacíos: para esto (figura 101) se toma la mitad *ac* de la parte *ab* de rádio comprendida entre las dos circunferencias interior y exterior, y uniendo el punto medio *c* con el extremo *d* del siguiente se obtiene el perfil pedido.

El canal *t* debe dar el agua directamente al segundo ó tercer cajon contando desde el vértice superior de la rueda, y la lámina de agua no debe tener mas que de 5 á 8 centímetros de espesor, en cuyo caso si los cajones se llenan hasta la mitad se tendrá un efecto útil de 70 á 75 centésimos del trabajo absoluto del salto. Pero si los cajones son llenados hasta las dos terceras partes de su capacidad y la velocidad de la rueda es mayor, el efecto útil baja hasta los 60 ó 65 centésimos de dicho trabajo absoluto. La fórmula para el caso mas favorable será, $C=0'01 \times V \times A$; y para cuando la velocidad sea mayor y los cajones se llenen de los dos tercios arriba, se tendrá, $C=0'008 \times V \times A$.

Ejemplo: Hallar el efecto útil correspondiente á una rueda de cajones movida por encima, siendo la altura del salto 5'60 m. y el gasto de 480 litros de agua por segundo.

En el 1.^{er} caso será $C=0'01\times480\times5'60=26'88$ caballos.

En el 2.^{o} caso, $C=0'008\times480\times5'60=21'504$ caballos.

El diámetro de estas ruedas equivale á la altura total del salto disminuida de la altura ó carga que deba tener el agua en el canal de conduccion y del juego indispensable entre este y la rueda y entre la parte inferior de la rueda y el fondo.

La velocidad de las ruedas de cajones puede estar comprendida entre 30 y 80 centésimos de la del agua, y el número de vueltas se podrá determinar por la fórmula $n=\frac{60\times v}{\pi\times D}$. El ancho del canal de conduccion se puede determinar conociendo el volúmen de agua que sale en un segundo y el grueso que ha de darse á la lámina de agua al llegar á la rueda. Á esta le darán 5 centímetros mas de ancho por cada lado con el fin de que reciba toda la cantidad de agua dada por el canal de conduccion.

El uso de estas ruedas es ventajoso en los saltos mayores de 3 metros, pero si el nivel del salto es variable y el gasto excede de 500 litros por segundo la ventaja sobre las otras ruedas desaparece. Sin embargo, repetidas experiencias, hechas con ruedas de cajones movidas por encima en saltos de 3 á 9 metros y con una carga de agua en su vértice de $^1/_6$ á $^1/_8$ de la total altura del salto, han probado que en circunstancias favorables pueden dar el 80 por ciento del trabajo absoluto del agua; pero cuando es-

tas ruedas reciben el agua á la altura de su eje, solo dan de 60 á 64 centésimos del efecto motor.

Turbinas. Las turbinas son ruedas horizontales de eje vertical que gozan la incomparable ventaja de ocupar muy poco espacio y de girar sumergidas á una profundidad cualquiera y á todas las velocidades, pudiéndose aplicar á grandes y á pequeños saltos.

La teoría de la turbina de Mr. Fourneyron ha conducido á Mr. Poncelet á observar que para una abertura determinada, el gasto de agua depende necesariamente de la velocidad de rotacion propia de la máquina y de tal modo crece con ella que llega á cambiar completamente la apreciacion de los efectos mecánicos. Pero segun los experimentos de Mr. Morin estas turbinas centrífugas dan un efecto útil que puede regularse de 70 á 78 centésimos del efecto motor.

La turbina (fig. 102) se compone de dos partes, la una fija que recibe el agua del depósito para conducirla á la parte móvil que es la rueda.

La parte fija tiene unas aberturas por donde es conducida el agua á las palas cilíndricas que se hallan en la circunferencia de la rueda. El agua al salir de aquellas aberturas con una velocidad debida al salto, choca contra las palas móviles y resbalando á lo largo de ellas las hace ceder, y la rueda en virtud de esta presion gira en torno del eje haciendo girar á este.

La velocidad á la circunferencia interior de la rueda debe ser cuando menos los 58 centésimos de la del agua.

En cuanto á las dimensiones de las partes que constituyen la turbina debe advertirse, que el diámetro interior de las coronas ha de ser los 70 centésimos del exterior, si la rueda es pequeña, y de 75 á 84 centésimos cuando la rueda es grande. Entre dos palas curvas debe quedar un espacio circular próximamente igual á su altura, y el número de aberturas fijas ha de ser mitad del de las palas móviles si estas no exceden de 24, pero si hubiese mas, deberia ser el tercio.

Los orificios ó aberturas que dan salida al agua son rectangulares y su superficie es el cuarto de la del círculo interior. El diámetro de este se puede hallar partiendo el gasto de agua en litros por 175 veces la velocidad debida al salto y extrayendo del resultado la raíz cuadrada.

La latitud ó ancho de los orificios de salida se hallará multiplicando el diámetro del círculo interior por 1'4, y su altura multiplicándolo por 0'14025.

El número de palas móviles se determinará partiendo la circunferencia interior por la altura de los orificios.

Ejemplo: Hallar el efecto útil y las dimensiones principales de una turbina para un salto de 5'60 m. con un gasto de 480 litros por segundo.

