

culare tympani cavitatem ingredietur, aeri expulso statim succedet aer iterum quoque expellendus. Jam verò quantum reris excluditur, tantum quoque advenit per fenestras, januas, vel etiam cubicali rimas: quare patet, id tandem commodum non lucrari, ut, repetitis motibus, nihil ferè pristini aeris supersit, quod quidem eximie utilitatis esse potest in nosocomiis, in fodiis, aliisque locis impuro aere sædatis. Hujus machinæ utilitatem maximam testatam fecere peritissimi navium præfecti, qui in longinquis navigationibus hujus rotæ beneficio esse liberatos fuisse referunt à frequentissimo, perniciosissimoque morbo, qui *scorbutus* dicitur. Dolendum ergo est, quod utilissima inventa respere soleant plerique homines haud satis æqui alium rerum æstimatores. Ceterum prædictæ machinæ usus oculis quoque fit conspicuus, si aeris loco crassiorem fumum ex saccharo excitatum in tympani cavitatem introducamus; hunc enim, circumacto tympano, velocissime excludi observabimus. Idem quoque alio experimento manifestum fiet, si nempe foramini in ipsa vis centrifugæ directione aperto objiciatur candelæ flammula, hanc extrorsum pelli, et statim extinguï, videbimus: contra autem introrsum urgebitur, et extinguetur, si alteri foramini, quod rotationis plano perpendicularare est, admoveatur; quod quidem manifestissimum est argumentum, pari ratione a rem ex una parte introduci, ex altera autem eici. Hujus machinæ partes singulas explicare, et vim totam calculo æstimare nec præscripta his institutionibus brevitatis, nec rei difficultas patiuntur. Ex universa Physicæ seriæ magis ac magis fiet manifesta capitis præcedentis utilitas, quam paucis exemplis indicasse satis sit, ut studiosæ juven-

tuti instilletur præclarissimi studii amor, quantum unicuique pro vivendi instituto, et ratione licet.

## CAPUT II.

*De vi attractionis, variisque illius speciebus.*

*A*tractio generatim spectata dicitur vis, qua corpora in se mutuo, vel ad punctam aliquod tendunt, quod *centrum virium* ideo appellatur. Variæ sunt attractionum species, quarum aliæ certis dumtaxat corporibus competunt; talis est vis *magnetica*, *electricæ* cet. sed speciales illæ attractiones ad Physicam particularem pertinent. Aliæ autem attractiones omnibus corporibus conveniunt, ac proinde in Physica generali considerandæ. Duplex autem est hujusmodi attractio universalis; alia inter magna corpora, et ad magnas exercetur distantias; alia inter minimas corporum particulas viget, et in minimis dumtaxat intervallis. De hac utraque attractionis specie tractabimus, et generalem attractionis doctrinam præmittemus.

## ARTICULUS I.

*De attractione generatim considerata.*

## I.

*C*orpus aliquod projectum fingatur vi impressa secundum directionem AF (*fig. 3.*) et interim vi alia perpetuo tendat versus punctum S; tempore minimo corpus vi impressa per AF describere ponatur lineolam AB; tempusculo altero æquali percurreret æqualem lineolam BC, et ita deinceps.

Jam verò dum corpus pervenit ad B, agat vis tendens ad centrum S, qua vi sola corpus describere possit lineolam BE; completo parallelogrammo EBCD, motu composito corpus describet diagonalem BD (ex articulo precedenti.) Ex elementis Geometriæ evidens est, æqualia esse triangula ABS, SBD æqualibus temporibus descripta; etenim triangula ABS æqualia sunt, cum æquales habeant bases AB, BC, communemque verticem S. Præterea æquantur triangula BSD super eadem basi BS, et inter easdem parallelas BS, CD constituta. Igitur æqualia sunt triangula BSD, BSA, utpote æqualia eidem triangulo BSD. Quod autem demonstravimus de minimis duobus triangulis ABS, BSD, idem facillè intelligitur de alia qualibet triangulorum serie; et quidem seclusa vi tendente ad centrum S, corpus per vim inertix moveri pergit secundum BD, sed accedente vi versus S; eadem ratiocinatione patet tertio tempore æquale triangulum describi. Igitur æqualibus temporibus æquales triangulorum area percurruntur, tempore duplo describitur area dupla, tempore triplo tripla; quare generatim area tempore quolibet descripæ sunt temporibus proportionales. Jam ponamus, polygonum hoc modo descriptam ex lateribus numero infinitis, et infinite parvis compositum abire in curvam, manifestum est corpus circa centrum virium S perpetuo describere areas temporibus proportionales. Demonstratum ergo est præclarissimum theoremam, quod Astronomiæ, et universæ ferè Physicæ fundamentum est, nempe: *si corpus describat curvam quamlibet vi tendente ad punctum aliquod in curva datum, corpus illud describet areas circa idem punctum temporibus proportionales.*

