

DAD AU
CIÓN GE



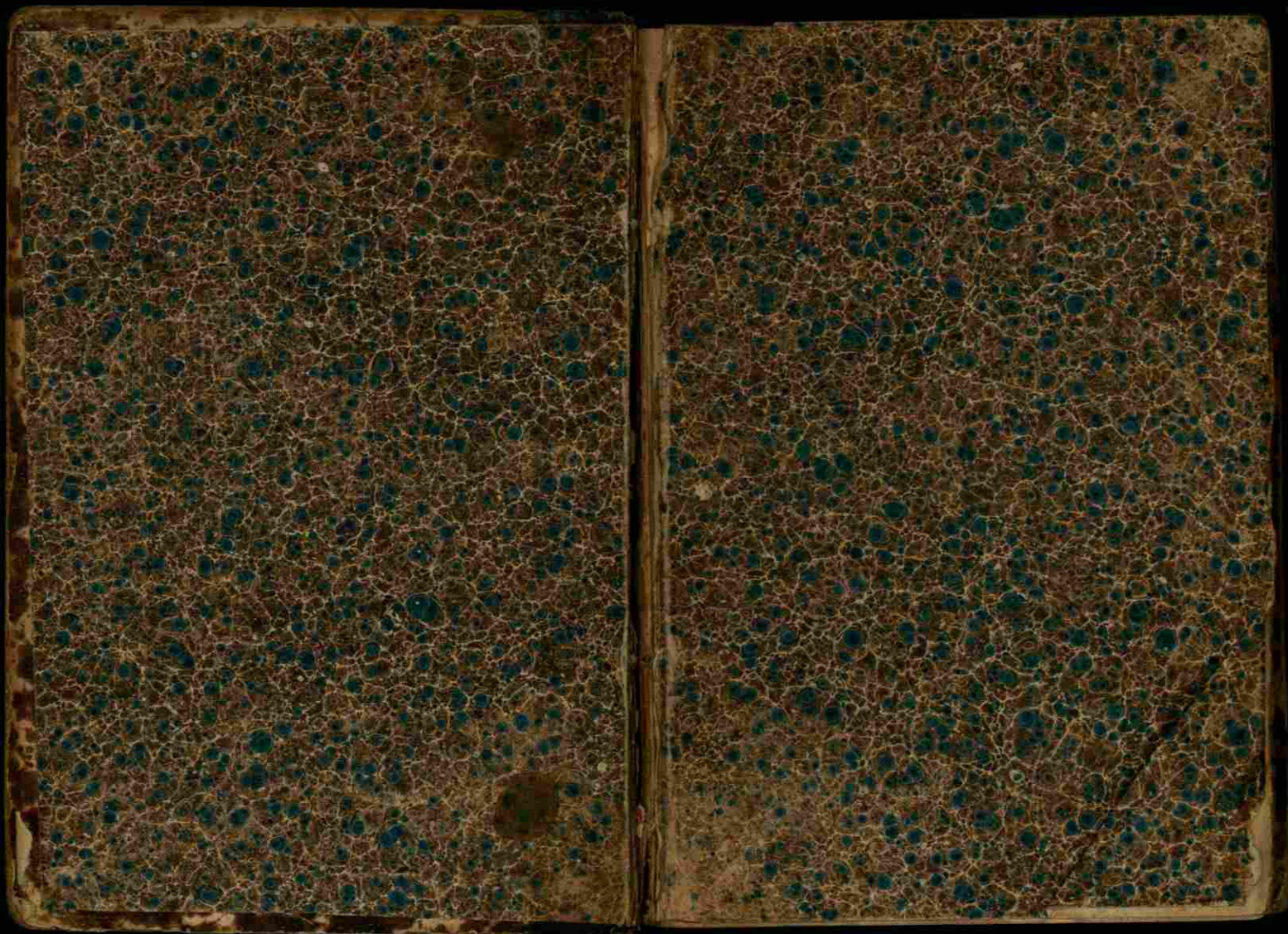
B 69
J 3

V 4
C 1

NO 1 M

RALD

11



1908
2613
2



INSTITUTIONES

PHILOSOPHICÆ.

AUCTORE

FRANCISCO JACQUIER
*ex Minimorum Familia, primariarum
per Europam academiarum socio, in
lyceo romano, et in collegio urbano
de propaganda fide professore.*

AD USUM SCHOLÆ VALENTINÆ.

TOMUS IV.



Comilla Alfonso
Biblioteca Universitaria.

55375

VALENTINÆ:
APUD ILDEPHONSUM MOMPIË.

Anno 1829.

1829

Co # 46 # 79

B69
I3
V4



1080042604

Rafael Garcia

Rafael Domingo Garcia



FONDO BIBLIOTECA PUBLICA
DEL ESTADO DE NUEVO LEON



AUCTOR LECTORI.

Ad eam tandem pervenimus Philosophiæ partem, quæ *Physica*, seu *Scientia naturæ* appellatur, præstantissimam sanè disciplinam. De hoc præclarissimo studio duas invenio omninò quidem injustas hominum opiniones. Alii huic studio uni-
ce addicti, totique, ut ita dicam, mancipati, in aliis disciplinis haud supra vulgus sapiunt, hanc solam, quam profitentur, et amant, scientiam summopere prædicant, cunctaque præterea doctrinæ genera fastidiose contemnunt. Alii *Physicæ* studium tamquam inceptum, et inutile arrogantius et temerè traducunt, imò velut prophanum proscribunt, et *Ecclesiasticis* viris vix concedendum. Primam opinionem, quæ quidem error est perniciosissimus, necesse non est, ut fusius refellam. Et certe nemo nescit, ad tria capita generatim revocari omnes quantum patent, humanas cognitiones. Dei enim, et animæ nostræ contemplatione, atque corporum, sive naturæ observatione studia omnia nostra continentur. Quod Dei contemplationem spectat, sacram scilicet *Theologiam*, æquis æquus rerum æstimator divinam hanc scientiam, scientiarum omnium reginam, et magistram ceteris omnibus disciplinis infinita laudè non anteponat?

*

Ecquis etiam, nisi perditissimus homo, in cælum non feret sanctiorem illam disciplinam, quæ circa nosmetipsos versatur, quæ de moribus agit, quæ certiori, castiorique doctrina præclaris virtutibus animum excollit, atque ad honestatis, ad officii, ad religionis amorem traducit?

Hæc quidem duo sunt divina omnino, et omnium longe utilissima studia, quibus ad durissimum omnis veritatis, scientiarumque omnium fontem D. O. M. et rerum majestate, et morum sanctitate proprius accedere docemur, quoad humani generis patitur imbecillitas.

Nec tamen sua dignitate, et utilitate defraudari debet vera, et solida Physicæ ratio, in qua non infinitæ de vocalis, atque nugis controversiæ disceptantur, sed, ut paucis multa complectar, quæ cælo, terra, marique geri, atque administrari videmus, quantum pro ingenii nostri mediocritate licet, explicantur. Neque hæc ruda, et simplici mentis contemplatione, aut conjecturis inixa, sed accurata ratiocinatione, et captis sæpius experimentis demonstrata. Fructuosissimam esse accuratorem hanc naturæ considerationem, eamque ad omnipotentis, ac perfectissimi auctoris cognitionem nos evehere, et ad divinas laudes excitare, si quis negaverit, is statim ex S. Scripturæ auctoritate refelletur atque hanc Isaïæ reprehensionem audire merebitur cap. 5. vers. 12. *Opus Domini non respicis, nec opera manuum ejus consideratis* Verùm qui in contemplandis divinis operibus nullum tempus, nullam attentionem collocat; is sane Physicæ pretium omnino ignorat, divinorumque operum gloriam, et majestatem obscurius intuetur; atque ea de causa fit, ut aliqui rerum Physicarum nihil, aut parum studiosi alias quidem Phi-

losophiæ partes commendent; Physicam autem aspernentur, in quo quidem non mediocriter peccare videntur. Quam autem sinistra sit, et temere concepta hæc opinio, ex ipsa rerum explicandarum serie melius quam sermone ullo licebit intelligere; interim tamen singula harum institutorum capita percurrere, et doctrinæ utilitatem breviter, et digito ut ita dicam, commonstrare non abs re erit. Ab *extensione, et impenetrabilitate* Physices generalis initium facere solent plerique hujus disciplinæ magistri; ego autem ab hac vulgari consuetudine aliquantulum deflectens, universales corporum vires, seu potius effectus primum explicabo, et vocabulorum, quibus nulla vis, nulla notio persæpe subjecta est, ambiguitatem omnem clara, nitidaque definitione amoveri, curabo diligenter. Itaque vim *inertiæ, vires centripetas, et centrifugas, gravitatem, et attractionem* accurate considerabo, utilissimam sane argumentum, quo cuncta prorsus naturæ effecta continentur. Hinc doctrinæ ordo postulat, ut effectus ipsos inde oriundos, æquilibrii scilicet, variorumque motuum leges contemplemur. Ex his tandem veluti gradibus deducimur ad universales corporum proprietates, quæ Physicæ generalis meta sunt, ac terminus. Maxima sane voluptate afficiuntur adolescentum animi, quum tot admiranda acutissimorum hominum inventa cognoscunt, quibus Physica maximum caput incrementum, et quamplurima ad usus vitæ excogitata. Hæc autem tot, tantaque commoda fasius declarare supervacansum est, singulis enim capitibus sua adjungitur appendix, in qua uno veluti intuitu observare licebit, non quidem utilitates omnes, sunt enim innumerabiles, sed aliquas tan-

tum atque etiam in rebus Theologicis, quem quidem usum vix suspicantur aliqui. Hanc vero tradendam Physicam rationem nemo, ut puto, improbabat, cum præclarissimi studi amorem studiosæ juventuti instillare possit, quantum unienique pro vivendi instituto, et ratione licet; sua enim sunt diversis vitæ conditionibus officia, quibus deesse nefas.

Universalibus corporum proprietatibus in Physica generali explicatis, jam progrediendum est ad Physicam particularem, in qua varia specierum individua observantur, variæque species considerantur. Latissime quidem patet Physicæ particularis amplitudo, naturamque omnemque amplectitur; sed tot, tantaque scire datum non est mortalibus; in tam immensa rerum varietate Physicis pauca, ut ita dicam, delibare licet. A corporum fluiditate Physicæ particularis summam exordium; corporum fluidorum *pressionem, motum, resistentiam* explicabo. Ad fluida *elastica* deinde progressum faciam, *aerisque* proprietates considerabo. Jam rectus docendi ordo exigere videtur, ut *luminis* doctrinam, variasque affectiones statim subjungam. Ex his autem ad corpora *caelestia* assurgam, doctrinamque astronomicam, et varias illius partes sedulo explanare conabor. Neque prætermittam, quæ cum Astronomia necessario vinculo conjuncta sunt, *Chronologiæ, et Kalendarii* elementa, variasque *Cyclo- rum, et Periodorum* rationes accurate demonstrabo. Ita autem telus nostra cum celo colligata est, ut de *Geographia* sine Astronomiæ subsidio vix quidquam statui possit: itaque ex Astronomia ad Geographiam, et ut ita dicam, e celo in terram pedem referam. Igitur cum Astronomia stric-

te connecti debent *Chronologia, et Geographia*, quas Astronomiæ *filiæ* merito appellantur aliqui. Explicata Geographia suadet ipsa rerum naturæ eque series, ut corpora illa, quæ in telluris superficie oculis nostris obversantur, primum consideremus; deinde verò ad ea, quæ in terræ gremio latent, descendamus: quare de *animalibus, arboribus, plantis, metallis, fossilibus*, aliisque id genus plurimis distincte sermo habebitur. Tandem quia ex ipsis terræ visceribus perpetuo avolant plurima, magna quidem varietate, effluvia, quæ in aerem sublata, varias constituunt phænomenorum species; ea denique contemplantur, quæ in aeris regione aguntur, *imbres scilicet, grandinem, nivem, ventum, tonitrum*, aliæque *meteora*, et Physicæ particulari, Deo juvante, finem imponemus. Singulorum capitum utilitatem suo loco oportune adjungemus, ut factum est in Physica generali. Interea tamen, ut alia plurima omittam hujus doctrinæ emolumenta, quæ omnibus obvia sunt, unum hic attingere satis erit, quod nostris auditoribus Theologiæ studiosis maxime convenit, Astronomiæ, et Cronologiæ doctrinam cum historia sacra, et prophana consociandam esse. Si quis indubium vocaverit, excellentes de his rebus evolvat libros, suam in gratissimis etiam, magnique momenti controversiis, imperitiam, si ingenius fuerit, fateri non dubitabit. Ceterum ex iis, quæ hactenus breviter attingi, satis intelligitur, quos mihi lectores velim eos scilicet *Arithmeticæ, et Geometriæ* elementis probe imbutos esse oportet. Ut autem præ manibus ea omnia habeant quæ ad nostras institutiones sunt necessaria, *Arithmeticam, et Geometriam* tali studio adornavi, ut nihil nimis, et nihil minus, quam ne-

cesse sit contineant. Verùm aliud a studiosis adolescentibus maxime exoptarem, ut Arithmeticam, et Geometriam Logicam etiam studio præmitterent; etenim Arithmetica et Geometriæ principia ob firmam et perpetuam veritatis possessionem aptissima sunt ad mentis aciem expoliendam, Logicam naturalem perficiendam, rectamque methodum conciliandam.

Nec me reprehendat aliquis, quod hac nostra ætate, his cultioris, sublimiorisque Physices temporibus, minus difficiles institutiones tradere, et proponere audeam. De me quidem modeste, ut par est, sentio, non tamen nimis demisse, quod quidem fictæ, et affectatæ, quod abhorreo, foret humilitatis. At in reconditori Physica me omnino peregrinum, et hospitem non esse, demonstratum confido; et iis, quæ jam edidi operibus, et aliis, quæ apud me premo, possem confirmare. Verùm doctos quidem se probant illi Physicæ magistri, qui intricatissima Physices *theorematum* Tyronibus explicare, laborant: mea tamen sententia, rem faciunt non valde utilem; præsertim si frequentior sit auditorum numerus, et adolescentum mentes doctrinæ difficultate magis obruerent, quam erudire videntur.

Sed quidquid sit de nostrarum institutionum successu, meam saltem propensissimam voluntatem benigne et excipiant studiosi adolescentes; quarum utilitati hunc meum qualemcumque laborem sincere, et ex animo consecravi. Porrò ab iis hunc unum, solumque expetendam vehementer exopto operæ meæ fructum, ut nempe utilissimum studium alacriter suscipiant, non quidem ad gloriam, et doctrinæ ostentationem, sed ad tuendam, insinuandamque Religionem. Neque tamen res-

puenda est doctrinæ fama, dammodo inde absit gloriæ, honorum, et lacri cupiditas. Persæpe enim feliciter contingit, ut vulgaris etiam, nec admodum sublimis rerum Physicarum cognitio apud gentes minus cultas, nominis splendorem, atque auctoritatem conciliet. Hæc fortunatissima oblata occasione utendum est, et de religione sermones miscendi, hæc quidem honestæ sunt, et omnino licitæ artes; sed tamen præcedat morum, vitæque exemplar, atque enixè imploretur divinæ gratiæ auxilium; nam, ut ait S. Agustinus in epistola ad Sixtum: *restat, ut ipsam fidem, unde omnis iustitia sumit initium, non, humano tribuamus arbitrio, nec ullis precedentibus meritis. . . sed gratuitum Dei donum esse, fateamur.*

Antequam ex hoc sermone ad Physicam transitum faciam, monendum superest, pro majore commoditate, modo telluris motum, modo quietem à me adhiberi. Ceterum me obedire profiteor Sanctæ Romanæ Ecclesiæ, quæ sapientissime omnino prohibuit, ne hypothesis Copernicana tanquam *Thesis* defenderetur.

INSTITUTIONES PHYSICÆ.

IN UNIVERSAM PHYSICAM

PROEMIUM.

CAPUT I.

De natura, et divisione Physices.

I.

Physica dicitur illa Philosophiæ pars, quæ corporis naturalis proprietates expendit. In hac autem definitione probe notari debent verba *corporis naturalis*: quæ quidem apposite omnino dicta fuere, ut quæstiones plurimæ, quæ in Sacra Theologia opportunius tractantur, ad hanc divinam scientiam reserventur. Itaque quidquid in corporibus præter consuetum naturæ ordinem, et per miraculum contingit, Physicorum contemplationi, et disputationi subjacere non debet. Hinc Physica definiri etiam solet *Philosophiæ naturalis*, vel *scientiæ naturæ*.

II. Duplicis generis proprietates in corporibus generatim distinguuntur. Aliæ sunt proprietates omnibus corporibus communes, quæ nempe de-

PROEMIUM CAP. I.

1

prehendantur in omnibus corporibus, quæ nostris experimentis, vel observationibus subjici possunt, atque ideo proprietates illæ dicuntur *universales*. Aliæ autem proprietates in certis dumtaxat corporum speciebus observantur. Rursus autem proprietates universales vel eadem in corporibus perpetuo manent, vel per gradus crescunt, atque decrescunt, hoc est, ut loquantur Scholastici, *suscipiunt magis, vel minus*. At primam proprietatem universalium classem pertinent *extensio, impenetrabilitas, vis inertie, mobilitas, quietis, et figuræ possibilitas*, sive ut vulgo dicitur, *quiescibilitas, et figurabilitas*. Ad secundam classem referuntur *vis gravitatis, et vis attractionis*; has enim vires juxta certam legem decrescere, demonstrabimus. Quod spectat proprietates speciales; eas scilicet, quæ certis dumtaxat corporibus conveniunt, has enumerare non licet; tot enim sunt, quot diversæ corporum species. Ad proprietatum illarum ordinem pertinent *fluiditas, elasticitas, pelluciditas* est. Hic autem cavendum est, ne proprietates universales cum essentialibus confundantur; fieri enim potest, ut in corporibus certas perpetuo observemus qualitates, quæ tamen ad ipsam corporum essentialiam non pertineant. Itaque monendi sunt Studiosi Adolescentes, ut corporum proprietates, illorumque effectus accurate contemplantur; quæstiones autem Scholasticas, quæ de proprietatibus essentialibus agitari solent, non multum curent; ex his enim nihil, vel parum utilitatis sperandum est; hujus moniti rationem explicabimus in Logica.

III. Pro duplici proprietatum genere duplex est Physicæ pars. Aliæ est *Physica generalis*, quæ universales corporum proprietates considerat;

INSTITUTIONES PHYSICÆ.

IN UNIVERSAM PHYSICAM

PROEMIUM.

CAPUT I.

De natura, et divisione Physices.

I.

Physica dicitur illa Philosophiæ pars, quæ corporis naturalis proprietates expendit. In hac autem definitione probe notari debent verba *corporis naturalis*: quæ quidem apposite omnino dicta fuere, ut quæstiones plurimæ, quæ in Sacra Theologia opportunius tractantur, ad hanc divinam scientiam reserventur. Itaque quidquid in corporibus præter consuetum naturæ ordinem, et per miraculum contingit, Physicorum contemplationi, et disputationi subjacere non debet. Hinc Physica definiri etiam solet *Philosophiæ naturalis*, vel *scientiæ naturæ*.

II. Duplicis generis proprietates in corporibus generatim distinguuntur. Aliæ sunt proprietates omnibus corporibus communes, quæ nempe de-

PROEMIUM CAP. I.

1

prehendantur in omnibus corporibus, quæ nostris experimentis, vel observationibus subjici possunt, atque ideo proprietates illæ dicuntur *universales*. Aliæ autem proprietates in certis dumtaxat corporum speciebus observantur. Rursus autem proprietates universales vel eadem in corporibus perpetuo manent, vel per gradus crescunt, atque decrescunt, hoc est, ut loquantur Scholastici, *suscipiunt magis, vel minus*. At primam proprietatem universalium classem pertinent *extensio, impenetrabilitas, vis inertie, mobilitas, quietis, et figuræ possibilitas*, sive ut vulgo dicitur, *quiescibilitas, et figurabilitas*. Ad secundam classem referuntur *vis gravitatis, et vis attractionis*; has enim vires juxta certam legem decrescere, demonstrabimus. Quod spectat proprietates speciales; eas scilicet, quæ certis dumtaxat corporibus conveniunt, has enumerare non licet; tot enim sunt, quot diversæ corporum species. Ad proprietatum illarum ordinem pertinent *fluiditas, elasticitas, pelluciditas* est. Hic autem cavendum est, ne proprietates universales cum essentialibus confundantur; fieri enim potest, ut in corporibus certas perpetuo observemus qualitates, quæ tamen ad ipsam corporum essentialiam non pertineant. Itaque monendi sunt Studiosi Adolescentes, ut corporum proprietates, illorumque effectus accurate contemplantur; quæstiones autem Scholasticas, quæ de proprietatibus essentialibus agitari solent, non multum curent; ex his enim nihil, vel parum utilitatis sperandum est; hujus moniti rationem explicabimus in Logica.

III. Pro duplici proprietatum genere duplex est Physicæ pars. Aliæ est *Physica generalis*, quæ universales corporum proprietates considerat;

alia autem est *Physica particularis*, quæ certas duntaxat corporum species expendit. Ex hac divisione patet, amplissimum esse *Physicæ* campum, et ad omnes ferè scientias naturales extendi. Quia vero tam multa scire datum non est mortalibus pro temporis brevitate, et humani ingenii limitatione, vastissimum illud argumentum, intra justos limites coercere solent cultiores Physici. Itaque in *Physica generali* explicabimus universales corporum proprietates; deinde ad *physicam particularem* gradum facientes, eas primum considerabimus præcipuas corporum species, quæ per experimenta nobis innotescunt; et tandem ad remotiora corpora assurgemus, quæ observationibus quidem, non autem experimentis subjici possunt. Sed hæc generatim dicta sint de *Physicæ* divisione, singula enim hujus divisionis capita suo ordine deinde rursus dividemus, et explicabimus.

IV. (*Physica sive generalis, sive particularis vel est experimentalis, vel theoretica.* *Physica experimentalis* ea est, quæ corporum proprietates, et effectus experimentorum atque observationum ope ostendit. *Physica autem theoretica* ea dicitur, quæ non solam experimenta, et observationes adhibet, sed iis etiam ad inveniendos, vel explicandos naturæ effectus ratiocinando utitur. Proba autem distingui debent observationes, et experimenta, si nempe quidpiam attentius speculamur, quod natura nulla vi artis coacta demonstrat ille speculandi actus non *experimentum*, sed *observatio* appellatur; contra autem *physicum experimentum* est tentamen, quo Artificis industria, atque opera exploratur, et ob oculos ponitur aliqua naturæ actio, quæ antea latebat, et lateret

postea, nisi eadem à natura velut invita per artem exprimeretur) e. g. calum obducitur nubibus, nulla nostra opera interveniente; si ergo nubes præsentem attente intuemur, calum nubibus obductum *observare* dicimur; at si ope antliæ pneumaticæ ex globo metallico cavo aer educitur, ut deinde globus ad stateram appensus examinetur, *experimentum* facere dicimur. (Quia verò *phenomenum* appellatur id omne, quod sensibus conspicuum est, patet experimentis, et observationibus commune esse *phenomeni* nomen.)

V. Ex his intelligitur, quid inter *Physicam pure experimentalem*, et *Physicam theoreticam* intercedat. *Experimentum ratio* non est, sed *factum*, et vi experientie tantummodo cognoscitur, effectum aliquem ita se habere; at per *Physicam theoreticam* non solum effectus causa explicatur, sed etiam veritates universales colliguntur, et in re aliqua data in quolibet simili casu conclusiones statuuntur. (Itaque *Physica experimentalis* est *Physica factorum*, *Physica autem theoretica* est *factorum explicatio*.) Hinc ut sua laus uniuersumque iuste tribuatur. *Physica* mere *experimentalis* commendari quidem debet, sed manus magis, quam ingenii dexteritatem postulat; atque optandum maximè foret, ut qui manuum industria polent, solam experientiam tractarent; alii verò qui meliori nobiliorique sagacitate, ingenii scilicet, præditi sunt, partem theoreticam sibi assumerent, et ita conjunctis viribus ad *Physicæ* progressum conferrent.

VI. Quamvis *Physica theoretica* in effectibus explicandis occupata sit: cavere tamen maximè debent *Physici*, ne effectuum causas temerario proferant: igitur ut totus *Physicæ* scopus intelli-

gatur, quod *causæ physicae* vocabulo significari velim clarè exponam. Deus est prima et unica rerum omnium causa: verùm antequam ad primam alicujus effectus causam perveniamus, plurimæ alicuando percurrendæ sunt intermediæ causæ, ita ut effectus alicujus causa non tam causa dici debeat, quam effectus alius, qui suam quòque habet causam, donec tandem perveniamus ad effectum, qui nullam agnoscat causam præter Deum, vel ipsam corporum naturam. Rem exemplo illustrabimus, gravium descendentium legem accurate demonstrant Physici, hujus descensus causa est *gravitas*, quam velut effectum ex alia causa oriundum considerant plurimi Physici. Itaque licet corporum descensus proxima causa nota sit, gravitas nempe; ignota tamen est causa remota, sive causa gravitatis: quare ut plurimum sistendum est in causis proximis, nec remotiores causæ afferri debent, nisi fuerint perspicue cognitæ; inde autem fit, ut in rebus physicis multa confusio persæpe oriatur. Quæ cum ita sint, jam evidens est, in Physica theoretica confidenter ostendendas non esse causas ultimas, sed satis esse proximas, vel remotas, quæ clare innotescere possunt; et quidam ulterior cognitio exiguæ admodum est utilitatis. Sed enim descensus leges demonstraverit Physicus, si effectus gravitatis æstimare, et ad calculum revocare noverit, eadem in humanam societatem redonat utilitas etiamsi gravitatis causa nos lateat. Itaque probe tenendum est, eum esse debere melioris Physicæ scopum, ut nempe varii effectus probe observentur, accurate astimentur, et ad nostram utilitatem transferantur. Ut autem hunc scopum pro mea tenuitate attingam, singulis Physicæ capiti-

bus in varios articulos juxta methodi regulas oportune dividendis appendicem adjungam de uniuscujusque capitis utilitate, vel in artibus, vel in aliis etiam disciplinis.

CAPUT II.

De regulis philosophandi.

Quatuor primariis regulis comprehendi solet universa philosophandi ratio, quas quidem regulas, utpote in rebus physicis utilissimas, fasius explicabimus.

REGULA PRIMA.

(Effectum naturalium causæ non plures sunt admittendæ, quam quæ et veræ sunt, et effectibus explicandis sufficiunt.)

Hæc regula multas complectitur partes seorsim declarandas. Et 1. quidem oportet causam esse veram, ideoque excludi debent non solum causæ commentitiæ, quas existere repugnat, sed etiam causæ mere possibles; itaque satis non est, ut causa aliqua possit existere, sed etiam oportet, ut revera existat: licet igitur philosophicarum hypotheseon absurditatem et repugnantiam demonstrare non possimus, si tamen nulla rationatione, nullis experimentis, aut observationibus probari possint, eas è Physica longe exulare jubemus; ceteram hanc primam regulæ partem ex aliis sequentibus regulis clarius licebit intelligere.

2. oportet ut causa sufficiat, hoc est, singulis effectus explicandi partibus, et circumstantiis debet satisfacere; alioquin tota non haberetur effectus causa. 3. tandem non plures admittendæ sunt causæ quam quæ satis sunt; etenim receptam est in omnibus disciplinis principium: *entia non sine necessitate esse multiplicanda; nec fieri debere per plura, quod potest fieri per pauciora.* Ceterum evidens est, huic regulæ præmittendam esse certissimam effectus cognitionem, nec aggrediendam esse, quod tamen sæpè fit effectus alicujus explicationem, nisi effectum ipsum existere certo constiterit. Ita Plutarchus olim hanc sibi proposuerat quæstionem: *cur pulli equini, si a lupis fuerint insectati, velocius currere soleant: variis explicationibus quæsitis veram tandem solutionem proponit; sed id, inquit, fortasse verum non est.*

REGULA SECUNDA.

Effectum naturalium ejusdem generis eadem sunt causæ.

Hæc secunda regula, quæ *analogia nature* solet appellari, ex prima facile derivatur: etenim per primam regulam, natura simplex est, et sibi semper consona, neque superfluis causis redundat. Porro effectus ejusdem generis, sive omnino similes, diversis causis tribui, naturæ simplicitati omnino repugnat. Ita gravium descensus in Europa, et America eidem causæ tribuendus est. Pari ratione cum in omnibus hominibus eadem respirationis instrumenta demonstrent observationes anatomicae, eandem esse in singulis respirandi cau-

sam, merito concludimus. Nulli exceptioni obnoxia esse potest hæc regula; quod autem incautos Philosophos in errorem aliquando inducat, id fit ex ipsius regulæ abusu; præcipiti nempe iudicio sæpè credimus, similes esse effectus, qui tamen sunt inter se diversissimi. e. g. Venti præseferunt analogiam quandam, ventosque singulos tanquam effectus ejusdem generis facile sibi persuaderet, qui singulas circumstantias, variasque conditiones accurate non consideraret. Cavendum ergo est diligenter, ne ex characteribus merè externis de perfecta effectuum similitudine audacter pronuntiemus. Ita plantæ quædam lethales externam plantarum salubrium speciem imitantur, sed principio quod in interno, et non facile conspicuo inter se maximè differunt. Sæpè enim miramur improvisum alicujus causæ effectum, alium plane diversissimum expectantes. Hæc autem effectuum diversitas præcaldubio tribui debet causarum varietati, et subtilissimæ conditioni nobis impervix. Itaque id summopere curandum est, ut nempe certo compertas habeamus omnes effectuum partes, conciliationesque singulas; si autem eo pervenire liceat, jam regula extra omnem dubitationem posita est. Immèrito igitur hujus regulæ vim enervare conamur aliqui Philosophi. Ræ quidem vera si de effectuum perfecta similitudine vel minimum supersit dubium, erroris obnoxia esse potest analogiæ regula, atque in hoc casu certissima veritatis norma haberi non debet. Quamvis autem analogia demonstrationis vim non semper obtineat, attamen tantam conciliat probabilitatem, ut non solum in rebus physicis, sed etiam in tota ferè vivendi, agendique

ratione sine stultitia rejici non possit: ita si domus hodie stet firmissima, crastina die sine ullo timore eandem domum ingredi possum, si nullum appareat ruinae indicium, quamvis tamen fieri possit, ut ob causam aliquam latentem præceperuat ædificium. Huic regulæ innituntur pleræque hominum actiones: etenim actiones suas secundum experientiam moderantur sapientes homines; in gravissimis negotiis experientia magistra utuntur, et quid agendum sit in casu singulari, indicant ex eo, quod factum fuit in alio casu præterito, cui præsens similis est vel apparet. Manifestum autem est, hanc agendi rationem nihil esse, nisi perpetuum hujus regulæ usum.

REGULA TERTIA.

Qualitates, quæ in omnibus corporibus, in quibus experimenta sumere licet, sine ullo eorundem qualitatum incremento, vel decremento observantur, pro universalibus corporum qualitibus haberi debent.

Hæc regula, qua universa Physica, tamquam fundamento innititur, ex analogia naturæ evidens est; at non sine maxima diligentia haberi debet. Et 1. quidem satis non est, experimenta in paucis corporibus haberi, sed in maximo corporum numero institui debent. Præterea etiam requiritur, ut qualitates illæ incerta lege non augeantur, neque minuantur; qua enim ratione decreverent, possent quoque minui in infinitum, atque tandem omnino evanescere. At si qualitates certa le-

ge crescant, et decrescant, quales sunt *gravitas*, et *attractio*, jam qualitates illæ in omnibus corporibus observare pro universalibus corporum qualitibus haberi debent, certis tamen gradibus crescentes, et decrescentes. Hinc patet, quodnam sit discrimen inter qualitates, quæ sine ulla lege augentur, atque minuuntur, et qualitates alias, quæ certa lege crescant, atque decrescant. e. g. calor in certis gradibus crescit, atque decrescit; verum gravitas, et attractio certam servant distantiarum legem, quam deinde considerabimus. 2. inter proprietates universales aliæ distinguendæ sunt, quæ non solum per experimenta innotescunt, sed etiam ex ipsa corporis notione colliguntur; aliæ autem per sensus tantum, atque experimenta acquiruntur. Quod spectat primi generis qualitates, evidens est illas competere singulis corporibus, iis etiam, quæ sensuum potestatem, et vim omnem fugiunt. Quod autem attinet qualitates alias per sensus tantum acquisite, aut pari jure ad corpora quælibet transferri possunt. Quod quidem monitum volui, ut altercationes omnes philosophicas effugerem; in nostris enim institutionibus physicis nihil affirmare volo, nisi quod omnino negari non potest ab iis, qui rem profè tenent, atque intelligunt. Ita cum non desint Philosophi, qui simplicissima admittunt materiæ puncta, indivisibilia, inextensa, quæ omni carent figura; licet qualitates illas in omnibus observemus corporibus, quæ sub sensus cadere possunt, minus tamen accurate easdem proprietates transferre liceret ad puncta materiæ, quæ sensuum nostrorum limites excedunt; nisi aliunde qualitates illæ ex ipsa corporis notione

colligantur, metaphysicisque argumentis comprobentur. Sed hac de re fusius disserere ad præsentem locum non pertinet; interim monere satis sit, præsentem regulam eo, quem dixi, modo explicatam in dubium vocari non posse. Quæ enim ratione adfirmamus extensa, gravia cet. esse corpora; quæ in terræ gremio alte delitescunt, nostrisque experimentis subjici non possunt, nisi vi hujus regulæ? Et certè non sinè summa insipientia aliquis negaret universales corporum proprietates, nisi eas in corporibus singulis manibus tractasset; suisque experimentis comprobasset.

REGULA QUARTA.

In Philosophia experimentalì propositiones ex phænomenis per inductionem collectæ, non obstantibus contrariis hypothèsibus, pro veris aut accurate, aut quam proximè haberi debent; donec alia occurrant phænomena, per quæ aut accuratiores reddantur, aut exceptionibus obnoxie.

Hæc ultima philosophandi regula statuitur, hypothèsibus quibuscumque anteponendas esse propositiones ex observationibus, et experimentis collectas. Et quidem cum hypothèses mera sint ingenii sigmenta, evidens est, propositiones, quæ aliqua observationum, vel experimentorum auctoritate nituntur, præferendas esse puris hypothèsibus, quæ nullam habent nisi ipsius ingenii fingentis auctoritatem. Ex hac ratiocinatione manifestum etiam est, inductionibus, quæ ex phænomenis derivantur, justam probabilitatem tribuen-

dam esse, eo scilicet accuratior censeri debet inductione, quo plura sunt phænomena, quibus satisfacit; si consentiat cum plurimis, habenda est quam proximè vera; si cum omnibus, vera est accurate; si autem contraria occurrant phænomena, restringi debet inductionis veritas. Ad hanc regulam referuntur ea omnia, quæ de opinionum probabilitate, et hypothèsion usu explicabimus in Logica; quare non est quod hujus regulæ explanationi diutius immoremur.

PARS PRIMA
PHYSICES,
SEU
PHYSICA GENERALIS
SECTIO I.

De universalibus corporum viribus.

Ab extensione, et impenetrabilitate Physices initium sumere solent plerique Philosophi. At cum virium doctrina ad universales alias corporum proprietates detegendas, atque explicandas brevioram tutioremque viam aperire videatur, à vulgari Physicæ tradendæ methodo mihi deflectendum esse existimavi. Hic autem de viribus rursus monendum est, quod de causis jam diximus, nempe *vis* nomine nihil aliud intelligimus, nisi effectum aliquem dato aliquo tempore productum. Nec leviter quidem attingere volumus inanissimas quaestiones de virium natura, an sint *entitates* aliqua corporibus inhærentes, an quodlibet aliud. Itaque ne profligatas veterum Scholasticorum qualitates occultas in scenam revocari videamur, hæc definitio nominis probè tenenda est. Et quidem unusquisque facillè experitur, sibi nullam esse virium notionem, nisi effectum aliquem sibi repræ-

SECTIO I. PARS I. CAP. I.

13

sentet. Porrò quamvis hæc sectio de corporum viribus inscribatur; sæpè tamen, data occasione, per alias corporum proprietates excurremus, si nempe rerum perspicuitas, et doctrinæ ordo id postulaverint.

CAPUT I.

De vi inertiae, plurimisque inde colligendis Physices principis.

ARTICULUS I.

De vera notione, et existentia vis inertiae.

I.

*V*is inertiae dicitur illa proprietas, eua corpora statum suum, vel motus, vel quietis perpetuo tueri conantur. Hujus definitionis partes singulas explicabimus. Non solum corpora statum suum quietis perpetuo servant, seclusis viribus, quibuslibet impressis, quod quidem à nemine in dubium vocatur, sed etiam seclusis omnibus impedimentis statum motus perpetuo retinent, hoc est, si corpus moveatur, moveri perget in infinitum eadem semper velocitate, et in linea recta, nisi causa aliqua corporis directionem, et velocitatem turbaverit. Viam illam in corporibus non sentimus, nisi illorum statum mutare conemur; ille autem conatus ad mutandum corporis alienjus statum dicitur *actio*; at conatus, quo corpus aliquod status mutationi resistit, vocatur *resistentia vel reactio*. Itaque viam inertiae, tamquam

merè passivam habere possunt Physici, qui vis passivæ nomine eam vim intelligunt, quæ ex se nullum exerit effectum nisi à vi alia excitetur; sed res est levioris momenti, et de nomine minime litigandum est. At vis inertix confundi non debet eum vulgatissimo Scholasticorum principio de indifferentia materiæ ad motum, et quietem; hoc enim principio nihil aliud intelligendam videtur, nisi ad essentiam materiæ non pertinere, ut perpetuo moveatur, vel perpetuo quiescat; at inde nullatenus colligitur in motu, vel quiete perpetuo manere corpus, quod movetur, vel quiescit, seclusis omnibus impedimentis.

II. Ut tota hæc doctrina in bono lumine collocetur, pauca de motu præmittenda sunt, fusius deinde explicanda. Quamvis ita clara sit, ac perspicua motus notio, ut nulla definitione indigeat; à Physicis tamen definiri solet motus *continua, et successiva loci mutatio*. Hic autem locum generatim consideramus, et abstrahimus à loco *absoluto*, vel *relativo*, ac proinde etiam à motu *absoluto* vel *relativo*. Velocitas dicitur illa corporis affectio, quæ datum aliquod spatium dato tempore percurrit. Rursus velocitas dicitur *uniformis*, sive *æqualis*, si æqualibus temporibus æqualia spatia describantur; secus autem *variabilis* appellatur. Inde autem plurima fluunt consecutaria, quæ quidem sunt per se manifesta. Si velocitas uniformis fuerit duplo, vel triplo major cet. erit spatium eodem tempore descriptum duplo, vel triplo majus cet. ac proinde velocitates sunt directe ut spatia. Contra autem si maneat idem spatium, existente velocitate duplo, vel triplo majori cet. erit tempus duplo, vel triplo minus cet. ideoque ve-

locitates sunt reciproce, ut tempora; quare generatim si spatium dicatur S. velocitas V, tempus T,

S

erit $V = \frac{S}{T}$ et $TV = S$, hoc est: *spatia sunt in*

T

ratione composita velocitatum et temporum.)

