

cuatro bien iguales; dos de las cuales corresponderán al diente y otras dos al hueco ó vacío. Hecho esto, para determinar la curvatura de los dientes en la rueda cb , se traza sobre el radio ec como diámetro una circunferencia cse , y suponiendo que gira sobre la cb , que se considera fija, describirá con el punto c una epicycloide ct , y esta será la curvatura del diente. Para la curva del diente de la otra rueda ac se supondrá que la circunferencia cno gira sobre la ca y el arco de epicycloide resultante del movimiento del punto c dará la curvatura correspondiente. Dirigiendo el radio eq por el punto t á que corresponde el eje del diente, la intersección q con la epicycloide será su vértice, trazando la circunferencia pqr , la intersección de esta con la $cnom$ dará el punto n por donde debe pasar la circunferencia que determina la magnitud del flanco. También podía obtenerse la altura del mismo haciéndola igual á $\frac{1}{4}$ de la altura total del diente.

En todo rigor el fondo del vacío entre dos dientes debiera formarse por medio de una epicycloide prolongada, tomando por círculo fijo el primitivo cb y por círculo móvil el pq , quedando para la parte recta la comprendida entre las circunferencias cb y xz .

Los engranajes contruidos bajo los principios que se acaban de exponer exigen que los diámetros relativos de las ruedas no varien sensiblemente, pues reemplazando una de las dos ruedas por otra de diferente diámetro, el engrane no se hace de un modo regular porque la curvatura de los dientes está en relación de los diámetros. La distancia de los centros debe también permanecer invariable y en la práctica se observa que esta condición no puede ser completamente llena en muchos casos.

Tales inconvenientes han hecho que se haya preferido por algunos mecánicos la construcción del engranaje con

la *evolvente del círculo*, obteniendo con esto las ventajas siguientes:

1.^a Una de las ruedas puede substituirse por otra de diámetro distinto, teniendo igual el paso, porque la curva del diente no guarda relación con el diámetro.

2.^a La distancia de los centros podrá variar de cierta cantidad, y las curvas no podrán ser prolongadas sin dejar de estar en contacto, pues que guardan siempre una misma distancia entre sí.

3.^a La forma de los dientes por la evolvente es infinitamente mas favorable á la resistencia, comparada con las de la epicycloide, porque la parte mas gruesa resulta en el origen sobre el anillo de la rueda y se halla en la parte interior respecto al punto de contacto.

Para la construcción de los engranajes por medio de la evolvente del círculo se procederá como sigue:

Trácese las circunferencias primitivas AB , DE (fig. 74) que sean tangentes en el punto c , y colóquese desde a hasta b la altura total del diente segun se haya deducido por el cálculo, de modo, que las partes ac y cb guarden la misma relación que los radios Cc , Oc . Describanse las circunferencias HL y FG , y trácese la recta ed que pasando por el punto c sea tangente á las dos. Las dos partes cd , ec de la tangente serán las directrices primitivas de dos evolventes st y bn tangentes en el punto c . Para obtener estas curvas, se toman á arbitrio varios puntos 1, 2, 3, 4, etc., sobre la circunferencia FG , se trazan por ellos las tangentes respectivas y dando á cada una la magnitud indicada por la directriz ec mas ó menos el arco rectificando $e2$, $e3$, $e4$ ó $e1$, se tendrán los puntos correspondientes á la evolvente nb . La evolvente st se trazará de un modo idéntico por medio de los puntos 5, 6, 7, etc.

Cuando se han trazado las dos evolventes con toda la

aproximacion posible, se toman por medio de una plantilla y se van colocando respectivamente en cada uno de los puntos señalados sobre las circunferencias primitivas, y así se obtiene la forma exacta de los dientes. Siendo *ab* igual á la altura del diente, se sigue, que las circunferencias HL y FG determinarán los límites de todas ellas salvo una pequeña parte que se tomará de mas en el fondo del vacío para que quede el juego necesario.

Con este procedimiento se tendrá un engranaje ventajoso que á mas de reunir las circunstancias antes indicadas, goza de la propiedad de que todos los puntos de contacto de los dientes corresponden sobre la tangente geométrica *ed*.