*(Viceversa si corpus moveatur in curva, et areas temporibus proportionales circa punctum aliquod describat; urgetur vi tendente ad illud punctum);* etenim si vis alia ad punctum extra S diversum tenderet, jam directio CD non foret directioni BE parallela; ac proinde triangula BSC, BDS super communem basim constituta non forent in easdem parallelas, nec proinde æqualia, quod est contra hypothesim; ponimus enim, areas temporibus proportionales esse; ac proinde æqualia esse minima triangula temporibus æqualibus descripta. Itaque demonstratum etiam est, corpus, quod movetur in curva, et areas circa punctum aliquod temporibus proportionales describit, urgeri vi ad illud punctum tendente. Ex hoc theoremate universa pendet attractionis doctrina.

Ex hoc ipso theoremate evidens est, velocitatem corporis in diversis curvæ punctis eo majorem fore, vel minorem, quo minor est, vel major recta à centro virium ad tangentem perpendiculariter ducta; nempe *velocitates sunt reciproce, ut perpendiculariæ centro virium in tangentem demissa;* etenim velocitates utcumque variabiles tempore infinite parvo tanquam uniformes considerari possunt, ob minimum, sive infinitesimum velocitatis incrementum, vel decrementum. Itaque velocitates uniformes per AB, BD sunt ad spatia AB, BD iisdem temporibus minimis descripta; sunt autem spatia illa bases triangulorum æqualium ASR, BSD, quæ proinde sunt reciproce, ut perpendicularia ex centro S in bases AB, BD demissa; sed polygono in curvam abeunte, latera AB, BD evadunt tangentes curvæ in punctis A, et B erunt igitur velocitates in singulis curvæ punctis reciproce, ut perpendicularia ex centro virium in tan-

gentes demissa. Quod quidem corollarium eximie utilitatis esse, ex dicendis manifestum fiet.

II. Attractionem in variis curvis considerare solent, qui sublimiorem Physicæ doctrinam explicant; nos verò facilitati studentes in circulo dumtaxat rem considerabimus; atque hanc hypothesis ad Physicam veritatem, quantum licet, accurate transferre conabimur. Revolvatur in peripheria circuli ACD corpus A (fig. 4.) quod ubi A pervenit, sublata vi tendente ad centrum, qua in circumferentia retinetur per tangentem AB in infinitum excurreret; itaque ut corpus in peripheria detineatur, necessum est, vim aliquam perpetuo agere, quæ corpus urgeat versus D per spatium BC; interea dum mobile vi impressa progrediretur per spatium infinitesimum AB, his enim viribus conjunctis mobile describet lineam AC. Hæc omnia facile patent ex demonstratis de virium compositione. Vis, quæ exhibetur per BC, dicitur *tractio*, quam alio nomine vim *centripetam* appellavimus; vim autem, qua mobile ex arcu curvilineo transit ad tangentem, quæque exhibetur per CB, diximus, vim *centrifugam*; ambæ autem vires communi nomine *centrales* vocantur. Igitur lineola BC exprimet vim centralem. Jam verò in circulo ducta chorda infinitesima AC, erit ob triangulorum ACD, ACM similitudinem AM vel BC: AC == AC: AD, ac proinde AM, vel

$$BC == \frac{AC^2}{AD}; \text{ hoc est vis centralis in circulo est,}$$

ut quadratum chordæ divisum per diametrum: quia autem arcus infinitesimus, illiusque chorda æquipollent, loco chordæ substituere licet ipsum arcum, ideoque vis centralis est ut quadratum ar-

cus divisum per diametrum, vel per radium; cum enim virium centralium rationem dumtaxat hæc formula exprimat; perinde est, sive diametrum, sive semidiametrum adhibeamus. Porro vis centralis nomen retinet attractio, etiam si vis illa ad unicum punctum non dirigatur: singulis temporibus directionem mutare potest; ut enim mobile curvam describat, satis est, vis centralis directionem non congruere cum ipsa directione tangentis, quod quidem evidens est ex articulo præcedenti. His præmissis in proximo articulo fusius explicandis, sit.

