

por los radios vectores trazados al punto de contacto. Trazar gráficamente una tangente á la hipérbola por un punto tomado en la curva y fuera de ella. Ejercicios.

Parábola. Su definición; su ecuación y discusión. Diversas maneras de construir la parábola. Determinar la ecuación de la tangente y de la normal á la parábola. Determinar los valores de la subtangente y de la subnormal y aprovecharlos para trazar una tangente á la curva por un punto tomado sobre ella. Demostrar que los ángulos que la tangente forma con eje de las X, y la prolongación del radio vector trazado al punto del contacto, son iguales. Trazar gráficamente una tangente á la parábola por un punto tomado en la curva, aprovechando el teorema anterior. Trazar analítica y gráficamente una tangente á la parábola por un punto exterior. Demostrar que los diámetros de la parábola son rectas paralelas al eje principal. Ecuación polar de la parábola; su establecimiento y discusión. Diversos ejercicios.

Ecuación común á las cónicas en coordenadas cartesianas y su discusión.—Ejercicios.—Trazar una tangente á las curvas representadas por la ecuación  $Y=Xm$ .—Determinar el lugar geométrico de dos puntos tales, que su distancia á un punto fijo y á una recta fija estén en la relación  $m/n$  y discutir la ecuación.—Ecuación de la directriz común á las cónicas.—Comparación de las ecuaciones

$$Y^2 - 2PX + QX^2 = 0$$

$$N^2Y^2 + (N^2M^2)X^2 - 2ND(M+N)X = 0$$

que representan las cónicas. Ecuación común de las cónicas en coordenadas polares y su discusión.—Ejercicios.

Curvas trascendentales. Determinación y discusión de las ecuaciones de la Hélice. Espiral de Arquímedes. Logarítmica. Cicloide y Senoide. Funciones empíricas. Ejercicios. Secciones cónicas. Demostrar que cortando un cono recto por un plano, se obtienen: la elipse, la hipérbola, la parábola, la parábola y la circunferencia, curvas llamadas cónicas. Estudio de la ecuación general de 2º grado entre dos variables. Caso en que es la variante  $B^2 - 4AC < 0$ ; caso en que  $B^2 - 4AC = 0$ ; caso en que  $B^2 - 4AC > 0$ . Ecuación en 2º grado en coordenadas polares; su discusión. Ejercicios. Reducción de la ecuación general de 2º grado á la forma más sencilla.

#### *Cálculo infinitesimal.*

Nociones fundamentales acerca del Cálculo Infinitesimal. Distinción entre el método infinitesimal y el Cálculo Infinitesimal. Principio de Leibnitz; principio de Newton. Nociones de las derivadas y de las diferenciales. Diferencial de una suma algebraica de funciones. Diferencial de un producto. Diferencial de un cociente. Diferencial de una potencia. Diferencial de una función exponencial. Diferencial de una función logarítmica y circular. Teoremas y reglas para diferenciar todas

las funciones con ayuda de las diferenciales fundamentales. Diferenciación de las funciones implícitas. Diferenciación de diversas funciones circulares. Uso de una variable subsidiaria para diferenciar. Derivadas y diferenciales de diversos órdenes de las funciones de una sola variable. Fórmula de MacLaurin. Aplicaciones de esta fórmula. Aplicaciones de Taylor. Aplicaciones. Puntos notables de las curvas. Sentido de la concavidad y la convexidad; puntos de inflexión, máximos y mínimos. Aplicaciones geométricas. Construir las curvas  $y = -X + X^4$ ;  $y^2$  p  $X^2 = 0$ . Determinación de la ecuación general de la tangente á las curvas algebraicas. Determinar la ecuación de la tangente á las curvas representadas por la ecuación:

$$A y^2 + B X y + C X^2 + D y + E X + F = 0$$

Determinar la ecuación de las asíntotas á las curvas representadas por la ecuación:

$$n^2 y^2 + (1 - n^2) X^2 - 2 d X + d^2 = 0$$

Ídem de la ecuación anterior.

#### *Cálculo Integral.*

Consideraciones fundamentales acerca del cálculo inverso al diferencial. Integral indefinida. Integral definida. Integración inmediata. Integración de funciones monomias algebraicas. Integración de funciones polinomias. Uso de las auxiliares para la integración. Determinación de la constante integración por funciones «trascendentes.» Integración por funciones exponenciales. Integración por logarítmicas. Inte-

gración por funciones angulares directas é inversas. Utilidad del cambio de la variable independiente. Ejercicios. Integración por series. Integración por partes. Fórmula de Juan Bernoulli. Ejercicios. Aplicaciones geométricas del Cálculo Integral. Determinación de la auxiliar de un arco de curva plana. Ejercicios. Determinación de la área, ó cuadratura de las curvas. Ejercicios. Determinación de la auxiliar de una superficie de revolución. Ejercicios. Determinación de la auxiliar de un volumen de revolución. Ejercicios.

