casu delatus per FC regredietur itidem per CF eadem velocitate, qua advenerat, ut patet et demonstratis de elasticitate perfecta. Si autem adveniat per AC, resoluto, ut ante, motu in motus duos AD, et DC, vel FC, et CE, globus progredietur per diagonalem rectanguli FCEB, in quo cum latera CE, et EB, æquentur lateribus CD, et DA, et anguli ad E, et D sint recti; patet angulum ACD, qui dicitur angulus *incidentiæ*, æqualem esse angulo BCE, qui angulus *reflectionis* appellatur. Si globus fuerit imperfecte elasticus, et adveniat per FC, jam resiliet in F, ea scilicet velocitatis parte, quæ per conflictum recuperatur: ita ut CF semper sit in data ratione vis restitutivæ ad vim compressivam. Tandèm si globus oblique adveniat per AC, servata velocitate per CE, et recuperata velocitatis parte per Cf vel Eb, resiliet per Cb, eritque angulus reflexionis ECb semper minor angulo incidentiæ ACD. Hæc omnia, quæ ex motuum compositione et resolutione facile colliguntur, vera sunt dumtaxat, si ponantur conditiones quædam, nempè si planum fuerit perfecte lævigatum, ita ut mutuus partium attritus nihil officiat. Præterea consideravimus corpora velut puncta, aut etiam ea sphærica esse postulavimus, cum sphæræ in unico puncto sese tangant. Verùm si diversas corporum figuras consideremus, res est sane ardua et sublimioris doctrinæ; at conflictuum leges exposuisse satis sit in corporibus sphæricis, ex quibus vulgares conflictuum et elasticitatis effectus licet intelligere. Tandèm monendum superest, nullam nos habuisse rationem exiguæ compressionis, quæ in ipso globorum conflictu contingit, compressio enim et reflexio fiunt per curvam quamdam; sed cum exiguus omninò sit tactus ille, quo globi comprimuntur, hac de causa nihil turbantur collisionum regulæ, quas quidem experientia confirmat.

VIII. Ex his omnibus, quæ in toto præsenti capite explicavimus, nascitur quæstio de *viribus vivis* magna animorum contentione agitata ubique gentium Leibnitius occasione arrepta ex corporum ascensu uniformiter retardato hanc controversiam primus invenit, quam deinde corporum elasticorum collisione aliisque plurimis argumentis tueri conati sunt magni quidem viri. Cum videret Leibnitius, corpus dupla vel tripla velocitate projectum sursum ascendere ad altitudinem quadruplo vel non cuplo majorem, censuit distinguenda esse vina virium genera; illarum scilicet, quæ etiam sine motu habentur, ut est vis gravitatis, vis elastica quæ meram pressionem gignunt, ubi oppositis viribus impeditur motus; has vires idcirco vires *mortuas* appellavit, quo nomine eas secernere voluit à viribus in corpore motum aliquem habente admittendis; quarum effectus sit ut velocitatis quadratum, easque idcirco vires *vivas* nominavit. Eamdem virium distinctionem ex corporum elasticorum collisione confirmant Leibnitiani; cum enim in globis elasticis in se invicem utcumque incurrentibus, productum ex quadrato velocitatis in massam idem inveniatur post collisionem, quod erat ante, inde inferunt, in corporibus esse aliquid, quod respondeat massis ductis in quadrata velocitatum, quod illæsum remaneat, et ab uno corpore in aliud transeat, vim scilicet vivam, quæ perpetuo conservatur. Mirum sane, quam multas hæc quæstio contentiones excitabit, aliis vires vivas æstimantibus ex massa et simplici velocitate, aliis ex massa et velocitatis quadrato. Pro quadrato velocitatis Leibnitiani omnes in Germania steterint, pro simplici velocitati Cartesiani in Gallia, Newtoniani in Angula, apud Italos divisa studia. Verùm quamvis inter celeberrimos viros etiamnum hodie acrius ferveat philosophica lis illa, eam tamen in solo nomine positam esse, mihi facilè persuadeo. Et quidem in memoriam revocandum est, quod sæpesæpius movimus, vis nomen ambiguum omninò esse, nullamque distinctam notionem habere, nisi effectum aliquem intelligamus. Itaque vis nomine nihil aliud clare significari potest nisi illa proprietas, qua fit, ut corpora ad motum concitata, vel obstacula superent, vel iis resistant. Quo major est superata obstaculi alicujus resistentia, eò major censetur vis, quo quidem vocabulo nulla entitas corpori inhærens intelligi debet, sed merum factum seu effectus. His jam explicatis, corporum motibus opponi possunt tres obstaculorum species. Vel enim insuperabilia sunt obstacula, ita ut omnem qualemcumque destruant motum; vel obstacula eam duntaxat præbent resistentiam, quæ ad extinguendum corporis motum satis sit, illumque statim extinguit, ut sit in æquilibrio; vel tandem obstacula paulatim et per gradus motum destruunt, ut fit in motu retardato. Quia autem obstacula insuperabilia motum omnem sistere valent, ad corporum vires æstimandas nihil conferre possunt; itaque superest ut virium mensuram aut in æquilibrio, aut in motu retardato investigemus. Quod æquilibrium spectat motus quantitates æquales esse consentiunt omnes, ac proindè vires in hoc casu ex sola velocitate æstimandas esse, fateantur necesse est. Neque etiam repugnat, in mo-