## CONCLUSIO.

*Universalem inter corpora omnia attractionem demonstrant phenomena.*

I. Circa solem revolvi observantur stellæ quinque, *planetæ*, sive *erraticæ* ideo appellatæ. Harum nomina sunt: *Mercurius*, *Venus*, *Mars*, *Jupiter*, *Saturnus*. Planetas illos ita circa Solem revolvi, demonstrant observationes Astronomicæ, ut radiis ad Solem ductis areas describant temporibus proportionales. Lex illa, qua planetæ circa Solem areas describunt temporibus proportionales, ab inventore suo *prima lex Kepleri* solet appellari. Saturnum comitantur stellæ quinque qui satellites dicuntur, et Jovem quatuor; illi autem satellites, qui *planetæ secundarii* etiam appellantur, eadem lege circa planetas primarius revolvuntur, areas scilicet circa suos planetas, et circa Solem ipsum describunt temporibus proportionales. Revolvitur quoque Luna circa terram nostram, radiisque ad ipsius centrum ductis areas describit

temporibus, quam proximè proportionales. Igitur planetæ primarii vi centripeta tendunt in Solem, et planetæ secundarii tendunt quoque in suos primarios, atque in Solem ipsum; Luna etiam vi centripeta uiget in terram. Porro actioni æqualis est, et contraria reactio; ergo mutua est attractio, nempe planetæ attrahuntur à Sole, et uic versa Sol trahitur à planetis; satellites tendunt in planetas primarios, et contra planetæ primarii in secundarios, ac proinde Luna tendit in terram, et uicissim terra in Lunam. Hæc mutuam Lunæ, tellurisque attractionem demonstrant astronomiæ observationes plurimæ, sed explicata Astronomiæ doctrina tota res deinde facilius intelligitur, quare mutuam planetarum attractionem nunc generatim ostendere satis erit. Cum inter planetas primarios, et secundarios, inter Solem, et planetas singulos actio sit reciproca, inter varios planetas actionem quoque mutuam esse, ex analogia naturæ colligi potest; hanc autem ratiocinationem, quæ non satis firma fortasse videbitur, confirmant errores in Saturni, Jovisque motibus ex mutua illorum actione oriundi. Pro varia planetarum illorum distantia à Sole, et à se invicem, pro diversa illorum mutua, et respectu solis positione, multæ in illorum motibus observantur inæqualitates, quæ nulli alteri causæ, quam mutue attractioni tribui possunt. Qua enim ratione alia fieri potest, ut planetæ illi pro varia positione suos motus turbarent? nisi vi aliqua attrahente, quæ in moribus distantis major est, in majoribus autem minor. Errores in Jovis, et Saturni motibus sese facilius Astronomis conspicuos præbent; certum enim est, planetas illos esse reliquorum omnium longe maximos, ac proinde et major esse debet actio

mutua: sed hujus attractionis legem in proximo articulo expendemus, et attractionis doctrinam magis, ac magis declarabimus.

