

TATOS DE LAS LATITUDES OBSERVADAS EN MORELIA CON UN SEXTANTE DE TROUGHTON, Y RESULTADOS OBTENIDOS.

FECHAS.	PARES OBSERVADOS.	VALORES DE T	VALORES DE T'	LATITUDES OBTENIDAS.
Febrero 23	I	6 <sup>b</sup> 26 <sup>m</sup> 57 <sup>s</sup> . 87	8 <sup>b</sup> 26 <sup>m</sup> 28 <sup>s</sup> . 39	19° 42' 03". 3
" 24	I	6 26 45. 54	8 26 41. 02	19 42 03. 3
Marzo 5	I	6 23 03. 13	8 30 34. 45	19 42 00. 0
" 7	I	6 41 21. 72	8 12 25. 86	19 42 15. 7
" 12	I	6 50 15. 81	8 04 04. 09	19 42 16. 6
" 20	I	6 47 24. 58	8 06 40. 10	19 41 58. 6
" 24	II	9 16 59. 15	8 43 05. 67	19 42 12. 8
" 25	II	9 14 21. 11	8 44 14. 39	19 42 08. 0
" 26	III	10 37 51. 64	10 27 23. 72	19 42 15. 7
" 28	III	10 35 47. 74	10 29 38. 04	19 42 21. 4
" 29	II	9 14 39. 57	8 44 06. 37	19 42 08. 5
" 29	III	10 35 50. 34	10 29 40. 42	19 42 21. 4
" 30	II	9 14 40. 69	8 44 05. 29	19 42 08. 5
" 30	III	10 35 50. 40	10 29 30. 36	19 42 22. 8
" 31	II	9 14 46. 55	8 43 55. 51	19 41 57. 1
" 31	III	10 35 47. 14	10 29 32. 12	19 42 17. 1
Promedio.....				19° 42' 10" 7

Determinemos ahora el error probable en la determinacion de latitud.

Llamando *v* á cada una de las diferencias entre cada resultado obtenido y el promedio de todos ellos; (*v*) la suma aritmética de las diferencias; *n* el número de resultados; *r* el error probable de un solo resultado; *r*<sub>0</sub> el del promedio, y *c* una cantidad constante igual á 0.8453, tendríamos:

$$r = \frac{c}{\sqrt{n(n-1)}}$$

$$r_0 = \frac{c}{\sqrt{n}}$$

Los datos para la aplicacion de las fórmulas anteriores, son los siguientes:

Número de observaciones.	Latitudes obtenidas.	Valores de <i>v</i> .
1 <sup>a</sup> .....	42' 03" 3.....	-07" 4
2 <sup>a</sup> .....	42 03 3.....	-07 4
3 <sup>a</sup> .....	42 00 0.....	-10 7
4 <sup>a</sup> .....	42 15 7.....	+05 0
5 <sup>a</sup> .....	42 16 6.....	+05 9
6 <sup>a</sup> .....	41 58 6.....	-12 1
7 <sup>a</sup> .....	42 12 8.....	+02 1
8 <sup>a</sup> .....	42 08 0.....	-02 7
9 <sup>a</sup> .....	42 15 7.....	+05 0
10 <sup>a</sup> .....	42 21 4.....	+10 7
11 <sup>a</sup> .....	42 08 5.....	-02 2
12 <sup>a</sup> .....	42 21 4.....	+10 7
13 <sup>a</sup> .....	42 08 5.....	-02 2
14 <sup>a</sup> .....	42 22 8.....	+12 1
15 <sup>a</sup> .....	41 57 1.....	-13 6
16 <sup>a</sup> .....	42 17 1.....	+06 4
Promedio.....	42' 10" 7.....	( <i>v</i> )=116" 2

Haciendo el cálculo, tendríamos:

<i>n</i> .....	1.2041	<i>c</i> .....	9.9270
( <i>n</i> -1).....	1.1764	( <i>v</i> ).....	2.0652
.....	2.3805	.....	1.9922
√.....	1.1902.....	.....	1.1902

$$r \dots \dots \dots 0.8020 \quad r = 6'' 34$$

$$\sqrt{n} \dots \dots \dots 0.6020$$

$$r_0 \dots \dots \dots 0.2000 \quad r_0 = 1'' 58$$

La latitud encontrada corresponde á una casa, cuyo paralelo dista al Sur del que pasa por la torre Oeste de la Catedral, 55 metros ó bien 1". 8; cuya cantidad añadida á 18° 42' 10" 7, resulta definitivamente que la latitud de Morelia referida á la torre Oeste de la Catedral, con un error probable de 1". 58, es 19° 42' 12" 5 N.