Velocidad debida al salto $\sqrt{19'6 \times 5'60} = 10'476$ ms.

$$\text{Diámetro interior} = \sqrt{\frac{480}{175 \times 10'476}} = 0'511 \text{ ms.}$$

Ancho de los orificios $= 1'4 \times 0'511 = 0'7154$ ms.
Altura de los orificios $= 0'14025 \times 0'511 = 0'072$ ms.
Circunferencia interior $= 3'1416 \times 0'511 = 1'605$ ms.

$$\text{Número de palas móviles} = \frac{1'605}{0'072} = 22$$

$$\text{Aberturas fijas} = \frac{22}{2} = 11$$

$$\text{El diámetro exterior} = 10 \times \frac{0'511}{7} = 073$$

El efecto útil será por término medio, los 75 centésimos del trabajo absoluto del salto, esto es, $C = 0'01 \times 480 \times 5'60 = 26'88$ caballos.

Para obtener el efecto útil máximo en una turbina bien establecida es preciso que la velocidad de la rueda sea los 70 centésimos de la del agua.

Cuando el gasto de agua y la altura del salto están sujetos á variar, debe hacerse el cálculo con arreglo á esta circunstancia para establecer la turbina en las condiciones que ofrezcan el mayor efecto posible durante el año. Pero si la variacion fuese muy notable, convendria establecer dos ó mas turbinas calculadas para el mayor, mediano y menor gasto y altura del agua.

Comparacion de las ruedas. — De todo lo dicho resulta, que las condiciones que han de llenar las ruedas para producir el efecto máximo no son las mismas, por cual razon no será indiferente emplear cualquiera de ellas, sino que deberá atenderse á las circunstancias de localidad; esto es, á la altura del salto, al gasto de agua, á la velocidad que se exija y á la fuerza que se quiera utilizar.

Así, las ruedas de palas planas movidas por debajo convendrán en los pequeños saltos con mucho gasto de agua: podrán marchar á gran velocidad, pero ofrecerán el inconveniente de utilizar una pequeña fraccion del trabajo debido al salto. No obstante, si estas ruedas se encajonan bien en el canal y reciben el agua por un vertedero, pueden dar hasta los 70 centésimos del efecto motor, aplicándose principalmente en los saltos de 1 á 3 metros. Si el salto fuese mayor, su diámetro que debe ser cuando menos el doble del salto haria la rueda de grandes dimensiones y por lo mismo muy pesada, lo cual aumentaria la pérdida del trabajo por el gran roce de los muñones. Estas ruedas no pueden marchar cuando se sumergen sobre la altura de las palas.

Las ruedas de palas curvas bien ajustadas á un canal de forma circular, cuando el salto es menor de 1'50 m. pueden dar un efecto útil de 0'65 á 0'70, y en saltos mayores, de 0'50 á 0'60 del trabajo absoluto. Pueden marchar á considerable velocidad, sin que se pierda parte de su efecto útil. Su ancho, el del orificio y el del canal son á igualdad de fuerza mucho menores que las de palas planas, de que resulta su construccion mas económica y su peso mucho menor. Estas ruedas pueden marchar sumergidas hasta la tercera parte del salto, lo cual las hace muy útiles en los países sujetos á inundaciones, pero tienen el inconveniente de no poder funcionar á una velocidad menor de la que corresponde al efecto máximo, pues el agua produce una especie de rechazo que inutiliza gran parte del efecto.

Las ruedas de cajones gozan de iguales ventajas que las de palas planas, se aplican á saltos de 3 á 9 metros con poco gasto de agua, y su construccion es menos dispendiosa, pues, no hay necesidad de que la rueda ajuste en un canal circular. No pueden aplicarse á saltos mayores de 8 á 9 metros porque resultarian de grandes dimensiones y la excesiva carga de agua que suportaria el árbol ocasionaria frotamientos considerables. Estas ruedas deben marchar á pequeñas velocidades, por lo que es necesario multiplicar los engranajes de transmision, pero trabajan bien aunque se sumerjan á mayor altura de la corona.

Las turbinas de Mr. Fourneyron se aplican á todos los saltos desde los mas pequeños á los mas grandes. Dan un efecto útil de 70 á 79 centésimos del efecto motor y pueden marchar á velocidades muy diferentes de la que corresponde al efecto máximo sin que el trabajo útil difiera

notablemente de este máximo. Pueden funcionar á todas las profundidades, y en razon del poco espacio que ocupan ofrecen la ventaja de poderse colocar sin inconveniente en cualquier punto del establecimiento á que se destinan. La circunstancia de marchar con velocidad superior á la de otras ruedas dispensa de emplear transmisiones complicadas.

APÉNDICE.

Como en el cuerpo de la obra se han omitido algunas tablas que pueden ser útiles á los constructores y á otros industriales, hemos creido conveniente continuarlas al final de la misma por via de apéndice para que no carezcan de ellas las personas á quienes puedan interesar.

Tabla de la longitud absoluta de un arco segun el número de grados que coge, tomando el rádio por unidad.