II. Vim attractivam, qua sese mutuo petunt corpora caelestia, inter corpora terrestria etiam vigere ostenditur exemplo Lunæ. Satis accurate ponunt Astronomi, Lunam motu uniformi circa terram revolvi in circulo, cujus radius æqualis est sexaginta semidiametris terrestribus. Itaque cum circulorum periferiæ sicut inter se, ut radii, erit orbis lunaris circumferentia circuli maximi terrestris circumferentia sexagesies major. Inventa autem est circuli maximi terrestris circumferentia pedum parisiensium 123249600, ac proinde nota est orbis lunaris peripheria, quæ sexagesies major est. Jam verò tempus periodicum Lunæ, quo nempe Luna circa terram revolvitur, est dierum 27. horarum 7. minutorum primorum 43. quia autem motus ponitur uniformis, facile invenitur spatium dato aliquo tempore descriptum, v. g. minuti unius primi tempore. Sunt enim spatia velocitate uniformi percursa directe ut tempora, quare per *regulam trium* dicatur: tempus totum periodicum lunæ est ad tempus minuti unius primi, ut tota lunaris orbis peripheria ad ejusdem orbis arcum tempore minuti primi descriptum. Datis autem in proportionem tribus terminis, datur et quartus, ac proinde invenietur arcus minuti unius primi tempore descriptus, cujus arcus quadratum dividatur per lunaris orbis diametrum, habebitur, ex demonstratis, lineola BC. hoc est, vis centripeta lunæ; hæc autem lineola in isto calculo inve-

nitur æqualis pedibus 15. — parisiensibus; nempe  
1  
12

pè talis est vis centripeta lunæ in distantia à terra semidiametrorum terrestrium sexaginta, ut luna, urgente vi illa, tempore minuti unius primi ver-

1  
sus terram descenderet per spatium pedum 15. —

12  
Jam fingamus, lunam accedere ad terram, erit velocitas lunæ sexagesies major; sunt enim velocitates reciproce, ut perpendiculares ex centro virium ad tangentes demissæ, hoc est in ratione semidiametrorum ex hypothesi orbis circularis. Itaque Luna prope terram tempore sexagesies breviori, nempe minuto uno secundo describeret

1  
pedes 15. —; dato enim spatio velocitates unifor-  
12

mes sunt inverse ut tempora; sed hoc idem spatium eodem tempore percurrunt gravia terrestria; igitur vis centripeta lunæ et vis centripeta terrestris sunt ejusdem generis, cum eadem utraque mensuram habeat, eandemque directionem: ergo luna graviæque terrestria tendunt in terram, atque etiam se mutuo trahunt corpora omnia terrestria, non secus ac faciunt cælestia per legem analogiæ.

III. Non solum in se mutuo tendunt corpora, sed etiam eadem vi mutua pollent omnes corporum partes, alioqui tota disolveretur corporum, tellurisque compages. Illa autem attractio non solum mutua est, sed etiam æqualis; etenim distinguatur terræ moles in binas quascumque partes vel æquales, vel utcumque inæquales, jam si partium attractio mutua non foret, atque etiam æqualis, attractio minor cederet majori, et partes conjunctæ recta moveri pergerent in infinitum: par-

tes igitur sese mutuo æqualiter urgent, ita ut actioni semper æqualis sit, et contraria reactio, quæ quidem omnia allato jam antea magnetis exemplo illustrari possunt. Quod autem dictum est de binis utcumque terræ sectionibus, idem quoque intelligitur de aliis quibuscumque corporum partibus. Itaque attractionem universalem demonstrant phænomena cælestia, atque terrestria, ita ut hanc naturæ legem in dubium vocare non possit ingenius Philosophus, quæcumque sit attractionis causa, quam deinde variis in locis data occasione expendemus. Hæc doctrina mortalibus omnibus tam ignota à Newtono tandem admirabili quadam facilitate in bono lumine collocata est. Extiterant sane, qui ante ipsum attractionem nominarent. Keplerus, qui motuum cælestium leges felicissimè detexit, earum causas per *magnetismum* quemdam explicare conatus est. Verum quæ hac de re protulit, tam incerta ratione deducta sunt, et plerumque etiam ita sunt absurda, ut cum iis comparata, quæ Newtonas certissima methodo invenit, pro nullis omninò haberi debeant. Hinc Newtonianæ doctrinæ parum doctos sese probant aliqui Philosophi, qui haud satis æqui rerum æstimatores inventionis gloriæ hac in re Newtono eripere conantur.