His autem præmissis facillè intelligitur, quid sit *quantitas motus*: si corpus aliquod moveatur, singulas ejusdem corporis particulas eadem velocitate moveri necessum est; si enim aliæ irent tardius, aliæ velocius, jam solveretur partium nexus, nec corpus maneret continuum, quod est contra hypothesim. Porro quantitas motus nihil aliud est, quam aggregatum, seu summa omnium velocitatum; quare evidens est, quantitatem motus esse productum ex numero partium; sive ex quantitate materiæ in velocitatem. Si igitur duorum corporum velocitates dicantur V, v, quantitates materiæ Q, q, spatia iisdem temporibus percursa S, s, quantitates motus A, a; erit $A = QV$; $a = qv$; $QS = qs$; sunt enim velocitates, ut spatia iisdem temporibus descripta. Jam si quantitates motus ponantur æquales; erit $QV = qv$, et $QS = qs$, ideoque $Q : q = v : V = s : S$, hoc est: *quantitates materiæ sunt in ratione reciproca velocitatum, aut spatiorum*. Quantitas materiæ appellari etiam solet *massa* et quantitas motus dicitur etiam *vis motrix*. At si nulla habeatur ratio quantitatis materiæ, solaque consideretur velocitas, aucta, vel retardata; tunc vis illa appellatur *vis acceleratrix* in primo casu; in altero autem *retardatrix*. His præmissis sit.

CONCLUSIO.

Demonstratur vis inertie.

I. Vim inertie demonstrat experientia. Et quidem quod spectat corpora quiescentia, ea in quiete perpetuo manere observamus, nisi vi aliqua ad motum concitentur. Si autem aliquando ignota vi corpus moveri contingat, id tamen non sine latente vi aliqua fieri, ex analogia naturæ jure optimo concludere debemus; et revera existit motus causa; licet sensus nostros fugiat, et nulla aliquando fortasse detur causa corporea quod quidem probe notandum est: etenim quamvis sine alio corpore impellente corpora non moveri ut plurimum observemus, analogiæ tamen lege abuteretur, qui corpora nulla sine alterius corporis impulsu unquam moveri pronuntiaret. Et certè si gravitatis causam attente quis meditatus fuerit, eam ab aliquo corpore repetendam esse non facile concedet, quinimo in contrariam Newtonianorum opinionem propensior erit. Sed hac de re data opera deinde sermonem habebimus.

Quod spectat corpora ad motum semel concitata, ea in motu diutius perseverare observamus, quo magis de medio tolluntur impedimenta: quare si ita removeri possint obstacula omnia; quæ sane sunt plurima, ut nullæ omninò sint vires retardatrices; merito asserere possumus, perpetuum futurum esse corporum motum. Pari ratione affirmare licet, motum perpetuo futurum esse uniformem, et rectilineum, diminutis enim impedimentis ad uniformitatem, et rectilineam direc-

tionem corpus magis tendere deprehenditur. Si globus aliquis eximie perpolitus in superficie plana probe lævigata incedat, in linea recta progredi videtur, neque ad dexteram declinans, neque ad sinistram; donec tandem motus extinguatur asperitate plani, aliisque impedimentis, quæ nullavitari possunt hominum industria; at quo pauciora manent impedimenta, eo magis experimenta ad veritatem accedunt.

Doctrinam hanc variis exemplis illustrare non abs re erit. Corpus in navigii tabulato constitutum quiescit, manente navigii motu constanti, et uniformi; porro si corpus tenderet ad quietem, ad ipsum gubernaculum corpus illud fagere deberet, quod quidem non minus mirandum videretur, quam si, quiescente navi, idem corpus gubernaculum versus sponte recederet. Præterea si corpus directionem motus sponte mutare posset, in prædicto casu, navigii scilicet motu uniformi, et rectilineo delati, corpus illud non quiesceret, quod est observationi contrarium. At si navigii motus subito sistatur, homines stantes in navi antrosum præcipientes ruent, quod facile experiri quisque potest stans in curru celerrime delato, cujus motus statim sistitur, is enim in partem currus anteriorem sese raptum sentiet. Si vas aqua plenum in tabula aliqua colloceatur, et vi satis magna impellatur, aqua in vase sub initio motus versus partes motui varis contrarias tendere videbitur non quod revera talis motus aquæ impressus sit, sed cum aqua in eodem quietis statu perseverare conetur, vas motum suum aquæ statim imprimere non potest, ac proinde aqua, ut ita dicam, à vase derelicta, et revera quiescens locum mutare videbitur. Tan-

dēm postquam vasis motus in aquam transit, et aqua una cum vase uniformiter, et eadem celeritate progredi cœperit, si vasis motus subito cohibeatur, aqua tamen in eodem motu perseverare conabitur, et supra vasis latera assurgere. Huic causæ tribuendum est, quod navi turbulento mari jactata in ipsa sedentes homines, doloribus, nausea et vomitu afficiantur, præsertim si mari non fuerint assueti; etenim liquores in ventriculo, intestidis, vasis sanguiferis, ceterisque canalibus contenti navis jactionibus non statim obediunt; unde in corpore humano fluidorum motus turbabitur, et morbi orientur. Ex his omnibus sic tandem argumentamur: vis illa tamquam universalis corporum omnium proprietas haberi debet, quam in singulis corporibus observamus; atqui vim inertie, quoad partes singulas, in omnibus corporibus experimur quantum ferre potest experimentorum diligentia: ergo cetera.

II. Corpora mutationi status resistere demonstrant rationes metaphysicæ. Et quidem si corpora mutationi status non resistent, corpus quodlibet etiam valdè magnum è quiete ad motum, vel è motu ad quietem non solum facili manu, sed etiam sine ullo conatu posset reduci; vis etiam minima motum quantumvis magnum posset producere, vel etiam sistere; nullaque foret inter causam, et effectum proportio, quod repugnat Ontologiæ principis, atque experientie.

Et certè hanc proportionem ostendant quoque experimenta; si enim producenda, vel extinguenda sit eadem velocitas in corpore duplo vel triplo majori cetera, id fieri non posse experimur sine vi duplo triplo majori cetera. ac proindè *vis inertie est, ut quantitas materiæ*; si autem, manente eadem

quantitate materiæ, producenda, vel extinguenda sit velocitas duplo, vel triplo major cetera. adhiberi debet vis duplo, vel triplo major cetera. ac proindè *vis inertie est, ut velocitas producenda, vel extinguenda: quare generatim vis inertie est, ut quantitas motus producenda, vel extinguenda.* Hæc ratiocinatio accurate quidem demonstrat, corpora mutationi status resistere, ac proindè vi inertie prædita esse; at vis inertie partes singulas, perpetuam scilicet motus uniformitatem, illiusque rectilineam directionem non æque evincit. Argumentum aliud desumi solet ex principio rationis sufficientis. Si enim corpus sibi ipsi relinquatur, nullaque accedat vis contraria, in statu suo perseverare debet, cum nulla sit ratio, cur statum mutet. Id quidem facillè concedunt Philosophi, si agatur de corpore quiescente; negant autem nonnulli de corpore moto, quod suapte natura ad quietem tendere affirmant: iis ergo ratio sufficiens est ipsa corporis indoles, et natura. Quamvis autem non raro utilissimum sit rationis sufficientis principium; quia tamen sapiens mortales latet rerum ratio, fateri debemus, principium illud caute admodum adhibendum esse. Quæ cum ita sint, patet, vim inertie, si partes ejus singulas consideremus, habendam esse tamquam principium experientia magis, quam accurata aliqua demonstratione inixum.

Objic.: si corpus aliquod in aere deseratur, sibi que permittatur, sponte descendit sine ulla vi impellente: ergo corpus non perseverat in quiete seclusa etiam vi qualibet impressa.

Resp. dist. ant.: sine ulla vi impellente, quæ sensibus conspicua sit. C. ant., sine ulla vi impellente, quæ sensus fugiat. N. ant. et cons. Impa-

rita hominum multitudo sensum erroribus assue-
ta sibi facile persuadet, corpora sine ulla vi in
terram descendere, cum nullam videant. Unde cre-
dunt plerique homines, corpora descendere, quia
non sustentantur. Verum etiamsi nulla oculis pa-
teat vis extrinseca, nullam tamen esse, temera-
rio quis affirmaret. Fingere enim possumus fluidum
quoddam subtilissimum omnem oculorum aciem
longe fugiens; vel etiam, ut Newtonianis placet,
viam quandam internam sine ullo interveniente
fluido possumus admittere, ut jam observavimus.
Sed argumentum illud fuse, et accurate conve-
nienti loco prosequemur. Hunc vulgi errorem
quotidiano experimento depellere satis erit. Si
corpus in tabula horizontali constituatur, qua
de causa per tabulae superficiem motu horizonta-
li non incedit corpus illud, cum nihil impediat?
Cur sursum non ascendit idem corpus cum nihil
motui secundum hanc directionem resistat? Cum
ergo corpus deorsum moveatur, necessum est;
ut vi aliqua, quacumque sit, urgeatur. Merito
igitur Philosophi mirantur corporum descensum,
quem sine ulla difficultatis suspitione negligenter
aspiciunt hominum vulgus. Ceterum ex hac respon-
sione patet, vim inertiae diversam omnino esse à
vi gravitatis, qua nempe corpora deorsum vigen-
tor. Et quidem vis inertiae secundum quamlibet
directionem sentitur; si enim corpus aliquod è
motu ad quietem reducere, quis tentaverit secun-
dum quamlibet directionem vel horizontalem, vel
perpendicularem, aut utcumque obliquam, id
fieri non posse, sentiet, sine conatu aliquo, sine
resistentia aliqua; imò si quis corpus descendens
manu superne percutiat, resistantiam aliquam ex-
perietur; corpus nempe resistit acceleratoni mo-

tus secundum ipsam descensus, seu gravitatis
directionem. Itaque evidens est, vim gravitatis lon-
ge differre à vi inertiae, et vires illas duas ab im-
peritis hominibus perperam confundi.

Instabis: 1. si corpus in plano etiam eximie
lævigato incedat, sensim languescit motus, at-
que tandem omnino extinguitur: si globus filo sus-
pensus agitur, variosque itus et reditus perficit,
sensim breviores fiunt globi vibrationes, atque
tandem evanescent. In ludo *tridulari* globus
eburneus per aliquod tempus motu rectilineo in
tabula progreditur, sed in certis casibus, veluti
sponte, per eandem lineam rectam ad partes con-
trarias recedere videtur. Tandem si corpus ali-
quod secundum directionem horizontalem, vel ad
horizontem obliquam projiciatur, in terram reci-
dit curvam describens. Itaque sic argumentari
licet corporibus tribuenda non est vis illa, quam
negare videntur experimenta, atque cet. ergo.

Resp. C. maj., N. min. objecta experimenta
explicavimus. Ad primum patet responsio ex dic-
tis; nullo enim artificio removeri possunt omnia
impedimenta, ac proinde mirum non est, quod
sistatur tandem penduli motus aeris resistantia,
sive in puncto suspensionis impedimento retar-
datus. At si maxima industria filum suspendatur per
longum satis tempus perseverat illius motus. Quod
autem in certis casibus globus eburneus in contra-
riam partem tendere videatur, id fit, quod glo-
bus motum aliquem circa axem in partes contra-
rias admisit, qui quidem motus adhuc perseve-
rat extincto motu rectilineo, ac proinde globus
in contrariam directionem recedere videbitur, do-
nec asperitate plani extinguatur ipse quoque rota-
tionis motus. Denique quod corpora horizontali-

ter, vel oblique projecta per curvam relabantur, nihil repugnat vi inertiae, quæ vires alias quasi-het excludit. Porro in presenti casu præter motum impressum agit etiam vis gravitatis, quæ corpus deorsum revocat. At si nulla adesset vis gravitatis, corpus recta, et uniformiter abiret in infinitum secundum directionem motus impressi. Quæ ratione autem compositis simul duobus motibus, motu scilicet impresso, et motu ex vi gravitatis oriundo, curva describatur, et quamnam curva ex tali motuum compositione oriatur, deinde suo loco demonstrabimus.

Instabis 2. : si corpus nostram moveatur, vel in obstaculum aliquod impingat, sensationem nostrarum testimonio acquirimus vis cujusdam majoris vel minoris notionem, quam ex quiete nullatenus comparamus. Et quidem corpus quiescens nullum unquam motum producere poterit, contra autem corpus incurrens in corpus quiescens, illud movebit. Ex his ergo sic concludere licet: vis illa in corpore quiescente saltem admitti non debet, quæ in corporum motu tantum sese manifestat; atqui cet. : ergo cet.

Resp. C. maj., N. min.: facile sibi persuadent homines meditationibus philosophicis non satis assueti, in corporibus motis adesse conatum quemdam, quo carent corpora quiescentia; inde autem originem habet error ille, quod inanimatis corporibus ea facilius tribuamus, quæ in proprio corpore observamus. Porro dum vis nomen ad inanimata corpora transferimus, levi etiam attentione patet, id fieri non posse, nisi in triplici dumtaxat sensu. 1. si corpori inanimato propria sensationem tribuamus, quod est absurdum: 2. nomine intelligamus metaphysicam quamdam

entitatem à nostris sensationibus diversam; quam quidem nulla ratione intelligere, nec proinde definire possumus 3. tandem si vis nomine significemus effectum ipsum, vel proprietatem aliquam effectui manifestatam, cujus causam non investigamus. Hæc autem ultima significatio sola est rationi consona. At si vis nomini hanc significationem tribuimus, jam corpori quiescenti æque, ac moto competit, et quietis non minus, quam motus continuatio tamquam lex naturæ haberi potest. Tandem dum corpus incurrens corpori quiescenti motum imprimi, ita facere non potest, sine aliqua propria motus jactura. Quæ quidem jactura oritur ex vi, quæ corpus quiescens status mutat omni resistit; ac proinde corpori quiescenti non secus, ac corpori moto tribuenda est vis ad conservandum statum suum, quæcumque notionem huic vocabulo jungere placeat.

Instabis 3. : si corpora prædita sint vi inertiae, jam nulla est motus continuati causa; atqui motum sine causa continuari repugnat; ergo cet.

Resp. N. maj. Frustra quidem Philosophi de motus communicatione tantas lites excitant. Continuati motus nulla alia agnoscenda est primaria causa præter Deum Optimum Maximum, qui non motum dumtaxat, sed res omnes conservat; secunda autem causa est ipsa vis inertiae. Nec alia ratione perseverat motus, quam quæ continuatur corporis alicujus figura, color, et alia hujusmodi affectiones, quæ semper eadem permanent, nisi vis aliqua eas turbaverit. Multo qui em reclinis, et utilius se gerent Physici, si motus retardati, vel accelerati rationes, legesque investigarent. Hic autem observandum superest, nos minime definitum velle, an vis motricis actio con-

tinuata esse debeat, an satis sit actio *instantanea* nullo deinde impedimento turbata. Quæstio illa ad æstimandos effectus, quod in Physica unice volumus, superflua omninò est, et ad Metaphysicam pertinet, strictèque conjuncta est cum disputatione, quam de rerum conservatione in Metaphysicis institutionibus tractavimus.

ARTICULUS II.

De principio actionis, et reactionis.

I.

Actionem corporis definire solent plerique Physici *vim*, quam corpus aliquod in aliud corpus exercet, seu vim, qua corpus aliquod aliud corpus premit, vel percutit; at talis definitio ipsa re definita obscurior videtur; nos autem omnem ambiguitatem removere vel maxime studentes, recordabimur, in corpore, quod *actu* movetur, vel ad motum tendit, nihil aliud clare intelligi, nisi ipsam quantitatem motus quam habet, vel quam haberet, sublatis omnibus impedimentis; ac proinde actio corporis per ipsam motus quantitatem dumtaxat sese manifestare intelligitur. Itaque actionis vocabulo nullam aliam notionem subijci volumus, nisi ipsam quantitatem motus acto productam, vel producendam, si omnia removerentur impedimenta. Inde autem statim intelligere licet, quid sit *reactio*, nihil enim aliud est, nisi actio contraria, nempe quantitas motus in corpore agente amissa, vel amittenda.

II. Receptum est apud physicos: principium *actionis semper æqualem esse, et contrariam reactio-*

nem. Quid hoc principio intelligendum veniat, et dictis evidens est; nempe in omni actione corporea tantum motus corpori *agenti* deedit, quantum corpori *patienti*, sive actionem suscipienti accedit. Illud autem utilissimum in universa Physica principium sequenti conclusione explicabimus.

CONCLUSIO.

(Reactionem actioni contrariam, et æqualem esse, demonstratur.)

I. Principium illud ex vi inertie facile derivatur; etenim si corpus aliquod certam motus quantitatem in alio corpore producat, id fieri non potest, nisi mutationi status resistat corpus, quod datam motus quantitatem accipit. Necessum est igitur, inter corpus *agens* et corpus *patiens*, mutuum veluti pugnam excitari, ita ut quantum motus accipit corpus *patiens*, tantum amittat corpus *agens*: etenim ponamus, reactionem actioni æqualem non esse; jam corpus *patiens* omni mutationi status non resisteret, sed alicui dumtaxat mutationis parti, quod falsum esse demonstravimus in præcedenti conclusione. Itaque patet, actionis et reactionis æqualitatem necessariam esse vis inertie corollarium.

II. Idem principium experimentis, et exemplis demonstratur, atque illustratur. Si corpus unum in alterum quiescens impingat quidquid motus quiescenti corpori imprimatur, tantumdem in pingenti subtrahitur. Si corpora ambo moveantur, et ad eandem tendant partes; corpus, quod celerius movetur, in aliud, quod movetur tardius

incurrit, et tantum motus amittit quantum acquirit corpus fugiens. Si corpora duo sibi obviam eant, sive in contrarias tendant partes, qualiscumque motus mutatio corpori uni accidet, eadem omnino corpori alteri continget; ita ut æqualis semper fiat in utroque corpore motuum jactura secundum propriam motus directionem. Casus singuli ad experientiam revocari facile possunt, si observentur spacia ab iisdem corporibus motu uniformi eodem tempore descripta: cum enim spacia illa sint inter se ut velocitates, ob datas corporum massas, habebitur quantitas motus ante et post conflictum, ideòque instituta comparatione innoteat quantitas motus per conflictum acquisita, vel amissa. Hæc autem experimenta omnia actionis et reactionis æqualitati semper consonaprehenduntur, quantum patiuntur inevitabiles superficiesum asperitates, aliæque impedimenta plurima. Sed tota res multò magis perspicua fiet, ubi conflictum leges explicabimus. Actionis, et reactionis æqualitatem observare licet in attractionibus magneticis. Non solum magnes trahit ferrom, sed vicissim ab ipso ferro æqualiter trahitur, ita ut æquales sint motus quantitates tum in magnete, tum in ferro productæ. Experimentum hoc modo institui solet. Imponitur magnes suberis frusto, et ferrum alio suberis frusto pariter imponitur, ut nempè hoc artificio tam magnes, quam ferrum aque libere innatare possint. Deindè manu retinetur magnes, ferrum videbimus ad magnetem accedere; si verò ferrum immobile teneatur, ad illud magnetem accedere observabimur. Sed si utranque corpus aquæ innatare libere permittatur, magnes, et ferrum sibi mutuo obviam ire conspiciuntur, ita ut spacia à ferro, et magnete

percursa semper sint in ratione reciproca massarum. Itaque æquales sunt quantitates motus hinc et inde genitæ, ut patet ex demonstratis in articulo præcedenti.

Eadem lex variis exemplis confirmatur, atque lastratur. Si navigium remis agatur, aqua per remorum palmulas retrorsum versus gubernaculum propellitur, rursus aqua in remos æqualiter agit, eosque una cum navigio cui affixi sunt, versus partem contrariam impellit, et ac vi promovetur navigium. Aqua scilicet reactione sua tantum motus imprimi navigio, quantum ipsa remorum vi accepit; atque hinc intelligitur, eo celerius progredi navigium, quo majores sunt, vel numero plures remorum palmulæ, vel etiam quo celerius intra aquam agitantur. Hinc cum natatio nihil aliud sit, quam brachiorum, pedumque remigium, facile intelligitur, cur intra aquas promoveamur natando. Dum scilicet per manum pedumque palmas aqua retrorsus pellitur, illa iterum agendo in contrariam partem natantes propellit. Eodem artificio utantur pisces, qui pro varia motus directione aquam repetitis, variisque caudæ ictibus feriunt. Idem etiam dicendum est de avium volatu; dum enim aves alarum impetu aerem deorsum verberant, aer avium alas sursum sublevat; si versus orientem pellatur aer, reactio aeris aves in occidentem impellit.

Actionis, et reactionis exemplum videre est in tormentis bellicis. Pulvis pyrius intra tormentum bellicum accensus rarefit, et vi suâ æqualiter egit in globum missilem, et in tormentum, è quo exit globus; aer enim rarefactus in omnem partem sese expandens tam tormentum retrorsum, quam globum antorsum urgebit, æqualem in utroque

producens motus quantitatem; atque ea de causa fit, ut tormentum bellicum sibi relictum ad distantiam satis magnam recedere videatur. Hanc reactionem experiuntur, qui sclopetis tractandis non sunt assueti; si enim sclopeti caput faciei, vel humero proximiùs non satis firma manu retineant, validissimum reactionis ictum sentient. Plurima alia, et quidem utilissima exempla afferre possem; sed cum ad alias physicæ partes pertineant, de his sermo deindè recurret. Ceterum ex dictis satis demonstratum est actionis, et reactionis principium.

Objic.: inter varia actionis, et reactionis exempla hoc primum à celeberrimo Newtono adhibetur: si equus lapidem funi alligatum trahit, æqua vi retrahitur equus in lapidem. Verùm ex illa actionis et reactionis æqualitate, nullus unquam sequi posset motus. Si enim vis agens æquali resistentia absorberetur atque retarditur, qui fieri potest, ut in prædicto exemplo equus lapidem trahat? Itaque sic argumentari licet: principium illud admitti non debet, quod perpetuam quietem, perpetuumque æquilibrium induceret; atqui cet.: ergo.

Resp. C. maj., N: min. Nonnulli Philosophi objectione præcedenti decepti, de actionis et reactionis æqualitate dubitarunt, sed tota objectio pura nominis ambiguitate male fulsitur. Itaque confundi non debent *vis* et *actionis nomina*; *vis* corporum non est actio ipsa, idque allato exemplo manifestum fit. Dum equus lapidem trahit, totam vim suam non impendit ad superandam lapidis resistentiam, sed aliquam dumtaxat vis suæ partem, quæ *actio* dicitur. Itaque per reactionem lapidis eam vis suæ partem equus amittit, quæ ne-

cessaria est ad vincendam lapidis resistentiam, vi autem reliqua equus lapidem trahit. Porrò evidens est, legem æquilibrii longe differre à principio actionis et reactionis; duæ enim vires dicuntur in æquilibrio, si fuerint æquales, et oppositæ, nullusque, manente æquilibrio, contingere potest motus. Verùm quamvis actioni æqualis, et contraria sit reactio, non tamen vi toti reactio semper æqualis est: dum autem id contingit, in hoc casu habetur æquilibrium, tumque vis tota æqualis est actioni.

Instabis 1.: si quis in navigio sedens, conto, vel alio quolibet instrumento, navigium à litore respellat, id fit reactione ipsius litoris, ac proindè ex principio mox explicato eadem motus quantitas, qua navigium recedit à litore, in ipsum litus transferri deberet, atqui hoc est absurdum: ergo cet.

Resp. C. maj., N. min. Accurate distingui debet quantitas motus ab ipsa velocitate. Si quantitates motus fuerint æquales; erunt velocitates in ratione reciproca massarum ex demonstratis, ac proindè quo major est massa, eo minor est velocitas. Jam verò litus est firmissimus obex, et corpus immensum, si conferatur cum navi; ac proindè litoris velocitas erit minima, et physice nulla. Quamvis ergo nullam in magnis corporibus velocitatem observemus, motus quantitas potest esse maxima.

Instabis 2.: omnia corpora in superficie terre posita versus terram gravia sunt; hac vi gravitatis corpora ad telluris superficiem descendunt. Consentiant Philosophi omnes, corpora descendunt à tellure attrahi; quæcumque sit hujus attractionis causa, de qua quidem maximè dissen-

tiunt: Igitur si corpora à tellure trahantur, tellus vicissim trahatur à corporibus. Ita dum lapis ad terram descendit, terra vicissim ad lapidem assurgit, et æquales erunt motus tum in lapide, tum in terra geniti; atqui hoc repugnare omnino videtur: ergo cet.

Resp. N. min. ex præcedenti responsione facile solvitur hæc obiectio. Re quidem vera æquales sunt motus quantitates tum in lapide, tum in terra productæ; cum verò quantitas materiæ in terra immense superet quantitatem materiæ in lapide; velocitas lapidis immense superabit velocitatem, qua terra ad lapidem tendit: ideoque, si physicè loquamur, velocitas terræ nulla est, quod quidem calculo demonstrare non abs re erit. Ponamus lapidem centum pedum solidorum versus terram descendere, spatium à lapide tempore unius minuti secundi percursum erit circiter pedum parisiensium 15, ut ostendunt experimenta, sed ex mensuris geographicis tota globi terraqueæ moles continet pedes solidos 30, 000, 000, 000, 000, 000, 000; itaque ponamus, jam terram ubique esse ejusdem densitatis cum vulgaribus lapidibus, quamvis omnino credibile sit, eam esse multo densiorem; erit materiæ quantitas in terra ad materiæ quantitatem in lapide; ut 300000000000000000000 ad 1; proindeque dum lapsus descendit per spatium 15 pedum, terra versus lapidem trahetur per unius pedis partes

15

300000000000000000000, quæ tantilla est quantitas, ut ipsam imaginandi vim longe effugiat; ac proinde in Physica negligi potest, et pro nulla haberi, quam vis geometricè, et secundum verita-

tem loquendo terra ad lapidem accedat, et utrumque corpus æqualiter mutuo trahat. His paucis objectionibus resp. usisse satis sit ad explicandam actionis principium. Ceterum hujus principii usus frequentissimè recurret, præsertim in Astronomia.

ARTICULUS III.

De virium compositione.

I.

Virium compositio dicitur virium plurium in vim unicam conractio; quia verò virium nomine nihil aliud intelligimus nisi motus ipso dato aliquò tempore producto, hinc patet, virium compositionem nihil aliud esse, quam ipsam compositionem motuum. Itaque motus compositus dicitur is, qui ex pluribus motibus diversam directionem habentibus resultat; neque enim tanquam compositum habemus motum illum; qui ex pluribus motibus in eandem directionem conspirantibus, vel directe oppositis oritur. Evidens enim est, in primo casu unicam esse motum summæ motuum æqualem; in altero autem casu motus æqualis est motuum differentia; quæ quidem differentia si nulla fuerit, hoc est si quantitates motus fuerint æquales, et directe oppositæ, habetur æquilibrium. Motuum compositorum, doctrina cum ipsa vi inertie necessario ordine conjuncta est, ut ex dicendis manifestum fiet.

Fingantur rectæ AB, AD (*fig. 1.*) perpendicularares, et æquales, quæ exhibeant vires secundum directiones AB, AD; sive quòd idem est, quæ representent spatia datis viribus eodem tem-

pore motu uniformi percussa. Corpus immineat motum angulo A, urgeaturque viribus secundum directiones AB, AD; dato quolibet tempore corpus vi unica secundum AD percurrat spatium AC; eodem tempore vi unica secundum AB percurret spatium AI spatio priori AC æquale, ex demonstratis de vi inertia. Jam ponamus, corpus illud viribus duabus simul urgeri, quo tempore progreditur per AC, ascendet quoque per AI, vel CE; sunt enim per constructionem rectæ AI, CE, itemque IE, AC æquales, et parallela; ergo corpus reperietur in directionem AB, et AD concursu; ac proinde in concursu rectarum IE, CE, hoc est in diagonali quadrati AIEC, atque ad punctum E perveniet eodem tempore, quo motibus se junctis percurreret AC, vel AI, ut patet. Eodem ratiocinatio ad aliud quodlibet tempus transferri potest; cum enim spatia AI, IE, itemque AB, BF sint æqualia, erit $AI:IE::AB:BF$; ac proinde cum sint IE, AC, itemque BF, AD æquales, et parallela, erit recta AF diagonalis quadrati ABFD. In hac demonstratione velocitates non solum ponuntur uniformes, sed etiam æquales; at evidens est, totam demonstrationis seriem perinde se habere etiamsi velocitates non fuerint æquales: etenim velocitates uniformes sunt, ut spatia iisdem temporibus descripta: ergo velocitas per AI est ad velocitatem per IE, ut AI ad IE, ut AB ad BF, ac proinde $AI:IE::AB:BF$; ideoque eadem manet demonstratio, quæ etiam valet, quamvis velocitates non fuerint uniformes, dummodo tamen in eadem data ratione semper accelerentur, vel retardentur. Puta, si velocitas per AD sit dupla, vel tripla cet. velocitatis per AB, res perinde se habet, quomocumque acceleretur, vel retar-

detur velocitas per AB, et AD, dummodo velocitas per AD semper maneat dupla vel tripla cet. velocitatis per AB: quod evidens est, cum perpetuo servetur triangulorum AIE, ABF similitudo.

Hoc ergo est universalissimum principium. Si corpus urgeatur duobus motibus, quorum directiones eundem angulum semper contineant, corpus illud describet diagonalem parallelogrammi, cujus latera sunt spatia secundum utramque directionem eodem tempore percursa, si nempe directiones dummodo tamen maneant prædictæ motuum conditiones eadem maneant, et velocitates sint uniformes, aut similes. Adolescentum imaginatio in hac demonstratione sublevari potest exemplo normæ, quæ sibi semper parallela uniformiter moveatur, interea dum corpus aliquod uniformiter quoque progreditur secundum ductum normæ, quam corpus perpetuo radat.

In hoc autem exemplo, atque in præcedenti demonstratione unum monendum est. In hoc scilicet exemplo, atque etiam in tota demonstrationis hypothesi vires duæ tamquam seorsim agentes perpetuo considerantur, quod quidem à statu quæstionis non nihil abstrudere videtur; cum primo motus initio vires duæ simul imprimantur, et deinde conjunctam agant. Itaque ut præcedens demonstratio ad severitatem geometricam sit omnino composita, ostendi debet, demonstrationem perinde se habere, sive conjunctim, quod quod quidem facile præstari potest; nam ponamus vires duas dato aliquo tempore seorsim uniformiter agere in corpus A: et deinde corpus illud sibi relinqui, seu ab ipsis viribus deseri; evidens est, in hoc casu describi diagonalem, ut patet ex demonstra-

tione præcedenti, et ex vi inertia; valet autem demonstratio, si vires duæ dato quolibet tempore seorsim considerentur; itaque ex temporis conditione, vel limitatione nullatenus pendent corporis conditione, vel limitatione nullatenus pendent corporis directio, et velocitas, ac proinde describitur diagonalis, etiamsi tempus ponatur minimum, vel nullum, dum scilicet vires duæ conjunctim agunt. Vulgari demonstrationi, quæ in omnibus Physicorum libris passim legitur, addenda est hæc ratiocinatio; quamvis enim verum sit principium, sive considerentur vires seorsim sive conjunctim, res tamen non ita est evidens, ut sine demonstratione prætermitti debeat.

Motus compositi exemplum præbet cymba, profuente amne, delata. Si quis è cymba interim progrediente in litus desilire voluerit, eum, quem sibi proponit, lito is locum non attinget. Motus enim ille componitur ex duplici motu, navigii scilicet, et hominis disilientis, ac proinde in hoc casu per motum diagonalem homo ad litus perveniet. Idem est exemplum hominis præcipiti curru devecti, et interim sese in terram proripientis, quod quidem temere omnino fit; si enim satis magnus non sit desilientis hominis impetus, et currus ad saltus partem declinaverit, rotis ipsi imminere, et opprimi facile poterit imprudens homo.

II. Quamvis duas dumtaxat vires consideraverim; simili tamen ratiocinatione patet, vires utcumque numero plures in unicum diagonalem componi posse; etenim considerentur primum vires duæ, quarum inveniat diagonalis, quæ proinde vires duas representabit. Deinde diagonalis illa conferatur cum vi tertia, et iterum inveniat diagonalis, et ita deinceps, donec perveniat ad com-

mumem virium omnium diagonalem, quæ *media directio* appellatur, atque hæc erit via, quam corpus his omnibus viribus simul sollicitatum percurreret. Evidens autem est, vim cuamlibet compositam inversa operatione in vires per latera resolvi posse, atque hæc operatio *virium resolutio* vocari solet. Cavendam tamen est maximè, ne vis composita cum viribus per latera confundatur, vis composita viribus componentibus æqualis non est, cum enim vires componentibus exhibeantur per latera trianguli, cujus tertium latus est ipsa vis composita, patet, vires componentibus majores esse vi composita, quemadmodum latera duo trianguli sunt tertio quodlibet majora. At vires illæ *æquipollentes* merito dici possunt, hoc est, motus perinde se habet, sive corpus urgeatur viribus duabus per latera, sive urgeatur vi unica per diagonalem ex duabus viribus composita.

III. Hactenus consideravimus vel motus uniformes, vel similes; at si motus neque uniformes fuerint, neque similes, ita ut spatia iisdem temporibus descripta datam inter se rationem non habent; evidens est, similia non esse triangula ex motibus componentibus, et ex diagonali formata; ac proinde singulis temporibus minimis directionem perpetuo mutat diagonalis, ideoque abit in curvam. E. G. recta CD (fig. 2.) exhibeat spatia motu uniformi descripta, rectæ autem perpendicularares, ut EI cet. exhibeant spatia vi aliqua perpetuo acceleratrice percurra. Corpus motu uniformi sollicitatum per CD recta abiret in infinitum, singulis temporibus æqualibus æqualia spatia describens per vim inertia; et ob vim acceleratricem per EI, corpus his duabus viribus sollicitatum progreditur per curvam CI: etenim manentibus,

CE EF, æqualibus, erit CG minor, quem CH ob motum perpetuo acceleratum secundum directionem EI. Igitur triangula CEI, CFK, CDB non sunt similia, ac proinde cum triangula illa utcumque minima concipi possint, evidens est rectas quascumque EI, FK, DB ad lineam rectam non pertinere, ac proinde diagonalis est curvilinea.

IV. Si recta CA consideratur tamquam axis curvæ, erunt CG, vel EI, GH; vel FK *abscissæ*, rectæ autem CI, vel CE, HK; vel CF *cet. ordinatæ*. Jam verò natura, sive *æquatio curvæ* definitur ex ratione abscissarum ad ordinatas; quare patet, curvam duabus quibuslibet viribus descriptam pendere ex ipsa virium natura, seu ratione. Ceterum ex demonstratis patet, vi unica curvam describi non posse; corpus enim per vim inertie vis impressæ directionem, seu lineam rectam perpetuo sequitur; quare dum corpus curvam aliquam describit, duabus saltem viribus illud sollicitari, necessum est.

Curvam cuamlibet considerant Geometræ tamquam polygonum constans ex lateribus rectis tangentibus numero infinitis, et infinite parvis; quare dum corpus movetur in arcu curvæ infinitesimo, idem omnino est ac si moveretur per tangentem infinite parvum. Si ergo statim desineret actio vis per EI, corpus abiret secundum directionem tangentis per vim inertie: hinc fit ut curva quælibet considerari possit tamquam duabus viribus genita; quarum una dicitur *tangentialis*: altera autem, quæ corpus à tangente retrahit, *centripeta* appellatur; quod quidem nomen retinet, sive vis illa ad unum punctum perpetuo dirigatur, sive directionem perpetuo mutet. Vis autem contraria, quæ corpus ab arcu ad tangentem con-

tur deflectere, vocatur *vis centrifuga*.

V. De viribus centripeta, centrifuga, et tangentiali, data opera, quantum licet, deinde tractabimus. Hinc observare satis sit, vim tangentialem, et centrifugam ex vi inertie originem quidem habere; ac cavendum est diligenter, ne vis centrifuga expressa per lineolam HE confundatur cum vi tangentiali, quæ exprimitur per CF, in quem errorem mirum sane est, quam graviter in tanta rerum physicarum luce prolapsi sint viri doctrinæ fama celebres. Et quidem virium illarum nec conveniunt directiones, ut patet, neque etiam mensuræ, imò vis tangentialis infinites major est vi centrifuga. Sit AC (*fig. 4.*) arcus circuli infinitesimus; erit AM, vel BC ad MC, vel AB, ut MC ad MD. Quia verò arcus AC est infinitesimus, erunt rectæ AB, et MC infinitesimæ, ac proinde MC erit infinitesima respectu MD, ideoque BC erit infinitesima respectu AB. Quare vis tangentialis AB est infinite major vi centrifuga BC. Alterum tandem monendum est, vim centripetam, et centrifugam per eandem lineolam exprimi, ac proinde æquales esse; cum enim vires sint, ut spatia iisdem temporibus minimis descripta, evidens est, vim centripetam, et centrifugam, quæ per idem spatium eodem tempore minimo descriptam exhibentur, æquales esse. Quamvis autem æquales sint vires illæ, longe tamen inter se differunt; nam vis centrifuga est vis *passiva* dumtaxat, quæ nullum exerit effectum, nisi cessante vi centripeta, hæc autem ultima est vis *activa*, quæ nempe perpetuo agit.

VI. Virium centripetæ, et centrifugæ exemplum præbet lapis funda circumactus. Manus lapidem retinens exhibet vim centripetam; vis autem, quæ

funem tendit, qua scilicet lapis conatur recedere à circumferentia circuli descripti, representat vim centrifugam. Et re quidem ipsa, si manus lapidem deserat, statim lapis abit per tangentem circuli antea descripti. Hæc autem pauca dicta sint, de hoc enim utilissimo argumento sermo deindè recurret.

Alteram quam breviter attingimus motus compositi speciem oculis demonstrant corpora per ærem horizontaliter; vel oblique projecta: motu composito lineam curvam in aere delineant tubuli nitrato pulvere referti. In his casibus duæ considerandæ sunt vires, una scilicet *projectionis ex manu*, vel pulvere pyrio oriunda, altera autem est vis gravitatis, quia corpus motu accelerato descendit; sed hujus curvæ naturam demonstrabimus, ubi de corporum projectorum motu.

APPENDIX.

De quibusdam capitulis præcedentis utilitatibus.

I.