tu retardato vires ex motus quantitate æstimari: etenim si vis nomine intelligatur resistentiarum summa, quam obstacula quælibet corporum motibus afferunt, jam nulla difficultas esse potest: et quidem evidens est quantitatem motus amissam tempore infinitesimo esse ut productum ex resistentia in tempus infinitesimum ac proindè resistentia tota est ut productorum illorum summa, sive ut tota quantitas motus amissa. Porrò virium notioni convenientissimum est, vim corporum hoc modò æstimare; nullam enim obstaculi ideam habemus, nisi quatenus resistit, ac proindè resistentiarum summa sive quantitas motus amissa, quæ quidem resistentiæ proportionalis est, considerari potest tamquam obstaculum superatum, ac proindè vires vivæ hoc modo consideratæ ex producto massæ in velocitatem æstimari debent. At si nomine vis vivæ intelligatur alter effectus, puta numerus obstaculorum, quæ superantur, jam alia prodit virium mensura; etenim ponamus, globum aliquem projici in lastrorum seriem velocitate duplo, triplo majori; in primo casu elastrorum compressorum numerus erit quadruplo major, in casu secundo erit major noncuplo, et ita deinceps, quod facile patet; nam quo majus est, spatium percursum, eo major est elastrorum, quæ in spatio continentur, numerus, ac proindè, numerus elastrorum est, ut spatium percursum, hoc est, ut quadratum velocitatis. Itaque patet, totam quæstionem huc revocari; an vires vivæ æstimari debeant ex primo, vel secundo effectu, nempè ex ipsa resistentiarum summa, vel ex ipso obstaculorum numero. Præterea observandum est, effectum aliquem majorem longiori tempore produci: ita si diversis velocitatibus in exemplo præcedenti projiciantur globi contra plura elastra, globus qui dupla velocitate projicitur, quatuor elastra comprimi, sed longiori tempore scilicet duplo, ac proindè mirum non est, quod dupla velocitas tempore duplo effectum quadruplum producere debeat. Pari ratione corpus sursum projectum velocitate duplo majori ad quadruplam altitudinem ascendit, sed tempore duplo. Hæc ergo altera est quæstionis ambiguitas, an scilicet in virium effectibus æstimandis haberi debeat ratio temporis, vel non, hæ autem considerationes à Physicorum arbitrio omnino pendent. Hac facta distinctione, et accurate constituta definitione, jam omnibus, quæ proponi solent, argumentis statim parata est responsio. Neque immorandum est principio, quod *virium vivarum conservationem* appellant; nempè in globorum elasticorum conflictu productum ex quadrato velocitatis in massam invenitur idem ante et post collisionem. Principium illud ex sola elasticitatis natura atque ex actionis et reactionis æqualitate unice pendet. Et quidem si globi non fuerint perfecte elastici, velocitatum quadrata ac proindè et vires non servantur. Hanc quæstionem *logomachia* laborare non solum demonstrant ratiocinationes jam explicatæ, sed magis ac magis manifestum fiet, si rem ita consideremus; nempè corpus vel tendit dumtaxat ad motum obstaculo aliquo impeditum, vel revera movetur velocitate uniformi, vel denique illius motus obstaculo aliquo retardatur, ac tandem omninò extinguitur, in his omnibus casibus diversus est effectus à corpore productus corpori tamen nihil novi accedit, sed illius actio dumtaxat varie applicatur. Itaque dum dicitur, vim corporis in certis casibus esse ut velocitatem,