Objic.: attractionis universalis doctrina maxime innititur primæ Kepleri lege, qua nempe statuitur, planetas primarios circa solem, secundarios circa primarios areas temporibus proportionales describere; atque lex illa nequaquam observatur, imò attractionis doctrinæ repugnat omninò; et quidem in motibus Jobis, et Saturni demonstrant observationes astronomicæ variationes plurimas, quæ aereas temporibus proportionales

maximè perturbant tot mutationibus abnoxii sunt lunares motus, ut nulli ferè lege subjiciantur; easdem mutationes patiuntur Satellites Jovis; ergo cet.

Resp. dist. min.: lex illa non observatur *accurate*, C. min. *quamproxime*, N. min. et cons. Re quidem vera erroribus plurimis abnoxii sunt corporum caelestium motus, sed errores illi attractionis doctrinam apprime confirmant, ut jam observavimus. Demonstratum quidem est, areas temporibus proportionales esse, verùm in hac demonstratione unius dumtaxat corporis vim centripetam considerabimus, neque errores ex mutua aliorum corporum attractione oriundos æstinavimus. Porrò Kepleri legem aliquantulum perturbat mutua planetarum attractio, et præsertim in Jove, et Saturno ob majorum illorum massam. At aberrationes illæ in minoribus dumtaxat planetarum distantis conspicuæ fiunt; quo magis autem à se invicem recedunt planetae, eo minoresprehenduntur errores, atque tandem evanescent. Eadem est ratio, cur variationes plurimas experiatur Luna ob variam scilicet telluris Solisque positionem, variamque illorum distantiam. Tandem varia Satellitum Jovialium positio, diversaque distantia aliquam in illorum motibus mutationem afferre debent. Sed omnes illos errores ad calculum revocare norunt Geometrae, quorum quidem diligentiam, et peritiam demonstrat calculorum cum observationibus astronomicis summa consensio. Itaque ex præcedenti objectione nihil aliud colligi potest, nisi pro varia corporum massa, variaque distantia diversam quoque esse attractionem. Addere jam satis erit, probatam quoque manere vim attractivam, etiam si corpora caelestia

areas temporibus proportionales non describant, evidens enim est ex demonstratis de virium compositione, sine vi aliqua centripeta nullum fieri posse motum curvilineum, quæcumque sit vis centripetae directio; igitur curvilinei planetarum motus vim aliquam centripetam, ac proindè attractionem demonstrant.

Instabis 1.: ex illa mutua attractione sequeretur universi systematis planetarii confusio, si enim planetae se mutuo attrahant, progressu temporis in se mutuo precipites ruere debent, atque tandem in eandem cum Sole massam coalescere: ergo cet.

Resp. neg. ant. cujus probatio tota facilè evanescit, si attendamus, planetas duabus viribus urgeri: una secundum directionem tangentis, altera autem centripeta. Et quidem sine virium illarum compositione nullum orbem curvilineum describi posse, sæpius demonstravimus. Et certè sola vi centripeta in se mutuo ruerent corpora omnia, atque in rudem, indigestamque molem tandem rediret totus hujus universi ordo. At omnipotenti, divinaque manu ita inter se temperati fuerunt caelestes motus, ut planetae in orbibus suis circa Solem certa, et admiranda lege regantur, atque retineantur.

Instabis 2.: stellæ fixæ eandem perpetuo à se invicem distantiam servant, suisque locis immotæ manent; iis ergo nullus impressus est motus, ac proindè sola remaneret vis centripeta, qua stellæ fixæ in unum tandem coirent globum. Itaque sic argumentari licet: universam mundi compagem perturbaret attractio illa, qua stellæ fixæ in se mutuo tenderent, atque in unicum tandem coalescerent massam, atqui cet.: ergo cet.

Resp. neg. min. Etiam si nullus stellis fixis impressus fuerit motus, tanta tamen esse potest stellarum à se invicem distantia, ut mutua attractio quam ex distantia pendere observavimus, omnino evanescat. Præterea certissimum est, stellas esse totidem Soles proprio lumine fulgentes, circa quos probabilissimum est revolvi non secus, ac circa Solem nostrum diversa planetarum systemata. Si autem hæc fiat hypothesis, jam facillè intelligitur, stellas singulas in proprio virium centro quiescere, vel nihil fore moveri; atque ex systematum omnium conjunctione, et æquilibrio sua mundanæ machinæ constabit firmatas; luculentissimum sane divinæ intelligentiæ, et omnipotentia argumentum.