Grados del arco.	Longitud.	Grados del arco.	Longitud.	Minutos del arco.	Longitud.	Segundos del arco.	Longitud.
1	0'017453	60	1'047198	1	0'000291	1	0'0000048
2	0'034906	70	1'221731	2	0'000582	2	0'0000097
3	0'052360	80	1'396264	3	0'000873	3	0'0000145
4	0'069813	90	1'570796	4	0'001164	4	0'0000194
5	0'087266	100	1'745329	5	0'001455	5	0'0000242
6	0'104720	120	2'094395	6	0'001745	6	0'0000291
7	0'122173	150	2'617994	7	0'002036	7	0'0000339
8	0'139626	180	3'141593	8	0'003327	8	0'0000388
9	0'157080	210	3'665192	9	0'002618	9	0'0000436
10	0'174533	240	4'188790	10	0'002909	10	0'0000485
20	0'349066	270	4'712389	20	0'005818	20	0'0000970
30	0'523599	300	5'235988	30	0'008727	30	0'0001454
40	0'698132	330	5'759587	40	0'011636	40	0'0001939
50	0'872665	360	6'283185	50	0'014544	50	0'0002424

Tabla de los diámetros, circunferencias, superficies de los círculos, con los cuadrados y cubos de los diámetros.

Diámetro.	Circunferencia.	Superficie del circulo.	Cuadrado del diámetro.	Cubo del diámetro.
1	3'14	0'79	1	1
2	6'28	3'14	4	8
3	9'42	7'07	9	27
4	12'57	12'57	16	64
5	15'71	19'63	25	125
6	18'85	28'27	36	216
7	21'99	38'48	49	343
8	25'13	50'27	64	512
9	28'27	63'62	81	729
10	31'42	78'54	100	1000
11	34'56	95'03	121	1331
12	37'70	113'10	144	1728
13	40'84	132'73	169	2197
14	43'98	153'94	196	2744
15	47'12	176'72	225	3375
16	50'27	201'06	256	4096
17	53'41	226'98	289	4913
18	56'55	254'47	324	5832
19	59'69	283'53	361	6859
20	62'83	314'16	400	8000
21	65'97	346'36	441	9261
22	69'11	380'13	484	10648
23	72'26	415'48	529	12167
24	75'40	452'39	576	13824
25	78'54	490'87	625	15625
26	81'68	530'93	676	17576
27	84'82	572'56	729	19683
28	87'96	615'75	784	21952
29	91'11	660'52	841	24389
30	94'25	706'86	900	27000
31	97'39	754'77	961	29791
32	100'53	804'25	1024	32768
33	103'67	855'30	1089	35937
34	106'81	907'92	1156	39304
35	109'96	962'12	1225	42875

Diámetro.	Circunferencia.	Superficie del círculo.	Cuadrado del diámetro.	Cubo del diámetro.
36	113‘10	1017‘88	1296	46656
37	116‘24	1075‘21	7369	50653
38	119‘38	1134‘12	1444	54872
39	122‘52	1194‘59	1521	59319
40	125‘66	1256‘64	1600	64000
41	128‘81	1320‘26	1681	68921
42	131‘95	1385‘45	1764	73088
43	135‘09	1452‘20	1849	79507
44	138‘23	1520‘53	1936	85184
45	141‘37	1590‘44	2025	91125
46	144‘51	1661‘91	2116	97336
47	147‘65	1734‘95	2209	103823
48	150‘80	1809‘56	2304	110592
49	153‘94	1885‘75	2401	117649
50	157‘08	1963‘50	2500	125000
51	160‘22	2042‘83	2601	132651
52	163‘36	2123‘72	2704	140608
53	166‘50	2206‘19	2809	148877
54	169‘65	2290‘23	2916	157464
55	172‘79	2375‘84	3025	166375
56	175‘93	2463‘01	3136	175616
57	179‘07	2551‘76	3249	185193
58	182‘21	2642‘09	3364	195112
59	185‘35	2733‘98	3481	205379
60	188‘50	2827‘44	3600	216000
61	191‘64	2922‘47	3721	226981
62	194‘78	3019‘08	3844	238328
63	197‘92	3117‘25	3969	250047
64	201‘06	3217‘00	4096	262144
65	204‘20	3318‘32	4225	274625
66	207‘35	3421‘20	4356	287496
67	210‘49	3525‘66	4489	300763
68	213‘63	3631‘69	4624	314432
69	216‘77	3739‘29	4761	328509
70	219‘91	3848‘46	4900	343000
71	223‘05	3959‘20	5041	357911
72	226‘19	4071‘51	5184	373248
73	229‘34	4185‘40	5329	389017
74	232‘48	4300‘85	5476	405224
75	235‘62	4417‘88	5625	421875

Diámetro.	Circunferencia.	Superficie del círculo.	Cuadrado del diámetro.	Cubo del diámetro.
76	238‘76	4535‘97	5776	438976
77	241‘90	4656‘64	5929	456533
78	245‘04	4778‘37	6084	474552
79	248‘19	4901‘68	6241	493039
80	251‘33	5026‘56	6400	512000
81	254‘47	5153‘01	6561	531441
82	257‘61	5281‘03	6724	551368
83	260‘75	5410‘62	6889	571787
84	263‘89	5541‘78	7056	592704
85	267‘04	5674‘52	7225	614125
86	270‘18	5808‘82	7396	636056
87	273‘32	5944‘69	7569	658503
88	276‘46	6082‘14	7744	681472
89	279‘60	6221‘15	7921	704969
90	282‘74	6361‘74	8100	729000
91	285‘88	6503‘90	8281	753571
92	289‘03	6647‘63	8464	778688
93	292‘17	6792‘92	8649	804357
94	295‘31	6939‘79	8836	830584
95	298‘45	7088‘24	9025	857375
96	301‘59	7238‘25	9216	884736
67	304‘73	7389‘83	9409	912673
98	307‘87	7542‘98	9604	941192
99	311‘02	7697‘71	9801	970299
100	314‘16	7854‘00	10000	1000000