Materiam cogitationis expertem esse, invictissimis argumentis in Metaphysica jam ostendimus; quamvis autem fide divina verissimum sit primum illud Religionis dogma, varia tamen argumenta conquirere, et adversus incredulos congregare religiosos Philosophos maximè decet. Vix suspicari quis statim posset, vim inertie aliud Philosophis suppeditare hujus dogmatis argumentum, quod tamen valide urgeri potest; et quidem substantia cogitans vim habet mutandi statum suum, potest nempe cogitationem præsentem deserere, et ad aliam transire, actionem ali-

quam velle, aut respuere; quam quidem facultatem proprio conscientie testimonio experimur. Cum ergo vis inertie universalissima sit materiae proprietas, ita ut nulla materia pars statum suum vel leviter sponte mutare possit; manifestum est, cogitandi facultatem ad materiam pertinere non posse. Neque est, quod objiciant, vim inertie locum habere dumtaxat in materia nullo principio intelligente informata; nam rursus, principium illud intelligens materiae conjunctum vel est materiale, vel non. Si primum, jam eadem recurrit cogitandi impossibilitas; si secundum, principium illud facultatem cogitandi ex se habere necessum est sine ullo materiae auxilio, quæ ipsa non habet cogitandi vim, quam proinde nullo modo conferre potest. Itaque ex duarum substantiarum, quæ cogitare non possunt, conjunctione: oriri non potest cogitandi facultas. Præterea perversissimi homines, qui materiae cogitationem non repugnare asserunt, si impiissimi Spinosæ sectatores excipiamus, non inficiantur, existere substantias spirituales, et intelligentes; cum ergo vim intelligendi habeant, principium intelligens nulla materia ope ad cogitandum indiget. Itaque hoc argumentum validissime propugnari potest contra eos, qui spiritus extra materiam existere fatentur, at contra Spinosistas aliis agendum est argumentis, quæ in nostris institutionibus metaphysicis explicavimus, vel prius demonstranda est spirituum extra materiam cogitantium existentia. Neque est tandem, quod objiciant, Deum omnipotentem his duabus substantiis simul conjunctis tribuere potuisse vim cogitandi, quam materia convenire non posse proprio loco ostendimus; ex præcedenti ratiocinatione id saltem evidens fit; universalissimis

materiæ proprietatibus repugnare; ut materia vim cogitandi habeat. Nemo igitur nos tamquam ultra modum religiosos reprehendat, quod hujus rationationis pondus argumentis metaphysicis adiungamus.

II. Actionis, et reactionis exempla avium volatu, piscium natatu, remorum actione afferre solent Physici. Idem verò principium ad eximiam utilitatem traduxit vir doctissimus Daniel Bernoullius, qui in egregio opere, cui titulus est *Hydrodynamica*, novum, et hactenus inauditum navigandi genus proposuit sine velis, et remis, quod quidem paradoxum omninò videbitur. Rempancis exponam. Navigio versus poppim firmiter alligari præcipit Bernoullius calem utrimque apertum, et aquæ perpetuo plenum, quod quidem sine magno labore antiarum ope præstari potest. Jam aqua ex canali versus puppim effluens, in ipsam maris aquam agit, ipsa autem reagit, atque hæc perpetua reactione antrorsum propellitur navis, et sine velis, ac remis gubernatur; quo quidem loquendi modo res impossibilis, et absurda exprimi solet. Hujus reactionis æstimandæ ratio ad sublimiorem fluidorum doctrinam pertinet, neque tantum rerum physicarum difficultatem præsens locus sustinet; quia tamen novus illæ navigationis modus ex actionis, et reactionis principio natus est, in præsentî appendice hæc doctissimi viri cogitationem opportune interponendam esse, existimavi. Neque deerunt fortis se imperiti homines, qui rem velut insulsam rideant; at Philosophi est magnorum virorum meditationes venerari, et tan en perpendere, atque, si fieri possit, ad experientiam revocare. Ego autem in navicula non sine successu rem tentavi,

atque inito calculo invenitur, tantam hoc artificio obtineri posse prægrandis etiam navis velocitatem, quæ magna remigum manu vix ac ne vix quidem haberi potest. Calculo quidem subjici non possunt inordinatæ aquarum directiones, marisque jactationes, ac proindè minuitur inventi utilitas, non tamen omninò tollitur. Hæc maxima saltem haberi poterunt comoda; nempe naves bellicas in præliis navalibus, deficiente omni vento, quo lubet; agere licebit, atque etiam brevibus trajectibus serena tempestate, tranquilloque mari instituendis inservire poterit talis navigii usus.

III. In capite præcedenti de vi centrifuga brevem mentionem injecimus. Ex hujus vis doctrina innuneræ in societatem humanam derivarunt utilitates, quarum unam hic seligere satis erit. Clarissimo viro *Desaguliero* debetur machina, quæ *rota centrifuga* appellatur; ex tympano ligneo parum alto constat hæc machina, cujus cavitas in duodecim cellulas distributa est, singule autem cellule ad tympani centrum protensæ, cum aere externo communicant ex parte circumferentiæ, quæ pro cellularum numero duodecim quoque foraminibus pertusa est. Tympanum hoc modo comparatum capsula majori parallelopeda includitur, atque axe ita trajicitur, ut manubrii ope extra capsulam prominentis converti possit. Rebus ita dispositis, si tympanum velocissime circumagatur, aeris particule in tympano inclusa revolvuntur, ac proindè vim centrifugam acquirunt, et exitum quarunt: quare si in plano rotationis aparantur foramina, quibus annectantur flexiles tubuli extra cubiculum protensi, aer in tympano conclusus, revolutæ machina, exhibit; aer autem in cubiculo contentus per foramen rotationis plane perpendi-

culare tympani cavitatem ingrediatur, aeri expulso statim succedet aer iterum quoque expellendus. Jam verò quantum reris excluditur, tantum quoque advenit per fenestras, januas, vel etiam cubiculi rimas: quare patet, id tandem commodum non lucrari, ut, repelitis motibus, nihil ferè pristini aeris supersit, quod quidem eximia utilitatis esse potest in nosocomiis, in fodiis, aliisque locis impuro aere sædatis. Hujus machinæ utilitatem maximam testatam fecere peritissimi navium præfecti, qui in longinquis navigationibus hujus rotæ beneficio esse liberatos fuisse referunt à frequentissimo, perniciosissimoque morbo, qui *corbutus* dicitur. Dolendum ergo est, quod utilissima inventa respuere soleant plerique homines hædatis æqui alium rerum æstimatores. Ceterum prædictæ machinæ usus oculis quoque fit conspicuus, si aeris loco crassiorem fumum ex saccharo excitatum in tympani cavitatem introducamus; hunc enim, circumacto tympano, velocissime excludi observabimus. Idem quoque alio experimento manifestum fiet, si nempe foramini in ipsa vis centrifugæ directione aperto objiciatur candela flammula, hanc extrorsum pelli, et statim extingui, videbimus: contra autem introrsum urgebitur, et extinguetur, si alteri foramini, quod rotationis plano perpendicularare est, admoveatur; quod quidem manifestissimum est argumentum, pari ratione a rem ex una parte introduci, ex altera autem eici. Hujus machinæ partes singulas explicare, et vim totam calculo æstimare nec præscripta his institutionibus brevitatis nec rei difficultas patiuntur. Ex universa Physicæ serie magis ac magis fiet manifesta capitis præcedentis utilitas, quam paucis exemplis indicasse satis sit, ut studiosæ juven-

tuti instilletur præclarissimi studij amor, quantum unicuique pro vivendi instituto, et ratione licet.

CAPUT II.

De vi attractionis, variisque illius speciebus.

Atractio generatim spectata dicitur vis, qua corpora in se mutuo, vel ad punctam aliquod tendunt, quod *centrum virium* ideo appellatur. Variæ sunt attractionum species, quarum aliæ certis dumtaxat corporibus competunt; talis est vis *magnetica*, *electricæ* cet. sed speciales illæ attractiones ad Physicam particularem pertinent. Aliæ autem attractiones omnibus corporibus conveniunt, ac proinde in Physica generali considerandæ. Duplex autem est hujusmodi attractio universalis; alia inter magna corpora, et ad magnas exercetur distantias; alia inter minimas corporum particulas viget, et in minimis dumtaxat intervallis. De hac utraque attractionis specie tractabimus, et generalem attractionis doctrinam præmittemus.

ARTICULUS I.

De attractione generatim considerata.

I.

Corpus aliquod projectum fingatur vi impressa secundum directionem AF (fig. 3.) et interim vi alia perpetuo tendat versus punctum S; tempore minimo corpus vi impressa per AF describere ponatur lineolam AB; tempusculo altero æquali percurreret æqualem lineolam BC, et ita deinceps.

culare tympani cavitatem ingrediatur, aeri expulso statim succedet aer iterum quoque expellendus. Jam verò quantum reris excluditur, tantum quoque advenit per fenestras, januas, vel etiam cubiculi rimas: quare patet, id tandem commodum non lucrari, ut, repetitis motibus, nihil ferè pristini aeris supersit, quod quidem eximia utilitatis esse potest in nosocomiis, in fodiis, aliisque locis impuro aere sædatis. Hujus machinæ utilitatem maximam testatam fecere peritissimi navium præfecti, qui in longinquis navigationibus hujus rotæ beneficio esse liberatos fuisse referunt à frequentissimo, perniciosissimoque morbo, qui *corbutus* dicitur. Dolendum ergo est, quod utilissima inventa respuere soleant plerique homines hædatis æqui alium rerum æstimatores. Ceterum prædictæ machinæ usus oculis quoque fit conspicuus, si aeris loco crassiorem fumum ex saccharo excitatum in tympani cavitatem introducamus; hunc enim, circumacto tympano, velocissime excludi observabimus. Idem quoque alio experimento manifestum fiet, si nempe foramini in ipsa vis centrifugæ directione aperto objiciatur candela flammula, hanc extrorsum pelli, et statim extingui, videbimus: contra autem introrsum urgebitur, et extinguetur, si alteri foramini, quod rotationis plano perpendicularare est, admoveatur; quod quidem manifestissimum est argumentum, pari ratione a rem ex una parte introduci, ex altera autem eici. Hujus machinæ partes singulas explicare, et vim totam calculo æstimare nec præscripta his institutionibus brevitatis nec rei difficultas patiuntur. Ex universa Physicæ seriæ magis ac magis fiet manifesta capitis præcedentis utilitas, quam paucis exemplis indicasse satis sit, ut studiosæ juven-

tuti instilletur præclarissimi studii amor, quantum unicuique pro vivendi instituto, et ratione licet.

CAPUT II.

De vi attractionis, variisque illius speciebus.

Atractio generatim spectata dicitur vis, qua corpora in se mutuo, vel ad punctam aliquod tendunt, quod *centrum virium* ideo appellatur. Variæ sunt attractionum species, quarum aliæ certis dumtaxat corporibus competunt; talis est vis *magnetica*, *electricæ* cet. sed speciales illæ attractiones ad Physicam particularem pertinent. Aliæ autem attractiones omnibus corporibus conveniunt, ac proinde in Physica generali considerandæ. Duplex autem est hujusmodi attractio universalis; alia inter magna corpora, et ad magnas exercetur distantias; alia inter minimas corporum particulas viget, et in minimis dumtaxat intervallis. De hac utraque attractionis specie tractabimus, et generalem attractionis doctrinam præmittemus.

ARTICULUS I.

De attractione generatim considerata.

I.

Corpus aliquod projectum fingatur vi impressa secundum directionem AF (fig. 3.) et interim vi alia perpetuo tendat versus punctum S; tempore minimo corpus vi impressa per AF describere ponatur lineolam AB; tempusculo altero æquali percurreret æqualem lineolam BC, et ita deinceps.

Jam verò dum corpus pervenit ad B, agat vis tendens ad centrum S, qua vi sola corpus describere possit lineolam BE; completo parallelogrammo EBCD, motu composito corpus describet diagonalem BD (ex articulo precedenti.) Ex elementis Geometriæ evidens est, æqualia esse triangula ABS, SBD æqualibus temporibus descripta; etenim triangula ABS æqualia sunt, cum æquales habeant bases AB, BC, communemque verticem S. Præterea æquantur triangula BSD super eadem basi BS, et inter easdem parallelas BS, CD constituta. Igitur æqualia sunt triangula BSD, BSA, utpole æqualia eidem triangulo BSD. Quod autem demonstravimus de minimis duobus triangulis ABS, BSD, idem facillè intelligitur de alia qualibet triangulorum serie; et quidem seclusa vi tendente ad centrum S, corpus per vim inertię moveri pergit secundum BD, sed accedente vi versus S; eadem ratiocinatione patet tertio tempore æquale triangulum describi. Igitur æqualibus temporibus æquales triangulorum area percurruntur, tempore duplo describitur area dupla, tempore triplo tripla; quare generatim area tempore quolibet descripæ sunt temporibus proportionales. Jam ponamus, polygonum hoc modo descriptam ex lateribus numero infinitis, et infinite parvis compositam abire in curvam, manifestum est corpus circa centrum virium S perpetuo describere areas temporibus proportionales. Demonstratum ergo est præclarissimum theorema, quod Astronomiæ, et universæ ferè Physicæ fundamentum est, nempe: *si corpus describat curvam quamlibet vi tendente ad punctum aliquod in curva datum, corpus illud describet areas circa idem punctum temporibus proportionales.*

(Viceversa si corpus moveatur in curva, et areas temporibus proportionales circa punctum aliquod describat; urgetur vi tendente ad illud punctum; etenim si vis alia ad punctum extra S diversum tenderet, jam directio CD non foret directioni BE parallela; ac proinde triangula BSC, BDS super communem basim constituta non forent in easdem parallelas, nec proinde æqualia, quod est contra hypothesim; ponimus enim, areas temporibus proportionales esse; ac proinde æqualia esse minima triangula temporibus æqualibus descripta. Itaque demonstratum etiam est, corpus, quod movetur in curva, et areas circa punctum aliquod temporibus proportionales describit, urgeri vi ad illud punctum tendente. Ex hoc theoremate universa pendet attractionis doctrina.

Ex hoc ipso theoremate evidens est, velocitatem corporis in diversis curvæ punctis eo majorem fore, vel minorem, quo minor est, vel major recta à centro virium ad tangentem perpendiculariter ducta; nempe *velocitates sunt reciproce, ut perpendicularis centro virium in tangentem demissa; etenim velocitates utcumque variables tempore infinitè parvo tanquam uniformes considerari possunt, ob minimum, sive infinitesimum velocitatis incrementum, vel decrementum.* Itaque velocitates uniformes per AB, BD sunt ut spatia AB, BD iisdem temporibus minimis descripta; sunt autem spatia illa bases triangulorum æqualium ASR, BSD, quæ proinde sunt reciproce, ut perpendicularis ex centro S in bases AB, BD demissa; sed polygonum in curvam abeunte, latera AB, BD evadunt tangentes curvæ in punctis A, et B erunt igitur velocitates in singulis curvæ punctis reciproce, ut perpendicularis ex centro virium in tan-

gentes demissa. Quod quidem corollarium eximie utilitatis esse, ex dicendis manifestum fiet.

II. Attractionem in variis curvis considerare solent, qui sublimiorem Physicæ doctrinam explicant; nos verò facilitati studentes in circulo dumtaxat rem considerabimus; atque hanc hypothesein ad Physicam veritatem, quantum licet, accurate transferre conabimur. Revolvatur in peripheria circuli ACD corpus A (fig. 4.) quod ubi A pervenit, sublata vi tendente ad centram, qua in circumferentia retinetur per tangentem AB in infinito excurreret; itaque ut corpus in peripheria detineatur, necessum est, vim aliquam perpetuo agere, quæ corpus urgeat versus D per spatium BC; interea dum mobile vi impressa progrediretur per spatium infinitesimum AB, his enim viribus conjunctis mobile describet lineam AC. Hæc omnia facile patent ex demonstratis de virium compositione. Vis, quæ exhibetur per BC, dicitur *tractio*, quam alio nomine vim *centripetam* appellavimus; vim autem, qua mobile ex arcu curvilineo transit ad tangentem, quæque exhibetur per CB, dicimus, vim *centrifugam*; ambæ autem vires communi nomine *centrales* vocantur. Igitur lineola BC exprimet vim centram. Jam verò in circulo ducta chorda infinitesima AC, erit ob triangulorum ACD, ACM similitudinem AM vel BC: AC == AC: AD, ac proinde AM, vel

$$AC^2$$

BC == $\frac{AC^2}{AD}$; hoc est vis centralis in circulo est,

$$AD$$

ut quadratam chordæ divisum per diametrum: quia autem arcus infinitesimus, illiusque chorda æquipollent, loco chordæ substituere licet ipsum arcum, ideoque vis centralis est ut quadratam ar-

cus divisum per diametrum, vel per radium; cum enim virium centralium rationem dumtaxat hæc formula exprimat; perinde est, sive diametrum, sive semidiametrum adhibeamus. Porro vis centralis nomen retinet attractio, etiam si vis illa ad unicam punctum non dirigatur: singulis temporibus directionem mutare potest; ut enim mobile curvam describat, satis est, vis centralis directionem non congruere cum ipsa directione tangentis, quod quidem evidens est ex articulo præcedenti. His præmissis in proximo articulo fusius explicandis, sit.

CONCLUSIO.

Universalem inter corpora omnia attractionem demonstrant phenomena.

I. Circa solem revolvi observantur stellæ quinque, *planetæ*, sive *erraticæ* ideo appellatæ. Harum nomina sunt: *Mercurius*, *Venus*, *Mars*, *Jupiter*, *Saturnus*. Planetas illos ita circa Solem revolvi, demonstrant observationes Astronomicæ, ut radiis ad Solem ductis areas describant temporibus proportionales. Lex illa, qua planetæ circa Solem areas describunt temporibus proportionales, ab inventore suo *prima lex Kepleri* solet appellari. Saturnum comitantur stellæ quinque qui satellites dicantur, et Jovem quatuor; illi autem satellites, qui *planetæ secundarii* etiam appellantur, eadem lege circa planetas primarios revolvuntur, areas se licet circa suos planetas, et circa Solem ipsum describant temporibus proportionales. Revolvitur quoque Luna circa terram nostram, radiisque ad ipsius centram ductis areas describit

temporibus, quam proximè proportionales. Igitur planetæ primarii vi centripeta tendunt in Solem, et planetæ secundarii tendunt quoque in suos primarios, atque in Solem ipsum; Luna etiam vi centripeta uiget in terram. Porro actioni æqualis est, et contraria reactio; ergo mutua est attractio, nempe planetæ attrahuntur à Sole, et viceversa Sol trahitur à planetis; satellites tendunt in planetas primarios, et contra planetæ primarii in secundarios, ac proinde Luna tendit in terram, et vicissim terra in Lunam. Hanc mutua Luna, tellurisque attractionem demonstrant astronomicae observationes plurimæ, sed explicata Astronomica doctrina tota res deinde facilius intelligitur, quare mutua planetarum attractionem nunc generaliter ostendere satis erit. Cum inter planetas primarios, et secundarios, inter Solem, et planetas singulos actio sit reciproca, inter varios planetas actionem quoque mutuam esse, ex analogia naturæ colligi potest; hanc autem ratiocinationem, quæ non satis firma fortasse videbitur, confirmant errores in Saturni, Jovisque motibus ex mutua illorum actione oriundi. Pro varia planetarum illorum distantia à Sole, et à se invicem, pro diversa illorum mutua, et respectu solis positione, multæ in illorum motibus observantur inæqualitates, quæ nulli alteri causæ, quam mutua attractioni tribui possunt. Qua enim ratione alia fieri potest, ut planetæ illi pro varia positione suos motus turbarent? nisi vi aliqua attrahente, quæ in moribus distantis major est, in majoribus autem minor. Errores in Jovis, et Saturni motibus sese facilius Astronomis conspicuos præbent; certum enim est, planetas illos esse reliquorum omnium longe maximos, ac proinde et major esse debet actio

mutua: sed hujus attractionis legem in proximo articulo expendemus, et attractionis doctrinam magis, ac magis declarabimus.

II. Vim attractivam, qua sese mutuo petunt corpora cælestia, inter corpora terrestria etiam vigere ostenditur exemplo Lunæ. Satis accurate ponunt Astronomi, Lunam motu uniformi circa terram revolvi in circulo, cujus radius æqualis est sexaginta semidiametris terrestribus. Itaque cum circulorum periferia sicut inter se, ut radii, erit orbis lunaris circumferentia circuli maximi terrestris circumferentia sexagesies major. Inventa autem est circuli maximi terrestris circumferentia pedum parisiensium 123249600, ac proinde nota est orbis lunaris peripheria, quæ sexagesies major est. Jam verò tempus periodicum Lunæ, quo nempe Luna circa terram revolvitur, est dierum 27. horarum 7. minutorum primorum 43. quia autem motus ponitur uniformis, facile invenitur spatium dato aliquo tempore descriptum, v. g. minuti unius primi tempore. Sunt enim spatia velocitate uniformi percursa directe ut tempora, quare per regulam trium dicatur: tempus totum periodicum lunæ est ad tempus minuti unius primi, ut tota lunaris orbis peripheria ad ejusdem orbis arcum tempore minuti primi descriptam. Datis autem in proportionem tribus terminis, datur et quartus, ac proinde inveniatur arcus minuti unius primi tempore descriptus, cujus arcus quadratum dividatur per lunaris orbis diametrum, habebitur, ex demonstratis, lineola BC, hoc est, vis centripeta lunæ; hæc autem lineola inito calculo inve-

nitur æqualis pedibus 15 — parisiensibus; nem-

pè talis est vis centripeta lunæ in distantia à terra semidiametrorum terrestrium sexaginta, ut luna, urgente vi illa, tempore minuti unius primi ver-

1
sus terram descenderet per spatium pedum 15. —

12
Jam fingamus, lunam accedere ad terram, erit velocitas lunæ sexagesies major; sunt enim velocitates reciproce, ut perpendiculares ex centro virium ad tangentes demissæ, hoc est in ratione semidiametrorum ex hypothesi orbis circularis. Itaque Luna prope terram tempore sexagesies breviori, nempe minuto uno secundo describeret

1
pedes 15. —; dato enim spatio velocitates unifor-
12

mes sunt inverse ut tempora; sed hoc idem spatium eodem tempore percurreunt gravia terrestria; igitur vis centripeta lunæ et vis centripeta terrestris sunt ejusdem generis, cum eadem utraque mensuram habeat, eandemque directionem: ergo luna graviæque terrestria tendunt in terram, atque etiam se mutuo trahunt corpora omnia terrestria, non secus ac faciunt cælestia per legem analogiæ.

III. Non solum in se mutuo tendunt corpora, sed etiam eadem vi mutua pollent omnes corporum partes, alioqui tota disolveretur corporum, tellurisque compages. Illa autem attractio non solum mutua est, sed etiam æqualis; etenim distinguatur terræ moles in binas quascumque partes vel æquales, vel utcumque inæquales, jam si partium attractio mutua non foret, atque etiam æqualis, attractio minor cederet majori, et partes conjunctæ recta moveri pergerent in infinitum: par-

tes igitur sese mutuo æqualiter urgent, ita ut actioni semper æqualis sit, et contraria reactio, quæ quidem omnia allato jam antea magnetis exemplo illustrari possunt. Quod autem dictum est de binis utcumque terræ sectionibus, idem quoque intelligitur de aliis quibuscumque corporum partibus. Itaque attractionem universalem demonstrant phænomena cælestia, atque terrestria, ita ut hanc naturæ legem in dubium vocare non possit ingenius Philosophus, quæcumque sit attractionis causa, quam deindè variis in locis data occasione expendemus. Hæc doctrina mortalibus omnibus tam ignota à Newtono tandem admirabili quadam facilitate in bono lumine collocata est. Extiterant sane, qui ante ipsum attractionem nominarent. Keplerus, qui motuum cælestium leges felicissimè detexit, earum causas per *magnetismum* quemdam explicare conatus est. Verùm quæ hac de re protulit, tam incerta ratione deducta sunt, et plerumque etiam ita sunt absurda, ut cum iis comparata, quæ Newtonus certissima methodo invenit, pro nullis omninò haberi debeant. Hinc Newtonianæ doctrinæ parum doctos sese probant aliqui Philosophi, qui haud satis æqui rerum æstimatores inventionis gloriæ hac in re Newtono eripere conantur.

Objic.: attractionis universalis doctrina maxime innititur primæ Kepleri lege, qua nempe statuitur, planetas primarios circa solem, secundarios circa primarios areas temporibus proportionales describere; atqui lex illa nequaquam observatur, imò attractionis doctrinæ repugnat omninò; et quidem in motibus Jobis, et Saturni demonstrant observationes astronomicæ variationes plurimas, quæ aereas temporibus proportionales,

maximè perturbant tot mutationibus abnoxii sunt lunares motus, ut nulli ferè lege subjiciantur; easdem mutationes patiuntur Satellites Jovis; ergo cet.

Resp. dist. min.: lex illa non observatur accurate, C. min. quam proxime, N. min. et cons. Re quidem vera erroribus plurimis abnoxii sunt corporum caelestium motus, sed errores illi attractionis doctrinam apprime confirmant, ut jam observavimus. Demonstratum quidem est, areas temporibus proportionales esse, verùm in hac demonstratione unius dumtaxat corporis vim centripetam considerabimus, neque errores ex mutua aliorum corporum attractione oriundos æstimavimus. Perro Kepleri legem aliquantulum perturbat mutua planetarum attractio, et præsertim in Jove, et Saturno ob majorum illorum massam. At aberrationes illæ in minoribus dumtaxat planetarum distantiiis conspicuæ fiunt; quo magis autem à se invicem recedunt planeta, eo minoresprehenduntur errores, atque tandem evanescent. Eadem est ratio, cur variationes plurimas experiatur Luna ob variam scilicet telluris Solisque positionem, variamque illorum distantiam. Tandem varia Satellitum Jovialium positio, diversaque distantia aliquam in illorum motibus mutationem afferre debent. Sed omnes illos errores ad calculum revocare norunt Geometræ, quorum quidem diligentiam, et peritiam demonstrat calculorum cum observationibus astronomicis summa consensio. Itaque ex præcedenti objectione nihil aliud colligi potest, nisi pro varia corporum massa, variaque distantia diversam quoque esse attractionem. Addere jam satis erit, probatam quoque manere vim attractivam, etiam si corpora caelestia

areas temporibus proportionales non describant, evidens enim est ex demonstratis de virium compositione, sine vi aliqua centripeta nullum fieri posse motum curvilineum, quæcumque sit vis centripetæ directio; igitur curvilinei planetarum motus vim aliquam centripetam, ac proindè attractionem demonstrant.

Instabis 1.: ex illa mutua attractione sequeretur universi systematis planetarii confusio, si enim planeta se mutuo attrahant, progressu temporis in se mutuo precipites ruere debent, atque tandem in eandem cum Sole massam coalescere: ergo cet.

Resp. neg. ant. cujus probatio tota facilè evanescit, si attendamus, planetas duabus viribus urgeri: una secundum directionem tangentis, altera autem centripeta. Et quidem sine virium illarum compositione nullum orbem curvilineum describi posse, sæpius demonstravimus. Et certè sola vi centripeta in se mutuo ruerent corpora omnia, atque in rudem, indigestamque molem tandem rediret totus hujus universi ordo. At omnipotenti, divinaque manu ita inter se temperati fuerunt caelestes motus, ut planeta in orbibus suis circa Solem certa, et admiranda lege regantur, atque retineantur.

Instabis 2.: stellæ fixæ eandem perpetuo à se invicem distantiam servant, suisque locis immotæ manent; iis ergo nullus impressus est motus, ac proindè sola remaneret vis centripeta, qua stellæ fixæ in unum tandem coirent globum. Itaque sic argumentari licet: universam mundi compagem perturbaret attractio illa, qua stellæ fixæ in se mutuo tenderent, atque in unicum tandem coalescerent massam, atqui cet.: ergo cet.

Resp. neg. min. Etiam si nullis stellis fixis impressus fuerit motus, tanta tamen esse potest stellarum à se invicem distantia, ut mutua attractio quam ex distantia pendere observavimus, omnino evanescat. Præterea certissimum est, stellas esse totidem Soles proprio lumine fulgentes, circa quos probabilissimum est revolvi non secus, ac circa Solem nostrum diversa planetarum systemata. Si autem hæc fiat hypothesis, jam facile intelligitur, stellas singulas in proprio virium centro quiescere, vel nihil fore moveri; atque ex systematum omnium conjunctione, et æquilibrio sua mundanæ machinæ constabit firmatas; luculentissimum sane divinæ intelligentiæ, et omnipotentia argumentum.

Instabis 3. : attractio universalis inter corpora terrestria sese conspicua præberet; globi duo in ipsa telluris superficie magno etiam dissiti intervallo ad se mutuo tenderent, atque tandem ad contactum pervenirent, non secus ac faciunt magnetes, et ferrum; atqui mutui illæ accessus non observatur; ergo cet.

Resp. neg. maj. Corpora quælibet tendunt in se mutuo, sed tendunt quoque in terram. Porro attractionem universalem ex quantitate materiæ pendere, jam observavimus: illamque attractionem ceteris paribus esse, ut quantitatem materiæ, in proximo articulo demonstravimus. Itaque cum quantitas materiæ in terra immense superet quantitatem materiæ in prædictis globis, patet attractionem globorum versus terram esse ferè infinite magnam, si conferatur cum mutua globorum attractione, quæ proindè tantilla est, ut sentiri nequaquam possit. At si tanta sit corporum massa, ut cum ipsa quantitate materiæ in terra satis mag-

nam habeat rationem, jam sub sensus cadere poterit attractio. Magna observationum subtilitate hanc attractionem expertus est D. Bouguer unus ex doctissimis Parisiensisque Academicis, qui laboriosum æterna fama dignissimum iter aggressi sunt ad definiendam telluris figuram. Probe ingentem montem in Peruvia, qui dicitur *Chimboraco*, pendulum constituerat vir clarissimus; observavit autem, filum penduli septem minutis secundis cum dimidio à perpendiculari aberrare; ab ipso scilicet monte attractum. Quo autem artificio, et quanta diligentia, usus fuerit D. Bouguer, legere est in eximio opere de figura telluris. Quod autem spectat exemplum magnetis, et ferri, ad presentem casum trahi non potest. Agitur enim de attractione universali, attractio autem magnetica est alterius plane generis, et ad magnetem, ferumque dumtaxat pertinet. Hæc pauca dicta sint de attractione universali, quæ quidem ex tota hujus capituli serie magis ac magis intelligitur, sed confirmabitur maxime, dum suo loco astronomicam systema explicabimus.

ARTICULUS II.

De prima attractionis lege.

I.

Ad investigandum attractionis legem virium centralium doctrinam in circulo considerabimus; hanc facili ratiocinatione demonstravit Newtonus. Ponamus, corpora duo in circulorum peripheriis revolvi; haberi possunt circuli illi tanquam polygo-

na similia ex lateribus numero infinitis, et infinite parvis composita: quare moveri intelliguntur corpora in polygonorum suorum latere aliquo, seclusa vi centripeta, secundum hujus lateris directionem pergerent in infinitum; dum ergo ex latere uno polygoni in aliud latus proxime contiguum transeunt, vi centripeta in polygoni angulum incurrunt. Vis autem qua polygoni angulum feriunt, est quantitas motus, nempe ictus magnitudo est, ut massa per velocitatem multiplicata, eritque vis centralis tota, ut magnitudo ictus, et numerus ictuum simul. At quo major est velocitas, et quo minor circumferentia circuli, eo major est ictuum numerus eodem tempore; ergo numerus ictuum est, ut velocitas directe, et circumferentia inverse: quare vis centralis, quæ est, ut ictus magnitudo; et numerus ictuum conjunctim erit in ratione composita directa quantitatis motus; et velocitatis, atque inversa radii, sive quod idem est, ut productum ex massa in quadratum velocitatis divisum per radium. Plurimæ leguntur hujus principii demonstrationes, sed hanc anteponimus, quæ ex ipsa virium centralium natura facile derivatur. Jam corporum massa dicantur M, m , circulo- rum circumferentiæ, C, c , velocitates V, v , tempora T, t , vires centrales F, f ; circulo- rum ra-

dii R, r . Erit $F : f = \frac{MV^2}{R} : \frac{mv^2}{r}$. Quia

verò in circulo velocitates sunt uniformes, ac proinde ut spatia descripta, sive circumferentiæ directe, et tempora inverse, erit $V; v = \frac{C}{T} : \frac{c}{t} =$

$R : r = \frac{R}{T} : \frac{r}{t}$, ob circumferentias radiis proportionales:

quare tandem habebitur $F : f = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$; jam

ponantur massæ æquales; itemque tempora æqualia, erunt vires centrales, ut circulo- rum radii. Fingentur, vires centrales decrescere, ut crescant quadrata distantiarum à centro, hoc est; ponantur vires centrales in ratione duplicata inversa

distantiarum; erunt $F : f$ ut $\frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2}$, ac proinde

in proportione præcedenti $F : f = \frac{MR}{R^2} : \frac{mr}{r^2}$ erit

$\frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2} = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$ positisque massis $M,$

m æqualibus, fiet $\frac{R}{R^2} : \frac{r}{r^2} = \frac{T}{T^2} : \frac{t}{t^2}$ idem-

que $R^3 : r^3 = T^2 : t^2$, hoc est, cubi distantiarum sunt, ut temporum quadrata, si vires centrales fuerint, ut distantiarum quadrata inverse, et vice versa si ponantur cubi distantiarum, ut temporum quadrata; erit in præcedenti analogia $F : f$

$\frac{R}{R^3} : \frac{r}{r^3} = \frac{T}{T^2} : \frac{t}{t^2}$ Nempe vires centrales sunt, ut

quadrata distantiarum reciproce. Probè autem tenendæ sunt hæc duæ virium centralium leges; quibus tota innititur Astronomia. Prima: si corporum in circulis revolventium vires centrales fuerint

in ratione duplicata inversa distantiarum à centro, erunt temporum periodicorum, sive revolutionum quadrata, ut cubi distantiarum. Secunda: si temporum periodicorum quadrata fuerint, ut cubi distantiarum, erunt vires centrales in ratione duplicata inversa distantiarum. Demonstratæ hactenus virium centralium leges virorum non Geometrarum oculis representari solent ope machinæ, quæ virium centralium machina solet appellari. Hanc autem machinam utpote oculis melius quam explicatione olla usurpandam prætermittimus.

II. Notissima est omnibus curva, quæ ovalis vulgo dicitur, à Geometris autem *ellipsis* frequentius appellatur. Si per duo puncta, quæ in ellipseos circumferentiâ à centro magis distant, ducta intelligitur recta, quæ per ellipseos centrum transeat, hæc dicitur *axis major*, ad quam si perpendiculariter erigitur recta per centrum transiens, et ad circumferentiâ utrinque terminata, hæc vocabitur *axis minor*. Jam verò si ex duabus axis minoris extremitatibus hinc et inde ad partes centri oppositas ducta intelligatur recta ad axem majorem, quæ recta æqualis sit dimidio axi majori, habebuntur in axe majore puncta duo, quæ ellipseos foci appellantur. His præmissis definitionibus ex observationibus astronomicis notum est, planetas revolvi in ellipseibus, quarum focum unum communem Sol occupat. Quamvis autem hæc sola curva celestibus motibus accuratissime respondeat, quia tamen circularis planetarum orbita non multum ab astronomicis observationibus aberrat, imò nihil se è in quibusdam planetis, in re presenti sine errore hanc hypothèsim, quæ ad veritatem proxime accedet, facere licet. His explicatis sit.

CONCLUSIO.

Attractionis universalis lex est, ut corpora omnia sese attrahant in ratione directa massarum, et duplicata inversa distantiarum.

Demonstratur 1.: planetæ revolvuntur in ellipseibus circa Solem, quarum focum unum communem Sol occupat. Hæc autem curva à plenæ circa Solem descripta prædictam attractionis legem omninò postulat; demonstrant scilicet Geometræ, corpus aliquod in ellipsei revolvi non posse vi tendente ad focum, nisi vis centripeta decrescat in ratione duplicata distantiarum ab eodem foco. At cum hæc demonstratio pendeat ex ipsa ellipseos natura; de qua nihil tradidimus, satius est planetarum orbitas velut circulares considerare, quod quidem satis accurate fieri posse, jam observavimus. Porrò demonstrant observationes astronomicæ, temporum periodicorum quadrata in planetis esse, ut cubi distantiarum à Sole; ergo vis planetarum in Solem decrescit in ratione duplicata distantiarum à sole. Hæc temporum periodicorum, et distantiarum ratio, quæ celeberrimo *Keplero* debetur, appellari solet *lex secunda Kepleri*. Hanc autem legem non solum servant planetæ primarii circa Solem, sed etiam planetæ secundarii circa primarios. Mutuam planetarum perturbationem, lunaresque inæqualitates laboriosissimo, et serè insuperabili calculo in hac attractionis lege nuperrime investigarunt doctissimi viri, et calculum cum observationibus astronomicis accurate consentire, testantur diligentissimi Astronomi; imò eo pervenit, quod sperare vix fas erat, doctissi-

mus mihi que amicissimus dominus *Clairaut*, ut Cometa-
rum reditum prædicere Astronomos docue-
rit; neque celeberrimi viri laborem sefellit eventus
cum anno proxime elapso 1759, paucorum dierum
intervallo à calculis aberraverit reditus Cometae,
qui anno 1682 apparverat. Quæ cum ita sint,
Newtonianam attractionis legem demonstrant
observationes astronomicae, neque eam in dubium
vocare possunt, qui demonstrationis vim sentiunt.

II. Eandem attractionis legem terrestribus
quoque corporibus convenire ex analogia naturæ
colligi potest; at rem ipso corporum terrestrium
exemplo ostendamus. Quod ut fiat, in memo-
riam revocandum est, vim centripetam lunæ esse
ejusdem generis cum gravitate terrestri; vi enim

centripeta describeret luna pedes 15. — minuto

nno secundo, non secus ac faciunt corpora terres-
tria. Jam verò investigari poterit spatium vi eadem
centripeta lunari prope terram descriptum tem-
pore minuti unius primi, seu minorum secundo-
rum sexaginta: etenim compertum est experimen-
tis, gravia terrestria hac lege descendere, ut nempe
spatia descripta semper sint, ut quadrata tem-
porum, quare per regulam trium dicatur 1^{ca}: 15

— = 60 X 60^{ca}: 15 — X 60 x 60^{ca}; in hac pro-

portionem virgulæ^{ca} designant minuta secunda, que-
madmodum virgula designare solet minuta prima.
Itaque spatium minuti unius primi temporis pro-

pe terram à luna descriptum erit 15 — X 60 x

60^{ca}: sed spatium à luna eodem tempore descrip-
tum in distantia à terra semidiametrorum 60 est

15 —. Quare cum vires sint ut spatia iisdem tem-

poribus descripta, erit vis centripeta lunæ in tel-
luris superficie ad vim centripetam in distantia
semidiametrorum terrestrium sexaginta, ut 15

— X 60 x 60 ad 15 —; seu ut 60 x 60 60 X 60

ad 1; quare si semidiameter terrestris repræsentetur
per 1, erit distantia mediocris lunæ à terra ut
60, ac proinde 60 X 60 erit hujus distantia: qua-
dratum: quare cum quadratum unitatis sit 1, erit
vis centripeta lunæ in superficie telluris ad vim
centripetam lunæ in distantia mediocri à terra,
ut mediocris distantia quadratum ad quadratum
semidiametri terrestris, hoc est in ratione duplicata
inversa distantia: itaque eadem lex obtinet
quoque in corporibus terrestribus. Porro obser-
vandum est, attractionem considerari posse vel
in corpore attrahente, vel in corpore, quod attra-
hitur. Si primum, vis illa *attractionis* nomen reti-
net; si secundum, *gravitas* appellatur. Quia autem
omnis attractio motua est, patet hanc esse univer-
salem gravitatis legem ut nempe se habeat in ra-
tione directa massæ, et duplicata inversa dis-
tantia.