Instabis 3. : attractio universalis inter corpora terrestria sese conspicua præberet; globi duo in ipsa telluris superficie magno etiam dissiti intervallo ad se mutuo tenderent, atque tandem ad contactum pervenirent, non secus ac faciunt magnetes, et ferrum; atqui mutui illæ accessus non observatur; ergo cet.

Resp. neg. maj. Corpora quælibet tendunt in se mutuo, sed tendunt quoque in terram. Porro attractionem universalem ex quantitate materiæ pendere, jam observavimus: illamque attractionem ceteris paribus esse, ut quantitatem materiæ, in proximo articulo demonstravimus. Itaque cum quantitas materiæ in terra immense superet quantitatem materiæ in prædictis globis, patet attractionem globorum versus terram esse ferè infinite magnam, si conferatur cum mutua globorum attractione, quæ proinde tantilla est, ut sentiri nequaquam possit. At si tanta sit corporum massa, ut cum ipsa quantitate materiæ in terra satis mag-

nam habeat rationem, jam sub sensus cadere poterit attractio. Magna observationum subtilitate hanc attractionem expertus est D. Bouguer unus ex doctissimis Parisiensisque Academicis, qui laboriosum aterna fama dignissimum iter aggressus est ad definiendam telluris figuram. Probe ingentem montem in Peruvia, qui dicitur *Chimboraco*, pendulum constituerat vir clarissimus; observavit autem, filum penduli septem minutis secundis cum dimidio à perpendiculo aberrare; ab ipso scilicet monte attractum. Quo autem artificio, et quanta diligentia, usus fuerit D. Bouguer, legere est in eximio opere de figura telluris. Quod autem spectat exemplum magnetis, et ferri, ad presentem casum trahi non potest. Agitur enim de attractione universali, attractio autem magnetica est alterius plane generis, et ad magnetem, ferumque dumtaxat pertinet. Hæc pauca dicta sint de attractione universali, quæ quidem ex tota hujus capituli serie magis ac magis intelligetur, sed confirmabitur maxime, dum suo loco astronomicam systema explicabimus.

## ARTICULUS II.

*De prima attractionis lege.*

## I.

Ad investigandum attractionis legem virium centralium doctrinam in circulo considerabimus; hanc facili ratiocinatione demonstravit Newtonus. Ponamus, corpora duo in circulorum peripheriis revolvi; haberi possunt circuli illi tamquam polygo-

na similia ex lateribus numero infinitis, et infinite parvis composita: quarè moveri intelliguntur corpora in polygonorum suorum latere aliquo, seclusa vi centripeta, secundum hujus lateris directionem pergerent in infinitum; dum ergo ex latere uno polygoni in aliud latus proxime continguum transeunt, vi centripeta in polygoni angulum incurrunt. Vis autem qua polygoni angulum feriunt, est quantitas motus, nempe ictus magnitudo est, ut massa per velocitatem multiplicata, eritque vis centralis tota, ut magnitudo ictus, et numerus ictuum simul. At quo major est velocitas, et quo minor circumferentia circuli, eo major est ictuum numerus eodem tempore; ergo numerus ictuum est, ut velocitas directe, et circumferentia inverse: quarè vis centralis, quæ est, ut ictus magnitudo; et numerus ictuum conjunctim erit in ratione composita directa quantitatis motus; et velocitatis, atque inversa radii, sive quod idem est, ut productum ex massa in quadratum velocitatis divisum per radium. Plurimæ leguntur hujus principii demonstrationes, sed hanc anteponimus, quæ ex ipsa virium centralium natura facile derivatur. Jam corporum massa dicantur  $M, m$ , circumferentiarum  $C, c$ , velocitates  $V, v$ , tempora  $T, t$ , vires centrales  $F, f$ ; circumferentiarum

dii  $R, r$ . Erit  $F : f = \frac{MV^2}{R} : \frac{mv^2}{r}$ . Quia

verò in circulo velocitates sunt uniformes, ac proinde ut spatia descripta, sive circumferentia directe, et tempora inverse, erit  $V : v = \frac{C}{T} : \frac{c}{t}$