Por la presente tabla se halla á la simple inspeccion y sin necesidad de ningun cálculo, el valor de la circunferencia, de la superficie del círculo, el cuadrado y el cubo del diámetro cuando se conoce el valor de este. Así, al diámetro de 30 centímetros le corresponden 94‘25 cents. de circunferencia y 706‘86 centímetros cuadrados de superficie el cuadrado del mismo diámetro se ve que es 900 y el cubo 27000. Si el diámetro viene expresado en milímetros los resultados serán milímetros, y si en metros ó pulgadas, líneas, etc., los resultados serán metros ó pulgadas, líneas, etc.

Tabla del peso absoluto de las barras de hierro forjado, cuadradas y redondas ó cilíndricas por cada metro de su longitud.

Diámetro ó lado en milímetros.	Barras cuadradas.	Barras cilíndricas.	Diámetro ó lado en milímetros.	Barras cudradas.	Barras cilíndricas.
Milímetros.	Kilógramos.	Kilógramos.	Milímetros.	Kilógramos.	Kilógramos.
1	0'0078	0'0061	31	7'495	5'878
2	0'031	0'024	32	7'985	6'256
3	0'070	0'055	33	8'494	6'654
4	0'124	0'098	34	9'016	7'060
5	0'195	0'152	35	9'555	7'486
6	0'280	0'220	36	10'108	7'936
7	0'382	0'302	37	10'678	8'374
8	0'498	0'391	38	11'263	8'833
9	0'631	0'496	39	11'863	9'303
10	0'779	0'612	40	12'480	9'787
11	0'943	0'738	41	13'111	10'282
12	1'122	0'881	42	13'759	10'790
13	1'318	1'032	43	14'422	11'310
14	1'528	1'212	44	15'100	11'842
15	1'755	1'368	45	15'795	12'386
16	1'992	1'564	46	16'504	12'943
17	2'254	1'763	47	17'230	13'512
18	2'524	1'984	48	17'971	14'093
19	2'815	2'202	49	18'727	14'686
20	3'116	2'448	50	19'500	15'292
21	3'438	2·697	55	23'595	18'503
22	3'774	2'954	60	28'080	22'020
23	4'126	3'235	65	32'955	25'843
24	4'488	3'520	70	38'220	29'972
25	4'875	3'823	75	43'875	34'409
26	5'272	4'134	80	49'920	39'147
27	5'686	4'464	85	56'355	44'193
28	6'115	4'848	90	63'180	49'545
29	6'559	5'136	95	70'395	55'203
30	7'020	5'550	100	77'886	61'167

En esta tabla se halla desde luego que una barra cilíndrica de 12 milímetros de diámetro pesará 0'881 kilógramos por cada metro de su longitud y que si fuese cuadrada pesaria 1'122 kg. por metro, siendo su lado de 12 milím.

Tabla del peso de los tubos de hierro laminado, por metro.

Diámetro exterior.	PESO EN KILÓGRAMOS PARA LOS GRUESOS DE				
	1 1/2	2 milimets.	3 milimets.	4 milimets.	5 milimets.
Milímetros.	Kilógramos.	Kilógramos.	Kilógramos.	Kilógramos.	Kilógramos.
10	0'3	0'4	»	»	»
15	0'5	0'6	0'9	»	»
20	0'7	0'9	1'2	»	»
25	0'9	1'1	1'6	»	»
30	1	1'4	2	2'5	»
35	1'2	1'6	2'3	3	3'2
40	1'4	1'9	2'7	3'6	4'3
45	1'6	2'1	3'1	4	4'9
50	1'8	2'3	3'4	4'5	5'5
55	2	2'6	3'8	5	6'1
60	2'1	2'8	4'2	5'5	6'7
65	2'2	3'1	4'5	6	7'5
70	2'4	3'3	4'9	6'5	7'9
75	2'6	3'6	5'3	7	8'5
80	2'9	3'8	5'6	7'4	9'1
85	3'1	4'1	6	7'9	9'8
90	3'2	4'3	6'4	8'4	10'4
95	3'4	4'5	6'7	8'9	11
100	3'6	4'8	7'1	9'4	11'6
105	3'8	5	7'5	9'9	12'2
110	4	5'3	7'9	10'4	12'9

Tabla del peso de los tubos de plomo estirado, por metro.