in aliis ut quadratum velocitatis, nihil aliud significatur, nisi effectum in quibusdam casibus esse ut velocitatem, in aliis autem ut quadratum velocitatis; atque etiam probe notanda est *effectus* significatio, quæ utplurimum vaga est, et definitione indiget. Et quidem in tribus enuntiatis casibus effectus vocabulum diversam habet significationem; in primo casu solam tendentiam exprimit; in secundo spatium dato tempore descriptum et constans designat; in tertio tandèm casu spatium usque ad motus totius extinctionem percursum denotat; in his autem casibus singulis nulla habetur ratio temporis, quo actio consumitur. Accurate ergo notandum est corporis *tendentiam* ad motum, prout est diversimode applicata, varios producere effectus, quorum alii sunt velocitati, alii autem velocitatis quadrato proportionales. Ex his patet, quo sensu intelligi debeat vulgatissimum axioma: *causæ suis effectibus sunt proportionales*: obscure quidem enuntiatum est axioma illud, cum eadem causa diversos effectus producere valeat. Igitur ita restringi debet hæc propositio, ut nempè effectus causis suis proportionales sint, si causæ eodem modò agant; quod quidem probè observandum est, persæpe enim fit ut principium illud, quod est omninò inutile vel saltem vago modo expressum, incautos Philosophos in paralogismos adducat. Hæc satis dicta sint de celeberrima controversia, quæ licet superflua omninò, et inter *logomachias* rejicienda videatur, præstantissimis utilissimisque operibus occasionem dedit.

APPENDIX.

De quibusdam capitis præcedentis utilitatibus.

I.

De corporum descendentium motu uniformiter accelerato in præcedenti capite sermonem habuimus. Ex demonstrata accelerationis lege statim intelligitur, quantus debeat esse corporis ex alto delapsi impetus, quem quidem maximum esse oportet in minimo etiam corpore, dummodo tamen maxima sit descensus altitudo. Hic igitur prætermittendum non est luculentissimum divinæ providentiæ argumentum; cum enim minimæ aquæ guttulæ, levissimique nivis flocculi aut grandinis globuli ex alto cælo delabantur, durissimas etiam cervices nostras tanta vi facilè frangerent, nisi Deus Optimus Maximus, opposita aeris resistentia, nostre conservationi providere voluisse. Maximam fluidorum particularum percussionem vulgatissimo experimento exhibere solent Physici. Tubus vitreus aliqua exparte aquam continet, pars autem superior aere vacua est; tubus hoc modo comparatus manu agitatur, ita ut aqua ad partem tubi superiorem ascendat et deinde in fundum recidat. Aqua fundum percutiens minima licet quantitate et ex minima altitudine, lapidis ictum sonumque imitatur, atque tubus paulo vehementiori manu sucursus in frustra dessilit, qui vix levissimum ictum excipit, si aerem contineat. Id autem, oblata occasione, pro religioso Institutionum nostrarum fine breviter observatum sit.

Quamvis autem tales nobis proponamus eru-

diendos auditores, qui non armorum strepitum, sed religionis pacem amare debent; explicatæ tamen doctrinæ in arte *ballistica* sive *tormentaria* utilitatem exponere licebit. Sit AL altitudo, ex qua grave descendens, velocitatem acquireret projectionis velocitati æqualem; tempore, quo grave descendit per AL (*fig.* 25.) percurreret motu uniformi spatium duplum ipsius AL, puta AI. Erit autem, ex antea demonstratis, EQ ad AL, ut quadratum temporis per EQ, quod idem est ac tempus motus æquabilis per AE ad quadratum temporis descensus per AL, quod idem est ac tempus motus æquabilis per AI, ideoque ut quadratum AE ad quadratum AI, sumtisque AL, AI, AV continue proportionalibus, hoc est, sumpta AV quadrupla ipsius AL, erit rectangulum ex AL, et AV æquale quadrato ipsis AI ac proindè ductis extremis et mediis habetur $EQ \times AL \times AV = AL \times AE^2$, sive $EQ \times AV = AE^2$, et $AV : AE = AE : EQ$; quarè rursus patet gravia horizontaliter vel obliquè projecta Parabolam describere. Ex hac demonstratione tota pendet ars ballistica, atque ad facilem usum comparari poterunt tabulæ, quarum ope data vi pulveris pyrii quantitate, datisque loci feriendi distantia et altitudine, invenietur elevatio *Mortarii*, sive quod idem est, angulus, quem directio globi tormentarii efficit cum horizonte.