$R, r$   
 $T : t$ , ob circumferentias radiis proportionales:

quarè tandem habebitur  $F : f = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$ ; jam

ponantur massæ æquales; itemque tempora æqualia, erunt vires centrales, ut circumferentiarum radii. Fingentur, vires centrales decrescere, ut crescant quadrata distantiarum à centro, hoc est; ponantur vires centrales in ratione duplicata inversa

distantiarum; erunt  $F : f$  ut  $\frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2}$ , ac proinde

in proportione præcedenti  $F : f = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$  erit

$\frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2} = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$  positisque massis  $M,$

$m$  æqualibus, fiet  $\frac{I}{R^2} : \frac{i}{r^2} = \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$  idem

que  $R^3 : r^3 = T^2 : t^2$ , hoc est, cubi distantiarum sunt, ut temporum quadrata, si vires centrales fuerint, ut distantiarum quadrata inverse, et vice versa si ponantur cubi distantiarum, ut temporum quadrata; erit in præcedenti analogia  $F : f = \frac{R}{R^3} : \frac{I}{r^3} = \frac{I}{R^2} : \frac{i}{r^2}$

Nempe vires centrales sunt, ut quadrata distantiarum reciproce. Probè autem tenendæ sunt hæc duæ virium centralium leges; quibus tota innititur Astronomia. Prima: *si corporum in circulis revolventium vires centrales fuerint*



in ratione duplicata inversa distantiarum à centro, erunt temporum periodicorum, sive revolutionum quadrata, ut cubi distantiarum.) Secunda: si temporum periodicorum quadrata fuerint, ut cubi distantiarum, erunt vires centrales in ratione duplicata inversa distantiarum.) Demonstratæ hactenus virium centralium leges virorum non Geometrarum oculis representari solent ope machinæ, quæ virium centralium machina solet appellari. Hanc autem machinam utpote oculis melius quam explicatione ulla usurpandam prætermittimus.

II. (Notissima est omnibus curva, quæ ovalis vulgo dicitur, à Geometris autem *ellipsis* frequentius appellatur. Si per duo puncta, quæ in ellipseos circumferentia à centro magis distant, ducta intelligitur recta, quæ per ellipseos centrum transeat, hæc dicitur *axis major*, ad quam si perpendiculariter erigitur recta per centrum transiens, et ad circumferentiam utrinque terminata, hæc vocabitur *axis minor*. Jam verò si ex duabus axis minoris extremitatibus hinc et inde ad partes centri oppositas ducta intelligatur recta ad axem majorem, quæ recta æqualis sit dimidio axi majori, habebantur in axe majore puncta duo, quæ ellipseos foci appellantur.) His præmissis definitionibus ex observationibus astronomicis notum est, planetas revolvi in ellipseis, quarum focum unum communem Sol occupat. Quamvis autem hæc sola curva celestibus motibus accuratissime respondeat, quia tamen circularis planetarum orbita non multum ab astronomicis observationibus aberrat, imò nihil se è in quibusdam planetis, in re presenti sine errore hanc hypothesein, quæ ad veritatem proxime accedet, facere licet. His explicatis sit.

## CONCLUSIO.

(Attractionis universalis lex est, ut corpora omnia sese attrahant in ratione directa massarum, et duplicata inversa distantiarum.)

Demonstratur 1.: planetæ revolvuntur in ellipseis circa Solem, quarum focum unum communem Sol occupat. Hæc autem curva à plenæ circa Solem descripta prædictam attractionis legem omnino postulat; demonstrant scilicet Geometræ, corpus aliquod in ellipsei revolvi non posse vi tendente ad focum, nisi vis centripeta decrescat in ratione duplicata distantiarum ab eodem foco. At cum hæc demonstratio pendeat ex ipsa ellipseos natura; de qua nihil tradidimus, satius est planetarum orbitas velut circulares considerare, quod quidem satis accurate fieri posse, jam observavimus. Porro demonstrant observationes astronomicæ, temporum periodicorum quadrata in planetis esse, ut cubi distantiarum à Sole; ergo vis planetarum in Solem decrescit in ratione duplicata distantiarum à sole. Hæc temporum periodicorum, et distantiarum ratio, quæ celeberrimo *Keplero* debetur, appellari solet *lex secunda Kepleri*. Hanc autem legem non solum servant planetæ primarii circa Solem, sed etiam planetæ secundarii circa primarios. Mutuam planetarum perturbationem, lunaresque inæqualitates laboriosissimo, et serè insuperabili calculo in hac attractionis lege non perime investigarunt doctissimi viri, et calculum cum observationibus astronomicis accurate consentire, testantur diligentissimi Astronomi; imò eo pervenit, quod sperare vix fas erat, doctissi-