Diámetro interior.	PESO EN KILÓGRAMOS PARA LOS GRUESOS DE					
	3 milím.	4 milím.	5 milím.	6 milím.	8 milím.	9 milím.
Centímetros.	Kilógramos	Kilógramos	Kilógramos	Kilógramos	Kilógramos	Kilógramos
2	2'4	3'4	4'4	»	»	»
3	3'5	4'8	6'2	7'7	»	»
4	4'6	6'3	8	9'8	»	»
5	5'7	7'7	9'8	12	»	»
6	6'7	9'1	11'6	14'1	»	»
7	7'8	10'5	13'4	16'3	22'2	»
8	8'9	12	15	18'5	25'1	»
9	9'9	13'4	16'8	20'6	27'9	31'8
10	11	14'8	18'6	22'2	30'8	35
11	12'1	16'3	20'4	24'9	33'6	38'2
12	13'1	17'7	22'2	27'1	36'5	41'4
13	14'2	19'1	24	29'1	39'3	44'6
14	15'3	20'5	25'7	31'2	42'2	47'8
15	16'4	22	27'5	33'3	45	51
16	17'4	23'4	29'3	35'4	47'9	54'2
17	18'5	25	31'1	37'6	50'7	57'5
18	19'6	26'3	32'9	39'7	53'6	60'7
19	20'6	27'8	34'7	41'8	56'5	63'9
20	21'7	29'2	36'4	44'1	59'4	67'1

Tabla del peso de los tubos de hierro colado, por metro largo.

Diámetro interior.	PESO EN KILÓGRAMOS PARA LOS GRUESOS DE					
	10 mils.	11 mils.	12 mils.	13 mils.	14 mils.	15 mils.
Centímetros.	Kilógramos	Kilógramos	Kilógramos	Kilógramos	Kilógramos	Kilógramos
10	24'9	27'6	30'4	33'2	36'1	39
12	29'4	32'6	35'8	39'1	42'4	45'8
14	33'9	37'6	41'3	45	48'8	52'6
16	38'4	42'5	46'7	50'9	55'1	59'4
18	43'9	47'5	52'1	56'7	61'4	66'1
20	47'5	52'5	57'1	62'6	67'7	72'9
22	52	57'4	63	68'5	74'1	79'7
24	56'5	62'4	68'4	74'4	80'4	86'5
26	61'1	67'4	73'8	80'3	86'8	93'3
28	66'6	72'4	79'2	86'2	93'1	100'1
30	70'1	77'4	84'7	92	99'4	106'9
32	74'6	82'3	90'1	97'9	105'8	113'7
34	79'2	87'3	95'5	103'8	112'1	124'4
36	83'7	92'3	101	109'7	118'4	127'2
38	88'2	97'3	106'4	115'6	124'7	134
40	92'7	102'2	111'8	121'4	131'1	140'8
42	93'7	107'2	117'3	127'3	137'4	147'6
44	101'8	112'2	122'7	133'2	143'8	154'3
46	106'3	117'2	128'1	139'1	150'1	161'1
48	110'8	122'2	135'5	145	156'4	167'9
50	115'3	127'1	139	150'8	162'8	174'7

Tabla del peso de las planchas por cada metro cuadrado.

Grueso de la plancha.	PESO EN KILÓGRAMOS PARA LA PLANCHA DE					
	hierro laminado.	cobre rojo.	plomo.	zinc.	estaño.	plata.
Milímetros.	Kilógramos.	Kilógramos.	Kilógramos.	Kilógramos.	Kilógramos.	Kilógramos.
1/4	1'947	2'197	2'838	1'715	1'825	2'652
1/2	3'894	4'394	5'676	3'430	3'650	5'305
1	7'788	8'788	11'352	6'861	7'300	10'610
2	15'576	17'576	22'704	13'722	14'600	21'220
3	23'364	26'364	34'056	20'583	21'900	31'830
4	31'153	35'152	45'408	27,444	29'200	42'440
5	38'940	43'940	56'760	34'305	36'500	53'050
6	46'728	52'728	68'112	41'166	43'800	63'660
7	54'516	61'516	79'464	48'027	51'100	74'270
8	62'304	70'304	90'816	54'888	58'400	84'880
9	70'092	79'092	102'168	61'749	65'700	95'490
10	77'880	87'880	113'520	68'610	73'000	106'100
11	85'668	96'668	124'872	75'471	80'300	116'710
12	93'456	105'456	136'224	82'332	87'600	127'320
13	101'244	114'244	147'576	89'193	94'900	137'930
14	109'032	123'032	158'928	96'054	102'200	148'540
15	116'820	131'820	170'280	102'915	109'500	159'150
16	124'608	140'608	181'632	109'776	116'800	169'760
17	132'396	149'396	192'984	116'637	124'100	180'370
18	140'184	158'184	204'336	123'498	131'400	190'980
19	147'972	166'972	215'688	130'359	138'700	201'590
20	155'760	175'760	227'040	137'220	146'000	212'200

En la columna respectiva de la tabla se ve el número de kilógramos y milésimos de kilógramo que pesa un metro cuadrado de plancha, por cual razon se hallará el peso de una plancha cualquiera multiplicando su extension en metros cuadrados por el peso que da la tabla para el grueso correspondiente.