LONGITUD.

De los métodos generales que hay para determinar la longitud, el que da lugar á mayor incertidumbre, es seguramente el que está fundado en observaciones de la luna, puesto que un error cronométrico llega á producir en los resultados una diferencia 20 ó 30 veces mayor; habiendo además otras causas de error, como es la que proviene de los errores mismos de las tablas. Las expediciones cronométricas, y sobre todo, las señales instantáneas, en las que se debe incluir principalmente el telégrafo, cuya aplicación á la astronomía ha tenido tan feliz éxito, son métodos que dan suficiente aproximación; pero que por desgracia no se pueden contar entre los métodos comunes. Las ocultaciones de estrellas por la luna y los eclipses de sol, ofrecen también muy buenos datos para determinar la longitud de un lugar; pero tienen también la desventaja de ser fenómenos que se presentan muy raras veces.

No encontrándome, por consiguiente, en circunstancias de emplear otro método que el que he indicado primero, y teniendo por otra parte que hacer uso del sextante, he determinado la longitud de Morelia por la observación de la luna y de una estrella á la misma altura.

Explicaré de una manera general en lo que consiste.

Conociendo la marcha del cronómetro y anotando el momento preciso en que se observa la luna á una altura conocida, será fácil determinar por el cálculo su ángulo horario en aquel instante, y por consiguiente su ascension recta. Mas por otra parte se comprende también, que con los datos que suministran las efemérides, se podrá conocer cuál es la hora de tiempo medio en

$$\tan M = \frac{\tan \delta'}{\cos h'}$$

Greenwich, correspondiente á la misma ascension recta de la luna; en cuyo caso, la diferencia entre la hora local y la de Greenwich, que como se ve, corresponden al mismo instante, será la longitud del lugar de observación en tiempo con relación á Greenwich.

La longitud de esta manera determinada sería exacta, si lo fueran también todos los elementos que entran en el cálculo; pero desgraciadamente no es así, porque además de los errores de observación, se tienen, como he indicado antes, los inherentes á la posición tabular de la luna. Los primeros, que provienen también de la graduación del instrumento, se pueden evitar en parte, eliminando las indicaciones de este, lo que se consigue observando una estrella á la misma altura que la luna, como se verá después, y teniendo un buen cronómetro, que se deberá observar y anotar sus indicaciones con sumo cuidado. Mas los segundos, ó bien se corrigen después que se conozcan las correcciones que hayan tenido que sufrir las tablas, para lo cual se tiene que aguardar generalmente mucho tiempo, ó bien se eliminan, haciendo el mismo día observaciones correspondientes en un punto, cuya posición sea enteramente conocida, en cuyo caso aun sería hasta cierto punto imposible llegar á tenerlas todas. Por tanto, los resultados que obtenga quedarán afectados de dichos errores, á reserva de corregirlos después si me fuere posible.

La observación de la estrella á la misma altura que la luna, no tiene más objeto, que proporcionar el elemento necesario para conocer por el cálculo la distancia zenital, y eliminar de esta manera el error angular del instrumento, calculando las fórmulas siguientes:

$$\cos Z = \frac{\sin \delta' \cos (\phi - M)}{\sin M}$$

en que  $\delta'$  es la declinación de la estrella;  $h'$  su ángulo horario, y  $\phi$  la latitud del lugar.

La distancia zenital  $Z$ , de esta manera obtenida, tiene que sufrir dos correcciones, una para referirla al centro de la luna, y la otra para referirla al extremo de la normal del lugar de observación. La primera se ejecuta, añadiendo ó restando el semidiámetro de la luna, según que se haya observado su limbo superior ó inferior, y la segunda, restando de la distancia zenital el paralaje de altura, que llamándola  $p$ , se obtiene por la fórmula siguiente:

$$\text{sen } p = \text{sen } \pi \text{ sen } Z;$$

y llamando además  $z$  la distancia zenital corregida, y  $s$  el semidiámetro de la luna, en el momento de observación tendremos:

$$z = Z - p \pm s$$

Las tablas dan la paralaje horizontal ecuatorial  $\pi$ ; así es que para obtener la paralaje horizontal del lugar, necesitamos

corregir aquella, tanto por la latitud como por la altura del lugar de observación: correcciones que se toman de las Tablas XVI y XVII de los «Nuevos Métodos Astronómicos.»