#### *Academias de Matemáticas.*

##### *Alumnos de 4º curso semestral.*

Numeración decimal. Suma, resta, multiplicación y división de enteros. Números primos. Máximo común divisor y menor múltiplo. Suma, resta, multiplicación y división de quebrados. Cálculo de las fracciones decimales. Operaciones abreviadas. Elevación á potencias y extracción á raíz cuadrada y cúbica; números inconmensurables. Operaciones con números aproximados. Sistema métrico decimal. Magnitudes directa é inversamente proporcionales; reglas de tres simple y compuesta; de interés simple; de descuento; de compañía, de aligación; conjunta y de falsa posición.

##### *Alumnos del quinto curso semestral.*

Suma, resta, multiplicación y división de expresiones algebraicas. División de A entre  $1 - X$ , y aplicación del cociente á conversión de la fracción periódica simple en que-

brado común. Operaciones con expresiones algebraicas fraccionarias é irracionales. Exponentes fraccionarios y negativos y operaciones con cantidades afectadas de estos exponentes. Sistemas de ecuaciones de primer grado con varias incógnitas. Ecuaciones indeterminadas. Desigualdades de primer grado. Ecuaciones de segundo grado y su discusión; trinomio de segundo grado. Progresiones aritméticas y geométricas. Logaritmos. Interés compuesto. Ordenaciones; permutaciones y combinaciones. Fórmula del binomio.

*Alumnos de sexto curso semestral.*

Ángulos, triángulos, perpendiculares y oblicuas, paralelas, polígonos y circunferencia. Líneas proporcionales. Semejanza y homotecia. Relaciones entre las diversas líneas rectas que se consideran en un triángulo; líneas proporcionales en el círculo. Problemas sobre líneas. Cálculo de la relación de la circunferencia al diámetro. Área de un rectángulo; de un paralelogramo; de un trapecio; de un polígono regular; de un círculo; de un sector circular; de un segmento circular; de un polígono cualquiera, por la fórmula de Simpson. Teoremas y problemas sobre las áreas.

*Alumnos de séptimo curso semestral.*

Teoremas sobre la recta y el plano. Ángulos diedros, triedros y poliedros. Área y volumen del prisma y, en particular, del paralelepípedo; área y volumen del cilindro; de la

pirámide y del cono. Áreas y volúmenes de los cuerpos truncales; aforo de un tonel; volumen de un poliedro que tiene por bases polígonos cualesquiera, y por caras laterales, trapecios ó triángulos. Área de una esfera; de una zona esférica y de un huso esférico. Volumen de una esfera; de una cuña; de un sector y de un segmento esférico. Poliedros regulares.

Relación entre las diversas líneas trigonométricas de un mismo ángulo. Variaciones que tienen las diferentes líneas trigonométricas al variar de magnitud el ángulo: reducción de un arco cualquiera al primer cuadrante. Fórmulas entre líneas trigonométricas de diferentes ángulos. Tablas trigonométricas: su construcción, disposición y manejo. Resolución de algunas ecuaciones trigonométricas. Resolución de triángulos, rectángulos y obtusángulos. Fórmulas para calcular la superficie de un triángulo. Problemas.

*Alumnos de octavo curso semestral.*

Diversos modos de fijar la posición de un punto en un plano ó en el espacio; coordenadas rectilíneas y polares. Transformación de coordenadas.

Línea recta. Definición, construcción y ecuación simplificada de la elipse, de la hipérbola y de la parábola. Ecuación de la circunferencia y su discusión. Ecuación polar de las curvas de segundo grado y su discusión.

Diferenciación de toda clase de

funciones. Diferenciales sucesivas de funciones explícitas de una sola variable. Fórmulas de Taylor y de Mac Laurin (sin resta.) Máximos y mínimos de funciones de una sola variable. Tangentes y normales á las curvas planas. Construcción de una curva dada por su ecuación. Métodos de integración de las diferenciales multiplicando y dividiendo por un factor constante, cambiando de variable y por partes. Integración de las diferencias enteras, fraccionarias con denominador de primero ó de segundo grado y de algunas diferenciales trascendentes sencillas. Integración por series. Rectificación de curvas planas. Cuadratura de superficies limitadas por curvas planas. Cuadratura y curvatura de los sólidos de revolución.

*Mecánica.*

I. Definición de la Mecánica y partes en que se considera dividida.

Definición y medida de las fuerzas; composición de éstas y cuando están aplicadas á un punto y obran según la misma dirección ó en direcciones opuestas.

Determinación de la resultante de dos fuerzas.

Determinación de la intensidad de esta resultante.

Composición de un número cualquiera de fuerzas.

Determinación de la resultante de éstas.

Descomposición de una fuerza en otras muchas aplicadas á un punto.

Condiciones de equilibrio de dos ó más fuerzas aplicadas á un punto.

Definición y determinación del momento de una fuerza con relación á un punto, y demostrar que el momento de la resultante es igual á la suma algebraica de los momentos de las componentes.

Nociones sobre los cuerpos sólidos.

Composición de fuerzas concurrentes.

Composición de dos fuerzas paralelas que obran en el mismo sentido.

Composición de dos fuerzas paralelas que obran en sentido contrario.

Composición de un número cualquiera de fuerzas paralelas.