Nihil hac in re brevius et elegantius legitur, quam quod tradidit D. de Maupertuis in Mon. Paris. ann. 1731. hoc ferè modo; rem analytice exprimamus. Sit $AE = t$; $EA == z$, $AL == a$, ideoque $AV = 4a$: erit $EA \times AV == 4az$, et $AE^2 == t^2$, ac proindè habetur æquatio ad Parabolam $t2 = 4az$. Jam verò Parabola AQ ad lineam horizontalem AB facilè refertur. Linea *Jactus* AE, ut vocant, sive directio mortarii cum horizonte AB datum efficit angulum, cujus tangens dicatur n, sitque $AH = x$, $QH = y$; sumpto AH pro radio $= = 1$; erit AH ad HE, ut radius ad tangentem, ac proindè $HE = = nx$. Igitur $EQ = = EH - QH = = nx - y$, et $AE^2 = AH^2 + HE^2$, hoc est, $tt = xx + nnxx$: quarè si in prima æquatione $tt = 4az$, loco tt et z, substituantur præcedentes valores; habebitur $nnxx + xx = 4nax - 4ay$. Jam hujus formulæ usum consideremus. Data sit distantia horizontalis loci feriendi $AC = b$, ejus altitudo $CP = = c$, in præcedenti æquatione erit $x = = b$ et $y = c$: quarè mutabitur in hanc $nn + bb = 4nab - 4ac$. Hinc per radicum extractionem et vulgares æquationum regulas facilè invenitur directio mortarii $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b}\sqrt{4a^2 - 4ac - b^2}$, ubi signum $\pm$ designat signum positivum vel negativum; ac proindè patet, duplicem esse posse mortarii directionem: etenim sive adhibeatur signum +, sive —, restitutis quadratis, eadem redit æquatio. Si locus P sit in horizonte, jam evanescit PC ideoque $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b}\sqrt{4aa - bb}$. Si locus P sit infra C, erit $n = = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b}\sqrt{4aa + 4ac - bb}$. Si data sit directio mortarii, erit, $a = \frac{nnbb + bb}{4nb - 4c}$; quarè invenietur velocitas *projectionis*, seu vis pulveris

pyrii. Itaque patet, ad usum ballisticæ artis faciles expeditasque tabulas imperitis etiam militibus parari posse ope hujus formulæ, quæ quidem ipsa sola continet, quidquid in magnis voluminibus scriptum invenitur, atque eam ob causam prætermittere nolui hoc elegantissimum problema ex primis Algebræ principiis facilè intelligendum. Ceterum in doctrina ballistica hactenus explicata nullam aeris resistentis habuimus rationem, quam expertissimi quidam viri considerandam esse affirmant, alii verò negant: quarè in hac inter peritissimos etiam viros opinionum varietate nova experimenta diligentius iteranda esse, censeo. Porro hoc quidem certissimum est, resistentiam maximè minui, si globus missilis sub exiguo volumine maximum pondus continet, ac proindè in hoc casu experimenta ad doctrinæ veritatem magis accedunt.

II. In hoc ipso capite pendulorum doctrinam explicavimus; hæc autem est maxima pendulorum utilitas, ut accuratam exhibeant temporis mensuram. In motu quærendam esse temporis mensuram, demonstravimus in Metaphysica. Si motus sit uniformis, spatii descripti partem accipimus pro unitate, et deinde æquales ejusdem spatii partes consideramus. Tempus, quod hoc modo per motum uniformem metitur, tempus *medium* et *uniforme* appellamus; at tempus *apparens* et *verum* dicitur externa quælibet et sensibilis per motum temporis mensura, qua vulgus vice veri temporis utitur, ut hora. dies, mensis annus. *Æquatio temporis* vocatur differentia inter tempus verum et tempus medium. Æquabilem censent Astronomi diurnum communem motum, qui ex diurna terræ revolutione circa proprium axem oritur: at inæquale est temporis intervallum inter binos appulsus Solis ad Meridianum; illud autem temporis intervallum *diem Astronomicam* vocant. Sit S Sol (*fig.* 26.), AB portio orbitæ telluris, linea MD repræsentet Meridianum aliquem, cujus planum productum transit per centrum Solis, dum telluris versatur in A. Progrediatur deinde tellus in sua orbita per arcum AB ad B; interea dum completur una telluris revolutio circa axem, completa revolutione Meridianus MD perveniet ad situm md priori MD parallelum; ideoque Meridianus in hoc statu nondum per Solem transit, neque incolis, qui sub Meridiano illo degunt, fiet meridies, sed oportet ut Meridianus dm motu angulari feratur, describatque angulum dBf, donec Meridiani planum per centrum Solis transeat. Exinde fit, ut dies solares una telluris revolutione circa axem longiores sint.