mus mihi que amicissimus dominus *Clairaut*, ut Cometa-  
rum reditum prædicere Astronomos docue-  
rit; neque celeberrimi viri laborem sefellit eventus  
cum anno proxime elapso 1759, paucorum dierum  
intervallo à calculis aberraverit reditus Come-  
tæ, qui anno 1682 apparverat. Quæ cum ita sint,  
Newtonianam attractionis legem demonstrant  
observationes astronomicae, neque eam in dubium  
vocare possunt, qui demonstrationis vim sentiunt.

II. Eandem attractionis legem terrestribus  
quoque corporibus convenire ex analogia naturæ  
colligi potest; at rem ipso corporum terrestrium  
exemplo ostendamus. Quod ut fiat, in memo-  
riam revocandum est, vim centripetam lunæ esse  
ejusdem generis cum gravitate terrestri; vi enim

centripeta describeret luna pedes  $15 \frac{1}{12}$  minuto

uno secundo, non secus ac faciunt corpora terres-  
tria. Jam verò investigari poterit spatium vi eadem  
centripeta lunari prope terram descriptum tem-  
pore minuti unius primi, seu minorum est experimen-  
tum sexaginta: etenim compertum est experimen-  
tis, gravia terrestria hac lege descendere, ut nem-  
pè spatia descripta semper sint, ut quadrata tem-  
porum, quare per regulam trium dicatur  $1'' : 15$

$\frac{1}{12} = 60 \times 60'' : 15 \frac{1}{12} \times 60 \times 60''$ ; in hac pro-

portionem virgulæ designant minuta secunda, que-  
madmodum virgula designare solet minuta prima.  
Itaque spatium minuti unius primi temporis pro-

pe terram à luna descriptum erit  $15 \frac{1}{12} \times 60 \times$

$60''$ ; sed spatium à luna eodem tempore descrip-  
tum in distantia à terra semidiametrorum 60 est

$15 \frac{1}{12}$  — Quare cum vires sint ut spatia iisdem tem-

poribus descripta, erit vis centripeta lunæ in tel-  
lurii superficie ad vim centripetam in distantia  
semidiametrorum terrestrium sexaginta, ut  $15 \frac{1}{12}$

—  $X 60 \times 60$  ad  $15 \frac{1}{12}$ ; seu ut  $60 \times 60$   $60 \times 60$

ad 1; quare si semidiameter terrestris repræsen-  
tetur per 1, erit distantia mediocris lunæ à terra ut  
60, ac proinde  $60 \times 60$  erit hujus distantie qua-  
dratum: quare cum quadratum unitatis sit 1, erit  
vis centripeta lunæ in superficie telluris ad vim  
centripetam lunæ in distantia mediocri à terra,  
ut mediocris distantie quadratum ad quadratum  
semidiametri terrestris, hoc est in ratione duplica-  
ta inversa distantie: itaque eadem lex obtinet  
quoque in corporibus terrestribus. Porro obser-  
vandum est, attractionem considerari posse vel  
in corpore attrahente, vel in corpore, quod attra-  
hitur. Si primum, vis illa *attractionis* nomen reti-  
net; si secundum, *gravitas* appellatur. Quia autem  
omnis attractio mutua est, patet hanc esse univer-  
salem gravitatis legem ut nempe se habeat in ra-  
tione directa massæ, et duplicata inversa dis-  
tantie.

Objic: prædictam attractionis legem demons-  
trare non possunt Astronomorum calculi, atque  
observationes, nisi cognitæ sint planetarum massæ;  
ita enim componi potest massarum, et distantia-  
rum ratio, ut eadem prodeant phænomena; atqui  
cognita non est planetarum massa; qua etenim ra-