Objic: prædictam attractionis legem demons-
trare non possunt Astronomorum calculi, atque
observationes, nisi cognita sint planetarum massæ;
ita enim componi potest massarum, et distantia-
rum ratio, ut eadem prodeant phænomena; atqui
soguita non est planetarum massa; qua etenim ra-

tione corporum remotissimorum massæ explorari, atque, ut ita dicam, ponderari possunt? ergo cet.

Resp. neg. maj. et min. Et 1. quidem ut definitur possit lex attractionis, satis est observationibus astronomicis innoscere curvilineas planetarum orbitas, illorumque tempora periodica, ut ex præcedentibus demonstrationibus patet; sed hæc duo certissimis observationibus constant, ergo ad determinandam generalem gravitatis legem necessarium non est, perspectas esse planetarum massas.

2. Quamvis imperito hominum vulgo res absurda videatur planetarum massas ad calculum revocare, Geometris tamen non desunt methodi, quibus id obtinere possunt. Methodum ex præmissis principiis facillè colligendam hic explicare non abs re erit. Sicut planetæ duo, M, m , quos committentur satellites ad distantias A, a revolventes, temporibus T, t ; erunt satellitum vires centripetæ $\frac{M}{A^2}$,

$\frac{m}{a^2}$: sunt enim attractiones versus M, m in ratione directa corporis attrahentis, et duplicata inversa distantiarum. Præterea vis centrifuga æqualis est vi centripetæ, et satellitum vires centrifugæ sunt $\frac{A}{T^2}$ $\frac{a}{t^2}$: quare erit $\frac{M}{A^2} = \frac{A}{T^2}$ $\frac{m}{a^2} = \frac{a}{t^2}$. Hinc data ratione A ad a , et T ad t , dabitur quoque ratio M ad m , nempe ratio massarum in duobus planetis primariis. Itaque hoc modo innoscere poterit ratio massarum in Jove, Saturno, Terra, et Sole ipso; illi enim planetæ suos habent Sate-

lites, ne excepto quidem Sole, circa quem planetæ tamquam Satellites revolvuntur; præterea etiam datur ratio distantiarum Satellitum à planetis primariis, atque eorundem Satellitum tempora periodica. Ex his principiis innouit quantitas in Sole, Jove, Saturno, et Terra esse inter se, ut numeri sequentes I — — — — —. Ve-

1 1 1
1067 3021 169282

rùm hæc methodus valet dumtaxat in planetis, qui Satellites habent; hinc in Mercurio, Venere, et Marte, cum Satellitibus careant, quantum hactenus per observationes iudicium ferre licet, non ita accurate innoscitur massarum ratio. Hanc quidem methodum explicare placuit, tum ob rei ipsius utilitatem, tum ut vobis demonstretur superba quorundam hominum imperita, qui velut absurdum, ridiculamque traducunt, quod ipsi non intelligant, à quo quidem gravissimo errore vos longe alienos volo.

Instabis 1.: lex attractionis in ratione distantiarum duplicata decrescentis contraria omnino est gravitatis terrestris legi: etenim experimentis constat, vim gravitatis in eodem terra loco, et in diversis à tellure distantis eandem manere; si corpus aliquod manu sustineamus, sive in summa turri, sive in ima, eandem pressionem sentimus: crassior quidem hæc æstimatio, at res accuratius definiti potest, si in summa turri statera brachiis imponantur corpora duo, quæ sint in æquilibrio, deinde corpus alterutrum è lance ipsa filo suspendamus, ac paulatim demittamus, æquilibrium manere experimur in diversis etiam à terra distantis: quare sic argumentari licet; attractio illa non decrescit in ratione distantiarum

duplicata, quæ in diversis à tellure distantiiis eadem observatur; atqui cet. ergo cet.

Resp. dist. maj. si distantiarum differentia fuerit satis magna, C. maj. secus, N. maj., dist. min. N. cons. Quamvis gravitas terrestris decrescat in ratione distantiarum duplicata à centro telluris, in exiguis tamen à terra distantiiis gravitatem terrestrem, velut constantem, et perpetuo eandem considerare licet: etenim tantilla est distantiarum, in quibus experimenta sumi possunt, differentia, ut pro nulla omnino haberi debeat, si cum integra telluris semidiametro conferatur, quod exemplo patebit. Ponamus, haberi experimentum in vertice montis omnino altissimi insularum Canariarum dicti *Pico de Tenerif*, cujus altitudo sit trium milliarium. Jam verò semidiameter telluris circiter quatermille milliarium; sumptis quadratis erit gravitas in montis vertice ad gravitatem in montis radice, ut 1000000 ad 16024009, quæ quidem ratio est quam proximè ratio æqualitatis, ita ut gravitatis differentia nullo experimento sentiri possit. Ceterum de gravitate constante; illiusque directione tractabimus in capite sequente; quare hæc pauca dicta sint.

Instabis 2. ad demonstrandam gravitatis legem hac ratiocinatione utuntur plerique Physici. Sit A (fig. 5.) punctum, à quo undique emanet qualitas quælibet secundum rectas AB, AC, AD cet. per totum spatium indefinite protensas. Jam vis hujus qualitatis decrescit in ratione duplicata distantie, nempe erit vis illa in D, ad vim in G, ut quadratum distantie AG ad quadratum distantie AD: etenim cum (ex hypothesi) qualitas undique in

orbem per lineas rectas diffundatur, evidens est, qualitatis hujus vim, seu intensitatem eo majorem esse, quo majori copia, confertiusque accumulatur ejusdem qualitatis radii; sed cum idem sit in unaquaque superficie HDB, KGE, radiorum numerus, patet radios illos eo confertiores esse; quo minor est circularum superficies, ita ut spissitudo, sine densitas radiorum semper sit in ratione reciproca superficialium; sed circularum superficies sunt in ratione duplicata radiorum; ergo virtus è centro propagata, quæ est, ut circularum superficies reciproce, erit, ut quadratum distantie à centro inverse. Hoc argumentum utuntur physici ferè omnes, et ad Solis, planetarumque actiones allatam demonstrationem transferunt: quod quidem quam perperam faciant, facile patet. fingunt enim attractionem effluviarum instar propagari; ergo cet.

Resp. Ad totam hujus argumenti seriem frustra nobis objici præcedentem demonstrationem, quam non solum non adhibemus, sed contra longe rejicimus; et quidem reprehendi omnino debet talis hujus demonstrationis usus, qui tamen in plerisque Physicorum libris legitur. Præcedens demonstratio transferri quidem potest ad propagationem luminis, cujus intensitas decrescit in ratione duplicata distantiarum à puncto radiante; verum proculdubio errant Physici, qui de omnibus qualitibus à dæcto puncto in spheram diffusis eandem legem pronuntiant. Et certe id verum non est, nisi addatur, qualitatem illam progredi motu uniformi; et nullam ejus partem sisti, vel dissipari. Si enim celeritas mutetur, radii, qui datur aliquo tempore in orbe uno concluduntur, non continebuntur in orbe altero; sed ma-

gis, vel minus, prout vel retardabitur motus, vel accelerabitur. A verò igitur aberrant, qui ad æstimandam quantitatem odoris è dato globo emissi, assumunt odoris intensitatem decrescere in ratione duplicata distantiarum. Neque enim verisimile est, motu uniformi recta progredi odoriferas particulas, quarum plarimæ circa ipsum corpus, à quo emanant, hærent ipsi aeri admixtæ; aliæ autem spirante vento inde evelluntur, et longius habeant; sed multo minus ad definiendam attractionis legem trahi potest præcedens demonstratio: et quidem attractio considerari non potest qualitatis instar per radios diffusa. Præterea intelligi nequaquam potest, quid attractionem conferre valeat illa corpusculorum emissio. Hanc objectionem afferre placuit, ut moneantur studiosi Adolescentes, philosophicis ratiocinationibus temere, et non sine examine credendum esse.

ARTICULUS III.

De altera attractionis specie.

I.

In præcedenti articulo illam dumtaxat consideravimus attractionem, quæ inter magna corpora, et ad distantias satis magnas exercetur; at inter minimas corporum particulas in ipso contactu, et in minimis intervalis viget potentissima attractio, cujus legem investigabimus. Sed præmittenda sunt experimenta aliqua. Inter minimas fluidorum particulas mutuam attractionem exerceri, demonstrat ipsa guttarum fluidarum tenuitas, atque ro-

tunditas; duæ guttæ fluidæ in minima distantia sese attrahunt, et in majorem guttam coalescunt: eandem mutuam attractionem inter corpora dura, et fluida ostendunt etiam experimenta. Si lamella vitrea superficiei aquæ admoveatur, ita ut ipsam aqua lambat, non sine conatu aliquo lamellam ab aqua distrahi posse sentiemus, nempe per totam lamellæ superficiem minimæ aquæ columna adherescunt, quæ tandem aucta vel tantisper distantia proprio pondere relabuntur. Neque præmittenda sunt præclarissima de lucis inflectione, et attractione experimenta. Si in cubiculo undique clauso, et satis tenebroso per foramen exiguum admittantur solares radii, qui deinde propè corporis alicujus aciem transeant, radius aciei proximior vi maxima à corpore attrahetur, atque inflectetur; et postea reflectetur ordine succedent radii alii, qui attrahentur minus, donec, crescente paululum distantia, oculorum aciem fugiat attractio. Inter corpora dura eandem attractionis speciem vigere demonstrant vulgatissima experimenta. Si duæ lamellæ vitreæ sibi invicem arcte approximantur, lamellas illas non sine magno conatu à se mutuo avelli posse, experiemur, atque etiam attractionem quandam sentiamus, licet subtilissimis filis separatae sint lamellæ; sed crescente tandem filorum crassitie, attractio omnis evanescit. Probè notari debent hæc experimenta, illorumque conditiones. In omni corporum specie inter corpora qualibet hæc attractio exercetur, sed ea conditione, ut in contactu, et propè contractum sit maxima, in distantibus autem etiam valdè exiguis evanescat.

II. Demonstrata in articulo præcedenti attrac-

tionis lex descriptis experimentis satisfacere non potest: etenim intelligantur conii similes PAEa, P MBm, quorum vertex communis P, (fig. 6.); ponantur singulæ conorum partes attrahi versus P in ratione duplicata inversa distantiarum, fingaturque, conos illos dividi in superficies innumeras sphericas; erit attractio superficiæ Mm, ad attractionem superficiæ Aa, ut superficies ipsa directe, et quadrata distantiarum inverse, ex hypothesi. Sunt autem superficies, ut quadrata diametrorum, et ob triangula PMm, PAa similia diametri sunt sunt distantia; ergo attractiones sunt, ut quadrata distantiarum directe, et earumdem distantiarum quadrata inverse, nempe attractio superficiæ

$$PA^2$$

Aa erit ad attractionem superficiæ Mm, ut

$$PA^2$$

ad $\frac{PM^2}{PM^2}$ hoc est, ut $\frac{PA^2}{PA^2}$ ad $\frac{PA^2}{PA^2}$ scilicet in ratione æqualitatis: quare si attractio, quæ in distantia qualibet eandem manet dicatur A, erit attractio conii truncati Mm, Aa, ad attractionem conii PMm, ut AXMA ad AXPM, sive ut MA ad PM: ac proinde si fuerint PM, MA æquales, attractio in contactu P haud erit validior, quam in qualibet à contactu distantia, quod quidem manifeste repugnat recensitis experimentis.

III. Prima attractionis species, de qua in articulo præcedenti sermonem habuimus, pendet ex quantitate materiæ; at præsens attractio in minimis dumtaxat exercetur intervallis, ac proinde ad eas non extenditur ejusdem etiam corporis particulas, quæ sunt à contactu longius positæ.

III. Prima attractionis species, de qua in articulo præcedenti sermonem habuimus, pendet ex quantitate materiæ; at præsens attractio in minimis dumtaxat exercetur intervallis, ac proinde ad eas non extenditur ejusdem etiam corporis particulas, quæ sunt à contactu longius positæ.

Itaque licet hæc attractio certam quoque distantiarum legem servare debeat, illæ tamen distantia non à corporum centro, sed ab ipsa superficie computanda sunt; atque hoc alterum est discrimen inter utramque attractionis speciem: etenim dum in præcedenti capite diximos, attractionem esse in ratione duplicata inversa distantia, hanc distantiam ab ipsa corporum superficie æstimare non licet, nisi corporum diametri cum mutua corporum distantia comparata rationem valde exiguam habuerint, quod quidem in præcedenti capite ponebamus. Jam verò mutua spherarum attractionem considerabimus. Intelligatur corpusculum aliquod extra spheram positum, et à singulis spheræ particulis attractum in ratione distantiarum duplicata inversa. Fingatur, spheram illam condensari, ita ut tota coeat in centrum, partes anteriores à corpusculo recedentes aliquam vis attractivæ partem amittunt, in ratione scilicet duplicata semidiametri; sed hanc mutua attractionem lucrantur partes aliæ oppositæ, ita ut attractionis decrementum ex una parte incremento ex parte altera compensetur: quare eadem manet attractio tota, sive partes circa centrum dispergantur, sive in centro colligantur. Quia verò quælibet materiæ particula aliam quàmlibet attrahit in ratione duplicata inversa distantia, evidens est, corpusculum in utroque casu eadem lege à spherâ attrahi, nempe in ratione duplicata inversa distantia à centro. Cum eadem ratiocinatio de spheris duabus institui possit. patet, spheras duas sese mutuo attrahere in ratione duplicata inversa distantiarum à centro, non vero ab ipsa superficie. Hanc attractionis legem ratiocinatione magis geometrica demonstrant Philosophi,

qui attractionis doctrinam sublimiori modo explicant. Nobis verò, quibus difficiliora tractare non licet, rem indicasse satis sit. Jam verò utriusque attractionis constituto discrimine, sit.

CONCLUSIO.

Præter attractionis legem in ratione distantiarum duplicata decrescentem admittenda est lex altera in ratione plusquam duplicata decrescens.

Demonstratur 1. attractio illa satis non est, quæ omnibus attractionis effectibus non satisfacit, atqui cet. ergo cet. Major est evidens. Minor autem patet ex phænomenis modo recensitis, et ex aliis jamjam declarandis. Si vis attractiva decresceret in sola ratione duplicata distantiarum, paulo major foret vis illa in contactu, quam in exiguis à contactu distantis, quod repugnat experimentis. Harum virium rationem ex radiorum lucis inflexione calculo æstimavit Newtonus, et invenit in minimis à contactu distantis attractionem esse ad vim gravitatis, ut 1000000000000000 ad unitatem, quæ quidem tanta virium differentia eidem attractionis legi tribuenda non est. 2. quoniam hæc vis attractiva in contactu duntaxat, vel propè contactum exercetur, evidens est corporis attrahentis massam ad majorem attractionem nihil conferre, sed contactus magnitudini attractio illa proportionalis est. Qua tamen minimæ particule non longe à contactu, neque extractionis limites sunt posita; attractionem auget minimarum particularum densitas. Hinc si marmora duo jungantur, et oleo, vel pice, aut etiam aqua perfundantur, validius inter se coherent, ob auctam

contactus magnitudinem. Augetur cohesio, si cælesant liquores quibus superficies imbuuntur; hoc enim artificio poros altius penetrant liquorum particule, minima interstitia facilius subeunt, augetur minimarum partium densitas, ideoque et attractio. En alterum utriusque attractionis discrimen; prima enim attractio quantitati materiæ proportionalis est, non autem contactus quantitati. Itaque in minimis particulis attractio est, ut densitas particularum, et superficies simul, ceteris paribus; quia verò superficies sunt, ut quadrata diametrorum, soliditates autem ut earumdem diametrorum cubi, evidens est, minimas particulas, quæ ratione soliditatis majorem habent superficiem, fortius coherere; contra corpuscula, quorum minor est contactus quales sunt minimi globuli eximie perpoliti, facilius à se invicem distrahuntur; atque hinc fluiditatis rationem reddunt aliqui Physici sed hæc de re in Physicis progressu sermonem habemus.

Si quis autem à nobis requirât talem attractionis legem, quæ in minimis, magnisque distantis possit phænomenis satisfacere, hæc difficile erit demonstrare, innumeras esse posse hujus attractionis leges; quænam verò in rerum natura obtinent, nulla experimentorum subtilitate definiri potest. Legem unicam in exemplum afferre satis erit. Ponamus, legem attractionis ex duobus terminis esse compositam, quorum primus sit, ut quadratum distantie inverse, alter autem, ut distantie cubus etiam inverse. Jam si distantia dicatur D, erit in hac hypothesi lex attractionis

$\frac{A}{D^2} + \frac{B}{D^3}$ litteræ A, et B designant quantitates

quaslibet finitas. Fingamus distantiam minimam seu infinitesimam, erit D^2 quantitas infinitesima ordinis secundi, et D^3 quantitas infinitesima ordinis tertii; quare evidens est quan-

titatem $\frac{B}{D^3}$ esse infinitam, si conferatur $\frac{A}{D^2}$

cum hac proinde in distantis minimis evanes-
cit ratio duplicata inversa distantia. Rursus si
distantia ponatur valde magna, erit L^3 quantitas

maxima, si conferatur cum D^2 . Igitur $\frac{B}{D^3}$ erit

quantitas minimi respectu $\frac{A}{D^2}$, ideoque distan-

tiis maximis sola valebit ratio duplicata inversa distantia; quare si talem fingamus attractionis legem ex duobus terminis compositam, quorum unus exprimat rationem duplicatam inversam distantiarum, alter autem inversam triplicatam, evidens est, talem legis compositionem ita se habere, ut in contactu, minimisque distantis sola vigeat attractio in ratione triplicata inversa, in distantis autem paulo majoribus sola supersit attractio in ratione inversa duplicata. At diligenter observandum est propositam attractionis legem exempli loco danda ut habendam esse; infinite enim hujusmodi leges excogitari possunt. Præterea si proposita lex accurate servaretur, attractio in contactu tanta foret, ut corporum cohesio nullo pondere frangi pisset; foret enim cohesio respectu gravitatis infinita, quod est absurdum. Igitur patet,

hanc attractionis legem considerari posse tanquam exemplum, quo intelligatur, minime repugnare talem attractionis legem ex ratione duplicata inversa distantiarum compositam, et ex alio termino, ita ut in contactu, vel prope contactum secundus legis terminus habeat ad primum rationem valde magnam, non tamen infinitam; contra autem in distantis paulo majoribus primus terminus ad secundum habeat rationem valde magnam, sed tamen finitam; verum, ut jam supra observavimus, legem hanc licet re ipsa existentem, et minime commentitiam nemini divinare hactenus licuit, neque unquam fortasse licebit.

Objic.: admittenda non est lex illa, quæ analogiæ naturæ repugnat; atqui cet. ergo cet. Probo minorem: universalissima naturæ lex est attractio decrescens in ratione duplicata distantiarum: repugnante ergo analogiæ naturæ, alia fingitur lex omnino ignota, et mere arbitraria.

Resp. Neg. min., ad cujus probationem dico, optimam quidem philosophandi regulam esse naturæ analogiam, sed ea abutendum non esse; neque enim contra hanc philosophandi regulam peccatur, si alias admittamus leges, quas phenomena omnino postulant. Præterea simplicitatis et analogiæ naturæ minima obstat prædicta lex ex duobus terminis composita; hæc enim tanquam simplicissima, et unica naturæ lex haberi debet. Sed quidquid sit, supremo rerum omnium Creatori leges quis audebit præscribere? Deus optimus maximus eas, quas et quot voluit, leges ad consequendos in creatione præstituros fines sapientissimè constituit. Et certe vis magnetica, et electrica ad generalem attractionis legem revocari nequaquam potest. Itaque analogia naturæ per-

peram abuteretur, qui omnia attractionis phœnomena ad unicam legem reducere tentaret. Natura quidem simplex est, sed simplicitatem hanc solus novit supremus naturæ Auctor, qui res omnes, illarumque relationes unico intuitu perspicit: naturæ simplicitatem intueri datum non est nobis mortalibus, qui facta dumtaxat seorsim consideramus, sed rerum causarumque nexum ignoramus.

Instabis 1. : demonstrant Geometræ, singulares spherarum particulas, ipsasque etiam sphas attracti in ratione duplicata inversa distantiarum. Ita telluris globus suam attractionem exercet in ratione duplicata inversa distantie, et singulæ globi terrestris particulæ eandem servant attractionis legem: at si lex attractionis ex duobus componatur terminis, jam attractio particularum, et spheræ totius eadem non est: ergo cet.

Resp. C. maj. N. min. Eandem quidem legem attractionis in spheris, et spherarum particulis demonstrant Geometræ, et nos quoque facili ratiocinatione ostendimus. At corporis totius, singularumque partium eandem esse legem in solis spheris dumtaxat invenerunt Physici; minime verò in spheroidibus, aliisque corporibus, quæ in rerum natura occurrunt. Et quidem si ponamus; singulas materiæ particulas, quæ corpus aliquod componunt, trahere punctum quodlibet datum ad distantiam quamlibet; evidens est singulas corporis attractentis particulas respectu puncti attracti diverse possit esse, ac proinde particularum vires diversam habere directionem, diversamque mensuram: quare cum attractio tota versus punctum aliquod nihil aliud sit, quam vis unica ex viribus singulis resultans, et in datam directionem unicam compo-

sita, patet, in diversis corporibus pro varia partium positione diversam quoque esse posse attractionis legem. Et re quidem ipsa hæc attractionis lex in ratione scilicet directa massæ, et duplicata inversa distantie in paucissimis dumtaxat corporibus obtinet, e. g. in spheris quocumque magnis, quod jam demonstratum est. Tandem hæc objectio ad nostræ conclusionis sensum minime accommodata est, re quidem vera singulæ spherarum particulæ, et spheræ ipsæ à puncto aliquo attrahuntur in ratione duplicata inversa distantiarum; sed in hac conclusione sermo est de motu particularum attractione inter se, et in minimis distantibus, vel in contactu.

Instabis 2. : ex præcedenti responsione sequeretur, nulla corpora, vel saltem paucissima sese attrahere in ratione distantiarum duplicata; etenim hanc attractionis legem in solis spheris invenerant Geometræ; atqui id repugnat alteri conclusioni, in qua prædictam attractionis legem constituimus; ergo cet.

Resp. N. min. Hanc quidem attractionis legem in corporibus cælestibus vigere, ex observationibus astronomicis demonstravimus. Nec minus invicte in corporibus terrestribus eandem attractionem ostendimus. Corpora scilicet trahuntur à terra in ratione duplicata inversa distantiarum, et vice-versa. Neque obstat corporum terrestrium figura; si enim corpora illa conferantur cum tota telluris massa, velat corpuscula, minimæque particulæ haberi debent, illorumque proinde negligenda est figura. Quod autem spectat terræ, corporumque cælestium figuram; eam velut proxime sphericam considerare licet. Quamvis ergo paucissima sint corpora, in quibus lex illa accuratissime servari possit, hanc

tamen legem physice obtineri certissimum est.

Instabis 3. : ex attractionis lege in ratione triplicata inversæ distantia id colligeretur, corpora duo qualibet in minimis distantis sese validissime attrahere et ad contactum tandem pervenire: præterea corpora duo contigua tenacissime coherent, et vi infinita; atqui hæc duo experimentis repugnant, ergo cet.

Resp. N. maj. Viget quidem potentissima attractio inter minimas particulas in minimis distantis. At si corpora nimia fuerint, vis attractiva in proximis dumtaxat, minimisque particulis residet. Porro si corpora duo eadem vi moveantur; velocitates illorum sunt in ratione inversa massarum; quare si corpora duo dicantur A, B, minima particula C, D, velocitas qua corpora A tendit ad B, est ad velocitatem, qua particula C solitarie spectata tenderet ad B, ut particula C ad corpus A. Igitur ob corporis magnitudinem ferè infinitam respectu particulae, patet, inter magna corpora hanc alteram attractionis speciem ne in minimis quidem distantis exerceri posse; atque hinc aliqui Philosophi rationem reddunt principii chemicæ; *sales non agunt nisi soluti*. Tandem neque in contactu inter corpora qualibet viget attractio; etenim attractio illa est, ut contactus magnitudo directe, et ut cubus distantiarum inverse; quare si contactus magnitudo fuerit valde exigua, et ferè infinite parva, jam potest, attractionem ferè etiam infinite parvam, vel nullam. Neque in illo casu attractio erit infinita; probe enim meminisse oportet, quod jam monuimus, rationem triplicatam distantiarum exempli loco dumtaxat habendam esse; admittenda est lex attractionis, qua non solum aliquam distantiarum dignitatem contineat,

sed alias quoque tali modo admixtas habeat quantitates, ut attractio in contactu sit valde magna; non autem infinita. Talis autem quantitarum permixtio appellari solet ab Algebristis *functio*. Porro evidens est, innumeras fingi posse distantiarum functiones, quæ huic conditioni satisfaciant. Quidquid ergo hæcenus diximus, non in eo sensu intelligendum est, quasi veram hujus attractionis legem determinare velimus; hæc unum nobis erat demonstrandum, præter legem attractionis in duplicata distantiarum ratione decrecentis, aliam quoque legem admittendam esse.

Instabis 4: corpuscula aliqua in contactu, et in minimis distantis sese repellunt, quod quidem patet corporum elasticorum exemplo, et maxime radiorum solarium reflexione; imò non desunt subtilissimi Philosophi, qui vim attractivam in omnium corporum particulis ad certos usque limites admittunt; quam vim attractivam deinde in repulsivam abire affirmant, ita ut nullus omnino sit in rerum natura physicus, immediatusque contactus. Unde sic argumentari licet; tamquam universalis naturæ lex admitti non debet attractio, si corpuscula aliqua, imò omnia secundum aliquos Philosophos vim repulsivam demonstrent; atqui cet. ergo cet.

Resp. N. maj. Vis attractiva negari non potest ab iis etiam Philosophis, qui in omnibus corporum particulis vim repulsivam admittunt. Certissimum quidem est, sese repellere minimas quorundam corporum particulas, quidquid sit vis illa repulsiva: sed repulsio præcedentem attractionem non excludit, imò ex vi attractiva originem habere repulsionem affirmant nonnulli, quod deinde tutius explicabimus, ubi sermo erit de corporum

elasticitate, et de luminis reflexione. Ceterum non quoque vis repulsivæ nomine utemur, sed effectum dumtaxat, non verò causam aliquam significantes: etenim quæcumque sit repulsionis causa, vis hujus actionem ad calculum revocare, et estimare licet; quoad utilitatem tota res perinde se habet. Neque repulsio quidquam obstare potest iis, quæ antea demonstravimus, attractionem nempe, ceteris paribus, contactus magnitudini proportionalem esse; ibi enim sermonem habuimus de corporibus, quorum partes coherent, non verò de corporibus elasticis, quorum partes sese fugiant, atque repellunt. Tandem contactus hic à nobis intelligitur, qualis in corporum coherentium partibus observatur, neque de contacto physico, et immediato quidquam pronuntiare volumus. Certum quidem est, ubi de primis causis, corporumque principiis agitur, multas fieri posse hypotheses, quæ validis rationibus difficilè refelluntur. Itaque hanc primam nobis esse volumus philosophandi regulam, in causarum universalium investigatione nostram fateri ignorantia, judiciumque cohibere.

APPENDIX.

De quibusdam capitulis præcedentis utilitatibus.

I.
Adversus impiissimam Veterum Atomistarum doctrinam invicti roboris argumenta ex præcedenti capite deduci possunt. Materiam æternam effutiebant Atomistæ, non tamen æternam materiæ ordinem admittebant. Stultissime delirabant, præsentem materiæ dispositionem ex fortuito atomorum,

sive corpusculorum concursu originem habuisse, eandem dispositionem casu quoque conservari, contrario tandem casu finem habituram. Hinc patet, Veteres Atomistas puros, putosque atheos fuisse; quia autem etiamnum hodie non desunt nequissimi, stultissimique homines, quos hæc absurdissima deliria recoquere non pudet, ex præcedentibus demonstrationibus hos invictè refellere officii nostri partes esse existimamus. Et 1. quidem sic ratiocinari solent.

Finitus corpusculorum numerus finitum dumtaxat combinationum numerum admittit; at per totam infinitam æternitatem extitisse debuerunt combinationes numero infinitæ: quare si in fortuita atomorum agitatione omnia se æqualiter habuerint, ut in longa casuum fortuitarum serie contingit, evidens est, combinationem quamvis determinatam infinities redivituram, ac proinde infinities major est probabilitas; hæc præsentem combinationem redivituram, quam non redivituram. En absurdissimam Atomistarum argumentationem. At imprimis in eo turpiter; errant, quod putant, esse aliquid revera fortuitam nihil fortuito, et puro casu contingere demonstravimus in institutionibus metaphysicis. Sed præterea hujus ratiocinationis absurditatem facile ostendemus. Et quidem falsissimum est, infinito terminorum numero contineri numerum combinationum finitum, si de mundi constitutione sermo habeatur. Finitus quidem est combinationum numerus, si combinationis nomini intelligatur tantum ordo quidam, quo alii termini aliis succedant, et sese motu excipiunt. Ita si omnes litteræ, quæ Virgillii poema componunt, versentur temere in sacco aliquo, tum extrahantur, et ordinentur omnes litteræ, aliæ post alias, atque ejusmodi operatio repetatur in infinitum;

tum, evidens est, infinities redituram combinationem Virgilianam. Verùm in mundi constitutione res longe aliter se habet: etenim planetæ circa Solem certa lege in determinatis orbitis revolvuntur; spatium, in quo planeta, aliique caelestes globi suas periodos absolvunt, in longum, latum, et profundum quaquaversum patet. Porrò rectæ in uno plano sunt infinitæ, plana in uno spatio sunt infinita, et pro recta quavis in quovis plano infinita sunt curvarum genera, ac proindè et infinities plures sunt curvæ, quæ per datum punctorum numerum non transeunt. Præterea infinitis modis variari potest lex attractionis; pro quavis materiæ particula infinitus est dispositionum numerus; quare pro ipsis materiæ particulis haberetur numerus combinationum infinitus per ipsum particularum numerum multiplicatus. Itaque in mundi constitutione finitus non est casuum diversorum numerus, sed infinitus, et quidem ordinis altissimi. Indè ergo sit evidens, in immenso isto combinationum numero infinities plures esse combinationes inordinatas, quæ exhibeant incertum chaos, corpusculorumque temere volantium massam, quam quæ exhibeant mundum ordinatum, et certis constantem legibus. Quamobrem nisi sit aliquis, qui ex omnique per se possibilibus combinationibus unam ex ordinatis eligat: infinities probabilius est, obveneram combinationum seriem inordinatam, minime verò eam, quam cervimus, et admiramur; stque ad vincendam hanc improbabilitatem infinitam requiritur infinita vis supremi Conditoris, qui unicam seriem ordinatam inter alias infinitas seligat, atque determinet.

Nec est, quod obijciatur, etiam hominem, qui statuam aliquam effingit, finita intelligendi vi eli-

gere unicam formam inter infinitas possibilitates. Nam Statuarius illam unicam formam non eligit, sed modo admodum confuso quamdam determinat figuram, quæ unica oritur ex naturæ legibus, et ex mundi constitutione, quam naturæ Opifex infinitus vi infinita determinavit; per hanc scilicet determinationem ab humanæ voluntatis acta oriuntur certi motus in brachiis, et ab his motus instrumentorum.

Sed nec dici potest; hunc ipsum ordinem necessarium esse, et æternum, ac per se subsistere, ita ut casus quilibet sequens determinetur à præcedente, et à lege virium intrinseca, atque omnino necessaria. Et quidem quis sibi serio persuadeat, has solas virium leges, quas in præcedenti capite explicavimus, fuisse possibles et necessarias, ut nimirum corpora sese attrahant tanta potius attractione quam alia? Nulla sane inter distantiam, et attractionis speciem ita necessaria est connexio, ut alia quævis esse non potuerit. Præterea cur hæc potius in rerum natura existat materiæ quantitas, quam alia, nulla sane ratio esse potest, nisi arbitrium entis potentia infinita præditi; nemo sane mentis sibi facile persuadebit in determinata quadam materiæ massa haberi necessitatem existentia potius, quam in alia quavis.

Tandem licet materiæ talis fingatur natura, ut habeat necessariam; sibi que essentialem vis inertia, et virium legem, ita ut status quilibet datus à præcedenti determinari debeat, eadem nihilominus manet contra Atomistas demonstrationis vis: etenim status ille, qui habetur tempore quolibet, dato, nec à seipso, nec à materia, nec ab ullo ente materiali tum existente suam habet determinationem ad existendum, sed determinationem illam ac-

cepit à statu præcedenti. Porro status præcedens non potest sequentem determinare, nisi quatenus ipse determinate existit; ipse autem nullam quoque in se habet determinationem ad existendum, sed illam accepit à præcedente. Quod de secundo præcedente statu diximus, dicendum de tertio, qui determinationem debet accipere à quarto, atque eodem modo progrediendo in infinitum orietur infinita series statuum, in quorum singulis habemus merum nihil, relate scilicet ad determinatam existentiam postremi status. Summa autem nihilorum utcumque numero infinitorum est nihil; jamdiu enim constitit, merum esse paralogismum, infinitorum nihilorum summam finitæ alicui quantitati æqualem esse.

Ex his ergo id evidenter colligitur, ens seriei ipsi extrinsecum, quod hanc seriem elegit præ seriebus aliis infinitis, infinitam habere determinationem, et vim electivam, quæ unam illam ex infinitis eligat. Cognitionem habere debuit, et sapientiam, ut hanc seriem ordinatam præ inordinatis adhibuerit. Si enim sine cognitione, et electione egisset, infinities probabilius foret, ab illo determinatam fuisse aliquam seriem inordinatam, quam unam ex ordinatis: cum nimiram ratio inordinatarum ad ordinatas sit infinita. Igitur ex ipsis quoque Atomistarum principiis manifestum fit, infinitam esse probabilitatem pro cognitione, sapientia, ac libera electione, quæ quidem probabilitas infinita omnimodam certitudinem inducit, ac proinde Atomistas propriis armis impugnavimus. Hæc autem, quæ brevius demonstrata sunt, jungi debent iis, quæ in Metaphysica de fato, et necessitate fuse tractavimus.

II. Ex mirabili minimarum partium structu-

ra, magnitudine, vi attractiva magis, ac magis elucescunt divina bonitas, illiusque sapientia infinita. Pauca exempla hic considerare, et admirari satis erit. Calore Solis rarefiunt aquæ particule, è mari ad superiorem aeris regionem sub forma vaporum evehuntur; nec unquam consistent vapores, donec ad aerem ejusdem gravitatis perveniant, tumque subsidunt, nubesque componunt, et mille figuras induunt. Mox eadem particuli frigoris vi, aliisve causis condensantur, et in minus spatium coactæ formam priorem amittunt, et in terram pluviam, nivis, grandinis instar relabuntur. Maxima pluviam pars per fluvios ad mare deducitur, iterum in vapores abitura; pars verò aliqua terræ se immiscet, et ibi deposita arborum, herbarumque radices, et semina ingreditur, è quibus in alias corporum species assurgit. Diversa corpora componit eadem pluvialis aqua, prout diversa ingreditur rerum semina, quædam scilicet transit in plantas, quædam in gramina, aliqua in flores, aliqua in quercus, ornos, fagos, et alias quamplurimas arborum, et plantarum species. Equis ergo non admirabitur divinam providentiam, quæ sapientia, et bonitate infinita ad hominum commoda minimarum particularum structura composuit, atque ordinavit? Sed idem exemplum rursus persequamur. Nec in eadem planta eadem omnino manet pluvia, plantæ omnes ex innumeris heterogeneis constant partibus, sic in lino e. g. alia est forma radices; alia caulis, alia tenuium fibrarum, alia florum. Rursus consideremus ipsam vel unius caulis utilitatem, miramque varietatem; caulis membram separant lini Artifices, et postquam mille tractaverant modis, fibras in oblonga contorquent fila, quæ deinde in se convoluta glomorum spe-

cies referunt; fila hæc varie inter se connectunt, et texunt linteones, et arte sua telas ex illis componunt, quæ vestimenta hominibus præbent. Hæc devique annis obsita, in linteola redacta quæ immituntur, malleis ligneis in mollem quasi pulpam subiguntur, quæ tandem exsiccato humore aquæ in papirum transmutatur, quæ si igni immittatur, partim in tenuissimum pulverem, partim in fumum evanescit. En quantam ex mutato partium situ, ex mutata illorum vi attractiva rerum et effectuum varietatem!

Sed universæ naturæ pro varia cæli temperie mutationem, variamque dispositionem breviter percurramus. Cum terræ partes singulæ situm suum respectu Solis continuo mutant, ejusdemque radios nunc magis, nunc minus obliquos, nunc breviores, nunc diuturniores tempore exipiant, universa serè rerum natura novam faciem per vices induit. Autumno exarescunt segetes, et fructus murescunt, viridem, amaramque faciem paulatim deponunt campi, et decidunt arboribus folia, et nix ingruente hyeme frigent, et horrent omnia, nix tegit alta montes, cujus onere depressa laborant sylvæ, ipsæ maris aquæ stabites, et firmæ reddantur, quodque prius fuit navibus tantum penetrabile, nunc exercitus, et castra gerit. Iterum mutato telluris, Solisque respectu diffugiant nives, redeunt gramina campis, et sua arboribus folia, nec stabulis jam gaudet equus, nec arator igne; sed nova prorsus, et lata apparet rerum facies, et annus per æstatem ad autumnum revertitur.

Quamvis ex sola minimarum particularum mutatione, figura, magnitudine, vi attractiva certissimum sit infinitam effectuum varietatem,

pro ea tamen, quam nobis præscripsimus, philosophica timiditate; atque ingenuitate, asserere non audeamus, materiam ita homogeam esse, ut ex diverso dumtaxat minimarum partium situ repetenda sit specifica corporum differentia. Hanc quæstionem deinde revocabimus, variisque Philosophorum opiniones expendemus, ubi sermo erit de corporum natura; interim ingenue fatendum est, nobis innotescere dumtaxat corporum superficiem, ipsumque, ut ita dicam, cor iceum, intum verò texturam, atque naturam nos omnino latere; in hac autem nostra ignorantia iterum elucet divina bonitas, quæ humanam superbiam reprimere voluit, eas tantum permittens cognitiones, quæ ad vitæ necessitates, et utilitates conducere possunt.