Si meridianorum plana ad orbitæ terrestris planum normaliter insisterent, et tellus æquabili semper motu orbitam suam percurreret, post peractam à meridiano aliquo revolutionem, ob md, et MD parallelas, angulus dBf esset æqualis angulo BSA, et arcus df similis arcui AB; atque ob tempora semper æqualia arcus AB, ac proindè angulus df esset sibi semper æqualis; ideoque dies omnes solares æquales essent, tempusque apparens cum medio congrueret. At res longe aliter se habet; inæqualis enim est telluris velocitas, quæ in motu annuo est reciprocè, ut perpendiculum ad tangentem demissum, ex antea demonstratis. Præterea Meridianorum plana non sunt ad Eclipticam, sed ad Æquatorem normalia. Sola hæc causa, dempta etiam terrestris motus inæqualitate, dierum inæqualitatem produceret; nam Eclip-

tica efficit cum Æquatore angulum $23\frac{1}{2}$; si autem dividatur Ecliptica in exiguos arcus æquales, qui Solis iter, posito ejus motu uniformi, singulis diebus repræsentent, ductis per Polos mundi, et per singula divisionum puncta circulis Meridianis, æquales non sunt Æquatoris arcus his Meridianis comprehensi; ac proindè nec æquale semper est temporis intervallum inter binos appulsus Solis ad meridianum. Hic autem pro commoditate, majorique facilitate, modo telluris, modo Solis motum adhibemus; res enim proindè se habet quoad motum apparentem.

Quæ cum ita sint, etiamsi fingamus Solem uniformi motu in Ecliptica progredi, non tamen per binos appulsus Solis ad Meridianum definiri potest tempus medium. Itaque adhibent Astronomi fictitios quosdam dies inter se æquales, et inter longiorem, brevioremque diem medios; quod ut efficiant, numerum horarum, quibus Sol in Ecliptica defertur, considerant, tempusque totum in tot dividunt partes, quot sunt horæ, quarum 24 diem integram constituunt. Quoniam autem nullum novimus in natura corpus, quod motum perfecte æquabilem conservet, qui tamen motus solus idoneus est ad dies, horasque æquales connotandas, fingunt Astronomi aliquod sidus, quod in Æquatore versus Orientem semper incedat, et motum suum nusquam intendat aut emittat, sed uniformiter Æquatorem percurrat eodem tempore, quo Sol Eclipticam videtur describere. Talis sideris motus tempus æquale et verùm repræsentabit, ejusque motus in Æquatore diurnus esset 59, 8'', qualis scilicet est medius Solis motus in Eccliptica: ac proindè dies æqualis et medius per appulsum hujus sideris ad meridianum definitus æqualis erit tempori, quo tota circumferentia Æquatoris, seu gradus 360 per Meridianum transeunt, et insuper 59′ 8″ hoc autem addittamentum idem semper manet, ac proindè dies omnes medii inter se æquales erunt. Cum ergo Sol inæqualiter secundum Æquatorem Orientem versus promoveatur, aliquando citius hoc sidere Meridianum attinget, aliquando serius ad eumdem appellet. Hæc differentia ea ipsa est, quam *temporis æquationem* appellavimus; hac autem aliquando ablata, aliquando addita, evidens est tempus medium revocari ad verum, et viceversa verum ad medium. Porrò hæc æquatio excurrit per 31, partim hinc; partim inde, ita ut inæqualitatum omnium summa quadrantem horæ superet dimidio minuto. Itaque dierum astronomicorum inæqualitatem explicavimus.