Engranaje de una rueda ó de un piñon con una barra dentada. Una barra dentada es una pieza rectangular ó prismática armada con cierto número de dientes cuya forma es semejante á los de las ruedas. Esta barra engrana con los dientes de una rueda ó piñon para conducir ó ser conducida, en cuyo caso se tiene la transformacion del movimiento circular continuo en rectilíneo continuo ó viceversa. La barra dentada acostumbra ser perfectamente recta porque su movimiento es rectilíneo; pero hay casos particulares en que se le da una forma circular y entonces equivale á una porcion de rueda, que en lugar del movimiento circular continuo adquiere el circular alternativo.

Los movimientos que resultan en este engranaje pueden considerarse de la manera siguiente: 1.º cuando el piñon se halla en un eje fijo y comunica á la barra dentada un movimiento rectilíneo de traslacion; 2.º cuando el piñon está en un eje fijo y es conducido por el movimiento rectilíneo de la barra dentada; y 3.º cuando la barra dentada está fija y el árbol en que se halla el piñon

tiene un movimiento de traslacion marchando con la rotacion producida por el engranaje.

En todos los casos y circunstancias indicadas el trazado de los dientes se hará del mismo modo y forma, cuidando que el paso del engranaje en la barra sea idéntico al paso rectificado de la rueda; la curva de los dientes de la barra debe ser una cicloide como indica la (fig. 75) y la de los dientes de la rueda ó piñon se hace con la evolvente de su círculo primitivo. Los vacíos ó huecos deben ser rigurosamente elípticos cuyos ejes serán el ancho y el doble de su profundidad.

La velocidad á la circunferencia primitiva de la rueda ó del piñon es idéntica á la de la barra dentada, y la fórmula $V \times 60 = 3'1416 \times D \times N$ nos dará el valor de cualquiera de las tres cantidades V, D, N cuando se conozcan las otras dos, teniendo presente que V representa la velocidad por segundo, D el diámetro de la rueda ó piñon y N el número de vueltas que da por minuto.

Engranaje exterior de una rueda plana y una linterna. La rueda (fig. 76) puede conducir ó ser conducida por la linterna, y las velocidades en las circunferencias primitivas serán idénticas. El radio de los usillos es la cuarta parte de la distancia entre sus ejes, y el paso del engranaje en la rueda debe ser igual á esta misma distancia *st*. La curvatura de los dientes se obtendrá por la epicicloide que describe la circunferencia primitiva de la linterna rotando sobre la de la rueda, y el fondo del vacío debe ser una semicircunferencia trazada sobre la cuerda del arco correspondiente como diámetro. La línea que une los ejes de dos usillos consecutivos determina en el punto *x* la altura en que deben cortarse los dientes.

Engranaje interior de una rueda y una linterna. El engranaje interior de una rueda y una linterna (fig. 77) se

construye de un modo semejante al exterior. El radio de los usillos de la linterna es tambien la cuarta parte de la distancia entre sus ejes; la curvatura de los dientes es la epicicloide interior que describe la circunferencia primitiva de la linterna girando en el interior del círculo primitivo de la rueda. El fondo del hueco ó vacío es tambien una semicircunferencia, y la recta que une los ejes de dos usillos consecutivos señalará el punto en que deben cortarse los dientes. Para disminuir el rozamiento se hace que los usillos de la linterna tengan un movimiento giratorio al rededor de un eje de hierro que les atraviesa en toda su longitud.

Engranaje del tornillo sin fin. Este engranaje (fig. 30) consiste en una rueda cuyos dientes engargantan con los vacíos ó huecos de un tornillo ó rosca; sirve para obtener velocidades muy lentas y el principio de su construcción es el mismo que ha servido para los precedentes. Los ejes, por lo general, forman ángulo recto y se hallan en distinto plano; los filetes del tornillo tienen el mismo perfil que los dientes de una barra dentada, y los dientes de la rueda afectan igual inclinación que el filete de la rosca.

Para delinear este engranaje se debe suponer el tornillo y la rueda cortados por un plano que pase por el eje del tornillo, y el trazado de los dientes y del filete se hará como en el engrane de la barra dentada con el piñón.