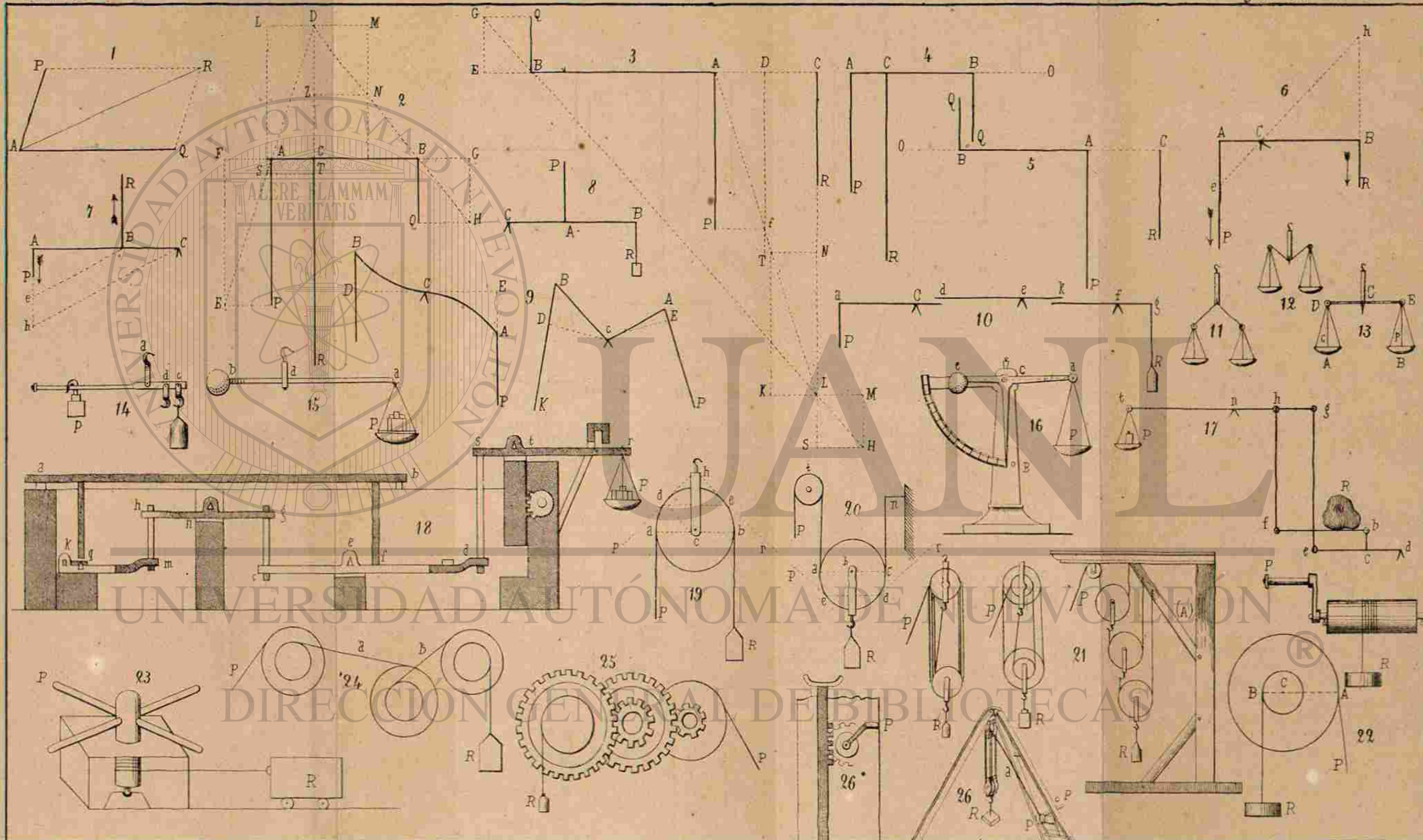
La tabla de los pesos específicos de la página 35 sirve tambien para hallar el peso absoluto de un cuerpo cualquiera conociendo el volúmen en decímetros cúbicos como se dijo en el lugar correspondiente, y si se quiere el peso en kilógramos de un metro cúbico de cualquier sustancia bastará correr la coma decimal tres lugares hácia la derecha en cada número de dicha tabla.

ÍNDICE.