II. Longius esse referre utilissima experimenta, quæ in præserti argumento sumserunt celeberrimi Physici, unum afferre satis erit, quod in publicam utilitatem maximè redundare potest. Accuratissimis experimentis conpertum est, eam esse salis marini, et salis tartari saluberrimam indolem, et sulphureos, vapores aliosque perniciosissimos halitus plurimos potentissime attrahant, atque absorbent, e jus quidem virtutis in periculis occasionibus nonnullis utilitas maxima esse potest. Artifices aliqui, ut plumbarii fusores, noxias tractant materias, è quibus perniciosissima erumpunt corpuscula. Si autem hanc adhibeant diligentiam, ut panum salina aliqua solutione madidum ori, naribusque admoveant, vaporum periculum declinare poterunt. Eadem de causa factum est, ut adversus pestiferos halitus tamquam optimum antidotum credi soleat acutum album. Hæc salium proprietate admodum salutari ad minuendum sal-

tem præsens periculum, uti possent qui in fodi-
nis; aliisque infectis locis non sine vitæ discrimi-
ne labori manum dare coguntur. Sed de hac re le-
genda sunt, quæ refert Clarissimus Dominus Ha-
les in eximio opere; cui titulus est: *Statica vege-*
tabilium. Hæc pauca dicta sint ad demonstrandam
præcedentis capitis utilitatem. Minimarum particu-
larum vim attractivam ad explicanda artis chimi-
cæ phænomena transferunt magni quidem viri; ve-
rùm quamvis hæc doctrina nonnullis experimentis
felicitè satisfacere videatur, eo tamen abutuntur
Physici, qui singulas operationes chemicas per at-
tractionis, vel repulsionis nomen clare explicasse
confidunt: illi autem merum effectum, nullam ve-
rò effectus causam proferunt.

CAPUT III.

De gravitate constanti.

Quamvis in præcedenti capite demonstrata fue-
rit gravitatis cælestis, atque terrestris lex com-
munis, quæ nempe decrescat in ratione duplica-
ta distantiarum a centro; observavimus tamen,
ita exiguas esse distantias, in quibus experimen-
ta habere licet, si conferantur cum integra tellu-
ris semidiametro, ut nulla in gravitate terrestris
variatio experimertis, vel observationibus conspi-
cua esse possit. Præterea corpora omnia, quæcum-
que sit illorum natura, figura, magnitudo, su-
blata aeris resistentia, ut sit vacuo boyliano, æ-
qualibus temporibus æqualiter descendunt, ac
proindè vis gravitatis æqualibus temporibus æqua-
liter agit. Itaque gravitatem terrestrem licet reip-

sa variabilem, tamquam constantem, et unifor-
mem usurpant Physici, nosque hæc gravitatem
in præsentis capite considerabimus. Tria autem
potissimum expendemus, 1. præcipuas gravitatis
affectiones explicabimus, 2. gravitatis causam in-
vestigavimus, 3. tandem centri gravitatis doctri-
nam exponemus,

ARTICULUS I.

De gravitatis terrestris affectionibus præcipuis.

I.

Gravitatis nomine hic generatim intelligitur vis
illa, qua corpora ad terram tendunt. Porrò con-
fundi non debet gravitas cum ipso corporum *pon-*
dere; gravitas enim est vis, quæ singulas mate-
riæ particulas deorsum urget; pondus autem est
ipsa gravitatis in unoquoque corpore, seu est ip-
sa gravitatum summa, vel aggregatum. Pondera
quantitatibus materiæ proportionalia esse, ex ip-
sa gravitatis natura facile colligitur: etenim cum
vis gravitatis sit constans, et in singulas æquales
materiæ particulas æqualibus temporibus æquali-
ter agat: seu æquales ictus imprimat, erit nume-
rus ictuum, ut particularum æqualium numerus.
Præterea cum corpora omnia per lineas ad sensum
parallelas recta descendere observentur, patet,
gravitatis directiones esse parallelas, id-oque gra-
vitatibus ictus in eandem directionem conspirant:
igitur gravitas tota erit, ut numerus ictuum, hoc
est, ut quantitas materiæ, nam quo plures sunt
æquales materiæ partiæ, eo plures erunt ictus:
quare pondera sunt quantitatibus materiæ propor-

tem præsens periculum, uti possent qui in fodi-
nis; aliisque infectis locis non sine vitæ discrimi-
ne labori manum dare coguntur. Sed de hac re le-
genda sunt, quæ refert Clarissimus Dominus Ha-
les in eximio opere; cui titulus est: *Statica vege-
tabilium*. Hæc pauca dicta sint ad demonstrandam
præcedentis capitis utilitatem. Minimarum particu-
larum vim attractivam ad explicanda artis chimi-
cæ phænomena transferunt magni quidem viri; ve-
rùm quamvis hæc doctrina nonnullis experimentis
felicitè satisfacere videatur, eo tamen abutuntur
Physici, qui singulas operationes chemicas per at-
tractionis, vel repulsionis nomen clare explicasse
confidunt: illi autem merum effectum, nullam ve-
rò effectus causam proferunt.

CAPUT III.

De gravitate constanti.

Quamvis in præcedenti capite demonstrata fue-
rit gravitatis cælestis, atque terrestris lex com-
munis, quæ nempe decrescat in ratione duplica-
ta distantiarum a centro; observavimus tamen,
ita exiguas esse distantias, in quibus experimen-
ta habere licet, si conferantur cum integra tellu-
ris semidiametro, ut nulla in gravitate terrestris
variatio experimertis, vel observationibus conspi-
cua esse possit. Præterea corpora omnia, quæcum-
que sit illorum natura, figura, magnitudo, su-
blata aeris resistentia, ut sit vacuo boyliano, æ-
qualibus temporibus æqualiter descendunt, ac
proindè vis gravitatis æqualibus temporibus æqua-
liter agit. Itaque gravitatem terrestrem licet reip-

sa variabilem, tamquam constantem, et unifor-
mem usurpant Physici, nosque hæc gravitatem
in præsentis capite considerabimus. Tria autem
potissimum expendemus, 1. præcipuas gravitatis
affectiones explicabimus, 2. gravitatis causam in-
vestigavimus, 3. tandem centri gravitatis doctri-
nam exponemus,

ARTICULUS I.

De gravitatis terrestris affectionibus præcipuis.

I.

Gravitatis nomine hic generatim intelligitur vis
illa, qua corpora ad terram tendunt. Porrò con-
fundi non debet gravitas cum ipso corporum *pon-
dere*; gravitas enim est vis, quæ singulas mate-
riæ particulas deorsum urget; pondus autem est
ipsa gravitatis in unoquoque corpore, seu est ip-
sa gravitatum summa, vel aggregatum. Pondera
quantitatibus materiæ proportionalia esse, ex ip-
sa gravitatis natura facile colligitur: etenim cum
vis gravitatis sit constans, et in singulas æquales
materiæ particulas æqualibus temporibus æquali-
ter agat: seu æquales ictus imprimat, erit nume-
rus ictuum, ut particularum æqualium numerus.
Præterea cum corpora omnia per lineas ad sensum
parallelas recta descendere observentur, patet,
gravitatis directiones esse parallelas, id-oque gra-
vitatibus ictus in eandem directionem conspirant:
igitur gravitas tota erit, ut numerus ictuum, hoc
est, ut quantitas materiæ, nam quo plures sunt
æquales materiæ partiæ, eo plures erunt ictus:
quare pondera sunt quantitatibus materiæ propor-

tionalia; evidens autem est, hanc demonstrationem valere in quolibet corporum genere, quæcumque sit illorum figura, textura, natura, cum gravitas ex his corporum conditionibus nequaquam pendeat.

Ex his autem facile intelligitur experimentum, quod vix in animum sibi inducere possunt viri rerum physicarum imperiti, et sensuum præjudiciis assueti. In longioris tubi parti superiori suspenduntur duo pondera, utcumque inæqualia, ex. gr. gravissimum aurum, et levissima pluma: factò deinde, ut moris est, vacuo ope machinæ pneumaticæ, corpora illa eodem temporis puncto diuissa, eodem omninò tempore descendunt, et æqualibus temporibus æqualia spacia percurreunt. Experimenti ratio statim patet, et quidem corpora duo divisa intelligantur in particulas æquales innumeras; vis gravitatis in particulas illas æquales æqualibus temporibus æqualiter agit, ac proinde singulæ particula æqualibus temporibus æqualiter descendunt. Id verò declaratur exemplo hominum eadem velocitate currentium, sive enim conjunctis, sive sejunctis manibus currant, eodem tempore ad propositum scopum perveniunt. Pari ratione, sive corporum particula seorsim descendant, sive majus minusve corpus, atque aggregatum component, eodem plane tempore debent descendere. Quod ergo corpora inæquali velocitate per aerem descendant, id tribuendum est aeris resistentiæ; sed hujus inæqualitatis causam deinde fusius explicabimus, ubi de mediæ resistentiæ sermo erit.

II. Gravitationem hæcenus considerabimus in eodem terræ loco; verùm quamvis gravitas in eadem regione sit constans, vi tamen centrifuga in

remotioribus terræ locis eam plurimum immutari, certissimum est, quod qua ratione detectum fuerit, atque confirmatum, enarrabimus. Superioris sæculi anno 72 Cayennam insulam Æquatori proximam profectus est Dominus Richerus ad Astronomicas observationes ineundas à Regia Parisiensi Academia missus; secum detulerat horologium, quod Parisiis cum cælestibus motibus accurate conspirabat. Eo adhibito apprehendit multo lentiore ejus motum, ita ut singulis diebus per bina minuta cum dimidio ab integræ diei mensura deficeret. Rem miratus, quam vix ab aliqua machinæ mutatione, nec ab alia ejusmodi causa videbat oriri posse; illud conjecit, vim minorem esse versus Æquatorem, quam Parisiis; unde fieret, ut pendulam lentius vibrationes suas perficeret, et horologium ipsam retardaret. Ut autem certius constare posset, an res ita se haberet, accuratissimè inquisivit in longitudinem penduli, quot singulis minutis secundis horariis singulas oscillationes absolveret, et ejus longitudinem aeri incidit, ut eadem observatione in Galliam regressus iterata, utramque mensuram conferre posset. Constat enim, pari gravitatis vi longiora pendula lentius oscillationes sunt peragera, breviora citius; pari longitudine penduli, et diversa vi gravitatis ea pendula lentius moveri, quæ minori aguntur vi, si autem bina pendula eodem tempore oscillationes suas peragant, quæ idcirco *isochrona* appellantur, inæqualem verò habeant longitudinem; illud, quod longius est, gravitate majori urgetur. Hæc quidem omnia pendent ex pendulorum doctrina, quam deinde explicabimus, interim verò evidens est, vim illam majorem esse, qua fit, ut pendulum eodem tempore per majores arcus excurrat. Nec

Richeri spem sefellit eventus; regressus enim Parisios, ita brevior penduli isochroni mensuram invenit, ut is quidem de inæqualitate gravitatis in diversis terræ locis dubitare omnino non posset.

Rei novitas universam perculit litterariam Rempublicam, atque commovit mirum in modum, multis sub initium reventibus, aliis observationum vitium phenomenon tribuentibus, aliis vi calor durissima quæque metalla dilatantis. Nec desuerunt, qui observationibus per Europam institutis, gravitatem ubique æqualem se invenisse, affirmarent, cum nimirum iis methodis, quæ tum in usu erant, minus perfectæ, et perpolitæ, exiguum discrimen in tam exiguis locorum intervalis nequaquam deprehendere poterint. Hinc observationes multo accuratiores in plurimis, et admodum dissitis terræ locis fuerunt institutæ; hinc Academici Parisienses Reges jussu, et liberalitate versus Polum Borealem, et versus Æquatorem expeditionem litterariam susceperunt, atque tandem summo observationum consensu certo definitum habemus, gravitatis vim ab Æquatore ad Poles augeri perpetuo. Nos quoque hic Romæ in hortis regis SS. Trinitatis Cœnobii longitudinem penduli ad minuta secunda oscillantis investigabimus. Nequæ in hæc observatione ullam passi sumus desiderari diligentiam; observatio per plures dies instituta est in loco nullis currum tremoribus agitato; adhibuimus pendula duo, quorum unum à celeberrimo artifice Londinensi *Grahamo* elaboratum est. Utebamur etiam mensura bipedali londinensi accuratissima, factaque observationum comparatione, res eadem propriis experimentis innotuit. Verum quod spec-

at hujus variationis legem, ad præsentem locum non pertinet. tota res cum figura telluris, aliisque difficilioribus nondum explicatis Physicæ principiis conjuncta est. Eo loci ponimus vim gravitatis constantem, et per rectas parallelas tendentem; quod quidem facere licet, cum in hoc capite gravitatem consideremus in eodem terræ loco, vel in locis à se non multum dissitis. Sed hæc doctrina, quam minus accurate nunc considerare satis est, majori deinde subtilitate, et diligentia explicari debet, ubi de pendulis, et telluris figura tractabimus.

III. Neque tamen hic omnino præmitendum est, quod de hujus variationis causa afferri solet. Vi imaginandi nobis affingamus globum aliquem, qui circa suam axem convertatur. Partes illæ, quæ proximæ sunt poli, per quos axis ipse trahitur, eodem tempore peragunt gyros admodum exiguos, qui quidem eo magis crescunt, quo magis à poli recedunt, ita ut omnium maximus is sit, qui ab utroque polo æque distat, et in eo globi motu *Æquator* appellatur. Hinc ibi vis centrifuga omnium maxima esse debet, atque eo gradatim decrescit magis, quo magis acceditur ad polos; quod quidem demonstratum est, ubi sermonem habuimus de vi centrifuga. Rem igitur ad tellurem transtulerunt, posito ejus diurno motu considerarunt vim centrifugam sub Æquatore maximam esse debere, prope Poles minimam, in Polis nullam. Illud præterea notarunt, vim centrifugam sub Æquatore dirigi ad partes centro telluris oppositas, quod ipsius Æquatoris est centrum; in reliquis autem locis dirigi ad partes oppositas illi axis puncto, quod est circuli descripti centrum, quod quidem centrum eo remo-

tius est à centro terræ, quo magis circulus ille ab Equatore recedit, ac proinde cum vis gravitatis ubique dirigatur versus terræ medium, observant ipsam vim centrifugam sub Equatore magis etiam directe gravitati opponi quam versus Polos. Ex dictis patet, duplicem considerari posse gravitatem, unam scilicet, quam *primitivam* vocant, nulla vi centrifuga turbatam, hæcque gravitas sub polis dumtaxat habetur: altera autem est gravitas *variabilis*, vel *actualis* pro varia scilicet à Polis distantia. Neque huic gravitatis variationi obstat, quod nullam in corporum pondere inæqualitatem deprehendere liceat, ejusdem corporis idem pondus tum hic Romæ, tum in America per bilances experimur: etenim pondus examinandum comparamus cum alio pondere, quod in Americam translatum æque mutatur, ita ut eadem maneat ponderum ratio, ac proinde corpus, quod hic inventum est libræ unius, debet et in America unius libræ pondus demonstrare. Re quidem vera si possemus perfecte nosse vim quam nos hic in sustinendo pondere exercemus, et ejusdem vis meminisse, ubi pondus in remotam regionem transfertur, liceret ex ea vi æstimare auctam, vel imminutam gravitatis vim. At nostri conatus nobis omnino ignoti sunt, vix crasriorem quamdam comparisonem sensationum ope instituimus, subtiliora discrimina nequaquam percipimus, atque etiam ipsæ vires nostræ mutantur in horas.

IV. Gravia esse corpora omnia, jam apud ætiores Philosophos compertum est. Et quidem pondus demonstrant corpora omnia, in quibus experimenta sumere licet; ne his quidem demptis corporibus, quæ à vulgo imperito levissima cre-

duntur. Ita fumus, qui in aere sursum ascendit, facto vacuo Boyliano, deorsum relabitur, proprio scilicet pondere. Quod ergo fumus per aerem sursum evehatur, id tribuendum est majori aeris gravitati, qua fit, ut aer majori conatu tendat deorsum, ac proinde fumum propellat sursum. Itaque nulla est vera corporum levitas, sed *relativa* dumtaxat, et *apparens*: quare distinguenda est gravitas in *absolutam*, et *relativam*. Gravitas absoluta est tota vis illa, qua corpora tendunt deorsum. Gravitas autem specifica est ratio gravitatis absolute corporis unius ad gravitatem absolutam corporis alterius sub eodem volumine, sive quod idem est, gravitas specifica est ratio ponderis corporis unius ad pondus corporis alterius eodem manente volumine. *Volumen*, vel etiam *moles* dicitur totum spatium extrema corporis superficie comprehensum, sive includat spatia vacua, sive heterogeneas etiam particulas. Ex idea massæ, et voluminis oritur idea *densitatis*. Densitas eo major dicitur, quo major est corporis massa, seu quantitas materiæ sub eodem volumine; si verò eadem maneat quantitas materiæ, mutetur autem volumen; quo minus est volumen, eo major dicitur densitas, ac proinde densitas est, ut massa directe, et volumen inverse: quare si massa dicatur M, volumen V, densitas D;

$$\text{erit } D = \frac{M}{V}, \text{ ac proinde etiam } M = DV.$$

Quia verò gravitas specifica est ratio quantitatis materiæ, seu ponderis ad volumen; eodem manente volumine, evidens est, gravitates específicas esse, at densitates. Contraria ratione eo rarius dici so-

let corpus, quo minorem sub eodem volumine continet materiæ quantitatem, ac proinde raritas est in ratione inversa densitatis. Igitur ad corporum raritatem faciliè transferuntur præcedentes formulæ. Jam verò quamvis ob minorem specificam gravitatem nullum pondus aliquando ostendere videantur corpora; probe tamen meminisse oportet levitatem illam relativam esse dumtaxat; sed hæc omnia in meliori lumine collocabimus, ubi fluidorum doctrinam exponemus. Ceteram quamvis dicamus, corporum gravitatem experimentis compertam esse id tamen dictum nolamus de subtilissimis quibusdam corporibus, igne, ex. gr., et flamma, horum enim corporum tantillam est pondus, ut nulla experimentorum subtilitate innotescere potuerit, quidquid affirmant Philosophi quidam suis experimentis plus æquo confici. Sed totam rem deinde ad examen revocabimus, ubi ignis proprietates considerabimus.

ARTICULUS II.

De causa gravitatis.

I.

Mirantur imperiti homines, à Philosophis tanto studio quæsitum esse, cur gravia descendant, hancque statim in pronta rationem adesse, respondent, quod nempe non sustineantur. Verum quod ita faciliè et obvium creditur, ut imperitorum hominum mos est. summos viros in varias traxit sententias, et adhuc sub iudice lis est. De gravitatis causa quatuor circumferuntur Philosophorum opinioniones. Peripatetici existimant, gravitatem esse

vim quamdam, vel qualitatem realem corporibus omnibus intrinsecam à Deo ipsi impressam, ita ut quemadmodum corpora per extensionem locum occupant, per impenetrabilitatem sese mutuo ab eodem loco excludunt, sic quoque per gravitatem ad locum infimum, sive telluris centrum ferantur. Newtoniani, gravitatem omnibus omnino corporibus inditam, ac impressam esse, constituent, ita ut non modo ignis, et aer, quos Peripatetici leves existimant, sed ipsa quoque tenuissima ætheris substantia, quæ gravitatis experta à Cartesianis effingitur, gravitatem aliquam habere debeat, ac nulla proinde levitas positiva in rerum natura reperitur. Atque ista quidem evidenter adeo, nitideque experimentis demonstrantur, ut dubitari non possit, gravitatem hæc, vel, ut vocant Newtoniani, vim centripetam corporibus omnibus inesse. At undenam centripeta vis illa singulis corporibus imprimatur, id nobis hactenus occultum, atque inexploratum esse, Newtonus ingenue fateatur, variasque causas enumerat ex quibus eadem vis centripeta velut origina pendere possit. At Newtonus non *physice* gravitatis originem scrutatur, sed *mathematicè* tantum gravitatis effectus, leges, atque phenomena exponere aggreditur. Itaque à definienda gravitatis origini prudenter abstinuit, et quamvis illam ab attractione oriri dixerit; in variis tamen locis profitetur, si physice res exploratur, ab impulsione originem habere posse. At examiam sapientissimi viri modestiam haud semper æmulati sunt, qui Newtoni doctrinam exponunt; etenim attractionem ipsam velut physicam exploratamque gravitatis causam ita ingerunt, ut eam in dubium vocari minime patiantur. Neque tamen putandum est: Philosophos illos occultas

Peripateticorum qualitates obtrudere voluisse. Peripatetici attractionem considerabant, velut *entitatem*, aut *qualitatem* certis quibusdam corporibus inherentem, quas quidem qualitates ex specificis corporum formis oriri aiebant: formæ autem nomine in veteri Philosophia nihil obscurius esse potest. Porro nullam talem *entitatum*; aut *qualitatem* fingunt Recentiores Newtonianæ, sed attractionem admittunt, velut universalem naturæ legem à Supremo rerum omnium Auctore constitutam, vel etiam ut corporum omnium proprietatem habent; quæ quidem opinio à Scholasticorum qualitatibus longe differt. Gassendus existimat particulas, atomos, sive corpuscula plurima quaque-versum velut radios è terræ gremio diffundi, quæ corpuscula, cum ferè uncinata; et humata intelligi possint, ubi in corpus aliquod ineurrunt, illi maximè adherent: hinc fit, ut terrestres particule cum corporis ejusdem particulis arctissime devinciuntur, illudque secum in terram abripiant eo prorsus modo, quo tenuissimæ quædam particule ex magnetis substantia prodeuntes, ubi ad ferrum pervenerint, illisque fuerint implicite, ferrum ipsum ad magnetem referunt. Vix refelli merentur hac in re Peripateticorum, et Gassendistarum signa. Quid sint qualitates occultæ, neque explicant illarum defensores, neque ipsi videntur intelligere; recentioris philosophiæ lumine jam dissipatæ sunt illæ qualitatium occultarum tenebræ. Neque firmiter fundamento innituntur uncinata; atque occulta Gassendistarum corpuscula; nihil enim admitti jubet cultior Physica, nisi quod experimenta, atque observationes certò existere demonstrant. Deindè quam causam assignare poterunt Gassendistæ, cur uncinata illa corpuscula è tel-

lure exeant, ad diversas altitudines rapiantur, et tandem relabantur? Talia certe commenta difficultatem non explicant, imo non parum augent. Quid sentiendum sit de Newtonianorum sententia, ex hujus articuli progressu manifestum fiet.

Ultima tandem superest Cartesianorum hypothesi magno doctrinæ apparatu munita. Materiam quamdam subtilissimam comminiscuntur Cartesiani, hanc ponunt circa terram vorticis motu agitari, ipsamque terram circa axem revolvit: quo fit, ut eadem materia vim centrifugam acquirat, et corpora terrestria versus terram propellat, nempe secundum directionem vis centrifugæ directioni contrariam: Id autem illustant exemplo fluidorum, quæ corpora sibi demersa si minorem habeant gravitatem specificam, sursum evehunt; ita etiam vorticis materia corpora, quæ non tanta pollent vi centrifuga, deorsum trudere debet. His explicatis sit.

CONCLUSIO.

(*A vortice Cartesiano repeti non potest gravitatis causa, neque ab ullo impellente fluido, quod eadem cum fluidis cognitis proprietates habeat.*)

Probatur prima pars. 1. ex hac hypothesi sequeretur, vim centrifugam vorticis ipsa vi centrifuga corporis multo majorem esse, vel materiam subtilem ipso corpore esse multo densiorem: etenim gravitas corporis fluido Cartesiano immersi æqualis foret virium centrifugarum, vorticis scilicet, et corporis differentia per suas respective massas multiplicatæ; si nempe gravitas corporis immersi dicatur G , vis centrifuga materiæ subtilis,

cujus locum occupat, dicatur V , massa M , vis centrifuga corporis U , massa m , erit $G = VXM - UXm$. Evidens enim est, virium illarum differentia corpus pellendum esse, ac proindè VXM major esse debet UXm , ideoque vel V major est, quam U , vel M major, quam m ; sed utramque repugnat. Primum quidem; etenim vis centrifuga corpus ex rotationis velocitate circa terram oritur: hæc autem velocitas telluris velocitati proximè æqualis est. Itaque in primo casu multo majorem fore oportet vorticis velocitatem ipsa velocitate telluris; hinc secundum rotationis terrestris directionem, ab occidente scilicet ad orientem, perpetuus, isque vehementissimus sentiretur ventus. Neque minus repugnat casus alter, majorem scilicet esse vorticis, quam materiæ terrestris densitatem; hujus enim densissimæ materiæ resistentiam aliquam experiremur, tum sursam deorsum, tum deorsum sursam. At experimentis compertum est; totam, quam experimur resistentiam; aeri tribuendam esse, eamque nullam esse in vacuo boyliana, in quo corpora omnia æquali velocitate descendunt. Absurdissimum ergo est fingere tantam in materia vorticis densitatem, quod quidem ultro largiuntur Cartesiani: quare in primo casu paulo diutius immorabimur, variasque considerabimus velocitatis hypotheses.

Ponamus, vortici circum terrestris velocitatem eandem esse quam proximè cum velocitate telluris; jam ob datam diurnam telluris rotationem 24. horarum spatio dabitur quoque ipsa vortici velocitas. Præterea ex observationibus geographicis nota est semidiameter terrestris, ac proindè et ipsa maximi terrestris circuli peripheria, datur ergo vorticis circumferentia. His autem datis, meminis-

se oportet, vim centrifugam corporis in circulo revolventis tempore minuti unius secundi esse, ut quadratum arcus eodè tempore descripti per diametrum divisi. Ille autem arcus facilè invenitur per notissimam regulam trium, si dicatur: tempus totum viginti quatuor horarum est ad integram vorticis, sive maxime terrestris circuli circumferentiam, ut tempus minuti unius secundi ad arcum eodè tempore percursum; hujus arcus quadratum dividatur per vorticis, sive telluris diametrum, habebitur vis centrifuga, illa scilicet lineola perpendicularis, quæ continetur inter tangentem, et arcum minuti unius secundi tempore descriptum; tali scilicet vi centrifuga corpus aliquod per lineolam prædictam minuti unius secundi tempore descenderet. Si ex his principiis calculus ineatur, invenietur spatium tempore minuti unius secundi à corpore vi centrifuga vorticis agitato percurrendum non excedere pedem dimidiam; igitur gravia vi centrifuga vorticis Cartesiani prope terram tempore minuti unius secundi non ultra dimidiam pedem descenderent; at hoc ipso tempore pedes quindecim percurreunt, ut notum est experimentis; ergo gravitatis phænomenis non satisfaceret Cartesianæ hypothesis.

Ut hujus demonstrationis vim effugiant Cartesiani, fingunt, vorticis celeritatem telluris vertigine esse multo majorem. Et re quidem ipsa velocitatis decies septies majoris, hypotesi facta, inique, ut jam exposuimus, calculo, prodit lineola, quæ vim centrifugam exhibet pedum quindecim, ut postulant gravitatis phænomena. Verùm explicandis deindè motuum legibus repugnat hæc major velocitas, vortex enim velocior in ipsam terram transferret aliquam velocitatis suam partem,

donec tellus, et vortex communi velocitate moverentur; hanc tamen concedamus hypothesim, et quid ex ea sequatur, expendamus. Quicumque animo paululum attento rem perpenderit, facile assentietur, effici non posse, ut materia subtilis, ipsaque tellus tanta ferantur velocitatum differentia, nisi prominentia quæque corpora in telluris superficie, veluti arbores, ædes, turres abripiantur, atque subvertantur. Quis quæso hominum, erectus stare super terram vel ad punctum temporis posset, capite decies septies velocius pedibus versus orientalem plagam translato?

Præterea experientia quotidiana compertum est; gravia in sublime jacta deorsum recta tendere, idemque soli terreni punctum, cui ad perpendicularum projecto respondent, relapsa attingere; at in prædicta hypothesi longe aliter se habent experientia. Corpus omne, quo altius in atmosphaera translatum foret, eo longius in ortum recideret, et à perpendicularo longissime aberraret. At nulla in quolibet corporum terrestrium statim apprehenditur experientiorum differentia, omnia perinde se habent, ac si terra, quam inhabitamus, plane quiesceret. Nec aliquis dicat, subtilissimum ætherem, dum ab occasu in ortum gyrat, corporum crassierum poros rotationi suæ obvios pervadere, sicque perpendiculari eorum casui non obsistere. Quoniam enim modo corpora versus communis vorticis centrum materia illa depleret? Cur eorundem gravium poros secundum vis centrifugæ directionem patefactos nihil eidem materiæ intercludat? His demonstratis, jam concludere licet: rejici omnino debet hypothesi illa, quæ certissimis repugnat gravitatis phaenomenis; atqui cetera, ergo cetera.

II. In hypothesi Cartesiana per circulos Æquatori parallelos defertur vorticis materia, ac proinde vires centrifuga secundum lineas in horum circulorum planis semper jacentes agere oportet; descenderent ergo corpora omnia in eorundem circulorum planis, et perpendiculariter ad axem, non ad ipsam telluris superficiem, tenderent; quod quidem falsum esse demonstrant experientia; in circulis enim Æquatori parallelis per lineas obliquas gravia descenderent, quod est contra experientiam. Hanc demonstrationem experimento ita representare solent Physici. Sphæra vitrea ex parte continet, aquæ innatant corpuscula plurima; machina hoc modo comparata circa axem velocissime convertitur; id verò observare licebit, corpuscula non centrum petere, sed disposi secundum axis longitudinem. Experimentum illud Cartesianam hypothesim satis apte representare videtur. Sphæra circumacta ipsam telluris vertiginem exhibet; corpuscula autem aquæ immersa cives gerunt corporum terrestrium, quæ vorticis materiæ innatant in prædicta hypothesi; idem proinde facere deberent corpora terrestria, quod in corpusculis illis observamus, non per ad axem telluris tenderent. Itaque tum ratiocinatione, tum experientia facile refellitur Cartesianæ vorticis hypothesi.

Probatur secunda pars: si gravia subtilis materiæ videorsum quovis modo pellantur, vis, qua descendunt corpora, erit, ut numerus particularum fluidarum, quibus simul agentibus versus terram truantur; sed numerus particularum est, ut corporis superficies, quod est evidens; quare vis, qua corpus deorsum præmitur, erit, ut ejusdem superficies, non ut ipsa quantitas materiæ, quod

quidem experientiæ repugnare, jam antea demonstravimus. Et quidem in hac hypothese corpora quælibet sub eodem volumine eandem habent gravitatem specificam ob æqualem fluidi actionem; ita æquale pondus habent pes cubicus aëri, et pes cubicus suberis. Præterea ob eandem rationem, seclusa aëris resistantia, descendentium corporum velocitas sub eodem volumine foret in ratione reciproca massarum; si enim eadem vis maneat, velocitates se habent in ratione inversa quantitatum materiæ, ut jam demonstratum est; at corpora omnia æquali velocitate in vacuo boyliano descendunt, ac proindè gravitas agit in ratione massæ, non autem voluminis. Hæc demonstratio quamlibet fluidi prementis hypothesein evertit, nisi repugnant Cartesiani, quod quidem faciunt recentiores hujus hypotheseos reformatores, fluidum, quod gravitatis causa est, à nostris fluidis longe diversissimum esse, alias proprietates habere et secundum alias plane leges agere. Sed ita philosophari nugari omninò est; tali enim philosophandi modo jam ineptissima quæque hypotheseis commenta in Philosophiam invhere licet, et de inversa Physica actum est. In hac conclusione de gravitate terrestri dumtaxat sermonem hebemus; quæ enim ad gravitatem celestem pertinent, explicato systemate planetario convenientius tractabuntur. Proprio etiam loco disseremus de causa attractionis, quæ inter minimas viget corporum particulas, ubi phænomena ad hanc aliam attractionis speciem referenda exponemus.

Objic. centra primam partem: gravia ad telluris centrum, non ad axem tendere, ex Cartesiana hypothesei intelligitur, nec contrarium probat al-

lata inter probationes demonstratio. Re quidem vera si fingatur particula materiæ revolvens in circulo, cujus radius GB (fig. 7.), hujus materiæ vis centrifuga secundum radium GB dirigitur. Accurate quidem se habet demonstratio, si circulus solitarie spectatur; at si circulus, ipsaque revolvens materia in vortice spherico, cujus partes sint considerentur; jam radius GB, ideoque et vis centrifuga in puncto B oblique se habet respectu tangentis BR; quare directio obliqua BG resolvi debet in BC, quæ transit per centrum, et ad tangentem BR perpendicularis est. Hæc vis centrifugæ resolutio patet ex demonstratis de virium compositione, et resolutione: igitur vi centrifuga vorticis non pellentur gravia versus G, sed versus vorticis centrum C. His demonstratis sic argumentari licet; gravissima omnium difficultas, quæ objici solet, hæc est, quod nempe gravia ad centrum telluris non tenderet; atque huic objectioni satisfactum est; ergo cet.

Resp. transeat major, N. min. Mirum sane est, quod accuratissimæ demonstrationis vim tali responsione eludere tentaverint Scriptores aliqui rerum physicarum non omninò imperiti. Et quidem si virium resolutionem instituire velimus, vis centrifuga GB non in solum vim per CB resolvitur, sed simul in vim tangentialem per BR. His autem duabus viribus conjunctis per BC, BR, corpus describet diagonalem BC. Propositam objectionem absurdam omninò esse, experientia confirmat; si enim vas MAD liquore plenum corpus aliquod in B minus grave specificè contineat, corpus illud verticaliter ascendet per BG, non autem per BC, quod tamen fieri oporteret, si valerent objectio.

Instabis: fingi potest vortex duplici motu simul agitatus circa axes duos, quam quidem hypothesis factam legimus à Clarissimo Bullingero in dissertatione de causa gravitatis, quæ ab Academia Regia Parisiensi anno 1728 præmio condecorata fuit. Hac posita vorticis duplici vertigine, jam fieri ait vir prælaudatus, ut fluidi particulae circulos maximos singulae describant. Itaque vis centrifugæ directio in quolibet puncto jacebit in circuli maximi plano, ac proinde vi centrifuga corpus pelletur ad commune circularum maximorum centrum, hoc est ad centrum vorticis.

Resp. N. aut. Ficticia omninò est, et male compacta Bullingeri hypothesis. Vix in prædictam dissertationem oculos conjeceram, cum statim cognovi, curvam hoc duplici motu describendam ad illud pertinere curvarum sublimiorem genus, quas duplicis curvaturæ appellant Geometræ. Idem problema literis communicavi cum Clarissimo Viro Petro Martino Neapoli Astronomiæ Professore; nonnullaque ad hanc rem spectantia demonstravi. Tandem verò inveneram quæsitæ curvæ figuram, ut numeri arithmetici 8 notam referat. Proposnerat Bullingerus machinam quandam, cujus ope ad experientiam problema posset revocari, sed hanc nondum perfectam affirmat, cum tempus instaret transmittendæ Parisios dissertationis, quam transmisit experimento nondum factò. Talis autem est machinæ structura, globus vitreus circa axem perpendicularem, et simul circa axem horizontalem eodem tempore convertitur, qui quidem duplex motus facillè obtineri potest. Globi superficies macula aliqua facillè conspicua notatur, ejusdem maculæ motus observa-

tur. Curavi talem machinam executioni mandari, sæpiusque experimento instituto maculæ viam attentis oculis persecutus, eam curvam observavi, quem Geometria mihi jam certe demonstraverat.

Objic. contra secundam partem: extant Newtoni littere ad Boyleum datæ, in quibus ætheris cujusdam subtilissimi hypothesis huic in modum constituit. Ponit Newtonus, ætherem formari ex particulis per gradus indefinitos mole diversissimis, fingit deinde, in corporum peris minus ætheris crassioris latere, quam in spatiis liberis; ideoque in telluris globo multo minorem contineri ætheris crassioris quantitatem, quam in aeris regione. Ponit deinde, ætherem crassiorem in aere ad regionem telluris superiorem tendere, subtiliorem verò ætherem in terram tendere ad partes aeris inferiores; ita ut à parte superiori atmosphæræ usque ad telluris superficiem, et à telluris superficie usque ad centrum per gradus perpetuo fiat subtilior. Fingamus jam corpus aliquod in aere suspensum, aut in ipsa telluris superficie positum; ætheris particulae in superioribus corporis partibus crassiores sunt particulis ætheris, quæ in inferioribus corporis partibus continentur (ex hypothesis). Præterea æther crassior cum sit peris minus accomodatus, quam æther inferior, atque subtilior, descendere debet æther crassior, et locum subtiliori ætheri inferiori cedere; id verò fieri non potest, nisi corpus spatium ab æthere relictum occupet, ideoque descendet. Hæc est hypothesis Newtoniana, quam ferè de verbo ad verbum ex prædicta epistola latine reddidimus; eandem hypothesis plurimis aliis in locis indicavit Newtonus. Tandem aliæ lingi possent hypo-

theses; quid enim vetat, quominus aliud quoddam invehamus fluidum, quod diversissimas à fluidis cognitæ proprietates habeat, secundum alias omninò leges agit, quod nullam, aut ferè nullam resistantiam præbeat, quod vi inertæ, vi gravitatis careat: sit tamen gravitatis causa. Unde sic concludendum: admitti possunt hypotheses philosophicæ, quarum falsitas demonstrari non potest, atqui cet.: ergo.

Resp. N. maj. Famquam vanissimam repudiamus illam Philosophiam, quæ meris innititur conjecturis, atque hypotheses communibus naturæ legibus contrarias longe rejicimus. In memoriam revocentur, quæ de philosophandi regulis, et hypotheseon usu præscripsimus. Descripta hypothesis non satis digna videtur celeberrimo Auctore suo, qui tantam in philosophando severitatem, atque diligentiam adhibuit. Et certè nullam gravitatis rationem reddit hæc hypothesis, huic enim commentitio ætheri tribuit gravitatem, cujus proindè alia superest afferenda causa. Igitur non sine fundamento credunt Newtoniani, Magistrum suum in proponenda hæc hypothesi usum fuisse quadam philosophicâ prudentia, et receptis vulgaribus Philosophorum opinionibus parcere voluisse. Tandem philosophicam Newtoni modestiam nos imitati nequaquam pronuntiamus, nullam esse extrinsecam, et ab aliquo fluido oriendam gravitatis causam; id unum affirmamus, ex vorticibus Cartesianis eam repetendam non esse, neque ex illo fluido, quod easdem cum fluidis cognitæ proprietates habeat. Et quidem si fluidum illud grave sit, iterum de causa gravitatis redit quæstio. Si idem fluidum agat in corporum superficiem, vel in interiores corporum particulas; secundum vulgares fluidorum leges corporibus imprimere non po-

test talem motus quantitatem, quæ sit accurate, ut quantitas materiæ Tandem fluidum illud ita subtile foret, ut corporum etiam durissimorum substantiam penetraret, neque corporum motibus resistantiam præberet, vi tamen maxima in se mutuo corpora impelleret. Hæ quidem proprietates communibus fluidorum proprietatibus omninò repugnat, easque nobis ignotas esse, fatemur. Quæ cum ita sint, facillè concedimus, gravitatem esse qualitatem occultam, dummodo hæc nomine nihil aliud intelligatur, nisi ignota effectus alicujus causa. Valde autem probabile est, Aristotelem nullam aliam huic vocabulo tribuisse significationem, eamque ab illius sectatoribus fuisse corruptam, et pro arbitrio varie explicatam, vel potius obscuratam.