El paso del tornillo deberá ser idéntico al paso rectificado de la rueda, de tal modo que ha de caber en la circunferencia primitiva de esta un número exacto de veces. Se trazarán las hélices correspondientes á la parte interior y exterior del filete de la rosca, y su parte curva será la cicloide descrita por un círculo que tenga por diámetro el radio de la rueda. La curvatura de los dientes de esta será la evolvente de su círculo primitivo.

La inclinación de los dientes de la rueda se hallará en la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuya base sea la circunferencia rectificada del cilindro primitivo del tornillo y la altura el paso de la rosca en el mismo.

La fórmula $6'2832 \times R = n \times p$ dará cualquiera de las tres cantidades R , n , p cuando se conozcan las otras dos, advirtiendo que R es el radio de la rueda; n el número de vueltas del tornillo por cada una de la rueda, y p el paso de la rosca ó de la rueda.

En el tornillo sin fin, el esfuerzo no puede ser considerable en razón de la poca superficie que el diente tiene en contacto y por la descomposición de la fuerza que ocasiona la dirección inclinada de los dientes de la rueda.

Lo mas general es que el tornillo conduzca la rueda, pero si al contrario, la rueda ó piñón debiese conducir al tornillo seria preciso hacerlo con dos ó mas filetes para facilitar mejor la transmisión por la mayor inclinación de estos: esta es la disposición que generalmente se aplica á los ventiladores de forjas volantes y en otros casos en que debe transmitirse una gran velocidad sin aparato intermedio.

Engranaje helizoide. Cuando dos ejes que se hallan en distinto plano forman entre sí un ángulo cualquiera y el esfuerzo que han de transmitir es poco, pueden ser conducidos mutuamente por medio de dos piñones cuyos dientes tengan la forma de hélice asemejándose á un tornillo de muchos filetes. La fuerza transmitida por esta clase de engranajes no podrá ser de consideración, porque descompuesta por la oblicuidad de los dientes obraría directamente sobre los ejes y falsearía estos ó determinaría la ruptura.

Si los diámetros de los dos piñones son iguales, estos resultarán perfectamente idénticos, y la inclinación de los

dientes respectivos estará indicada por la bisectriz del ángulo que forman los dos ejes; si fuesen desiguales podría determinarse aquella inclinación dividiendo el ángulo de los ejes en partes proporcionales á los mismos diámetros.

El trazado de los dientes deberá hacerse sobre las proyecciones respectivas de los piñones según la posición correspondiente de los ejes. Cada piñón podrá considerarse como una porción de tornillo ó rosca de un paso extremadamente largo y con tantos filetes cuantos sean los dientes que contenga.

Engranajes cónicos ó de ángulo. Cuando dos ejes están situados en un mismo plano y son perpendiculares ú oblicuos se emplean generalmente para conducirlos las *ruedas llamadas cónicas ó de ángulo.*

Las leyes de la resistencia y de las velocidades de rotación para los engranajes cónicos son absolutamente las mismas que para las ruedas planas.

El procedimiento para trazar y construir esta clase de engranajes es exactamente el mismo, ya sea que los ejes formen un ángulo recto, agudo ú obtuso.

En todos los casos (fig. 78) las dos ruedas de ángulo que se conducen forman dos conos truncados pertenecientes á dos conos enteros *cng*, *cge* que tienen la misma generatriz *gc* y el vértice *c* en el mismo punto. Los ejes *fc*, *dc* de los dos árboles forman los ejes de los mismos conos. La relación entre los diámetros *ah*, *ab* perpendiculares á los respectivos ejes determina la razón inversa entre las rotaciones de los dos árboles.

Para trazar y construir un engranaje de ángulo será preciso conocer los diámetros primitivos de las dos ruedas y la inclinación correspondiente de los árboles; se determinará la posición exacta de los círculos primitivos, para trazar luego la forma geométrica de los dientes.