Así también la declinación geocéntrica de la luna, que llamaremos  $d$ , para referirla al extremo de la normal, en cuyo caso la designaremos por  $\delta$ , se debe corregir según la ecuación

$$\delta = d + A \text{ sen } \phi,$$

siendo  $A$  un factor, cuyo logaritmo se encuentra en la tabla XV de la misma obra, teniendo por argumento la paralaje horizontal ecuatorial y la declinación geocéntrica.

Además para poder tomar de las efemérides los valores de  $\pi$ ,  $d$  y  $s$ , necesitamos conocer, aunque sea aproximadamente, la hora de Greenwich en el instante de observación, lo que se consigue por la *estima*, que llamaremos  $L$ , es decir, la longitud aproximativa del lugar de observación.

Hechas las correcciones anteriores, el cálculo para la longitud se hace por las siguientes fórmulas:

$$a = \frac{1}{2} z + \frac{1}{2} (\phi - \delta) \quad b = \frac{1}{2} z - \frac{1}{2} (\phi - \delta)$$

$$\text{sen } \frac{1}{2} h = \sqrt{\frac{\text{sen } a \text{ sen } b}{\cos \phi \cos \delta}}$$

$$a = T - h$$

$$\lambda = \tau + \frac{3600}{m} (a - a') - M$$

$$\frac{dh}{d\delta} = \frac{\tan \phi}{\text{sen } h} - \frac{\tan \delta}{\tan h}$$

$$F = \frac{240}{m}$$

$$\Delta L = \frac{1}{1 + F \frac{dh}{d\delta}} (\lambda - L - 15 F \Delta a - F \frac{dh}{d\delta} \Delta \delta)$$

De donde la longitud buscada, será:  $= L + \Delta L$ .

En las fórmulas anteriores, además de las letras ya explicadas, se encuentran  $a$ , que como se ve, es la ascension recta de la luna en el momento de observación;  $a'$  es la que se busca en las tablas, mas próximas

á  $a$ ;  $\tau$  la hora correspondiente á  $a'$ ;  $m$  la variación horaria de la luna en ascension recta en aquella hora;  $M$  el tiempo medio local en el momento de la observación;  $T$  el tiempo sidereal correspondiente;  $\Delta L$  la

correccion que tiene que sufrir la *estima* para encontrar la verdadera; y el cambio de declinacion en un segundo de tiempo sideral, cuyo logaritmo se toma de la tabla XVIII, que tiene por argumento la variacion de declinacion en una hora de tiempo

medio, y por último,  $\Delta a$  y  $\Delta \delta$  las correcciones que deben sufrir las coordenadas tabulares de la luna.

Apliquemos estas fórmulas á las observaciones hechas la noche del 7 de Marzo.

CETI AL O.			SEXTANTE.	Limbo superior de la luna al O.		
6 <sup>h</sup> .	44 <sup>m</sup> .	49 <sup>s</sup> .	0.....	85° 20'.....	7 <sup>h</sup> .	14 <sup>m</sup> . 22 <sup>s</sup> . 5
»	45	31	5.....	85 00.....	»	15 06 0
»	46	15	0.....	84 40.....	»	15 49 0
»	46	58	0.....	84 20.....	»	16 33 0
»	47	41	0.....	84 00.....	»	17 16 5
»	48	24	5.....	83 40.....	»	17 59 5
»	49	08	0.....	83 20.....	»	18 43 5
»	49	51	0.....	83 00.....	»	19 26 5
»	50	34	5.....	82 40.....	»	20 09 5
»	51	18	5.....	82 20.....	»	20 52 5
»	52	01	0.....	82 00.....	»	21 36 0
»	52	45	0.....	81 40.....	»	22 20 0
6 <sup>h</sup> . 48 <sup>m</sup> . 46 <sup>s</sup> . 41.....			Promedios.....	7 <sup>h</sup> . 18 <sup>m</sup> . 21 <sup>s</sup> . 13		