ARTICULUS III.

De centro gravitatis.

I.

Cum ab ipsa gravitate ortum habuerint centri gravitatis doctrina, et nomen, rerum ordo postulat, ut argumentum illud, hic data occasione, pertractemus. *Centrum gravitatis* est punctum, ex quo corpus utcumque suspensum manet in æquilibrio, nulla parte præponderante: quare si centri gravitatis motus omnis impediatur, immotas manere necessum est omnis corporis partes, ac proindè totum corporis pondus in ipso gravitatis centro collectum fingi potest, et loco ponderis ipsum gravitatis centrum substituere licet. Itaque patet, centrum gravitatis hoc modo definitum idem esse

se cum centro æquilibrii: quare utrumque vocabulum indiscriminatum usurpabimus. Non solum in corpore unico, sed quolibet corporum numero, seu, ut vocant, systemate considerari potest centram gravitatis. Si virgent rigidam, atque inflexibilem fingamus omni pondere, et inertia destitutam; ipsaque suspendatur e puncto medio, et ad æquales hinc inde à medio suspensionis puncto distantias annectantur binæ globi æqualis ponderis, ipsi in æquilibrio manent, et neuter alterum vincere potest; quod evidens est, cum omnia hinc et inde sint paria, nullaque proinde sit ratio, cur unum alteri prævaleat. Si altera parte addatur pondus quantumvis exiguum, tolletur æquilibrium, et pars illa descendet, ascendente altera. Si distantia à puncto suspensionis non sit eadem, binæ corpora æqualia non manent in æquilibrio, imò fieri poterit, ut id quod gravius est, se à puncto suspensionis proprius, cogatur ascendere; atque hæc est regula generalis æquilibrii; habetur nimirum æquilibrium, si distantia à puncto suspensionis sint ponderibus appensis reciproce proportionales, ita ut tanto minor sit distantia, quanto pondus majus est.

Hæc autem lex æquilibrii facili ratiocinatione ita intelligi potest. Si quædam vis requiritur ad movendum corpus aliquod per datum spatium dato tempore, evidens est, requiri vim duplam ad movendum idem corpus per spatium duplum eodem tempore; item requiritur vis tripla ad movendum corpus per spatium triplum, et ita deinceps: quare et illud manifestum est; si nempe quædam vis potest vim aliam contra propriam illius directione agere per datum aliquod spatium dato tempore; ad eandem vim ita agendam per duplum;

triplum, dimidium spatium, requiritur vis dupla, tripla, dimidia. Jam verò in virga prædicta si ponendum sit ex parte alterutra pondus, quod pondus aliud ex parte altera constitutum in eadem distantia sublevare debeat, ipso non nihil majus esse oportet, ut ostendimus. Si autem corpus attollendum sit in dupla, tripla, dimidia distantia, attollendum erit per duplam, triplum, dimidium circuli arcum: illa enim pondera circa punctum suspensionis similes describunt circulorum arcus; quæ proinde sunt, ut radii, sive ut distantia à centro motus: quare requiritur dupla, tripla, dimidia vis cet., ac proinde si pondus eo sit minus, quo distantia major est in eadem ratione neutra pars vincere potest, sed pondera in æquilibrio manere necessum est. Hoc ergo est principium æquilibrii: distantia scilicet à centro motus sunt in ratione reciproca ponderum, sive massarum; sunt enim pondera massis proportionalia. Fingi autem possent infinitæ gravitatis hypotheses, in quibus pondera non forent massis proportionalia; tumque centrum massæ, per quod nempe tractado utcumque plano corpus divideretur in massa æquales, idem non foret cum centro gravitatis. Verùm tales hypotheses Geometris considerandas relinquimus; Physicis gravitatem constantem, qualem in machinarum viribus, aliisque experimentis sese manifestat, contemplari satis sit.

II. Præcedens doctrina ad machinarum quarumlibet vires æstimandas maxime valet. In quavis machina binæ utcumque vires inter se ponuntur connexæ, quarum quidem, unam appellare solent *potentiam*, alteram verò *resistentiam*. Ubi autem vires quæcumque ad machinam transferuntur, non solum attendi debet ipsa potentia *absoluta*, si-

ne ullo scilicet machinæ adjuvamento; sed etiam velocitas, qua moveri incipient vires secundum propriam directionem, si vincerent, vel contra directionem propriam, si vincerentur. Jam verò in casu æquilibrii, vires sunt in ratione reciproca distantiarum à centro motus, vel quod idem est, recipi: cè ut spatia eodem minimo tempore percurrenda, aut etiam ut velocitates *initiales* reciprocè: quare si vires absolute oppositæ multiplicentur per suas à centro motus distantias, vel per spatia iisdem temporibus describenda, erunt producta illa hinc et inde equalia in casu æquilibrii. Productum ex potentia in distantiam à centro motus vocatur *momentum potentie*; productum verò ex resistantia in suam à centro motus distantiam dicitur *momentum resistantie*. Hic verò recordari oportet sæpius inculcatam virium definitionem; nempe viriam nomine nihil aliud intelligimus, nisi motum quemdam dato tempore genitum, ac proinde æquilibrii nomine nihil aliud intelligi volumus, nisi motum æqualem eodem tempore in partes contrarias procedendum; unde patet, æquilibrii notionem, et demonstrationem nulli ambiguitati, aut exceptioni obnoxiam esse posse. Eandem verò demonstrationem manere evidens est, si vires quotlibet ad machinam adhibeantur; collectis nempe virium omnium momentis, si summa omnium, quæ machinam in unam partem nituntur convertere, inveniatur æqualis momentorum summæ in partem oppositam, habetur æquilibrium. Si autem altera summa sit major, hæc vincet, machinamque movebit. Sed hæc omnia simpliciorum machinarum exemplis illustrabimus.

In statera, quæ *Romana* dicitur, pondus mobile excurrit per virgam ferream in partes æquales

divisam, adscriptis numeris, qui libras, librarumque partes designant. Quo magis pondus removeatur à puncto suspensionis, quod *hypomoclium* dicunt, eo majus pondus ex adversa parte in constanti quadam distantia suspensum requiritur ad servandum æquilibrium. In statera *vulgari* æquales sunt à puncto suspensionis distantie. Evidens autem est, utriusque stateræ ope æstimari posse corporum pondera. In *verte* generaliter, sive fulcrum immobile, cui vectis inuititur, sit inter vim, et resistantiam, quæ dirigantur ad partes oppositas, sive fulcrum jaceat ultra vim et resistantiam, quæ in eadem directione agant, quo remotior erit vis ab ipso fulcro, eo majus erit ejus momentum, ideoque, quo magis removemus manum à fulcro, eo facilius pondus sollevamus. In *cuneis* augetur momentum, si longiores sint, et tenuiores, nimirum si minor sit angulus, qui corpus frangendum, vel dividendum penetret. Nam si minor est angulus, eo majus erit spatium, quo cuneas promoveatur à vi ipsum impellente, et minus erit spatium, quo à se invicem discedunt partes *laterales*, quæ cunei progressum impedire nituntur. Quoniam autem angulus, quem efficiunt binæ lineæ curvæ, ubi se contingunt, est in immensum minor, quam angulus, quem efficit recta cum alia recta, ut constat ex ipsis Geometriæ elementis, idcirco ungues, et rostra incurvata, et multo magis novacula utrimque introrsum excavatæ tam facile penetrant. In *cochlea*, dum manus ingentem peragit gyrum axis per unicam spiram promovetur. Hinc momentam eo majus, quo spira tenuior, et circularis, quem manus peragit, eo amplior. In machina, quam dicant *axem in peritrochio*, vectibus oblongis horizontaliter infixis cylindrus conver-

titur, cui interea dum advolvitur fanis ponderi trahendo, vel atollendo adnexus, pondus ipsum promovetur in singulis revolutionibus, quanta est cylindri circumferentia; vis autem vectibus illis applicat movetur per tota circuli circumferentiam, cujus radius est ipsa vectis longitudo. Alteram tandem subjungimus machinam, *trochleas* scilicet, quæ si fixæ fuerint, vim non augent; at si ita fuerint conjunctæ, ut aliæ sint immobiles, mobiles aliæ, jam vis in immensum augeri posset. Dum enim manus removetur à proxima trochlea, tantum ipsa movetur, quantum fanis educitur, et tantumdem contrahitur summa fanium omnium à trochlea ad trochleam aliam tendentium, ideoque singula fanium intervalla, quæ tot sunt, quot trochleæ, eo minus contrahantur, quo major est trochlearum numerus, et eo minus trochleæ mobiles ad immotas accedunt, ideoque pondus eo minore spatio promovetur. Præcedentes machinas nulla subjecta figura explicavimus; nemo enim est, qui machinas illas oculis frequenter non usurpaverit, visu autem multo facilius, quam auditu percipiuntur.

Nunc verò breviter explicandum, quid valeant machinæ, seu quanta utilitate adhiberi possint. Demonstratum est, in casu æquilibrii esse $MV = mv$, ubi M, m denotant pondera quælibet, V, v , velocitates. Jam verò si spatia dicantur S, s ,

$$s, \text{ tempora } T, t; \text{ erit } V = \frac{S}{T}, v = \frac{s}{t},$$

ideoque $\frac{ms}{t} = \frac{MS}{T}$, vel $ms = MS$, cum in machinarum actione tempora sint æqualia. Eo ita-

que reducitur machinæ cujuslibet actio, ut potentia m , quæ tempore unius horæ ex. gr. describere potest spatium s , pondus M per spatium S sublevare valeat. His positis, si m exhibeat pondus exiguum, M verò massa valde magnam: evidens est, producto ms representare non posse momentum valde magnam, nisi spatium S eo minus sit respectu esse, quo majus est pondus M respectu potentie m : quare si s representet spatium valde magnam, oportet, ut tempus in eadè ratione majus sit; cum necessario determinatum sit spatium dato aliquo tempore unius horæ percurrentem. Hinc ergo colligitur, in machina qualibet etiam perfectissima compendium virium necessario conjunctum esse cum temporis, et spatii dispendio: quare minime credendum est in peritis, ut non raro contingit, hominibus, qui ingentia pondera brevissimo tempore ad magnam altitudinem atollere pollicentur.

III. In æstimandis viribus ipsa virium directio considerari omnino debet. Sit (*fig. 8.*) C in vecte KL centrum motus, sintque A, B vires duæ quæ agant secundum directiones KA , et LB . Ex centro motus ducantur CM, CN perpendiculares ad directiones virium in M et N ; ponatur CM minor, quam CN , et ex centro C intervallo CN describatur circulus NHD rectæ KA occurrens in D . Vis absoluta A representetur per DA ; hæc resolvi debet in vim DG secundum directionem CD , et in vim DF perpendicularem ad CD , completo scilicet parallelogrammo $AFDG$. Jam vis DG agens secundum directionem CD à centro scilicet circuli, vel rotæ DHN versus circumferentiam, nihil valet ad convertendam rotam circa C : sola vis DF , quam *relativam* appellant, hunc effectum

producere potest; ac proinde vis absoluta est ad vim relativam, ut DA ad DF. Præterea vis B tendens ad partem contrariam considerari potest applicata in N, vel L; vis enim eadem manet, in quocumque directionis suæ puncto constituitur; pondera enim eadem manent in variis à terra distantis, ac proinde et vires, quæ ponderibus æquivalent. Jam si vis B æqualis ponatur vi respectivæ DF, erunt conatus æquales, et oppositi, ac proinde in æquilibrio ob distantias CD, et CN æquales; erit ergo in casu æquilibrii vis relativa per DF ad vim absolutam per DA, ut DF ad DA, ut B ad A; atque ob triangula AFD, DMC similia, erit $B : A = DF : DA = CM : CD = CN : CN$. Hanc ergo generalem demonstrabimus pro qualibet virium directione æquilibrii legem; nempe vires esse in ratione reciproca perpendicularium, quæ ex centro motus ad respectivas virium directiones ducuntur.

IV. Ad demonstrandam æquilibrii legem virgam inflexibilem, gravitate, et inertia carentem, qualis nulla existit in rerum natura, fingunt Physici. Igitur in æstimandis ponderibus, gravitatis ratio habenda est. Id verò statera Romanæ exemplo declarare non abs re erit. In hac machina considerentur brachia duo inæqualia, quorum nota sint pondera; jam brachiorum pondera in suo gravitatis centro respective collecta fingi possunt, ac proinde momentum brachii utriusque erit, ut productum ex pondere in distantiam centri gravitatis à puncto suspensionis respective, eritque momentorum differentia excessus ponderis, qui proinde auferri debet, ut justum pondus habeatur. Quia verò brachia sunt homogœna, centrum gravitatis in brachiorum medio constitutum est;

sunt autem tota inter se, ut medietates; quare pondus uniuscujusque brachii doceatur in suam à centro suspensionis distantiam: momentorum differentia erit ipsum pondus subtrahendum. Ex his patet stateram Romanam ob brachiorum inæqualitatem minus accuratam exhibere ponderis mensuram; fraus autem maximè crescere potest, si brachia non fuerint homogœna. Hinc stateram vulgarem ob brachia æqualia in commercii usu adhibere præstat; si autem statera illa fraude aliqua peccaverit, facile detegitur dolus permutatis ponderibus; ex demonstratis enim facile intelligitur, nullum in statera dolam latere, si in utroque casu maneat ponderum æqualitas. At statera Romana ad examen revocari non potest, quod quidem machinæ hujus vitium est maximum.

V. In omnibus machinis aliud est incommodum omninò inevitabile, mutuis nempe partium attritus. Nulla enim machina moveri potest, nisi partes aliæ super alias incedant, atque labantur. Nulla autem est superficies etiam eximie levigata, quæ plurimis non emineat asperitatibus, et, ut ita dicam, monticulis, quod quidem demonstrant observationes microscopicae. Illæ vero asperitates sine resistentia, sine difficultate aliqua superari non possunt. Igitur quæ hactenus demonstravimus de machinarum viribus, dicta volumus duntaxat in hypothese, quod omnia abessent impedimenta; quæ profecto efficiunt, ut ad movendum pondus major potentia requiratur, quam quæ ex præcedenti doctrina definitur. At quo magis impedimenta de medio tolles, eo propius experimenta ad demonstrationes physicas accedent.

Resistentiam ex mutuo partium attritu orian-

dam variis experimentis æstimare tentarunt diligentissimi Physici, sed irritò, ut nobis videtur, conatu. Alii resistantiam illam ex ipsa superficierum magnitudine computandam esse existimarunt, alii ex corporum pondere, alii tandem ex ipsa velocitate, at mihi facilè persuadeo, ex his tribus conditionibus pendere mutuum partium attritum. Et quidem quo major est superficies, eo plures occurrunt superandæ asperitates. Præterea quo majus est corporis pondus, eo altius corporis unius asperitates alterius corporis cavitatibus inferuntur. Tandem quo major est velocitas, eo plura dato aliquo tempore superanda occurrunt impedimenta. At præter conditiones illas maxime etiam considerari debet ipsa superficierum natura, prominentium scilicet partium asperitas, numerus, textura, duricies, aliæque plurimæ qualitates nullo experimento satis accurate definiendæ, atque hinc fit, ut varia experimenta varias præbeant resistantiarum mensuras. Tandem in æstimanda resistantia considerari etiam debet vectis longitudo, quam tamen prætermittere solent plerique Physici perperam quidem: etenim mutans partium attritus corporis motum destruit, ac retardat, non secus ac faceret potentia, quæ ad partes, directioni motus contrarias, ageret, ac proinde ad æstimandam resistantiam satis non est resistantiæ absolutæ rationem habere, sed vectis longitudo attendi etiam debet. Exemplo sit trochlea circa axem mobilis, cujus ope pondera attolli solent; resistantia ex mutuo partium attritu oriunda est mutui axis trochleæ, et cavitatem, quæ ingreditur, attritus; quare resistantia illa eo breviori vectis brachio applicatur respectu potentie trochleam moventis, quo minor est axis diameter

respectu diametri trochleæ; atque hinc fit, ut multo minor sit trochleæ circa axem mobilis resistantia. Inde etiam intelligitur trochlearum, rotarumque majorum commoditas, et ex iisdem principiis pendet vulgaris usus, quo nempe ad retardandum rapidiorem currus descensum sufflaminari solent rotæ: etenim resistantia ex partium attritu oriunda rotæ: circumferentiæ in hoc casu applicatur, secus autem ipsius axis peripheriæ. Ex hæcenus explicatis derivari possunt in datis casibus utilissima sane artificia ad minuendam mutuo attritus resistantiam; sed rem fusius persequi non est hujus loci.

VI. Ex centri gravitatis doctrina non solum pendent machinarum vires, sed alia quoque phænomena plurima, quorum pauca proponere satis erit. Si ex centro gravitatis corporis alicujus ducta intelligatur recta ad horizontem perpendicularis, hæc vocabitur *linea directionis*. Porro linea illa vel cadit intra basim, vel extra ipsam occurrit: quare cum in ipso gravitatis centro totum corporis pondus locatum fingi possit, patet, in primo casu nullam esse ruinæ periculum, si nempe linea directionis intra basim cadat, sustinetur enim corpus; contra autem linea directionis extra basim excurrente corpus labi, et præceps ruere necessum est, nisi ipsa obstaret partium tenacitas. Mirum ergo non est, quod turres Pisana, et Bononiensis, licet maxime inclinata, firmæ tamen, et stabiles consistant. Hinc naturali quadam mechanica corpus retrorsus inflectunt imperiti quoque homines, si per locum declivem descendant; contra autem si ascendant, corpus autorsum incurvant, ut nempe linea directionis in basim retrahatur. Hinc homines ambulantes singulo pasu à dextera

ad sinistram, et viceversa corpus convertant. Hinc homines pingues et obesi si iam rectam affectare solent. Eadem de causa bajuli, qui pondus alterutra manu gestant, manum alteram in partem oppositam extendunt. Tandem eodem artificio funambuli sese in omnes partes pro necessitate contorquent, et longiori pertica utantur, quam hinc et inde versant maxima industria, ut linea directionis extra angustissimum funem non excurrat.

VII. Centri gravitati inventendi rationem formula algebraica exhibere solent Geometræ; nobis vero, qui rerum facilitatis maximè studemus, centrum gravitatis in corpore quocumque mechanice invenire satis erit. Corpus aliquod filo suspendatur, volvetur, converteturque corpus illud, donec filum ad terræ superficiem perpendiculariter dirigatur, centrum gravitatis erit in hac perpendiculari; nempe in linea directionis, quod quidem evidens est ex gravitatis directione et ex ipsa centri gravitatis natura. Jam attramento, vel colore aliquo facilè conspicuo in ipsa corpori superficie notetur linea, quam perpendiculari filum fecerit, rursus ex alio puncto suspendatur corpus, invertaturque corporis situs, et pari modo linea perpendiculari signetur, communi duarum linearum intersectioni imminet centrum gravitatis, et re ipsa si corpus ex hoc puncto suspendatur, immotum manebit. Res eadem facilius præstari potest adhibita tabula horizontali probe levigata, promoveatur nempe corpus, quantum fieri potest versus marginem tabulæ, ita ut tamen non cadat, notetur in ipsa corporis superficie linea, quæ est communis intersectio superficiæ, et tabulæ; deinde iterum invertatur corporis situs, promoveaturque, ut ante, habebuntur communes intersec-

tiones duæ, nempe secundum longitudinem, et latitudinem, quarum communi intersectioni infra ipsum corpus subjacebit centrum gravitatis. Ceterum evidens est, in corporibus homogeneis, quæ in partes æquales, et similes dividi possunt, centrum gravitatis idem esse cum puncto corporis medio, quod *centrum figuræ*, vel *magnitudinis* solet appellari.

Dato gravitatis centro in quolibet corporum numero commune gravitatis centrum omnium ex antea demonstratis facilè invenitur. Si bina fuerint corpora quæcumque, centrum commune gravitatis erit in recta jungente utramque gravitatis centrum; in medio si fuerint æqualia; si verò inæqualia, ita proprius erit centrum commune gravitatis massæ majoris centro, ut distantia sint ipsius massis reciproçè proportionales, ex demonstratis. Si corpora sint tria, conjuncto gravitatis centro communi binorum corporum cum centro tertii, divisaque recta jungente in ratione reciproca massæ minoris ad summam massarum, punctum hoc modò inventum erit centrum commune quæsitum. Eadem ratione progredi licet ad massas quascumque. Hæc autem omnia facilè deducuntur ex demonstrato æquilibrii principio, si nempe consideretur corporis pondus tanquam coactum in centro gravitatis, atque eadem ratione evidens est centrum gravitatis esse unicum. Fingamus enim, aliud esse punctum. Jam quia totum corporis pondus in centro gravitatis adunatum fingi potest, corpus suspensum extra gravitatis centrum quantum fieri potest, descendere debet, nec potest quiescere, donec ad punctum infimum pervenerit. Ad proprietatem illam punctis decibus convenire repugnat. Itaque si corpora quolibet

inter se quomodocumque connexa è centro gravitatis communi suspendantur, totam corporum systema in æquilibrio manere necessum est. Hæc pauca dicta sint de centro gravitatis, non quidem pro rei dignitate, sed quantum postulare videtur harumce institutionum ratio.

APPENDIX.

De quibusdam capitibus præcedentis utilitatibus.

I.

Quod gravitatis doctrinam spectat, illius utilitas manifesta fiet ex dicendis, deinde ubi scilicet motus ex gravitate oriundos explicabimus. Interim verò observare satis sit, ex variis Philosophorum hypothesebus de causa gravitatis, et ex ipsius rei difficultate omninò evinci, in Physica sua esse, et quidem abditissima arcana, quæ nulla humani ingenii vis reserare potest. Si autem in rebus limitatis à Deo creatis insuperabiles persæpe occurrant difficultates, quod quidem à nemine suæ tenacitatis, et ignorantie conscio negari potest, qua fronte Creatorem infinitum, et sanctissimam religionis mysteria curiosius scrutari, atque penetrare tentant superba impiissimorum hominum ingenia, qui id omne respiciunt et velut à ratione alienum fastidiosè traducunt, quod suo imbecilli quidem ingenio non possunt comprehendere? Itaque apud religiosos, probosque Philosophos ea semper obtinere debet præstantissima, et unica philosophandi ratio, quæ fundatur in experimentis, et observationibus; hæc verò si ad physicam, mechanicamque causam non semper nos deducat,

ad causam infinitam, Deum conditorem, et Dominum nos certissimè perducet. Hic est fructus Philosophiæ uberrimus, naturæ majestatem proprius intueri naturæ Auctorem impensius colere, et venerari, illique soli servire. His autem pietatis, et religionis ergo præmissis, jam inter innumeras capitibus præcedentis utilitates pauca seligamus.

Ad explicandos animalium motus maximè valet præcedentis capitibus doctrina, quam quidem utilitatem satis demonstravit *Joannes, Alfonso, Borellus* in iximio opere, cui titulus est: *de motibus animalium*. Paucis exemplis rem declarare satis erit. Fingatur brachium horizontaliter extensum, extremisque digitis alligatum intelligatur pondus viginti octo librarum, quod quidem onus ab homine satis robusto in hoc situ sustineri posse experientia comprobatum est. Tale pondus sustinetur vi musculi, cujus extremitas superior annexa est capiti rotundo ossis humeri; altera autem extremitas capiti rotundo ossis cubiti alligatur. Jam cubitus cum manu extensa circa centrum articulationis in osse cubiti revolvitur potest; notam præterea est ex diligentiori Anatome, distantiam musculi à centro articulationis esse ad ponderis ab eodem centro distantiam, ut 1 ad 20, quare ut habeatur momentum musculi, multiplicari debet pondus absolutum, nempe 28 librarum per 20 distantiam scilicet à centro motus, efficiturque productum 560 librarum; tanta nempe est vis musculi, ut libris 560 æqualeat, ob superandam vectis longitudinem; id verò ex demonstratis facillè intelligitur. Simili ratione ad calculum revocari possunt in alio quolibet casu musculorum vires, dummodo per Anatomem data sit distantia à centro motus, et per experientiam superata resistentia innotescat. Porro

hic obiter observanda est admirabilis plane musculorum dispositio; musculi scilicet ossibus alligantur in minori à centro motus distantia, ita ut potentiam musculi multo majorem esse oporteat. Quamvis autem animalibus orta inde videri possit aliqua virium jactura, in hac tamen structura omnipotentem Creatoris manum plane mirari debemus. Si enim potentia longius distaret à centro motus, jam ob majorem articulationis distantiam non solum deformis, atque molesta foret musculorum, animaliumque figura; sed etiam ad motum minus idonea; suaque mole, ac crassitie animalia laborarent.

II. Ad firmitatem ædificiorum æstimandam eadem principia transferri possunt. Fingantur trabes duæ similes cylindricæ, vel prismaticæ ABDE, FGHK (*fig. 9.*) muro immobili IL infixæ, divisæ intelligantur AB, FG æqualiter in C, M. Jam illarum pondera fingi poterunt collecta in punctis C, M centro gravitatis directe oppositis. Facilitatis ergo ponatur $AB = 2FG$, erit pondus trabis AB DE octuplo majus pondere trabis FGHK; sunt enim trabes illæ utpote similes in ratione triplicata laterum homologorum ex elementis Geometriæ: quare eum pondus trabis ABDE locatum fingatur in C, sitque AC duplo major distantia FM; erit momentum totum ad rompendam trābem in puncto A decies sexies majus momento trabis alterius. Jam conferantur vires, quæ trabes illas integras, muroque infixas servare conantur. Sit ARE trabis majoris sectio, et FSK minoris. Dividantur AE, et FK, æqualiter in P, et Q; erit in qualibet sectione fibrarum longi udinalium numerus, ut sunt sectiones ipsæ, ac proindè ut quadratum rectæ AE ad quadratum recte FK (ex elementis Geo-

metriæ) nempe ut 4, ad 1; ideoque etiam cohæsiō, quæ est, ut fibrarum numerus; erit in eadem ratione; sed cohæsiō illa considerari potest, ut vis resistens, cujus proindè resistentiæ ut habeatur momentum, hæc collecta poni debet in centro gravitatis P, et Q: ideoque cum sit $AP = 2FQ$, erit in prima trabe momentum resistentiæ octuplo majus. At momentum vis, quæ trābem majorem in puncto A rumpere, et à muro avellere conatur, est decies sexies majus: unde evidens est, vires, quæ ad trabes rumpendas tendunt, crescere in ratione quadruplicata longitudinum, vires autem oppositæ, adhesionis nempe, crescere tantum in ratione triplicata. Hinc trabes majores, servata licet partium proportione, rumpuntur facilius; imò tanta esse posset illarum longitudo, ut proprio pondere fractæ necessario ruerent. Merito igitur concludit Galilæus, ædificium aliquod firmum stare posse, quod proculdubio rueret in formam justo ampliorem redactum, manente licet partium proportione; quod quidem in arte architectonica utilitate non vacat.

Ex eodem principio infert celeberrimus Auctor, suos esse in operibus naturæ, et artis limites, quos ultra consistere eadem opera minime valent. Ita si arbores nimio donarentur volumine, gravitate sua oppressi rami facilè ramperentur. Simile ratione crassiora animalia vim non habent, quæ illorum magnitudine respondeat; atque hinc si aliqua forent terrestria animalia multo majora iis, quæ novimus, vix organicos motus exequi possent, suaque mole fatiscerent, perpetuisque obnoxia essent periculis. Ex hac doctrina concludere audent intemperatiores quidam Critici, nullos unquam extitisse homines, qui justam, vulga-

remque hominum magnitudinem multum excederent. Nec Scriptores illos hac in re valde moratur S. Scripturæ auctoritas; ajunt enim nominibus Hebræis *Nephilim*, et *Gilborim*, quæ in primigenio textu leguntur, et in vulgata nostra Gigantes nomine redduntur, significari etiam posse scelestos homines; suisque flagitiis non minus quam staturæ magnitudine famosas. Quod autem refertur Deut. 3s de lecto Og, qui novem cubitos habebat longitudinis, et quatuor latitudinis, de sola lecti magnitudine iidem Auctores intelliguntur, eamque ferunt apud orientales populos consuetudinem, ut amplissimos lectos ad pompam ornarent, et in tali ornamento fastum collocarent. Verùm quidquid sit de hebraicorum nominum ambiguitate, eam omninò dirimit vulgata versionis, et 70 Interpretum auctoritas, nullumque dubitandi locum relinquit Gigantis Goliath altitudo, quæ lib. 4. Reg. describitur: *sex cubitorum, et palmi*. Itaque ex dictis hoc unum colligere licet, præter consuetas naturæ leges conformatos fuisse enormes Gigantes, et singulari virium proportionem donatos, quod quidem exemplo suo confirmant aliqui inusitatæ staturæ homines, qui his nostris temporibus per urbes vagantur, suæque magnitudinis beneficio vicium quæritant. Tales autem homines, si cum antiquis Gigantibus conferantur, velut navi, et pumilioes haberi debent, sua tamen magnitudine quasi opprime, et laborare observantur. Necessaria ergo fuit antiquis Gigantibus insolita, et præter naturam humanam ordinem virium proportio; præsertim si verum sit, quod de Gigantibus illis legitur, aliquos scilicet longe ultra vulgarem hominum ætatem, et per multa sæcula vixisse. Idem dicendum de Gigantibus, quos etiamnum hodie mag-

nò numero extare narrant viatores nonnulli, quibus tamen facilius, et nisi dicto fides constituerit, credendum non est.

Fornicum stabilitas ex centri gravitatis doctrina omninò pendet. Rem leviter attingam. Intelligatur forniciis arcus ex diversis constans lapidum segmentis, cuneorum instar dispositis et ad arcus centrum tendentibus. Lapis arcus superior, qui forniciis *conclusiva*, seu *clavis* appellari solet, perpendicularis est ad horizontem, atque hinc et inde contiguus lapidibus sustinetur. Ductæ concipiuntur verticales per singula gravitatis centra in singulis lapidum segmentis. Jam lapis superior lapidibus contiguus veluti planis inclinatis incumbit, ac proinde tota vi gravitatis non tendit ad descensum, sed aliqua tantum gravitatis parte, quæ eo major est, quo minus inclinata sunt contigua lapidum plana: quare si planorum inclinatio fingatur infinite parva, hoc est, si lapidum segmenta forent ad horizontem perpendicularia non secus ac forniciis clavis, jam clavis tota vi gravitatis ad descensum tenderet, et re ipsa descenderet, nisi arenato, et calce retineretur, atque hinc minus tuti sunt, et faciliè ruinosi forniciis plani: sed accuratos fornices consideremus. Clavis intra contiguos lapides constricta per lineam verticalem ad descensum tendit; hunc verò conatum exercere non potest, nisi hinc et inde premat contigua lapidum segmenta, eaque conetur repellere. Hæc autem clavis actio in lapidem contiguum exhibetur per rectam ex centro gravitatis clavis perpendiculariter ductam ad lapidis contingi superficiem. Patet autem ex virium compositione, et resolutione, hanc lineam esse diagonalem parallelogrammi, cujus latera duo sunt vis perpendicularia-

ris, qua clavis tendit ad descensum, et vis horizontalis, qua clavis tendit ad removendum lapidem contiguum. Secundum illud lapidis segmentum vi clavis per diagonalem prædictam impulsam, urgetur quoque vi gravitatis ad horizontem perpendiculari, atque hinc resultat vis alia composita, qua urgetur lapis alius contiguus, atque ita deinceps ad ultimum usque lapidem fornici fulcro insistentem. Jam verò ea esse debet singularum fornici partium structura, atque sectio; ut lapides singuli à fornici clavi ad fulcrum vim compositam exerceant, ad horizontem per gradus minus ac minus inclinatum; atque ita vis tota in ipsam fulcrum, ferè perpendiculariter dirigatur. Superest jam, ut vim horizontalem, ipsiusque fulcri resistantiam consideremus. Totum dimidii fornici pondus collectum fingatur in centro gravitatis, ex quo ad superiorem lapidis ultimi superficiem ducta intelligatur perpendicularis, secundum hanc directionem dumtaxat dimidius fornix in ultimum fornici segmentum agere potest. Hæc autem vis ad fulcrum debet referri, et in duas vires dividi, verticalem unam, horizontalem alteram. Vis ad fulcrum perpendicularis fulcrum ipsum magis præmit, atque confirmat, vis autem horizontalis ad fulcrum evertendum tendit. At fulcrum totam gravitatem huic conatui opponit; hæc autem gravitas agit per lineam verticalem è centro gravitatis ductam ad basim ipsius fulcri. Itaque in æstimandis fornici viribus due considerandæ sunt actiones contrariæ, prima horizontalis, qua fornix ad fulcrum subvertendum tendit; perpendicularis altera, nempe fulcri resistantia. Tandem due illæ actiones ad centrum motus in ipsa basi referendæ sunt; atque eo majus est virium illarum

momentum quo major est à centro motus distantia; tota ergo huc reducitur fornici stabilitas, ut nempe dimidii fornici actio horizontalis fulcri resistantia major non sit. Hæc sunt utilissimæ doctrinæ elementa, quæ ad calculum facilè revocabunt Geometræ, nobis autem satis sit rem generatim indicasse.

III. Ad principia in præcedenti capite explicata pertinet horologiorum rotis instructorum motus, sed utilitas melius intelligitur deinceps, demonstrata scilicet pendulorum doctrina, unicum aliud utilitatis exemplum afferemus. Nempe non videt in portatilibus horologiis *machinulam conicam*, quam catenula amplectitur. Hujus figuræ ratio ut intelligatur, observandum est desinente horologii motu, catenulam cylindrico horologii tympano totam circumplicari; si autem horologio motus restituatur, catenula è tympano ad conicam machinulam transire debet. Id verò fieri non potest, nisi tympanum convertatur; totque revolutiones periciat, quot gyris catenula ipsa tympano convolvitur. Præterea talis est in tympano partium structura, ut eo per vices revoluto, magis ac magis tendatur lamella elastica in tympano conclusa. His præmissis evidens est, majorem tunc haberi lamellæ elasticæ tensionem, ac proinde et majorem vim, dum catenula tota conicæ machinulæ circumponitur; hæc autem tensio per gradus decrescit, dum machinula revolvitur, ac tandem vis fit omnium minima, dum gyros ferè omnes catenula absolvit, et puncto ultimo proxima est. Itaque patet, ex illa vis motricis inæqualitate futurum esse, ut perpetuæ variationi obnoxius sit rotarum motus, nisi figura conica paratum fuisset huic incommodo remedium. Igitur ad corrigendam motus

inæqualitatem efficiendum erat, ut majore existente vi motrice minor foret distantia à centro motus, ideoque et minor machinulæ diameter, et contra; oportet nempe, ut in machinulæ puncto quolibet productum ex vi tensionis in distantiam à centro motus sit constans semper et æquale; hoc enim artificio fit, ut vis motrix eadem perpetuo maneat, atque uniformiter ferè moveantur rotæ, non secus ac facerent appenso aliquo constanti pondere. Cum ergo demonstrata principia accuratam nobis suppeditent temporis mensuram, hanc quoque utilitatem inter innumeras alias commendare volumus. Problema est apud Geometras notissimum: invenire curvam, cujus revolutione genitum solidum quæsitam præberet in horologii motus æqualitatem, ex qua proindè curva formari deberet prædicta machinula. Verùm res est sublimioris indaginis, atque motus uniformitatem, convenientemque figuram repetitis experimentis accuratissime inveniunt peritiores horologiorum artifices; talis figuræ rationem exposuisse satis sit.

SECTIO SECUNDA.

De reliquis universalibus corporum proprietatibus ex virium notione derivandis.

CAPUT I.

De motu genere, variisque illius speciebus.

Ex ipsa virium notione derivari *mobilitatem* et *quiescibilitatem*, evidens est; motus enim est; virium effectus, et seclusa vi qualibet impressa, corpus semel quiescens perpetuo quiescet. Amplissimum quidem patet hujus capitis argumentum; sed præcipuas dumtaxat motuum species expendemus. Et 1 quidem de motu generatim paucis præmissis, ad motum rectilineum, et deinde ad curvilineum progrediemur, illas autem dumtaxat motuum leges explicabimus, quæ in rerum natura maxime obtinent, prætermittis variis motuum variabilium pro arbitrio confictis hypothesis; tandem corporis solitarii motu considerato, diversos corporum motus inter se comparabimus, et conflictuum regulas demonstrabimus.

inæqualitatem efficiendum erat, ut majore existente vi motrice minor foret distantia à centro motus, ideoque et minor machinulæ diameter, et contra; oportet nempe, ut in machinulæ puncto quolibet productum ex vi tensionis in distantiam à centro motus sit constans semper et æquale; hoc enim artificio fit, ut vis motrix eadem perpetuo maneat, atque uniformiter ferè moveantur rotæ, non secus ac facerent appenso aliquo constanti pondere. Cum ergo demonstrata principia accuratam nobis suppeditent temporis mensuram, hanc quoque utilitatem inter innumeras alias commendare volumus. Problema est apud Geometras notissimum: invenire curvam, cujus revolutione genitum solidum quæsitam præberet in horologiis motus æqualitatem, ex qua proindè curva formari deberet prædicta machinula. Verùm res est sublimioris indaginis, atque motus uniformitatem, convenientemque figuram repetitis experimentis accuratissime inveniunt peritiores horologiorum artifices; talis figuræ rationem exposuisse satis sit.

SECTIO SECUNDA.

De reliquis universalibus corporum proprietatibus ex virium notione derivandis.

CAPUT I.

De motu genere, variisque illius speciebus.

Ex ipsa virium notione derivari *mobilitatem* et *quiescibilitatem*, evidens est; motus enim est; virium effectus, et seclusa vi qualibet impressa, corpus semel quiescens perpetuo quiescet. Amplissimum quidem patet hujus capitis argumentum; sed præcipuas dumtaxat motuum species expendemus. Et 1 quidem de motu generatim paucis præmissis, ad motum rectilineum, et deinde ad curvilineum progrediemur, illas autem dumtaxat motuum leges explicabimus, quæ in rerum natura maxime obtinent, prætermittis variis motuum variabilium pro arbitrio confictis hypothesis; tandem corporis solitarii motu considerato, diversos corporum motus inter se comparabimus, et conflictuum regulas demonstrabimus.