Para construir el engranaje cónico de una rueda y un piñón, se procederá como sigue: trácense las líneas *cd* y *cf* que formen entre sí un ángulo igual al de los dos árboles ó ejes; en un punto cualquiera *d* levántese una perpendicular *ds* igual al radio de la rueda, y en otro punto *f* otra perpendicular *ft* igual al radio del piñón; por los extremos *s* y *t* de estas perpendiculares diríjense paralelas á los respectivos ejes que se encontrarán en *g*. Desde el punto *g* trácense las *gn* y *ge* perpendicularmente á los ejes *cf*, *cd* haciendo que *me=mg* y *nz=zg*, y dirigiendo al vértice *c* las líneas *nc*, *gc*, *ec*, se tendrán los conos primitivos *gnc*, *gnc* de la rueda y del piñón; las circunferencias trazadas sobre *ge* y *gn* serán sus circunferencias primitivas. Tómese desde *g* hasta *a* una magnitud igual á la latitud ó ancho del diente en el sentido del eje y trácense *ab*, *ah* paralelas á *ge*, *gn*; y como el flanco y la curvatura se dirigen al vértice común *c* al propio tiempo que deben formar parte de otros conos cuyas generatrices sean perpendiculares á las de los primitivos, se concebirán las *Sg*, *Se*, *Oa*, *Ob* perpendiculares á *gc*, *ec*, y los conos *aOb*, *gSe* comprenderán el perfil de los dientes para el interior y el exterior del anillo ó corona de la rueda. Sobre las circunferencias primitivas trazadas con los radios *gm*, *ax* se hará la división correspondiente al número de los dientes de la rueda, practicando otro tanto para los del piñón sobre los círculos respectivos.

Los nuevos conos *abO*, *gSe*, *hoa*, *ngp* se pueden llamar complementarios y por su medio se observa que el contacto íntimo de dos dientes consecutivos tiene lugar en la línea *Sp* que comprende dos generatrices de dichos conos: considerando pues el desarrollo de sus superficies, cual se ha hecho con los círculos primitivos de las ruedas planas, se tendrá la disposición mas propia para determi-

nar la forma y magnitud de los dientes en la parte anterior y posterior de la rueda. Señalando las divisiones correspondientes sobre las proyecciones *ge* y *ng* de la rueda y del piñon, y dirigiendo por los puntos de division líneas al vértice *c*, resultará la proyeccion verdadera del engranaje propuesto.

Rigurosamente hablando la curvatura de los dientes en los engranajes cónicos corresponde á la epicicloide esférica, curva cuyo trazado es difícil y muy entretenido, por cual razon Mr. Poncelet ha simplificado este trabajo refiriéndola, como queda indicado, á la epicicloide plana descrita por las superficies circulares resultantes del desarrollo de los conos complementarios, de modo, que la curva de los dientes será una porcion de la epicicloide plana trazada por la rotacion respectiva de los círculos cuyos rádios sean los lados *Sg*, *pg* de los citados conos.

Cuando la rueda cónica debe llevar dientes de madera se construye su anillo con las aberturas correspondientes para recibirlos. Estas aberturas se harán de una forma semejante á la de los dientes, y entrando estos con toda la justificacion posible se sujetarán perfectamente en la parte interior del anillo por medio de clavijas que cojan todo su espesor. Al sujetar los dientes debe evitarse en cuanto sea posible tener que agujerear los brazos, y cuando la rueda sea de grandes dimensiones y deba construirse por partes se procurará que el número de dientes sea exactamente divisible por el número de brazos con el fin de que no coincida ningun diente con los nervios de los mismos brazos. Los pernos que sirven para sujetar las porciones de anillo en que se haya dividido la rueda deben tener su diámetro proporcional á las dimensiones del engranaje para que por su seccion puedan ofrecer cuando menos la resistencia de un diente.

Mediante una construccion bien entendida y procurando que las partes estén perfectamente unidas, la rueda tendrá la misma resistencia que si fuese de una sola pieza.

De lo dicho respecto á los engranajes cónicos, se pueden inferir las observaciones siguientes:

1.^a En un engranaje cónico no se puede variar á voluntad el diámetro de una de las dos ruedas en contacto sin hacer variar el otro, porque la inclinacion de sus dientes y la posicion rigurosa de las dos depende necesariamente de sus diámetros respectivos. Una rueda de ángulo solo podrá conducir dos ó mas piñones cuando estos sean de igual diámetro.

2.^a Si una misma rueda de ángulo conduce á otras dos cuyos ejes se hallan en una línea recta, las rotaciones de estos ejes se verificarán en sentido contrario. Esta propiedad se utiliza muchas veces para los movimientos alternativos.