Determinación del centro de fuerzas paralelas.

Descomposición de una fuerza en muchas fuerzas paralelas.

Definición del momento de una fuerza paralela con relación á un plano, y demostrar que el momento de la resultante de dos ó más fuerzas paralelas, con relación á un plano, es igual á la suma algebraica de los momentos de los componentes.

Definición del centro de gravedad de un cuerpo, y determinación del centro de gravedad de la superficie de un triángulo y del contorno de éste.

Determinación del centro de gravedad de fuerzas aplicadas á un cuerpo sólido.

Equilibrios de dos fuerzas y equilibrios de tres.

Análisis de los casos en los cua-

les dos fuerzas no admiten una resultante única.

Reducción de un número cualquiera de fuerzas á dos.

Condiciones de equilibrio de un cuerpo sólido libre en el espacio.

## II. Cinemática.

Estudio del movimiento rectilíneo y uniforme.

Movimiento rectilíneo variado.

Movimiento rectilíneo uniformemente variado.

Movimiento rectilíneo cualquiera.

Movimiento curvilíneo y movimiento de rotación uniforme.

Composición de dos movimientos rectilíneos y uniformes en dos direcciones diferentes.

Composición de dos movimientos rectilíneos y uniformes según las mismas rectas.

Descomposición de una velocidad en otras varias.

Nociones sobre los movimientos aparentes y aceleración en el movimiento curvilíneo.

## III. Dinámica.

La ley de la inercia; ley de los movimientos relativos; movimiento de un punto material sometido á una fuerza constante en magnitud y dirección.

Movimiento de un punto material sometido á dos fuerzas constantes y paralelas.

Proporcionalidad de las fuerzas á las aceleraciones; definición de la masa y movimiento producido por una fuerza variable.

Movimientos verticales y movimientos sobre un plano indicado.

Problema sobre la pesantez.

Movimientos verticales.

Trabajo mecánico de las fuerzas.

Estudio de los casos siguientes:

La fuerza es constante y el desalojamiento también constante.

La fuerza es constante; el desalojamiento es rectilíneo, pero inclinado sobre la dirección de la fuerza.

La fuerza es constante y el desalojamiento es curvilíneo.

Nociones generales sobre la fuerza viva.

## Cosmografía.

### I

Definición de esta ciencia.

Ideas generales sobre el cielo y clasificación de los astros.

Coordenadas en general.

Conocimiento de las nociones de verticales, zenit, nadir y horizonte.

Coordenadas y horizontales.

Ideas generales sobre el teodolito; condiciones á que debe satisfacer y aplicaciones de este instrumento.

Leyes del movimiento diurno.

Puntos, líneas y planos considerados en la esfera celeste y nombres con que se designan.

Demostrar la generalidad de las leyes del movimiento diurno.

Coordenadas ecuatoriales y definición del día sidéreo.

Conocimiento elemental de la máquina paralática.

Estudio pormenorizado, del movimiento de una estrella en un día sideral.

Determinación del ángulo hora-

rio y del azimut de un astro en el momento de salida.

Determinación de la relación que existe entre el tiempo sidéreo; ascensión recta de un astro y ángulo horario del mismo.

### II

Instrumentos de observación.

Descripción del anteojo meridiano y condiciones á que debe satisfacer.

Descripción del círculo mural.

Determinación del meridiano.

Determinación de la altura del polo.

Determinación de la hora.

Ideas generales sobre la formación de los catálogos de estrellas.

Clasificación de las estrellas.

Ideas elementales sobre las cartas celestes.

Conocimiento de las principales constelaciones y medios prácticos para encontrarlas.

### III

Pruebas de la esfericidad de la tierra.

Planos, líneas y puntos que se consideran en la tierra.

Determinación aproximada del radio de la tierra por medio de la depresión del horizonte.

Determinación de las coordenadas geográficas.

Demostrar que la altura del polo arriba del horizonte, es igual á la latitud del lugar.

Determinación de la longitud por medio de señales telegráficas; señales luminosas; observación de fenó-

menos celestes y transportes de cronómetros.

Determinación de las dimensiones de la tierra, suponiendola esférica.

Nociones elementales sobre la refracción atmosférica é influencia que ejerce en la posición de los astros.

Nociones elementales sobre la determinación de la verdadera forma de la tierra por medio de la triangulación.

Demostrar que la tierra es un episodio de revolución alrededor del eje menor.

Ideas generales sobre la determinación del aplanamiento.

Pruebas en favor de la rotación de la tierra.

### IV

Estudio del sol.

Movimiento aparente de este astro.

Determinación de las coordenadas celestes del sol, ascensión recta y declinación.

Definición de la eclíptica, equinoccios, solsticios, trópicos, círculos polares y estaciones.

Definición de las coordenadas eclípticas.

Estudio del movimiento del sol, en longitud, latitud, ascensión recta y declinación.

Determinación de la oblicuidad de la eclíptica, determinación del punto vernal y del momento en que pasa el sol por ese punto.

Definición del zodíaco, y conocimiento de las constelaciones zodiacales.