ARTICULUS I.

De motu generalim considerato.

Motum jam antea definivimus *continuum loci mutationem*; unde intelligitur, quietem esse *perseverantiam* in eodem loco: quare cum *mobile* non consideremus, nisi quatenus locum mutet, et à magnitudine, aliisque affectionibus quibuscumque abstrahamus, *mobile* instar puncti consideratur, quamdiu solius mutationis loci ratio habetur, atque ideò durante motu lineam describere ponitur; continuo enim motu puncti linea describi concipitur. Locus, à quo *mobile* recedit vel recedere conatur, dici solet in scholis *terminus à quo*; locus verò; ad quem *mobile* accedere conatur, *terminus ad quem* appellatur. Locus duplex distinguitur, *absolutus et relativus*; Locus absolutus dicitur pars spatii immobilis; et immensi, quam res occupat; locus autem relativus est spatii alicujus dati pars illa, quæ tamquam *immota* spectatur, et in qua res locatur. Hinc patet, fieri posse, ut mutetur locus absolutus, non mutato loco relativo, et viceversa, nam si nauta in navi, quæ plenis velis fertur, dormiat, locum suum absolutum mutat cum navi ipsa servat verò eundem locum relativam respectu partium navis; at si nauta pari velocitate, qua fertur navis ipsa, progredereetur contra navis directionem, mutaret locum relativum, manens in eodem loco absoluto. Itaque pro varia loci mutatione, motus vel est absolutus, si mutetur locus relativus; vel relativus si mutetur locus absolutus. Idem dicendum

est de quiete, quæ est *perseverantia* in loco vel absoluto, vel relativo. Fieri igitur potest, ut ea, quæ absolute quiescant, nobis videantur moveri, dum nempe locum suum mutant relative ad alia objecta, quæ tamquam *immota* consideramus, vel quorum motuum non percipimus. Nam cum omne corpus nobis conspicuum suam imaginem ope radiorum ab eodem objecto prodeuntium in oculi fundo, seu in retina depingat, ea objecta moveri videntur, quorum imagines in retina moventur, seu diversas retinæ partes continuo, ac successive occupant, dum quis oculum suum velut *immotum* fingit. Contra autem velut quiescentia cernimus objecta illa, quorum imagines eandem semper occupant retinæ partem, cum scilicet imaginum motus in fundo oculi non sentitur: atque hinc est, quod homines in navi sedentes ipsum navis motum non percipiant, omnes quippe navis partes inter se relative quiescentes eandem quoad oculum positionem, et distantiam servant, imaginesque suas in iisdem retinæ partibus delineant; at cum oculos ad litora convertit spectator, necesse est, ut objecta in litore posita situm suum respectu oculi continuo mutant, ac proinde imagines suas in aliis, aliisque retinæ partibus successive pingant; qua ratione fit, ut litora, urbesque moveri videantur.

II. Omissis quætionibus plurimis, et omnino superfluis de natura motus, considerari satis erit motum velut certissimum, atque indubitatum naturæ effectum, à nemine, nisi Sceptico, negandum. Et quidem experientia quotidiana constat, plura corpora inter se relative moveri cum infinita propemodum varietate; sed corpus unum non potest moveri relative ad alterum, nisi ad alteru-

trum saltem moveatur absolute, etenim si corpora duo absolute quiescunt, positionem suam inter se non mutant ac proinde si unum spectetur ut immotum, alterum etiam immotum apparebit, nullaque erit locorum mutatio relativa; ergo ex motu relativo evidenter demonstratur motus absolutus. Serio refelli non merentur ineptissime veterum Scepticorum argutiæ, quibus impossibilitatem motus adstruere stultissimæ laborabant. Tales cavillationes risu exipi debent, quemadmodum ab Herophilo Medico factum fuisse, narrat Sextus Empiricus. Hoc argumentum proposuerat Diodorus Crhonus Sophista: si corpus moveretur, vel moveretur in loco, in quo est, vel in loco, in quo non est; atqui nec moveri potest in loco in quo est, ut enim moveatur; debet mutare locum; nec moveri potest in loco, in quo non est, siquidem nec agere, nec pati potest, ubi non est: ergo corpus nullo modo moveri potest. Hoc sophisma lepide soluisse fertur Herophilus. Cum enim à Diodoro, ut laxatum ipsius humerum restitueret, vocatus esset, subridens dixit, eum forte alio morbo laborare, humerum è suo loco excidere non potuisse, cum nequeat moveri; etenim, inquit Herophilus, si motus esset, vel motus est in loco, in quo erat, vel in quo non erat; sed neutrum fieri potest; ergo humerus laxatus non est. Sophista, cui non placebat argumentum, rogavit Medicum, ut dictorum oblivisceretur, et remedium malo adhiberet. Ceterum statim patet sophisma; nec enim corpus movetur in loco, in quo est, nec in loco in quo non est, sed movetur è loco in locum, seu dum continuo mutat locum, et de loco, in quo est, transfertur in locum, in quo non erat. Nihilo solidius est vulgatissimum

Zenonis argumentum. Sophisma est hujusmodi; ponatur Achillem cursu velocissimum à testudine animali tardissimo distare intervallo passum mille; atque eum centies velocius testudine moveri. Dum Achilles unam percurrit milliarem, testudo milliarem partem unam centesimam conficiet, ideoque Achilles testudinem nondum est assecutus. Rursus dum Achilles partem illam milliarem centesimam percurrit, testudo interim per milliarem partem decemillesimam reptabit, ideoque nec adhuc testudinem erit assecutus Achilles. Eodem modo dum Achilles partem illam milliarem decemillesimam decurrit, testudo per milliarem partem millionesimam promovabitur, ideoque nec testudinem potest attingere; atque sic progredi licebit in infinitum, nec Achilles umquam poterit testudinem captare.

En celebre Zenonis sophisma, quod *Achillem* ob vim ipsius, quam existimabat insuperabilem, appellitabat. Hanc cavillationem scriptis tractatibus integris solverunt aliqui, deambulando autem solvebat Diogenes. Sophismatis fallaciam statim demonstrant Arithmetici; hoc enim in Arithmetica demonstratum, summam seriei cujusvis quantitatum in quavis proportionem geometrica in infinitum decrescentium æqualem esse quantitati finitæ; sed

$$1 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$

milliaria pars, 100, 10000, 1000000, 100000000, et sic in infinitum, est series quantitatum in progressionem geometricam decrescentium; ideoque illius summa cum sit æqualis quantitati finitæ, à mobili tempore finito percurri potest. Penam, Achillem spatio unius horæ milliarem peragrasset; ergo et partem milliarem centesimam in parte horæ cen-

tesima conficiet, et partem milliariis decemmillesimam in horæ parte decemmillesima percurreret, et ita in infinitum. Si hujus seriei in infinitum continuatæ summa infinito temporis spatio responderet; jam Achilles testudinem nunquam assequeretur tempore finito. Verùm, ut dictum est,

1 1 1

horæ pars $100 + 10000 + 1000000$ cet. quantitati finitæ æqualis est, uni scilicet parti nonagesimæ nonæ unius horæ, ut facillè demonstratur in Arithmetica. Igitur Achilles testudinem assequetur post elapsam horam unam, et partem horæ nonagesimam nonam. Itaque evanescit argumentum, cujus vim insuperabilem toties jactaverunt illius patroni; et quidem absurde omnino, sibi que parum consentientes; cum testudinem, et Achillem, etsi nunquam se invicem attingerent, magis tamen ac magis ad se mutuo accedere, ac proinde et moveri concedant. Hæc de motu generatim dicta sint, quibus, adjungendum essent alia nonnulla; sed hæc ex primo Physices articulo repetenda; ubi ea tractari doctrinæ necessitas postulabat.

ARTICULUS II.

De rectilineo corporum descensu.

I.

Motum *variabilem* jam in primo Physices capita definivimus, is nempe est, cujus velocitas continue crescit, aut decrescit. Dicitur autem *uniformiter acceleratus*, si temporibus æqualibus æqualia accedant velocitatis incrementa; contra *uniformiter retardatus* appellatur, si velocitas tem-

poribus æqualibus ad quietem usque æqualiter decrescat. Uniformiter acceleratum esse motum vi gravitatis constantis productum, ex ipsa definitione facillè colligitur. Et quidem 1. descensum perpendicularem consideremus. Ponatur tempus, quo grave aliquod descendit, divisum esse in particulas æquales et valde exiguas, primaque temporis particula agat gravitas, et corpus perpendiculariter impellat. Si jam post primum illud tempus omnis gravitatis actio cessare fingatur, nihilominus per vim inertie, acquisitam velocitatem corpus perpetuo servaret. At cum gravitas desinenter agat, etiam in secunda temporis particula corpus alium gravitatis impulsu priori æqualem accipiet, ac proinde velocitas elapso secundo tempore dupla erit. Simili ratiocinatione patet velocitatem esse triplo majorem, elapso tertio tempore; et ita deinceps: ergo velocitas crescit, ut tempus, seu æqualibus temporibus æqualia accedant velocitatis incrementa, ac proinde motus est uniformiter acceleratus. 2. Si corpus descendat per planum inclinatum, res eadem facillè demonstratur: etenim corpus C. (fig. 10.) incumbat plano inclinato F. Ex centro C ducta intelligatur CG ad basin horizontalem D B perpendicularis, quæ exhibeat gravitatem totam absolutam corporis C, et dividatur in vires duas, quarum una CF sit plano inclinato perpendicularis, altera verò eidem plano parallela. Vis quæ est, ut CF, nihil confert, ad descensum corporis per planum inclinatum, sed tota impenditur in premeudo plano; superest ergo dumtaxat vis FG: sed ob triangula rectangula DAB, CFG similia erit FG: CG = AB: AD. Hæc autem ratio eadem manet in quocumque loco plani inclinati positum sit corpus, ac

proindè et eadem est ratio gravitatis absolutæ CG ad gravitatem relativam FG ; igitur gravitas relativa constans est, ideoque eadem est demonstratio, quæ pro gravitate absoluta; quare motus est uniformiter acceleratus. Contraria ratione intelligitur, motum corporum in eadem recta sursum tendentem esse uniformiter retardatum; cum scilicet vis gravitatis contra motus impressi directionem perpetuo, et uniformiter agens æqualibus temporibus æqualiter motum minuat, usque dum velocitas omnis sursum extincta sit.

II. Recta AB (fig. 11.) exhibeat tempus, quo corpus aliquod per datum quodlibet spatium descendit. Divisum intelligatur tempus in particulas innumeris, $e i$, $i m$, cet. Jam velocitas temporis particula infinite parva $e i$ erit uniformis, hæc autem representetur per $e f$; recta $i k$ exhibebit velocitatem particula temporis infinite parva $i m$, et ita deinceps; sed ex demonstratis in primo articulo, spatium motu uniformi percursum est, ut rectangulum sub tempore, et celeritate; quare erit spatium percursum tempore $e i$ velocitate $e f$, ut rectangulum $i f$; eodem modo spatium percursum tempore $i m$, et celeritate $i k$ erit ut rectangulum $m k$; et sic de ceteris: quare erit spatium his omnibus temporibus percursum, ut omnia hæc rectangula. Cum autem temporis particulae sint infinite parvæ, rectangulum $i f$ non differt à trapezio $e i f k$, ac proindè rectangulorum omnium summa æqualis est triangulo $A B C$. Jam verò ob motum uniformiter acceleratum tempora $A o$, $A B$, sunt ut velocitates $o r$, BC , ac proindè similia sunt triangula $A o r$, ABC ; ideoque sunt ut quadrata laterum $A o$, AB , vel $o r$, BC , hoc est, ut quadrata velocitatum, aut temporum; æ

proindè etiam, quod idem est, velocitates, aut tempora sunt in ratione subduplicata spatiorum. Ex hac uniformis accelerationis lege statim evidens est, spatium dimidio tempore $A B$ percursum velocitate CB tempore AB acquisita æquale esse spatio tempore AB descripto motu uniformiter accelerato: etenim spatium velocitate uniformi BC tempore AB percursum representatur per rectangulum $A B C D$ duplum trianguli $A B C$: ac proindè dimidium spatium, quod est, ut triangulum ABC , velocitate uniformi BC dimidio tempore percurritur.

III. Si corpus aliquod vi gravitatis constantis tempore quolibet dato datum spatium percurrat, tempore duplo describet spatium quadruplum, tempore triplo spatium noncuplum cet. Nempe si tempora fuerint in proportionem arithmetica 1. 2. 3. 4. cet. spatia percurra se habent in proportionem 1. 4. 9. 16. cet. hoc est si corpus minuto uno secundo describat pedes 15, duobus secundis percurrat pedes 15×4 tribus secundis 15×9 , et ita deinceps. Igitur spatia singulis temporibus seorsim descripta sunt, ut numeri impares 1, 3, 5, 7. cet. ut patet. Si enim ex spatio 4 duobus primis temporibus percurso auferatur 1, spatium scilicet primo tempore descriptum, remanet 3, spatium descriptum secundo tempore, et ita dicendum de aliis quibuslibet temporibus. Ceterum patet, hæc omnia convenire etiam corporibus, quæ per plana inclinata descendunt. Demonstravimus enim, hunc esse plani inclinati effectum, ut corporis gravitatem absolutam minuat, manente tamen constante gravitatis parte reliqua.

Hinc merito inter machinas recensetur planum inclinatum; cum enim *machina* appellatur, quid-

quid ad motum faciliorem confert, evidens est, machinis annumerandum esse planum inclinatum cum aliquam gravitatis absolutæ partem sublevet, eam tantum superandam relinquens gravitatis partem, quæ plano inclinato parallela est.

IV. Constantem esse gravitatem terrestrem, jam antea ostendimus: itaque quidquid demonstratum est hætenus, ad gravium descensum transferri debet; ac proinde dato quolibet tempore potest spatium vi gravitatis cadendo descriptum, et viceversa dato spatium definitur tempus. Sit altitudo quælibet data, vel spatium cadendo percursum a , tempus, t , spatium data aliqua temporis parte 1 descriptum dicatur s : erit $1: s = t^2: a$, ideo

que $s = \frac{a}{t^2}$, et $t^2 = \frac{a}{s}$ quare $t = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{s}}$ ex. gr. Si

corpus pedes 60 percurrat tempore minorum duorum secundorum, spatium quatuor minutis secundis percurrendum erit 16. $10; 4 = 4. 60 = 240$. Viceversa si tempore secundorum quatuor corpus percurrat 240 pedes; tempus, quo percur-

ritur spatium pedum 135, erit $\sqrt{135} = 16. 240$

$= \sqrt{135}: 15 = \sqrt{9} = 3$. At observandum est, demonstratam accelerationis legem valere dumtaxat in vacuo, sublata aeris resistantia, seclusisque aliis quibuslibet impedimentis; attamen si experimenta fiant in globis, qui pondus satis magnum sub exiguo volumine continent, demonstratam accelerationis legem satis accurate servat globorum illorum descensus; hæc lege descendunt globi plumbei in angustam volumen redacti; at si iidem globi in spheram cavam mag-

næ diametri extenderentur, jam turbaretur maxime lex illa; imò eo tenuitatis redaci posset globus, ut aeris mollioris plumæ instar innataret. At de aeris, fluidorumque resistantia sermo erit deinceps. Neque etiam hic consideramus gravitatem in magis à terra distantibus; hæc enim in ratione distantiarum duplicata decrescere jam demonstravimus. Verùm cum in distantibus à terra mille, et mille ducentum exapedarum gravitatem constantem demonstrent experimenta, talium gravitatis legem nunc explicasse satis sit. Hæc autem gravitatis doctrina debetur Galileo, qui motus uniformiter accelerati leges primus omnium invenit, atque demonstravit.

V. Ex demonstratis facillè comparantur inter se corporum descensus per diversa plana inclinata. 1. Si ex puncto B ad planum inclinatum AD demittatur perpendicularis BK (fig. 10.) iisdem temporibus percurruntur spatia AB, AK: etenim gravitas absoluta CG est ad gravitatem relativam FG, ut longitudo plani inclinati AD ad illius altitudinem AB: ac proinde cum vires illæ sint constantes, erunt inter se, ut velocitates dato tempore genitæ ex sepius demonstratis. Jam ob angulum rectum in B erit AK: AB = AB: AD; quare AK erit ad AB, ut velocitas per planum AK ad velocitatem per planum AB eodem tempore genitam. Igitur spatia AK, AB eodem tempore percurruntur. Indè autem statim patet, æqualia esse in circulo descensuum tempora per chordam quamlibet, et per diametrum verticalem; ac proinde æqualia descensuum tempora per chordas singulas. Et quidem cum angulus K sit rectus, per puncta tria A, B describi poterit circulus, cujus diameter erit AB, chordæ autem erunt AK, BK; ac pro-

indè diameter verticalis, et chorda AK, vel BK eodem tempore describentur. Hæc autem ratiocinatio valet in circumferentiæ puncto quolibet, cum angulus semidiametro insistens sit semper rectus: quare chordæ singulæ eodè tempore percurruntur. 2. Tempus, quo corpus C descendit ex A in D, est ad tempus, quo cadit ex altitudine perpendiculari, ut AD ad AB. Nam ob motum uniformiter acceleratam AD est ad AK, ut quadratum temporis per AD ad quadratum temporis per AK, vel AB. Sed (ex elementis Geometriæ) AD est ad AB, ut AD ad AK, et $AD^2 : AB^2 = AD : AK$. Igitur quadratum temporis per AD est ad quadratum temporis per AK, ut AD^2 ad AB^2 : ergo tempus descensus per AD est ad tempus descensus per AK hoc est per AB, ut AD ad AB. 3. Tempora descensuum per plana quolibet inclinata ejusdem altitudinis sunt inter se, ut planorum longitudines. Nam tempus per AD est ad tempus per AB, ut AD ad AB; simili modo tempus per AM est ad tempus per AB, ut AM ad AB; ac proindè tempus per AD est ad tempus per AM, ut AD ad AM. 4. Si corpus descendat per plana quolibet inclinata AD, AM ejusdem altitudinis, velocitates in punctis M et D acquisitæ æquales sunt inter se, ut velocitates acquisitæ in descensu perpendiculari per AB. Cum enim spatia AB, AK motu uniformiter accelerato percurrantur, velocitas acquisita in B erit ad velocitatem acquisitam in K, ut $\frac{2AB}{t}$ ad $\frac{2AK}{t}$, reducendo motum uniformiter acceleratum ad motum uniformem, quod fieri posse jam demonstravimus, sumpto scilicet spatio duplo motu uniformi eodem tempore percorso. Jam

verò ob tempora T, t æqualia, et numerum constantem 2, erit velocitas in B ad velocitatem in K, et AB ad AK, vel ut AD ad AB, ob triangula similia AKB, ABD. Sed quadratum velocitatis in D est ad quadratum velocitatis in K, ut AD ad AK, et præterea (ex elementis Geometriæ) AD: A B = AB: AK; quare AD: AK = AB²: AB²: ergo quadratum velocitatis in D est ad quadratum velocitatis in K, ut AD² ad AB²; ac proindè velocitas acquisita in D est ad velocitatem acquisitam in K, ut AD ad AB, vel ut velocitas acquisita in B ad velocitatem acquisitam in K: ergo velocitas in D æqualis est velocitati in B. Simili ratiocinatione velocitas in M æqualis demonstratur velocitati in B, ac proindè et velocitati in D; atque demonstratio valet de alio quolibet planorum numero. His quatuor numeris comprehendimus præcipuas corporum per plana inclinata descendentium leges, eas scilicet, quæ ad sequentem articulum intelligendam necessariæ omninò sunt.

ARTICULUS III.

De motu curvilineo.

Demonstratum est jam, ubi virium compositionem, et resolutionem explicavimus; nullam curvam vi unicam describi posse, sed requiri saltem vires duas diversæ naturæ, quæ scilicet rationem perpetuo variabilem inter se habeant. Evidens est, infinitum à Geometris considerari posse virium ordinem, ac proindè, et curvas numero infinitas; at Physicis considerare satis est illas virium ra-

tiones, quæ in rerum natura generatim obtinent. Itaque duas in hoc articulo distinguemus motuum species; alii sunt motus *liberi*, corporum scilicet, quæ semel mota sibi deinde libere permittantur; alii autem sunt motus *non liberi*, corporum nempe, quæ impedimento aliquo retinentur. Ad primam motuum speciem pertinet corporum projectilium motus; ad alteram autem pertinet motus pendulorum. De hac duplici motuum specie ex ordine tractabimus, præmisso principio, ex quo universa pendet curvilinearum motuum doctrina.

Consideretur latus infinitesimum curvæ AB, per quod labatur corpus B velocitate qualibet finita expressa per BC. (fig. 12.) Jam ubi corpus pervenit in C, viam flectit per CD, ita ut producto latere BC, angulus externus BCM sit infinite parvus. Potest enim curva quælibet considerari tamquam composita ex planis inclinatis numero infinitis, et infinite parvis, quorum proinde inclinatio debet esse infinite parva, ut planorum inclinatorum series abeat in curvam continuam. Jam verò latus CD se habet tamquam obstaculum uniformem corporis motum secundum directionem BC retardans: quare vis finita BC dividi debet in vires duas, unam secundum directionem BN, vel CD lateri CD parallelam, et alteram BM vel NC perpendiculararem ad CD. Sola infinita expressa per BN corpus describit latus CD eodem tempore, quod describeret latus BC, ideoque æquales sunt CD, et BN motu uniformi eodem tempore percursæ; quæ quidem omnia manifesta sunt, si revocentur in memoriam, quæ de virium compositione, et resolutione demonstrata sunt. Porro in hac demonstratione ponitur, abesse vim omnem elasticam, et resistantiam quamlibet. Est au-

tem vis expressa per NC, vel BM quantitas infinitesima primi ordinis, cum sit sinus anguli infinitesimi BCM, cujus radius est BC exprimens vim finitam; vis autem NC tota consumitur in pre-mendo latere CD, nihilque confert ad velocitatem per curvam. Igitur velocitas corporis B per latus CD est ad illius velocitatem per latus BC, ut BN ad BC. Jam centro B radio BN describatur arcus NI, erit $BI = BN$, ac proinde CI exhibebit velocitatem amissam. Sed arcus NI considerari potest tamquam recta infinite parva ex angulo recto N in hypothenusam BC perpendiculariter demissa: ergo NC est media proportionalis inter CB, et CI; sed CB est quantitas finita; NC infinitesima primi ordinis; ergo CI est infinitesima ordinis secundi, ac proinde corpus curvam describens ex latere infinitesimo in aliud contiguum transiens, non admittit nisi velocitatis partem infinitesimam ordinis secundi, ac proinde per finitum curvæ arcum descendens amittet dumtaxat velocitatis partem infinitesimam ordinis primi, hoc est, nullam, atque hoc est universalissimum curvilinei motus principium. Jam primam motuum speciem consideremus.

II. Ex præalti montis vertice explosus intelligatur globus missilis secundum directionem horizontalem, alia quælibet directio considerari posset, sed directionem hanc omnium simplicissimam, et commodissimam nunc adhibere satis sit. Jam si vis globi missili impressa fingatur infinite parva, vi gravitatis in terram globus perpendiculariter recideret; si autem vis impressa ponatur infinite magna, secundum directionem horizontalem globus perpetuo movebitur. Hæ sunt duæ extremæ hypotheses, inter quas infiniti alii casus esse pos-

sunt, sed eos dumtaxat exponemus, qui ad Pysicam pertinent. I. Globus missilis projiciatur per rectam horizontalem AB (fig. 13.) et interea vi gravitatis constanti perpendiculariter urgeatur secundum directionem AR. Jam recta AB divisa intelligatur in partes innumeras æquales, ut AE vi semel impressa temporibus æqualibus descriptas, rectæ illæ representare poterunt tempora, sunt enim tempora inter se, ut spatia motu uniformi descripta; si autem ad singula divisionum puncta ducantur rectæ ad horizontem perpendicularæ, ut QE, ita ut rectæ illæ sint, ut quadrata rectarum AE; spatia singulis temporibus motu uniformiter accelerato descripta per easdem rectas exhibentur. Itaque corpus motu composito describet diagonalem virium AE, EQ, cujus hæc erit natura, ut nempe rectæ EQ, vel AH semper sint, ut quadrata rectarum AE vel QH, ductis scilicet AE, HQ; et AH, EQ parallelis; sed hæc est natura curvæ, quam *Parabolam Apollonianam* vocant Geometræ; ut nempe *abscissæ* semper sint ut quadrata *ordinatarum*; ergo gravia projecta in hac gravitatis lege Parabolam describunt. Evidens autem est, eandem manere demonstrationem, etiamsi projectionis directio fuerit ab horizonte utcumque obliqua; tota enim demonstratio pendet ex duorum motuum compositione, quorum unus est uniformis, alter autem uniformiter acceleratus. Porrò quæcumque sit projectionis ad horizontem inclinatio, eadem manet motuum illorum natura, ac proinde et eadem natura curvæ. II. Luna revolvitur circa terram, ideoque globi missilis instar projecta intelligi potest secundum directionem tangentis orbitæ, et interim vi centripeta tendens in terram. Verùm in primo casu

ob exiguas à tellure distantias gravitatem tamquam constantem fingere, illisque directiones velut parallelas habere licet, quæ quidem hypothesis ad corpora cælestia transferri non potest; cum ob magnas distantias, neque constantem gravitatem, neque illius directiones velut parallelas considerare liceat. Jam evidens est, globum juxta telluris tangentem minori velocitate emissum describere arcum minorem, majore autem velocitate arcum majorem, atque aucta adhuc velocitate longius pergere, ita ut prætergredi possit totum telluris ambitum, et ad montem, unde projectus fuerat, redire. Fingamus jam corpora quælibet de regionibus altioribus projici, et ad terram, vel solem, aut quodlibet punctum vi centripeta tendere, pro varia corporum velocitate, et vi gravitatis describentur arcus vel concentrici, vel excentrici; atque in suis orbitis pergent corpora admodum Planetarum per cælos vagari. Sed hæc breviter annotata sint; de hoc argumento jam aliqua diximus attractionis doctrinam explicantes, atque rursus dicendi recurret locus in Astronomia; de motu pendulorum jam paulo fusius disserendum.

III. Pendulum vel *simplex* est, vel *compositum*; pendulum simplex appellatur filum puncto aliquo suspensum, quod tamquam inflexibile, et gravitatis expers consideratur, altera autem extrimitate pondere onustum: si filum plura habeat annexa pondera, pendulum compositum appellatur: penduli *oscillatio*, aut *vibratio* appellatur motus alternus, quo virga penduli circa fixum suspensionis punctum itam, et re-litam absolvit: si autem pendula duo suas vibrationes eodem tempore absolvant, pendula illa dicentur *isochona*. Si pendulum aliquod simplex CP. (fig. 14.) in linea verti-

li constituatur, in puncto infimo P quiescit, ideoque punctam illud vocatur punctum *quietis*. At si pendulum attollatur ad punctum A, et deinde sibi permittatur, motu accelerato relabetur in P. Et quidem penduli motum consideremus in puncto aliquo N, atque ponderis gravitas absoluta representetur per NG; hæc dividi poterit in vires NH, NI, quarum prima cum tota dirigatur ad punctum suspensionis C, ipsius puncti resistentia omnino extinguitur; altera autem, quæ est secundum directionem tangentis, exprimit gravitatem relativam, atque vi illa corpus motu accelerato descendit ad punctum P, ubi vis NI omnino evanescit. In hoc tamen puncto quiescere non potest pendulum; sed per vim inertie acquisitam servans velocitatem ascendit versus B; ita ut æquales sint arcus AP, PK, descendendo et ascendendo descripti, atque etiam æqualia descensus et ascensus tempora. Verùm dum corpus ex P versus K ascendit, perpetuo agit vis relativa gravitatis secundum directionem oppositam NI, ac proinde in puncto b extinguit omnes velocitatis gradus acquisitos; quare corpus propria gravitate relabitur, non secus, ac ex puncto A primum descendit. Hæc autem omnia manifesta sunt ex articulo præcedenti et ex numero primo articuli hujus.

IV. Tempora descensuum per curvas similes, et ad horizontem similiter inclinatas, esse in ratione subduplicata laterum homologorum, ex locis citatis facile etiam colligitur: etenim latera minima HG, GF, FD, (fig. 15.) itemque hg, gf, fd, exhibeant infinitesimas curvarum partes similes, et ad horizontem similiter inclinatas; jam

tempus per GH est ad tempus per hg, ut \sqrt{HG}

ad \sqrt{hg} . Similiter tempus per GF est ad tempus per gf, ut \sqrt{GF} ad \sqrt{gf} , sed (per hypothesim) $HG : hg. = = GE : gf$; ergo $\sqrt{HG} : \sqrt{hg} = = \sqrt{GF} : \sqrt{gf}$; ac proinde tempus per GF est ad tempus per gf, ut \sqrt{HG} ; \sqrt{hg} . Simili ratione tempus per FD est ad tempus per fd, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$; ergo tempus totum per HG + GF + FD est ad tempus totum per hg + gf + fd, ut \sqrt{HG} :

\sqrt{hg} , hoc est, in ratione subduplicata laterum homologorum. Inde autem pendet universa pendulorum per circulares arcus excurrentium doctrina. I. Velocitas penduli CB in puncto infimo B, est ut chorda BK (fig. 16.) arcus KDB ex puncto K descripti: etenim ducatur KF ad CB perpendicularis: erit velocitas penduli in descensa per arcum KDB acquisita æqualis velocitati, quam corpus acquireret cadendo ex altitudine FB, ac proinde

ut \overline{FB} ; sed (ex elementis Geometriæ) BF: BK = BK : BA, ideoque BFXBA = = BK²; ergo cum sit BA constans, erit BF, ut BK²; ideoque \sqrt{BF} est, ut BK: quare velocitas acquisita in B, quæ est ut BF, erit etiam ut BK, nempe ut, chorda quæ quidem proprietas circuli eximæ est utilitatis, præsertim ubi ad experientiam revocandæ sunt conflictuum leges in proximo articulo de-

monstrandæ. 2. Si pendula duo arcus similes describant, erunt vibrationum tempora in ratione subduplicata longitudinum pendulorum, ut ex precedenti demonstratione patet; sed numerus vibrationum eo major est, dato tempore, quo minus est, vibrationis unius tempus; seu quod idem est, numeri vibrationum sunt in ratione subduplicata inversa longitudinum pendulorum: quare datis duorum pendulorum longitudinibus, datoque vibrationum numero tempore aliquo ab alterutro pendulo peractarum, invenitur numerus vibrationum eodem dato tempore ab altero pendulo consecutarum dicendo, longitudo penduli unius est ad longitudinem penduli alterius, ut quadratum numeri vibrationum dati ad quadratum numeri vibrationum quæsiti; et viceversa invenitur penduli longitudo talis, ut datum quemlibet vibrationum numerum dato tempore perficiat. 3. Si pendula duo fuerint isochrona, erunt vires gravitatis acceleratrices ut pendulorum longitudines. Sunt enim vires constantes, ut spatia iisdem temporibus descripta, spatia autem in hoc casu sunt similes pendulorum arcus, qui proinde sunt, ut longitudines pendulorum; quare et vires gravitatis in eadem sunt longitudinum ratione: quod quidem maxime valet ad definiendum gravitatis incrementum, vel decrementum in variis terræ locis, ut deinde explicavimus.

V. Hactenus consideravimus pendulum simplex, quale nullum existere potest in rerum natura; nulla enim est virga, quæ gravitate omni careat, ac proinde pendula omnia sunt composita. Rem breviter exponemus, quantum difficultas patitur. Si bina pondera filo suspensa in diversa à puncto suspensionis distantia suas oscillationes

peragant, virgaque ipsa concipiatur inflexibilis, sine pondere, et sine vi inertiae; pondus, quod puncto suspensionis proprius est, suas oscillationes citius absolvere debet; contra autem tardius, quo à puncto suspensionis remotius est, in ratione scilicet subduplicata distantiarum. Id quidem contingeret, si pondera oscillationes suas seorsim peragerent; verum quia penduli virga omnino rigida, et inflexibilis ponitur, suas oscillationes eodem tempore pondera absolvent, atque ita componentur inter se velociores, et tardiores ponderum motus, ut medio quodam tempore suas vibrationes perficere debeant. Jam si inveniat punctum aliquod, in quod bina pondera collecta suas vibrationes eodem tempore perficerent, illud punctum dicitur *centrum oscillationis*, ejusque à puncto suspensionis distantia erit longitudo penduli simplicis pendulo composito isochroni. Quod autem diximus de binis ponderibus, idem quoque intelligi potest de alio quolibet ponderum numero, ac proinde et de infinitis pondasculis per virgam penduli dispersis, in quo quidem casu gravitatis sili ratio habetur. At si filum sit subtilissimum, ita ut illius pondus cum ipso globi appensi pondere comparatum sit valde exiguum, et præterea si valde exigua sit globi diameter cum sili longitudine comparata, jam pendulum velut simplex considerari potest. Quia vero sublimior Geometria exhibet generales formulas, quarum ope invenitur oscillationis, ideoque pendulum compositum ad simplex reducitur, satis nobis fuit penduli simplicis doctrinam explicasse; alia autem plurima, quæ in hoc articulo brevius diximus, ex sequenti conclusione magis fient manifesta.

CONCLUSIO.

Gravitatis terrestri inæqualitatem demonstrant accuratissimè instituta pendulorum experimenta.

Demonstratur: si observetur longitudo peduli isochroni in duobus locis, erunt vires in iis locis, ut pendulorum longitudines, ex antea demonstratis. Licebit ergo gravitatis incrementum perspicere, diligenter observata in variis terræ locis penduli isochroni longitudine. Quanta autem in capiendis hujusmodi experimentis adhiberi habeat diligentia, repetendum est ex monumentis Parisiensibus anno 1735. nihil enim accuratius, ac religiosius tradi potest, quam quod ibidem hac in re præscripsit vir clarissimus Dominus de Mairan. Hæc autem præcipue curanda monet. 1. accurata habenda est mensura pedis Parisiensis, vel altera quælibet mensura, cujus ad pedem Parisiensem nota sit ratio, ita ut decima, et si fieri potest, centesima lineæ parte non aberret. 2. parari debet globus exacte rotundus, diametro circiter unius pollicis, ex materia bene compacta. 3. adhibendum est filum flexibile, nec ita complicatum; ut oscillationes laterales mutet in conicas, quas quidem diligenter evitari multis de causis expedit. Optimum omnium, et jam ferè ab omnibus adhiberi solitum est filum, quod paratur ex foliis *aleos*. Fili autem pondus si fuerit millesima pars ponderis globi, in pendulo pedum 3. linearum 8. attollit centrum oscillationis, una quartadecima parte lineæ unius; in aliis casibus ea elevatio erit quam proximè, ut longitudo fili directæ, et ut pondus globi inverse, quod demonstrat vir prælaudatus.

4. summa utendum est diligentia in capienda distantia puncti suspensionis à centro globi, vel ab imo globi puncto; habita autem distantia puncti

2

suspensionis à centro, si ei addantur — tertix pro-

5

portionalis post ipsam, et globi semidiametrum, habebitur penduli longitudo; 5. demum paratum sit oportet horologium accuratum, quod dirigatur per appulsum stellæ alienjus ad telescopium immotum, vel Solis ad lineam meridianam; oscillationes autem maxima cura, ea sine ullo erroris periculo numerandæ sunt.

Tanta autem adhibita diligentia, quæ in re subtilissima omninò quidem necessaria est, jam certò definitum habemus penduli isochroni mensuram breviorum fieri pergendo à Polis ad Æquatorem, contra verò longiorem ab Æquatore ad Polos. Ita ergo comperta est gravitatis inæqualitas in diversis terræ locis, ut nemo sit, qui de ea dubitet. Non defuerunt quidem doctissimi etiam viri, qui observationibus per Europam institutis, gravitatem ubique æqualem se invenisse, profiterentur; verum quod minus feliciter successerit observatio, summo consensu nunc tribuant Physici iis methodis, quæ tum in usu erant minus perfectæ, et perpolitæ, ita ut exiguum gravitatis discrimen tam exiguis locorum intervallis debitum deprehendere nequaquam lieuerit. Hinc observationes multo accuratioribus instrumentis institutæ sunt in plurimis, et admodum dissitis terræ locis; omnium autem observationum fide certo constat gravitatis inæqualitas. Hic autem longius esset describere varias pendulorum longitudes, quarum tabulas videre est in eximiis ope-

ribus, qua de telluris figura paucis abhinc annis in lucem prodire

Quamvis ad determinandam gravitatis inæqualitatem solius penduli isochroni mentionem fecerimus, evidens tamen est, pari successu adhiberi posse pendulam non isochronam: etenim ex doctrina motus uniformiter accelerati in præcedenti articulo explicata, spatia crescunt, ut quadrata temporum, eadem manente vi acceleratrice; si autem vires acceleratrices diversæ fuerint, seorsim tamen consideratæ uniformes manent; quo major est vis acceleratrix eo majus est spatium dato tempore percursum, ac proinde spatia sunt, ut quadrata temporum, et vires acceleratrices conjunctim; ideoque vires acceleratrices sunt, ut spatia descripta directe, et quadrata temporum inverse. Jam verò in casu pendulorum spatia sunt, ut longitudines pendulorum; erunt ergo vires gravitatis, ut longitudines pendulorum directe, et quadrata temporum oscillationum inverse. Igitur manente penduli longitudine, vires gravitatis sunt, ut quadrata temporum oscillationum reciproce. Itaque patet, ejusdem penduli ope gravitatis comparisonem in diversis terræ locis institui posse; tanta enim diligentia numerus oscillationum dato tempore determinatur, ut ne dimidiæ quidem oscillationis error committi possit. Hac methodo gravitatis inæqualitas primum detecta est à *Richero*, cujus observationes jam antea commemorabimus.