Tomando los demas datos de las efemérides y de las tablas citadas, el desarrollo del cálculo es como sigue:

a Ceti .....	6 <sup>h</sup> 48 <sup>m</sup> 46 <sup>s</sup> 41	tan $\delta'$ .....	8.7957209	sen $\delta'$ .....	8.7948750
Cronómetro. +	10. 46. 91	cos $h'$ .....	9.9371133	sen $M$ .....	8.9568191
	6. 59. 33. 32	tan $M$ .....	8.9586076		9.8380559
A. R. m.=23.	01. 06. 84	$M=5^\circ 11' 39'' 9$		cos $(\phi - M)$ .	9.9859249
Correccion	1. 08. 92	$\phi = 19. 42. 10. 7$		cos $Z$ .....	9.8239808
t. s.=6.	01. 49. 08	$\phi - M = 14. 30. 30. 8$		$Z = 48^\circ 10' 52'' 2$	
A R''=2.	55. 28. 11				
$h'$	$\left\{ \begin{array}{l} 3^h 06^m 20^s 97 \\ 46^\circ 35' 14'' 55 \end{array} \right.$	Luna. 7 <sup>h</sup> 18 <sup>m</sup> 21 <sup>s</sup> 13	t m=7 <sup>h</sup> 29 <sup>m</sup> 08 <sup>s</sup> 04		
		Cron <sup>o</sup> 10. 46. 91	A R m=23. 01. 06. 84		
$\delta = 3^\circ 34' 30'' 1+$		t. m=7. 29. 08. 04	Reduc.= 1 13. 78		
		Estima=6. 44. 00. 00	$T = 6^h 31^m 28^s 66$		
		t. m. en Greenw.=14 <sup>h</sup> 13 <sup>m</sup> 08 <sup>s</sup> 04			

A (Tabla XV).....	1.326		
$\tau_0 = 0^\circ 54' 19'' 9$	sen $\phi$ .....	9.527	$d = 13^\circ 13' 21'' 1$
por $\phi$ (Tabla XVI)=	1. 2	Ascen $\phi$ ..	0.853..... 7. 1
por $n$ (Tabla XVII)=	1. 0		$\delta = 13. 13. 28. 2$
			$\phi = 19. 42. 10. 7$
$\tau = 0^\circ 54' 22'' 1$			$\phi - \delta = +6^\circ 28' 42'' 5$
sen $\tau$ .....	8.1990540		$\frac{1}{2}(\phi - \delta) = +3^\circ 14' 21'' 2$
sen $Z$ .....	9.8723060		
sen $p$ .....	8.0713600		$\frac{1}{2}z = 23. 37. 45. 7$
			$a = 26^\circ 52' 06'' 9$
$p = 0^\circ 40' 31'' 1$			$b = 20. 23. 24. 5$
$s = 0. 14. 49. 6$			
$-(p+s) = -55' 20'' 7$			
$Z = 48^\circ 10' 52. 2$			
$z = 47^\circ 15' 31'' 5$			
sen $a$ .....	9.6550862	3600.....	3.5563025
sen $b$ .....	9.5420915	m.....	2.0665123
cos $\phi$ .....	-9.9737992		1.4897902
cos $\delta$ .....	-9.9883276	$a - \delta$ .....	1.3982873
	9.2350509		2.8880775
$\sqrt{\dots}$	9.6175254		772 <sup>s</sup> 81
$\frac{1}{2} h = 24^\circ 29' 16'' 3$		$r = 14^h 00^m 00^s 00$	
$h = 48^\circ 58' 32'' 6$		12 <sup>m</sup> 52 <sup>s</sup> 81	
$h = 3^h 15^m 54^s 47$		$\lambda + M = 14^h 12^m 52^s 81$	
$T = 6^h 31^m 28^s 66$		$M = 7. 29. 08. 04$	
$a = 3^h 15^m 34^s 49$		$\lambda = 6. 43. 44. 77$	
$a' = 3^h 15^m 09^s 47$		$L = 6. 44. 00.$	
$a - a' = 25^s 02$		$\lambda - L = -0. 00. 15. 23$	