Ejusdem generis inæqualitas habetur etiam inter binos appulsus ad Horizontem, quod temporis intervallum diei italicæ durationem definit; sed in hac temporis mensura multo majori est inæqualitas ob multo majus discrimen inclinationis Eclipticæ ad Horizontem. Hìc apud nos Romæ harum dierum tanta est inæqualitas, ut tres horas superet, atque inde fit, ut horologium, quod æquabili motu feratur, accurate referre non possit per totum annum nec astronomicas et communes Europæ horas, nec Italicas, sed accelerari debeat identidem et retardari, vel inde jam promoveri, jam retrahi, sed hoc incommodum in communi Europæ horologio multo minus est, quam in Italico. Hìc autem, data occasione, prætermittenda non est sæpius renovata ab imperitis hominibus

controversia de horologii Italici cum Astronomico consensu, et de hora meridiei quæ in hoc stabilis est, in illo variabilis; dierum inæqualitatem non perpendunt hi pertinacissimi viri, quod indoctorum hominum vitium est, et ab infantia ipsas horas considerarunt tamquam certam quamdam et constantem mensuram, quæ 24. vicibus repetita diem compleat. Inde autem fit, ut crasse errent, et in conciliandis italicis astronomicisque horis sese varie implicent. Illud tandem adjiciendum, stellarum fixarum regressum ad Meridianum, et ad quemvis cælestis shpæræ circulum eodem quam proximè fieri tempore, quod diurna revolutio peragitur; cum stellæ proprios motus perquam exiguos habeant, ita ut in singulis conversionibus discrimen ab æquabili diurni motus intervallo sensum omnem penitus effugiat; sed motus illos deinde explicabimus in Astronomia. Explicata temporis æquatio non solum adhibetur ab Astronomis, sed etiam ad ordinanda in usu civili horologia usurpatur. Hinc intelligitur, qua de causa pendulum, quod tempus medium demonstrat, non consentiat cum Sole, qui tempus verum indicat, sed modo citius eat, modo tardius. Eadem de causa mirari minime debemus, quod horologia etiam à Fabre elaborata cum horologiis solaribus non conveniant; hinc *Solem dicere falsum* audent Astronomi. Hæc pauca indicasse satis sit, quæ subjecto Tyronum oculis terrestri vel cælesti globo debent explicari.

III. Horologia pendulis instruere primus omnium docuit Hugenius in opere immortali: *de horologio oscillatorio*; quod quidem præclarissimum inventum eximiam hujus capitis utilitatem satis demonstrat, pauca igitur de horologiorum structura et ex præcedentibus facilè colligenda hic adjungam. Pendula horologiis ita communiter aptari solent. Rota, quam vocant *occursus*, horizontaliter volvitur, ac proindè *librator* supra rotam extenditur, ejusque *pinnæ* duæ, quarum plana angulum rectum comprehendere solent, ita denticulis inferuntur, ut pina altera denticulo impellatur, dum opposita à suo denticulo se eximit; id autem facilè obtinetur, si rota numerum imparem denticulorum habeat, et libratoris axis per centrum rotæ transeat. Facilitatis ergo consideremus horologium duabus tantum rotis instructum; prima seu inferior rota 120 denticulos habere ponatur, eaque duas circulationes intra horam fingatur absolvere; hæc ergo æquivalebit rotæ denticulorum 240. Secunda rota habeat rotulam denticulorum 5; dum quinque denticuli majoris rotæ transeunt, unam circulationem secunda rota absolvet. Jam per divisionem inveniendum est, quoties quinarius numerus contineatur in 240, *quotiens* erit 48; quarè intra horam secunda rota circulationes 48 absolvet. Ponatur autem, secundam rotam constare 35 denticulis, quorum quilibet duas vibrationes efficit, cum bis vibratorem attingant; quarè singulis circulationibus efficiet vibrationes 70. Jam multiplicetur numeros 70 per 48, habebuntur 3360 vibrationes simplices intra horam. Calculus perinde se habet, si eadem manente rota inferiori 120 denticulorum, mutentur rotula, et secunda rota. Itaque prima rota sit denticulorum 120, quæ duas circulationes intra horam efficiat, ideoque æquivaleat rotæ denticulorum 240; rotula secunda sex habeat denticulos; dividatur numerus 240 per 6, quotiens erit 40; quarè secunda rota quadragesies intra horam rotatur; habeat au-

denticulus quilibet singulis circulationibus bis libratorum attingit, duplicetur is numerus, fientque 90, quæ multiplicentur per 40, et habebuntur vibrationes simplices intra horam 3600; hoc est vibratio quælibet simplex minutum secundum æquabit.