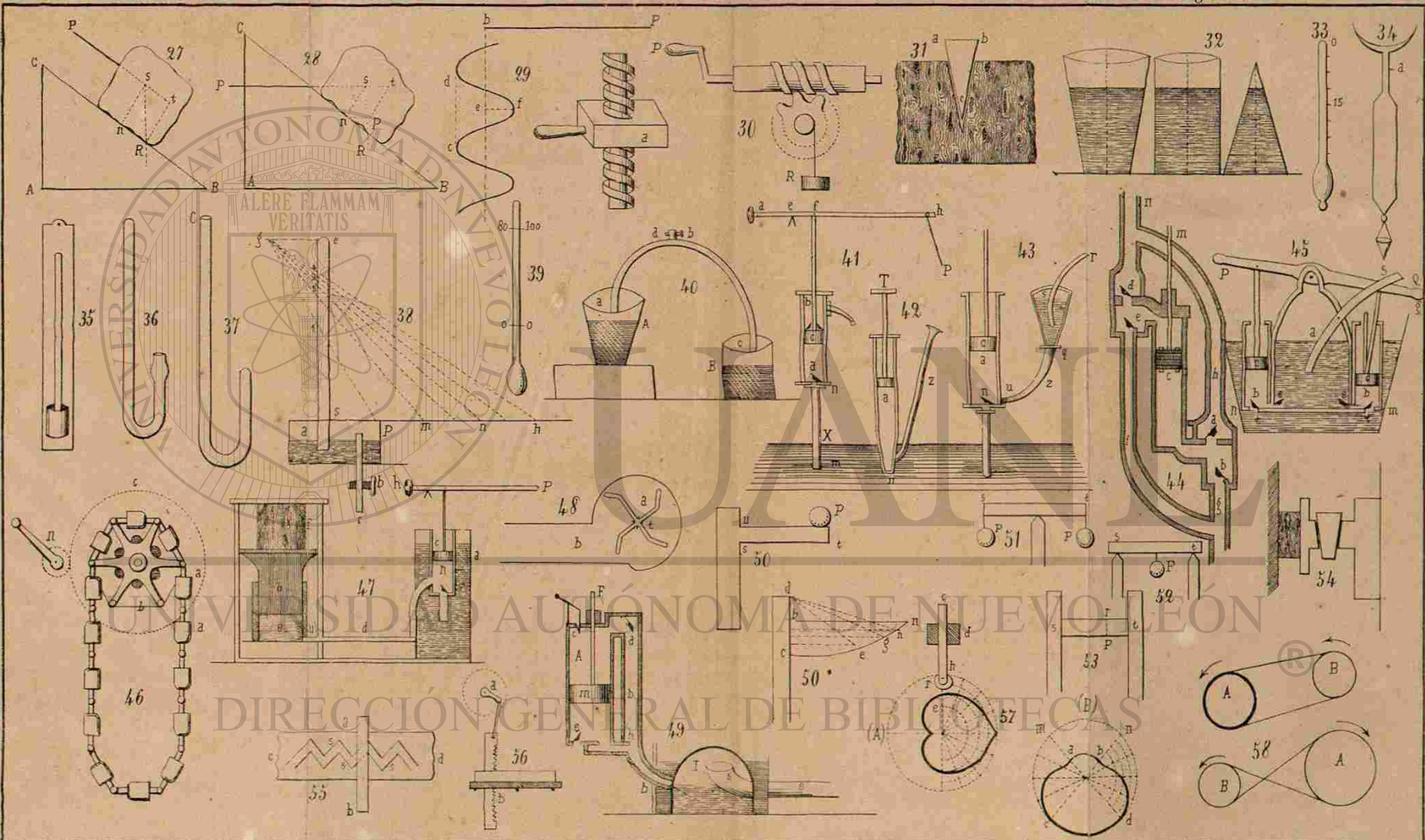
FIN.

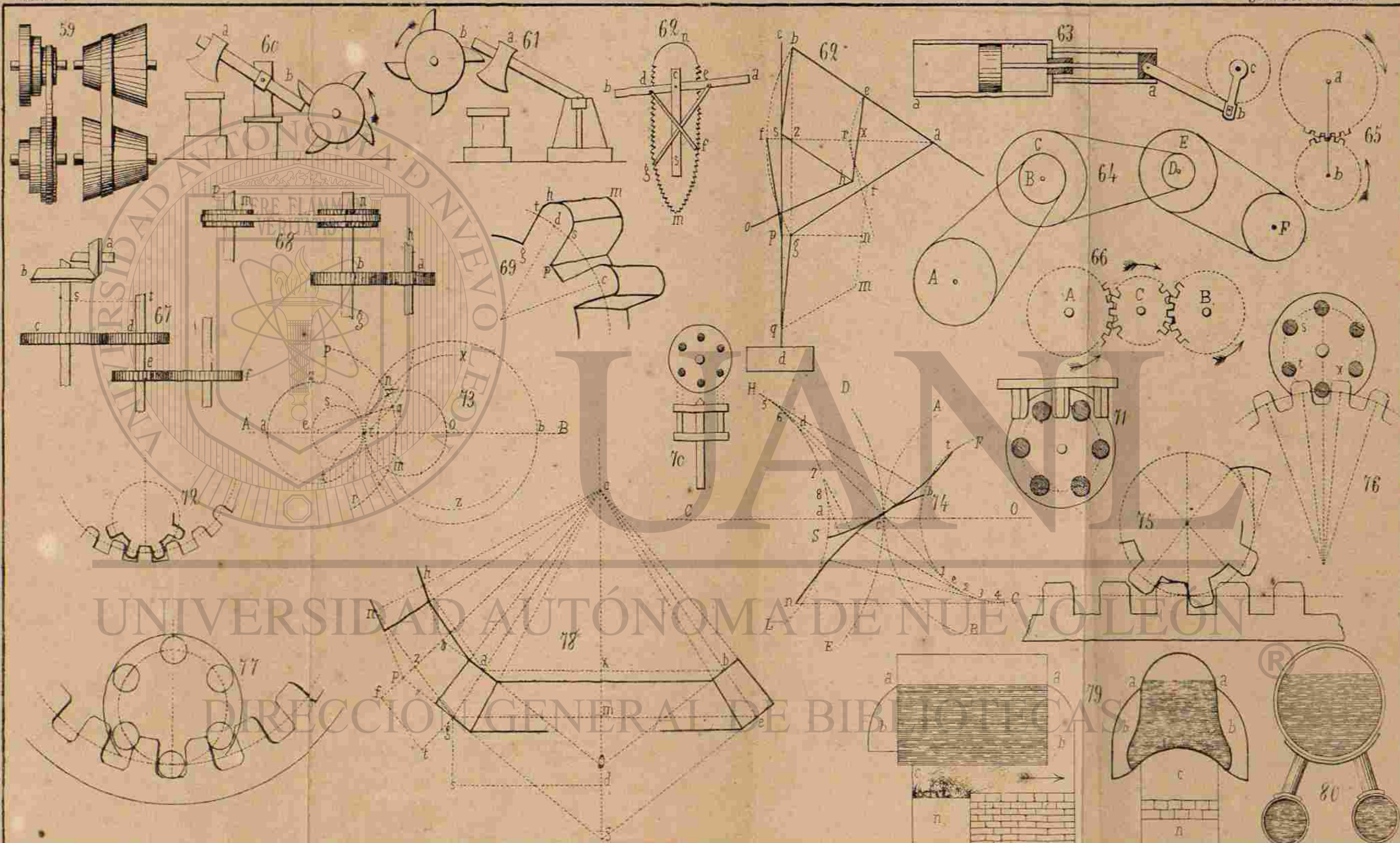
FE DE ERRATAS.