240.....	2.38021	tan $\phi$ .....	9.5540	tan $\delta$ .....	9.3710
m.....	2.06615	sen h.....	0.8775	tan h.....	0.0602
<hr/>					
F.....	0.31370		9.6764		9.3108
15.....	1.17600		0.474		
<hr/>					
15 F.....	1.48979		0.205		
<hr/>					
		$\frac{dh}{d\delta} = 0.205$			
F.....	0.3137	15 F.....	1.4898	$\lambda - L$ .....	1.1827
$\frac{dh}{d\delta}$ .....	9.4298	+ F $\frac{dh}{d\delta}$ .....	0.0338		0.0338
<hr/>					
F $\frac{dh}{d\delta}$ .....	9.7435		1.4560		1.1489
	9.1654		+28° 57		-14.08
<hr/>					
F $\frac{dh}{d\delta}$ .....	8.9089				
F $\frac{dh}{d\delta} = 0.081$		F $\frac{dh}{d\delta}$ .....	9.7435		
1 + F $\frac{dh}{d\delta} 1.081$ .....			0.0338		
<hr/>					
			9.7097		
			+0.51		

$$\Delta L = -14^{\circ} 08' - 28.57 \Delta^a - 0.51 \Delta^{\delta}$$

$$L + \Delta L = 6^h 43^m 45^s 92 - 28.57 \Delta^a - 0.51 \Delta^{\delta}$$

Pongo á continuacion los datos y resultados obtenidos de las observaciones que me fué posible hacer en seis noches.

DATOS DE LAS LONGITUDES OBSERVADAS EN MORELIA CON UN SEXTANTE DE TROUGHTON.

FECHAS.	ESTRELLAS OBSERVADAS.	TIEMPOS MEDIOS Á QUE SE OBSERVARON.	LIMBO INFERIOR DE LA LUNA AL O. VALORES DE M.
Febrero 7	<sup>a</sup> Ceti.....	6 <sup>h</sup> 59 <sup>m</sup> 33 <sup>s</sup> 32	7 <sup>h</sup> 29 <sup>m</sup> 08 <sup>s</sup> . 04
" 8	<sup>a</sup> Tauri.....	7 55 56. 54	7 27 29. 49
" 11	Régulus.....	8 24 52. 74	
" 12	<sup>v</sup> Geminorum.....	10 48 47. 12	
" 12	<sup>a</sup> Canis minoris.....	10 12 17. 39	11 06 27. 27
Abril 5	<sup>a</sup> Tauri.....	7 05 18. 47	10 38 41. 08
" 8	Procyon.....	9 56 51. 13	7 13 04. 57
			10 00 33. 75

RESULTADOS OBTENIDOS DE LAS OBSERVACIONES ANTERIORES.

FECHAS.	VALORES DE Z.	LONGITUDES CORRECTAS.
Febrero 7	48° 10' 52" 2	6 <sup>h</sup> 43 <sup>m</sup> 45 <sup>s</sup> 92-28' 57 $\Delta^a$ -0. 51 $\Delta^{\delta}$
" 8	36 40 18. 6	6. 43. 51. 38-28. 36 $\Delta^a$ -0. 38 $\Delta^{\delta}$
" 11	51 30 34. 0	6. 44. 18. 28-25. 71 $\Delta^a$ -0. 27 $\Delta^{\delta}$
" 12	32 55 23. 2	6. 44. 19. 58-24. 92 $\Delta^a$ -0. 12 $\Delta^{\delta}$
Abril 5	50 40 47. 0	6. 43. 55. 95-27. 82 $\Delta^a$ -0. 38 $\Delta^{\delta}$
" 8	53 40 19. 9	6. 44. 16. 99-25. 73 $\Delta^a$ -0. 29 $\Delta^{\delta}$

Los resultados anteriores quedarán enteramente determinados, cuando se conozcan las correcciones que deben sufrir las tablas de la luna; mas si suponemos por un momento, que dichas correcciones son nulas ó inapreciables, resulta para Morelia una longitud al Oeste de Greenwich, de 6<sup>h</sup> 44<sup>m</sup> 04<sup>s</sup> 67, ó bien 101° 01' 10" 05.

Las observaciones de longitud han sido en menor número que las de latitud; porque por una parte tuve que desechar dos que no merecieron toda mi confianza, y por otra, varias noches las nubes fueron un obstáculo, prescindiendo de otras que mis ocupaciones del camino me impidieron hacer.

Abril de 1870.

ANGEL ANGUIANO.