Simili ratione initur calculus pro alio quolibet rotarum numero. Instructum ponatur horologium rotis tribus, quarum prima dentes 122 habet, secunda rotula dentes 7, rota secunda 60, rosula seu axis tertiæ rotæ habeat denticulos 8, rotæ occursus 15, hoc modo habebitur vibrationum numeros. Dividatur 112 numerus denticulorum primæ rotæ quæ singulis horis semèl circumvolvitur, per 7, nempè axem secundæ rotæ, invenietur rotam secundam intra horam decies axies circumvolvi; habet autem hæc rota denticulos 60; quarè multiplicentur 16 per 60; invenientur 960, ideoque intra horam 960 denticuli rotæ secundæ transeunt, qui numerus dividendus est per 8, axem tertiæ rotæ, quæ proindè 120 circumvolutiones absolvet. Habet autem hæc rota 15 denticulos, qui vibrationes simplices 30 perficiunt; quarè multiplicentur 30 per 120, invenientur vibrationes simplices 3600, quarum una minuto uno secundo æquivalibet.

Ex his omnibus intelligitur praxis horologiorum artificibus vulgatissima; quærunt scilicet numeros, qui exprimunt; quoties numerus dentium rotæ alicujus denticulos rotæ alterius contineat; illos autem numeros *exponentes* vocant. Itaque ex demonstrata pendulorum doctrina determinari debet numerus vibrationum penduli dati, quo tempore rota aliqua circulationem unam absolvit;

quod quidem facilè habetur, cum sit numerus vibrationum dato tempore peractarum in ratione subduplicata inversa longitudinis penduli. Numerus vibrationum inventus dividatur per 2, quotiens erit productum ex omnibus exponentibus; sive quod idem est, duplum productum ex singulis exponentibus æquatur numero vibrationum penduli, durante una rotæ inferioris revolutione, ut ex dictis evidens est. Itaque si construendum proponatur pendulum aliquod rotis instruendum, primo notum esse oportet numerum vibrationum penduli, quo tempore rota una suam circulationem perficit; tempus illud ponatur unius horæ, pendulumque ad minuta secunda suas oscillationes componat, ita ut singulæ vibrationes sint minuti unius secundi, seu pars $\frac{1}{3600}$ unius horæ. Itaque interea dum rota semel circumvolvitur; pendulum absolvet vibratione 3600, qui numerus erit duplum productum ex singulis exponentibus: quarè si exponentes dicantur r, s, t, erit 3600 = = 2rst, ac proindè 1800 = = r s t. Quia verò exponentes r, s, t, sunt quantitates indeterminatæ, patet id effici posse, ut nempè rotæ occursus eumdem circulationum numerum dato tempore conficiat, mutatis rotarum axiumque dentibus, dummodo productum ex singulis exponentibus maneat. ex. gr. Ponamus horologium pluribus instructum rotis, quarum una denticulos habeat 48, dentibus 8 donata sit rotula, cujus axi affixa sit rota dentibus 40 instructa, habeatque rotula dentes 6, et illius axi inferatur rota dentium 36, quæ cum rotula dentium 6 connectatur, cum hac rotula jun-

gitur tympanum vel rotæ occursus; numerus circulationum rotæ occursus, interea dum prima rota circulationem unam absolvit, erit $\frac{48}{8} \times \frac{40}{6} \times \frac{36}{6} = 240$; si autem alii adhibeantur numeri $\frac{46}{10} \times \frac{50}{8} \times \frac{36}{10} = 240$, alia prodit rotarum series priori æquivalens. Ex his paucis derivari possunt plurima ad praxim utilissima. Ceterum unusquisque facilè intelligit, explicatam rotarum combinationem non solum valere in majoribus horologiis pondere appenso solicitatis, sed etiam in horologiis portatilibus, quæ elastro aliquo moderantur. Hæc autem omnia subjecto Auditorum oculis horologio exponi debent.

CAPUT II.

De extensione et reliquis inde pendentibus corporum proprietatibus.

Sub duplici ratione considerari potest extensio, vel quatenus est *sensibilis*, seu *physica*; vel quatenus est notio *abstracta*, seu *methaphysica*. Extensio primo modò considerata est effectus certa corporum actione in organis corporeis productus, quo fit, ut corporum superficies tactu percursæ plures à se invicem diversas partes seu varias partium distantias nobis repræsentent. Extensio considerata quatenus est notio *abstracta*, est ipsa no-