Pág.	Línea.		Dice.	Léase.
20	27		CD	CB
37	2		$^2/_4$	$^3/_4$
38	1		2'4966	2'4976
41	15		P:R::BC	P:R::BC:AC
59	27		9×9	4×9
124	11	(últi.ª columna)	153,400	158,400
242		(2.ª columna)	Milímetros	Metros
306		(última línea de la antepenúltima columna)	48	58
314	17	(columna 16)	1441	1341
330	8	(columna 6.ª)	0'003327	0'002327
336	17	(id. 2.ª est. 1.º)	93'7	97'3

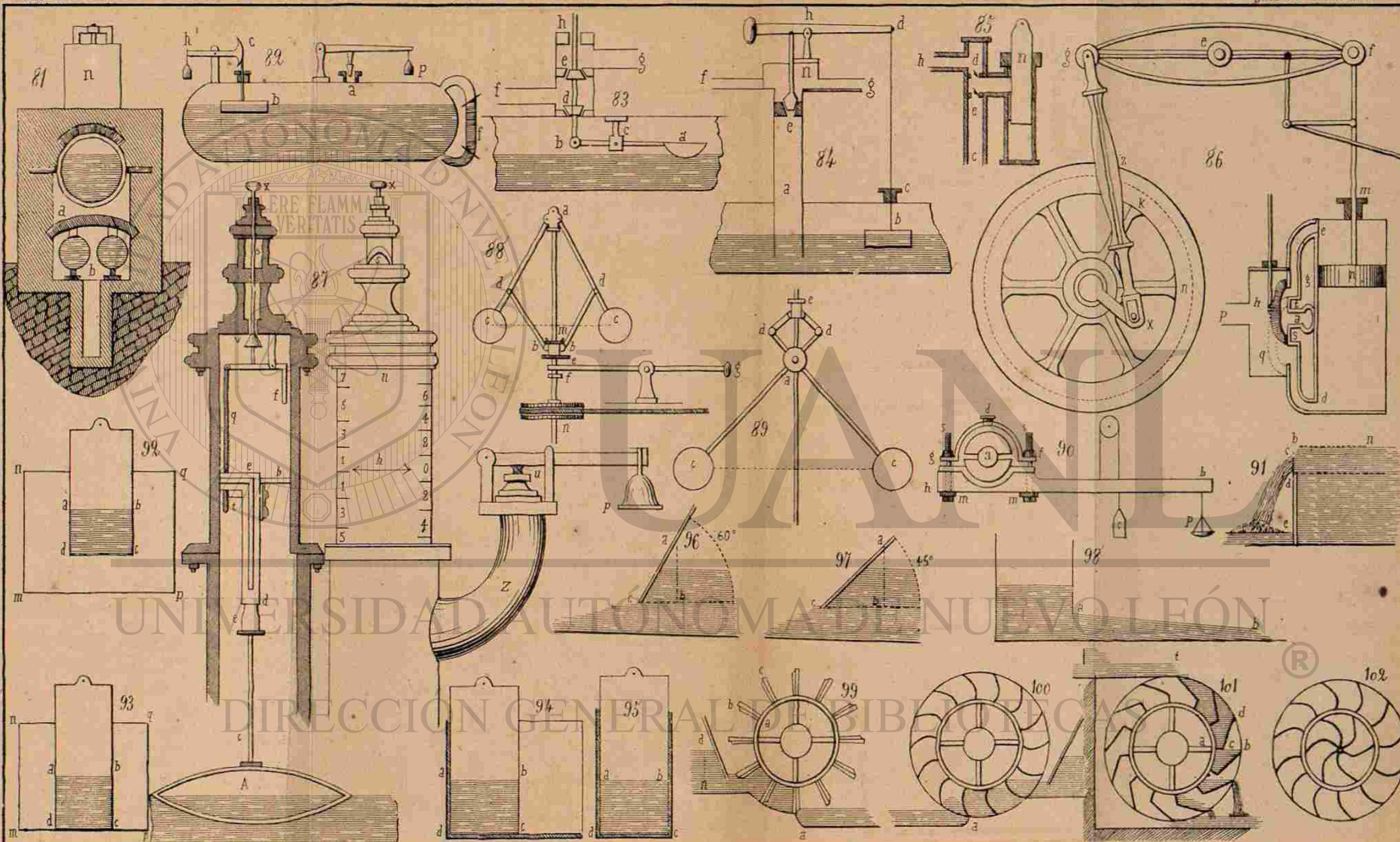


LIT. CATALANA, RAMBLA ESTUDIOS 1.


27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
50*
51
52
53
54
55
56
57
58
ALERE FLAMMAM VERITATIS



La Catalana Rambla



Lit. Catalana, Rambla 1.