3.^a La colocacion de las ruedas de ángulo debe hacerse con mucha escrupulosidad y es menester que sus ejes sean bien rígidos para que los dientes de la una coincidan exactamente en los vacíos de la otra y no se separen de esta situacion, pues de lo contrario se verificaria la ruptura ó cuando menos ofrecerian un frotamiento considerable en perjuicio de la potencia transmitida.

4.^a El cálculo para determinar el espesor de los dientes en atencion al esfuerzo que deben suportar, se hará del mismo modo y por iguales fórmulas que en las ruedas planas; y si bien parece natural que para señalar el espesor y demas dimensiones de los dientes se debe considerar la circunferencia correspondiente al punto medio de su ancho *ga*, no obstante, es mas fácil hacerlo en la circunferencia correspondiente al mayor diámetro *ge* y sobre esta se hacen las divisiones y se toman todas las medidas, que-

dando sobradamente compensada la diferencia que podria resultar en contra del espesor haciendo que el número resultante de los dientes disminuya de uno ó dos para que esté en relacion con el número de brazos de la rueda y con la rotacion de la misma.

Finalmente las ruedas de ángulo son mas difíciles de trazar y de construir que las ruedas planas, y además tienen el inconveniente de ejercer presiones laterales que tienden á hacer resbalar los ejes, lo cual ocasiona siempre rozamientos inútiles y perjudiciales. Por esta razon mientras lo permitan las disposiciones particulares de las máquinas se preferirán los engranajes planos á los cónicos por ser menos dispendiosos que estos y no ofrecer tantos inconvenientes.

Advertencia. No hemos tratado de explicar el trazado de las cicloides, epicicloides y evolventes en razon de que se enseña su construccion teórica y práctica al hacer los elementos de dibujo lineal que son indispensables á todos los industriales que se ocupan de las máquinas. El trazado minucioso de dichas curvas se hallará en las obras de dibujo lineal publicadas en Barcelona y en otros puntos de España.

Otra. Para la construccion de los dientes de madera se tendrá presente que el *boj* es la mas resistente de todas, siguiendo por su órden la *encina*, la *acacia*, el *roble*, el *olivo* y el *peral*. El *olmo* no sirve para dientes porque hace estopa, pero es la mejor madera para ejes de los carros, y para camones de ruedas.

VAPOR Y SUS EFECTOS.

Cuando un líquido cualquiera se halla sometido á la accion del fuego se descompone en partes sumamente su-

tiles que se elevan por el aire formando una especie de humo, y esto es lo que se llama *vapor*. El vapor que mas nos interesa conocer es el de agua y vamos á tratar de sus principales propiedades.

Si se calienta el agua contenida en un vaso abierto su temperatura se eleva hasta 100 grados del termómetro centígrado ú 80 de Reaumur; en este instante se establece el equilibrio entre la presion del aire y la temperatura del agua que entra en el estado de ebulicion formando un vapor muy visible. Este vapor producido al aire libre no tiene ninguna fuerza, y por mas que se continúe la combustion la temperatura del agua no varia sensiblemente empleándose el exceso de calórico en reducir á vapor toda el agua contenida en el vaso.

Cuando el agua es calentada en el interior de un vaso herméticamente cerrado, el vapor producido pasa á ocupar el espacio libre de la parte superior y adquiere una tension ó fuerza elástica que aumenta con la temperatura del agua; la tension del vapor y la temperatura que la produce se hallan tan íntimamente enlazadas que la una no puede aumentar ni disminuir sin que la otra aumente ó disminuya convenientemente. La concentracion del vapor en el interior de una caldera herméticamente cerrada, á una temperatura mas ó menos elevada, hace que su potencia sea mas ó menos enérgica.

Presion del vapor. Llámase presion, tension ó fuerza elástica del vapor al esfuerzo que ejerce sobre la unidad de superficie. Esta unidad de superficie que se toma por término de comparacion, es el centímetro cuadrado.

La fuerza elástica del vapor se aprecia generalmente en atmósferas; pues se toma por unidad la presion atmosférica que, como se dijo al tratar del barómetro, equivale á 1·0335 kg. por cada centímetro cuadrado de superficie,