Ut tota hæc quæstio maximi sane momenti in bono lumine collocetur, meminisse oportet, duplicem considerari posse gravitatem: aliam nempe *primitivam* nulla vi centrifuga perturbatam, aliam autem vi centrifuga imminutam, quam gravitatem *actualem* appellare licet; totam rem

breviter explicabimus, ut facere solent, qui telluris circa axem rotationem admittunt. Sit AB diameter Equatoris, cujus P, p Poli, sitque DE (fig. 17) semidiameter paralleli cujusvis. Quoniam in circulari motu vis centrifuga dirigitur ad partes circuli descripti centro oppositas, in æquatore A dirigitur ad partes oppositas centro terræ C per CA; in parallelo D ad partes oppositas centro paralleli E per ED. Jam vero gravitas ubique dirigitur ad centrum terræ C, saltem quoad sensum, nimirum in A per AC, in D per DC. Præterea directio CA est penitus contraria directioni AC; at patet ex motuum compositione, et resolutione directionem vis centrifugæ per ED referendam esse ad directionem vis gravitatis per CD, nempe vim centrifugam in D exprimat recta DO, hæc resolvatur in ON ipsi CD normalem, et in DN secundum directionem ipsius CD. Hæc sola pars vis centrifugæ opponitur directioni gravitatis in D. Jam facile invenitur ratio vis centrifugæ in D secundum directionem DN ad vim centrifugam in A: etenim exprimat A I vim centrifugam in A, erit ex demonstratis de vi centrifuga AI ad DO, ut AC vel DC ad DE. Præterea ob triangularum DCE, ODN similitudinem, erit iterum CD ad DE, ut DO ad DN, ideoque compositis rationibus CA² ad DE², ut AI ad DN. Ex hac demonstratione æstimari potest effectus vis centrifugæ in quolibet terræ loco: patet autem, vis centrifugæ effectum talem esse, ut gravitati primitivæ minus detrahat pergendo ab Equatore ad Polos, et quidem duplici de causa: tum quia decrescit ipsa vis centrifuga, qua in Polo evadit nulla, tum quia ejus directio gravitatis directioni minus directe opponitur. Ex his etiam facile determinatur:

ratio vis centrifuge ad gravitatem primitivam. Si fingamus corporis alicujus sub Equatore gravitatem omnem sublatam, jam posito rotationis motu corpus illud per telluris tangentem elaboratur, ideoque minuti unius secundi intervallo supra ipsum telluris globum attolleretur tota illa altitudine, quæ est inter tangentem, et arcum minuti unius secundi tempore descriptum, quæ quidem lineola tangente, et arcu comprehensa ex elementis Geometriæ facile invenitur. Hæc exprimet vim centrifugam sub Equatore; addi autem debet spatium, quod corpora sub Equatore minuti unius secundi temporis libere descendendo percurrunt, atque habebitur gravitas primitiva sub Equatore, quæ proinde conferri poterit cum vi centrifuga data, atque ita dicendum de aliis quibuslibet terræ locis. Sed hæc paucis indicasse sufficiat; convenientius enim explicabuntur, ubi de figura telluris; in hac conclusione solam gravitatis variationem demonstrandam suscepimus.

Objic. : doctrina pendulorum hactenus explicata omnem excludit medii resistantiam; at certissimum est pendula impedimentis plurimis obnoxia esse. Et quidem aeris resistantia maximè retardatur; in ipso suspensionis puncto motus sit attritus, atque hinc oritur aliud omninò inevitabile impedimentum. Itaque sic argumentari licet: gravitatis variationem non demonstrant experimenta illa, quæ nulla sufficienti diligentia institui possunt; atqui. cet. : ergo cet.

Resp. C. maj. N. min. Aeris, aut motus attritus impedimento tribui non potest differentia, quæ in pendulorum longitudine observata est. Et quidem iisdem impedimentis afficiuntur pendula tum sub Equatore, tum versus Polos. Neque est,

quod dicant, aliqua fortasse de causa majorem esse aeris resistantiam versus Equatorem, ac proinde et majorem penduli retardationem. Et certè in tam exigua velocitate exigua omninò esse debet, et ferè nulla aeris resistantia, quæ si qui agit, ubique eodem ferè modo mutam retardat, et potius minus sub Equatore ob minorem aeris densitatem, majori scilicet calore vigente. Præterea etiam diligentissimi viri, qui pendulorum longitudinem observarunt, nullam prætermisere diligentiam, ut penduli retardationem ex aeris resistantia oriundam cognoscerent, adhibitis quoque accuratissimis barometris, quæ atmosphære variationem indicarent; sed tanta diligentia necessaria quidem fuit, ut accurate, et admissim definiretur vera penduli longitudo, mediocris autem diligentia satis fuit, ut variatio penduli innotesceret; tanta enim est, ut observationibus etiam sine maxima subtilitate institutis sese conspicuam præbeat. Præterea omni caret verisimilitudine, observationes omnes in eundem errorem perpetuo conspirare, quod nempe penduli isochroni longitudinem per gradus minorem faciant, pergendo à Polis ad Equatorem. Porro in præsentis conclusionis generatim dumtaxat agimus de gravitatis inæqualitate; rem verò accuratius determinare pertinet ad Geographiam, ubi telluris figuram investigabimus.

Instabis 1. : in pendulorum observationibus non apparet summus ille consensus, qui tamen ad fidem faciendam necessarius omninò est. Circumferuntur plurimæ observationum tabulæ, quæ quidem à se invicem non parum discrepant. Imò Picardus per totam Galliam, et *Vranoburgi* eandem invenit penduli longitudinem. Unde sic concludi

potest; gravitatis variationem non demonstrant observationes illæ, quas erroris suspectas reddit earum dissensus; atqui cet.: ergo cet.

Resp. Dist. maj.: erroris suspectæ sunt observationes, quoad veram, et accuratam pendulorum longitudinem, transeat, quoad longitudinem penduli generatim consideratam, N.: quare distincta min. N. cons. Re quidem vera plurimos observationum catalogos inter se minime conspirantes exhibuerunt doctissimi viri, sed quamvis ob rei difficultatem in eadem non consentiant penduli longitudine, in id tamen conspirant omnes, ut in præcedenti responsione observavimus, quod nempe pendulum ostendant brevius sub *Æquatore*, longius versus *Polos*. Quod autem *Completus* eandem in universa *Galia* inveniret penduli longitudinem, referri debet nimis exigue locorum distantia, atque etiam instrumentis minus accuratis pro ea, quam tales observationes postulant, subtilitate. Dixi autem *transeat*: tanta enim diligentia his nuperrimis annis iterata fuerunt experimenta, ut miranda omninò sit tanta consensus; tantillas enim habent differentias, quas nulla diligentissimorum virorum industria vitare potest.

Instabis 2.: durissima quæque metalla vi caloris extendi, frigore autem contrahi, certissimum est. Notissimum est Physicis instrumentum, quod *Pyrometrum* dicitur: hæc est illius structura. Constat ex lamella metallica, cujus extremitas una in denticulos desinit: hi autem denticuli axis perpendicularis cavitatibus; seu canaliulis inseruntur; axis autem rotæ horizontalis dentes ingreditur. Subtus lamellam metallicam aptata sunt ellichnia, quæ admoto igne flammam concipiunt. Rebus ita dispositis, lamella distenditur, illiusque

proindè denticuli axis cavitates per vices subeant et eundem axem convertant: revolvi autem non potest axis, nisi moveatur quoque rota superior horizontalis huic contigua: quare si centro rotæ aptatus fuerit indiculus, qui circumferentiam in gradus, graduumque partes divisam libere percurrat, ipsam lamellæ dilationem ex graduum percursorum numero æstimare licebit. Tanta autem est dilatio, ut circumferentiam integram indiculus aliquando describere videatur. Si verò ad calorem extinguendum aqua lamellam perfundas, ad pristinum locum retrogrado mota redibit indiculus, ideoque et lamella justum contractionis statum recuperabit. Eandem dilatationem accuratissimis observationibus expertus est Clarissimus *de Mairan*, soli igni, et aquæ ebullienti expositis metallorum virgis. Igitur probabile est, caloris vi sub *Zona torrida* crevisse longitudinem penduli, quod idcirco lentius moveri debuit; idem verò pendulum *Parisios* translatum rursus contrahebatur. Unde sic gravitatis inæqualitati referri non debent experimenta illa, quæ in alternam pendulorum dilatationem, et contractionem refundi possunt; atqui cet.: ergo cet.

Resp. N. min. Observatam penduli variationem caloris vi tribuendam non esse, indubitatum omninò est. Virga farrea pedum sex æstivo *Soli meridiano* diu exposita, experimentis diligentior institutis inventa est major, per duas tertias partes lineæ, ideoque per decimam octavam partem pollicis *Parisiensis*. Virga pedis unius ad ignem candelecta per dimidiam exerevit lineam. Primus calor ex *Sole æstivo meridiano* conceptus satis quidem vehemens in virga penduli pedum trium induceret unam tertiam lineæ partem. Alter autem ca-

lor vehementissimus, igne scilicet excitatus, linearum unius cum dimidia variationem exhiberet. At pendulum, quo utebantur diligentissimi viri, multo minorem calorem debuit concipere, nec igni expositam, nec solis radiis; imò calor effectus summa diligentia impediabatur, vel redacto conclavi, in quod experimenta instituebantur, ad calidioris loci temperiem, quod igne admoto, et adhibito Thermometro in Laponia præstitit Dominus de Maupertuis, vel notando oscillationum discrimen singulis gradibus caloris debitum, quod Thermometri ope diligenter perfecit *Grahamus*; hac enim adhibita diligentia variatio calori debita à tota penduli inæqualitate tuto detrahebatur. His autem præsidiiis exercitatissimi viri in plurimis locis plures observationes habuerant. *Tornea* in Laponia inventa est longitudo penduli ad minuta se-

cunda oscillantis pedum 3, linearum $9 \frac{1}{100}$ Pa-

rasis pedum 3, linearum 3, $\frac{67}{100}$, sub Æquato-

re pedum 3, linearum $7 \frac{21}{100}$. Hanc autem tantam

differentiam vi caloris tribuendam non esse, ex hæcenus dictis facile patet.

Instabis 3. quamvis gravitatem minorem sub Æquatore ostendant pendulorum observationes, inde tamen minime colligi potest gravitatis inæqualitas, ab Æquatore ad Polos certam servans legem: etenim fingamus gravitatem, qualem requirit Newtoniana hypothesis, in ratione reciproca duplicata distantiarum à singulis materiæ par-

ticularis, fingatur quoque terra spherica homogenea, ac dematur sub Æquatore B spheræ materiæ, cujus radius BI (*fig. 18.*) contineat milliaria quatuor; jam detrahetur in B pars circiter millesima gravitatis. Nam terræ semidiameter CB est milliarium circiter 4000. et attractio in spheram CB est ad attractionem in BI, ut BC ad BI, sive ut 1000. ad 1, quod antea demonstravimus; at in B nullum observari poterit decrementum gravitatis. Est enim attractio puncti F in spheram IB, ad attractionem puncti B in eadem, ut BI², ad FI, sive proximè ut IB², ad 2BC², sive ut 16. ad 32000000; nimirum decrementum gravitatis in F, erit

1

1

2000000 decrementi in B, et 2000000000 gravitatis totius. Si jam spheræ BI transferatur in F, eodem argumento ibi crescet pars millesima gravitatis, nihil in B, eritque differentia inter B et F pars quingentesima gravitatis. Si dupla spheræ diameter adhibita fuisset, prodisset differentia dupla, nimirum pars ducentesima, et quinquagesima-quarta, qualis ferè per observationes pendulorum invenitur; quamvis autem gratis omninò fingatur sub Æquatore in B existere cavernam ingentem, cujus diameter sit milliarium octo: certum tamen est multo minus materiæ sub Æquatore, quam sub Polis contineri; nam ob ingentem calorem perpetuum corpora omnia rariora sunt versus Æquatorem; at versus Polos perpetuis nivibus, et glaciæ rigent omnia. Præterea observationes pleræque in America factæ sunt in locis maritimis, immenso Oceano cunctis, cujus et magna est profunditas et ingens extensio; reliquæ in Europa observationes institutæ sunt in locis à mari remotiori-

bus, et supra maris superficiem ita elatis, ut illa major à centro distantia minus detrahat gravitati, quam addat tanta materia quantitas late circumfusa. Ex his omnibus sic aliqui solent argumentari. Certum gravitatis incrementum, vel decrementum non ostendat inæqualitates illa, quæ recensitis causis tribui possunt; atqui est: ergo ceteris.

Resp. transeat maj. N. min.; ad majorem dico transeat, in præsentem enim quæstionem sermo est dumtaxat de gravitatis inæqualitate, non verò de hujus inæqualitatis lege et causa; at pro mero figmento certè haberi debent in locis quibusdam cavernæ, in locis aliis montes; æquis enim facile crediderit per universam tellurem tali ordinæ montium, cavernarumque seriem distributam fuisse, ut certis pendulorum legibus accurate respondeat? Et quidem observationes non tantum sub Equatore et prope polos, sed etiam in locis aliis plurimis, et longius à montibus fuerunt institutæ. Tandem versus Equatorem eminent altissimi montes quorum ea fuit vis attractiva, ut pendulum à perpendiculari directione septem secundorum intervallo dimovere potuerit, ut antea observavimus. Verùm juxta objectionis hypothesim tellus sub Equatore montibus iminere non debet, sed contra cavernis ingentibus hiare. Hic autem data iterum occasione de montium attractione pauca revocabimus, ex quibus intelligatur, altioribus quoque montibus exiguam omninò vim tribuendam esse, illosque minimam continere materiae quantitatem, si cum massa telluris conferantur. Ponamus montem tria milliaria altum, qualia est circiter altitudo montis *Chimboraco*. Hunc montem exhibeat sphaera D in superficie telluris, quam tangat recta CLD, (fig. 19.) erit gravitas in L in

tellurem ad gravitatem in D in sphaeram, ut sphaerarum radii (ex demonstratis) gravitas autem in L in tellurem ad gravitatem in D in eandem in ratione reciproca duplicata distantiarum LC, DC, à centro ejusdem, ac proinde si DH exprimat gravitatem in terram in D, erit DC: LC² = LC: DH: et completo rectangulo ODHA, dirigetur gravitas per HO ex motuum compositione. Jam verò in triangulo rectangulo DHA dicatur: ut DH est ad HA, ita radius ad tangentem anguli DHA; quia autem data est semidiameter telluris, quæ minor est milliariis parisiensibus 3940, ac proinde et ipsa DH, dabitur angulus HDA qui invenitur 1^{ca}. 18^{ca}. Talis ergo esse debere aberratio penduli prope montem *Chimboraco*; quæ tamen aberratio per observationem prodiit dumtaxat 7^{ca}. Hic afferre placuit demonstrationem antea omissam, principis necessariis nondum constitutis. Hinc patet ingentes etiam montes minimam habere densitatem pro ratione voluminis: quare certum est, montes illos cavitatibus seu cavernis hiare. Illæ autem telluris inæqualitates, quæ tantæ nobis videntur, et minimæ tamen sunt cum tota telluris massa comparatæ, probabilissime referendæ sunt in vehementiores aliquas telluris confusiones, quarum effectum ultra superiores telluris partes propagatum non fuisse, verisimillimum est. Itaque ex his omnibus colligitur ad explicandam gravitatis inæqualitatem sine ulla ratione fingi montes et hiatus certa lege per universam terram dispersos. Ceterum quamvis sæpe dixerimus, gravitatis legem per observationes pendulorum hic à nobis non determinari, nemo tamen putet, id contrarium esse constitutæ antea attractionis legi in ratione distantiarum duplicata decrecentis: etenim hanc

attractionis legem demonstravimus inter corpora cœlestia magnis intervallis à se invicem remotissima, in quibus proinde diversam densitatem negligere licuit. Gravitationem terrestrem in eadem quoque ratione decrescere ostendimus, sed gravitatem consideravimus in eodem duntaxat telluris loco; nullam verò rationem habuimus illarum inæqualitatum quæ ex varia telluris densitate aliisque causis originem habere possunt. Tandem inæqualitates illæ nihil repugnant demonstratæ attractioni legi, cum orientur ex ipsa attractionis lege in ratione directæ massarum et duplicata inversa distantiarum. Sed ut jam sæpe monuimus, fusior explicatio ad alium locum pertinet, ubi de figura telluris.

Instabis 4. : pendulorum observationes haberi non possunt nisi facta comparatione cum horologii motu. At horologia constant ex variis partibus, quæ singulæ impedimentis plurimis afficiuntur: humido vel arido cœlo magis vel minus lubricæ fiunt rotæ, modo velociores, modo tardiores; hinc fit ut pendulum horologii in longiores vel breviores arcus excurrat, ac proinde idem non servetur singularum oscillationum tempus. Tandem vitium aliud, quod in pendulo simplici jam notavimus, in horologiorum pendulis multo magis crescit ob partium multitudinem et varietatem, nempe pro varia cœli temperie mutantur, varique extenduntur et contrahuntur plurimæ horologiorum partes; hinc mutatur centri oscillationis situs. Ex his omnibus ita concludi potest: incertis causis, et sine ulla lege variis tribui potest diversa penduli longitudo, si incertus omninò sit horologiorum usus, quantum in re tam subtili desideratur; atqui cet. : ergo cet.

Resp. C. maj. N. min. Re quidem vera horologiorum partes singulæ variis mutationibus sunt obnoxia: at comparatione diligenter instituta inter horologii Solisque aut stellarum motum, innotescere facillè potest an horologium errorem aliquem admittat. Præterea ad vitandam mutationem ex cœli temperie oriundam adhiberi debent artificia, de quibus jam supra mentionem fecimus. His horologiorum incommodis plurima parata sunt remedia. Grahamus celeberrimus instrumentorum artifex utilissimum sane tantis malis remedium excogitavit. In extrema penduli virga suspendit tubum mercurio plenum ita ut tamen in tubo spatiosi aliquid superest, per quod mercurius ipse caloris vi dilatatus cum virga intra tubum ascenderet, descendente interim tubo ipso, atque ita centrum oscillationis suo loco maneret. Est et alia ejusdem erroris corrigendi ratio: suspenditur pondus diversorum metallorum lamellis ita inter se connexis, ut dum altera lamella magis distenta ultra alteram itidem distentam pondusque deprimentem excurrit, ipsa pondus sursum attollat, et priori altitudini restituat, imò etiam non nihil majori, ita ut ipsius virgæ centri oscillationis descensus compensetur, totiusque penduli centrum oscillationis suo pertet loco. Neque hic prætermittendum est aliud artificium non minus ingeniosum, quod paucis ab hinc diebus excogitavit peritissimus horologiorum artifex Parisiensis *Lepautius*. Accuratissimis observationibus notum sit oportet, quantum dilatetur virga metallica pro dato quolibet thermometri gradu; hos autem dilatationis gradus cepit *Lepautius* ex *Bougueri* et *Ellicotii* virorum diligentissimorum experimentis. Deinde curvam delineavit cujus radii inæquales

virgæ dilatationibus semper forent proportionales, ita ut anguli quos radii singuli cum ipso divisionis initio continent, semper crescant, ut gradus thermometri. Id verò obtineri posse, evidens est descripto circulo et in suos gradus diviso, non secus ac dividitur thermometrum, hæc est, in partes 40; nam Parisiis intra hos limites consistit altitudo liquoris in thermometro; patet autem hanc curvam imitari spiralem quam *archimedeam* à suo inventore dicunt Geometræ. Tandem compertum est, partem centesimam lineæ in dilatatione virgæ per horas 24 id efficere, ut pendulum retardet minuto uno secundo. Jam si radii centesima parte lineæ pro singulis divisionibus minuantur, manifestum est, punctum curvæ, quod quadragesimæ divisioni respondet, centro proprius esse quadraginta centesimis partibus lineæ, seu duabus quintis lineæ, quam sit ipsum curvæ initium. Quæ cum ita sint, in descriptam curvam flectatur lamella metallica, eaque sub ipsa horologii suspensione collocetur: aptata etiam acu, quæ thermometri gradibus respondeat. Totum ergo negotium huc redit, ut pro tempore aliquo dato observetur gradus thermometri, curandumque ut acus eidem gradui respondeat. Hoc idem instrumentum alteri quoque graviori malo remedium affert. Rotarum cardines in horologiis oleo imbi solent; olei autem particula æstivo tempore vi caloris soluta fluunt, tempore autem hiberno frigoris vi constringuntur et indurescunt. Hinc liberiores vel difficiliore sunt oscillationes. Verum cum malum istud ex eadem causa pendeat, nempe, ex gradu thermometri, idem quoque adhibetur remedium, augenda nempe est radiorum inæqualitas. Igitur non solum minui debet spiralis radius centesima par-

te lineæ, seu quadragesima parte circumferentiæ totius circuli, sed mulctari etiam debet quantitate huic alteri effectui debita, et per observationes cognita.

Superest tandem ut de vibrationum inæqualitate aliquid adjungam. Re quidem vera horologiorum pendula in breviores longioresque arcus variis de causis sæpe excurrunt; verum arcus illos licet inæquales iisdem quam proximè temporibus describi demonstrant Geometræ; quod ut intelligatur, brevis sermo haberi debet de celeberrima quadam curva, quam *cycloidem* appellant. Cyclois est curva lineæ, quam describit punctum aliquod in circuli circumferentia pro lubitu assumptum, interea dum circulus totus super lineam rectam revolvitur. Hujus curvæ genesis representari solet per imaginem clavi in rotæ superficie defixi; dum nempe rota per planam circumvolvitur, clavus in aere cycloidem percurrit: de prima cycloidis inventione acerrime certatum est circa annum 1643. inter *Toricellium* et *Robervallium*, illo primam cycloidis considerationem tribuente in Italia *Galileo*, hoc autem in Gallia *Merseno* nostro. Sed quidquid sit de illa concertatione que in rixas apertasque inimicitias deinde exarsit, solam rei utilitatem, minime verò gloriam considerabimus. Plurimas inter et quidem elegantissimas cycloidis proprietates unam præ aliis asseremus, quæ ad præsentem casum pertinet; si nempe cyclois ita invertatur, ut crura sursum tendant, punctum autem infimum horizontem tangat, tum è quavis distantia demittatur grave per ipsam cycloidem, eodem omnino tempore per arcum utcumque magnum vel parvum descendet. Itaque patet hanc cycloidis proprietatem ad pendulorum usum trans-

ferrī posse; si nempe efficiatur ut virga penduli in cycloide suas vibrationes absolvat; hac enim arte servatur temporis æqualitas, mutata utcumque arcuum descriptorum longitudine. Illud autem commodam sequenti artificio obtineri potest. Si curvæ cuilibet ex ejus parte convexa advolvatur filum, tum evolvatur ita ut pars evoluta semper tensa maneat, punctum filii quodcumque curvam quamdam lineam delineabit motu illo per ærem. Curva quam filum complectitur, dicitur *evoluta*; curva autem quam filum in aere describit, curva *evolutione genita* appellatur. Curva genita ferè semper admodum diversa est ab evoluta. At ceteris proprietatibus cycloidis hæc addenda est sane elegans; si nempe à summo vertice cyclois evolvatur, se ipsam generat sibi prorsus æqualem, ita ut binæ semicycloides in situ erecto positæ, et è parte convexa in ima sui parte sibi conjunctæ integram cycloidem generent. Quamobrem si binæ lamellæ semicyclojales in ima parte convexæ invertantur deorsum, ita ut ima pars evedat summa, ex ipso lamellarum angulo appendatur filum quod semicycloidis perimetro æquale sit, pondus imò filio suspensum oscillationes suas in cycloide peraget, isochronas prorsus; sive in ampliores arcus excurrant, sive brevioribus arcibus se contineant, tempore semper æquali. Hanc cycloidis proprietatem ad horologiorum usum primus omnium traduxit *Hugenius*. In horologiis vel pondus appensum, vel lamina chalybea elastica per vim contorta, motum primæ rotæ imprimi à qua in totam machinam derivatur. Jamdiu in usu erat id machinarum genus, sed *Hugenius* eidem machinæ pendulum adjecit, ita ut cum illius oscillationibus celerioris rotæ motus connecteretur, dentesque

singuli post singulas escillationes procurrerent. Verum jam diximus, Geometris demonstratum esse, descensus per arcus circuli minimos etiam inæquales esse quam proximè isochronos: quare cum minimi sint circularum arcus à pendulis descripti, tanta non est hac in re cycloidis utilitas. Præterea in pendulis simplicibus sola gravitate sollicitatis valere quidem potest cycloidis usus; sed minus felici successu horologiis aptatur. Et quidem ad penduli vibrationes præter gravitatem concurrunt quoque motrices horologii vires quæ penduli isochronismum turbare maximè possunt: quare minimos circularum arcus præferendus esse, ipsa quoque experientia edocti sunt horologiorum artifices. Sed hæc pauca dicta sint quantum patitur nobis imposita doctrinæ facilitas.

ARTICULUS III.

De corporum conflictu.

I.

Tria distingui debent corporum genera; *dura*, *mollia et elastica*. Dura dicuntur quæ ad mutantam figuram nulla vi cogi possunt. Mollia, quæ figuram ita mutant, ut mutationi resistent: eam autem amissam recuperare non nitantur. Elastica tandem dicuntur ea quæ figuram amissam recuperare nitantur. Rursus autem corpora vel sunt perfecte elastica, si nempe restituantur eadem vi, qua fuerunt compressa; vel imperfecte elastica, si restituantur vi minori. Corporum perfecte elasticorum restitutionem ita exprimere solent Physici. Dicunt nempe, in corporibus perfecte elasticis, vim restitutivam æqualem esse vi compress-

sivæ. Has definitiones exemplo illustrabimus. Globi duo elastici sibi mutuo occurrant; primum quidem in puncto sese contingunt, sed partes contingentes et sese mutuo prementes cedunt magis ac magis ad certos usque limites, ac proinde augentur per gradus contactus magnitudo, donec partes compressæ per eosdem gradus, sed velocitatis ordine inverso, sese restituant, et ad pristinum statum redeant. Jam ut inter corpora elastica et non elastica comparatio instituatur, fingamus corpora dura AB (fig. 20.) longa elasticorum serie connexa esse; si A moveatur versus B, id fieri non potest nisi comprimantur elastra, ac proinde corpus A, agit in B per elastra interposita, atque magis ac magis hæc elastra comprimuntur, donec corpora duo æquales secundum eandem directionem velocitates habeant: in hoc autem statu nulla vis aget in elastra; ac proinde vim elasticam exerent, et laxari incipient, sed inverso velocitatis ordine. Itaque in corporum elasticorum conflictu consideranda sunt actiones duæ. In prima scilicet actione res se habet non secus ac si corpora essent omni elasticitate destituta, ac cessante prima actione statim altera incipit, elastra nempe restituentur eadem vi, qua fuerunt compressa, si perfecta sit elasticitas. Igitur in prima actione extinguitur velocitas qua corpora ad se invicem accedebant, seu, ut vocant, velocitas *respectiva*; in altera autem actione corpora à se invicem recedunt eadem velocitate *respectiva*, qua nempe ad se mutuo accedebant in prima actione. Unde patet, motus quantitatem ab unoquoque corpore acquisitam vel amissam in prima actione æqualem esse quantitati motus acquisitæ vel amissæ in actione altera; ita ut quantitas motus per conflictum

acquisita vel amissa in corporibus perfecte elasticis duplo major sit, quam in corporibus perfecte duris. Quod spectat corpora imperfecte elastica, idem est in prima actione effectus ac in corporibus perfecte elasticis; verum quia vis restitutiva minor est vi compressiva, minor quantitas motus in secunda actione acquiritur vel amittitur. At quia ex data corporum elasticitate, data etiam est ratio vis compressivæ ad vim restitutivam, seu ratio velocitatis *respectivæ* ante conflictum ad velocitatem *respectivam* post conflictum; evidens est, quantitatem motus in prima actione acquisitam vel amissam in eadem ratione augendam esse post conflictum. Tandem quod spectat corpora mollia, quorum partes cedunt, sed ad pristinam non redeunt figuram, prima actio eadem est ac in corporibus perfecte elasticis vel perfecte duris; illorum velocitas *respectiva* per conflictum extinguitur, et unius corporis instar progrediuntur, cum nulla sit vis restitutiva. Illud autem discrimen inter omnia corpora probe notandum est. Corpora mollia tempore finito motum suam alteri communicaret, eo scilicet tempore; quo cedant corporis partes, et ipsam corporis diametrum percurrant; si corpus perfecte molle fingatur. At in corpore duro, cujus partes cedere non possunt, unico temporis puncto indivisibili communicatur motus. Tandem in corpore perfecte elastico tempore finito motus producitur; cedunt nempe corporis partes, et crescente compressione, motu retardato ad se invicem accedunt; donec tandem continuo agat vis restitutiva, qua fit ut partes motu accelerato ad pristinam properent figuram.

II. Omnes conflictuum leges hoc uno principio innituntur; in quavis scilicet binorum cor-

porum collisione, quantum motus lucrator corpus unum secundum datam directionem, tantum quoque lucrari debet corpus alterum secundum directionem oppositam; quod quidem evidens est ex actionis et reactionis æqualitate. Porro duplex casus contingere potest; vel enim corpora tendant ad easdem partes, vel ad partes contrarias. Si primum, quidquid motus additur corpori fugienti, id detrahitur corpori incurrenti, ac proinde eadem manet tota motus quantitas post conflictum, quæ fuit ante conflictum. Si secundum, quidquid motus amittit corpus unum secundum propriam directionem, tantum quoque perit in corpore altero; illa enim corpora agunt in partes propriæ directioni oppositas. Igitur in hoc casu eadem manet differentia motuum post conflictum, quæ fuit ante conflictum. Dux autem hujus principii partes ex duplici axioma arithmetico facile patent: si nempe due lingantur quantitates ex quarum una tantum detrahatur, quantum additur alteri, eadem manet quantitarum summa: si verò ex duabus quantitatibus æquales hinc inde partes detrahantur, eadem manet quantitarum differentia. Jam verò antequam collisionum leges ex demonstrato principio colligamus, observandum est corporum conflictum, vel *directum* esse, vel *indirectum*. Directus quidem dicitur, si corporum sibi occurrentium directio sit, in eadem linea recta; indirectus autem vel obliquus appellatur, si corporum directiones angulum inter se contineant. De corporum conflictu directo, deinde de indirecto agemus.

III. Si corpora duo non elastica sibi invicem occurrant ad easdem partes, vel ad partes contrarias, in utroque casu post conflictum instar unius

corporis progredientur: sed in primo casu velocitate communis post conflictum erit æqualis quantitate motus ante conflictum per summam massarum divisæ; in casu autem altero æqualis fiet differentia quantitarum motus ante conflictum divisæ per summam massarum; si nempe corporum massæ dicantur M, m , velocitates ante conflictum V, v , velocitas communis post conflictum erit 1.

$$\frac{MV + mv}{M + m} \quad \frac{MV - mv}{M + m}$$

2.

et quidem communem esse

$$\frac{M + m}{M + m}$$

se velocitatem post conflictum, seu corpora duo post conflictum instar unius corporis progredi, evidens est. Cum enim corpora illa ponantur omni elasticitate destituta; nulla est ratio; cur à se invicem resiliant vel separentur. Facile etiam patet in primo casu velocitatem communem æqualem esse quantitati motus ante conflictum per summam massarum divisæ: etenim quantitas motus eadem manet ante et post conflictum; est autem quantitas motus productum ex massa in velocitatem; habebitur ergo velocitas, dividendo quantitatem motus ante conflictum per summam massarum. Simili ratione patet, in casu altero velocitatem æqualem esse differentia quantitarum motus ante conflictum per summam massarum divisæ; cum enim eadem maneat motuum differentia ante et post conflictum, sitque quantitas motus ut factum ex massa in velocitatem, evidens est, ad habendam velocitatem id efficiendum esse, ut nempe differentia motuum à massis liberetur, quod fit dividendo per massas. Jam hujus secundi casus aliquas condiciones expendamus. Si massæ et velocitates fuerint æquales, erit $mv = MV$, ideoque $MV - mv = 0$; quare velocitas nulla est, et am-

bo corpora post conflictum quiescunt. Si massæ fuerint æquales, quiescat autem massa m , erit

$$\frac{MV - mv}{M + m} = \frac{MV - V}{2M + 2m}; \text{ corpora nempe post}$$

conflictum dimidia velocitate progredientur. Si massa M quiescat, sitque valde magna et ferè immensa respectu massæ m , erit $MV = 0$, ideoque

velocitas post conflictum fieret $\frac{mv}{M + m}$ ac proindè

physice nulla ob massam M valde magnam.

IV. Ex demonstratis conflictuum legibus in corporibus omni elasticitate destitutis, facilè colliguntur conflictuum leges in corporibus elasticis: etenim si corpora omni elasticitate careant, ex data velocitate communi post conflictum, et ex data corporum massa invenitur quantitas motus in unoquoque corpore post conflictum, quæ si conferatur cum quantitate motus ante conflictum, habebitur quantitas motus per conflictum acquisita vel amissa. Jam verò in corporibus perfectè elasticis quantitas motus acquisita vel amissa duplo major est; in corporibus autem imperfectè elasticis motatio motus augetur in ratione vis restitutivæ ad vim compressivam, ex demonstratis: quare corpora elastica considerentur primum tamquam omni elasticitate destituta, atque inveniantur quantitas motus acquisita vel amissa; utraque duplo major fiat, si elasticitas fuerit perfecta; augetur autem ita ratione vis restitutivæ ad vim compressivam, si imperfecta fuerit elasticitas, atque ita conflictuum leges pro quacumque elasticitatis hypothèsi determinare licebit. Has autem leges exemplis illustrabimus. Si corpora omni elas-

ticitate destituta et æqualia ponantur, illorumque unum quiescat, post conflictum dimidiata velocitate ad easdem partes velut unum corpus progredientur. ut patet ex demonstratis: quare corpus quiescens diu diu motus quantitatem acquirit, quam amisit corpus incurrens. Jam si corpora sint perfectè elastica, duplo major fiat mutatio motus in unoquoque corpore; ergo corpus quiescens totam acquirat motus quantitatem, quam amittet corpus incurrens, quod proindè quiescet.

Alterum consideremus casum, dum nempe corpora ad partes contrarias tendunt, et facilitatis causa ponamus corpora æqualia et eadem velocitate moveri. Si corpora non fuerint elastica, ambo post conflictum quiescunt, ac proindè totam et æqualem motus quantitatem amittunt; verum in corporibus perfectè elasticis duplo major est mutatio: quare corpora perfectè elastica non solum amittere debent totam motus quantitatem secundum propriam directionem, sed contrariam et negativam, ut ita dicam, motus quantitatem acquirere; quare corpora ad partes contrarias à se invicem resilient æquali motus quantitate. Simili modo ad calculum revocari possunt aliæ quælibet motuum conditiones. Tandem si corpora fuerint imperfectè elastica, accuratissimis experimentis nota sit oportet ratio velocitatis respectivæ ante conflictum ad velocitatem respectivam post conflictum: atque in eadem ratione augetur debet mutatio motus. Observavit Newtonus, in globis vitreis velocitatem respectivam ante conflictum esse ad velocitatem respectivam post conflictum, ut 16. ad 15. quare si in globis vitreis æstimari debeant conflictuum leges; hac proportionem utendum est. Ceterum in præcedentibus demonstrationibus

corpora omni elasticitate destituta, et perfecte dura consideravimus; qualia fortasse nulla existunt in rerum natura. Verùm hanc quæstionem ad alium articulum in Physicis progressu rejicimus. Interim patet, hanc hypothesim, falsam an veram, à nobis fugi potuisse, ut in corporibus elasticis conflictuum leges errere liceret.

V. Demonstrata hæcenus conflictum leges pendulorum ope ad experientiam revocari solent. Globus A vibrationes suas perficiat in circulo EAF, itemque B in circulo equali GBH (fig. 21.) moveatur, et arcum RA descendendo, vel arcum ascendendo percurrat. Demonstravimus jam velocitates in puncto infimo A fore, ut sunt arcuum ascendendo, vel descendendo descriptorum chordæ. Itaque effici facile potest, ut corpora, datis quibuslibet velocitatibus, inter se congregiantur; atque ex arcuum descriptorum chordis post conflictum invenitur velocitas acquisita vel amissa; atque ita per experientiam probari possunt conflictuum regulæ. Verùm in instituendis hujusmodi experimentis calculo subdaci debet aeris resistentia, quæ rem maximè turbat; in causa enim est, ut globus A descendens per arcum EA ex R, ascendendo per AF non percurrat arcum æqualem, nec iterum revertatur ad R; ut contingeret in vacuo, sed deveniat ad punctum aliquod V. Newtonus ad habendam velocitatem globi A descendentis in aere per arcum datum præscribit, ut sublato altero globo B, demittatur libere globus A ex aliquo puncto R, noteturque punctum V, ad quod post duas oscillationes regreditur; tum pars quarta arcus RV collocetur in medio in ST, ut RS et TV æquentur inter se, nimirum ut VT ad VR sit in ratione 3 ad 8. Quod quidem ita se habere

ex constructione patet; nam $VR = 2TV +$
 $\frac{1}{4} 8TV + VR$

$VR = \frac{1}{4} \frac{8TV + VR}{4}$; ideoque $4VR =$

$8TV + VR$, et $3VR = 8TV$. His positis affirmat Newtonus, velocitatem in A globi decidentis ex S in aere eandem esse, quæ foret in vacuo, si globus caderet ex T. Eodem modo si globus post collisionem ascendit ad S, inveniendum est punctum V, ex quo libere demissus globus ipse A post itum et reditum ita ascenderet usque ad r, ut esset $rs = tv$, et si quarta pars totius rv, si ve quod idem est, ut rs sit ad rv in ratione 3 ad 8; affirmatque, velocitatem in A fore, illam ipsam, qua in vacuo ascenderet ad t.

Hujus correctionis ratio facile patet. Nam RV est effectus resistentiæ aeris, qui in duplici illa oscillatione debetur binis descensibus et binis ascensibus, ideoque ejus pars quarta ST debetur soli descensui; hanc partem in medio collocat ad habendam medium quendam effectum; cum nimirum bini illi descensus et ascensus non sint inter se æquales, sed primus ascensus ac secundus discensus, æquales inter se, medii sint inter primum descensum et secundum ascensum. Hac correctio exhibet velocitatem proxime solam, non accurate, quæ nimirum in exigua aeris resistentia parum à vera ab ludere possit; nam ad veram velocitatem determinandam multo sublimior et adhuc inserta resistentiarum doctrina requiritur; sed in re presenti tantæ subtilitates sub sensum non cadunt. Testatur autem Newtonus, se plurimis experimentis diligenter institutis invenisse experimenta ipsa doctrinæ hæcenus explicatæ omnino consentanea.

De corporum conflictu directo hæc pauca demonstrare satis sit, ex quibus omnes conflictuum casus facile derivari possunt. Ceterum quæstionem metaphysicam de motus communicati causa paucis verbis hic iterum revocabimus. Affirmat Malebranchius motuum communicationem cum principiis physicis, aut eum aliqua corporum proprietate necessario conjunctam non esse, ita ut inter corporum duorum motum seu quietem nulla major sit connexio, quam inter corporum figuram, colorem cet. Hinc concludit celeberrimus metaphysicus, corporis incurrentis motum causam physicam non esse, cur corpus percussum moveatur, sed totam motuum communicationem divinæ voluntati, illiusque immediatæ actioni referendam esse. Certum quidem est, voluntatem Creatoris, omnium naturæ effectum ac proinde et motus communicati primam et supremam esse causam; verum quod asserit Malebranchius, inter mutuos corporum conflictus nullam majorem esse conjunctionem, quam inter illorum figuram, et colorem, id quidem parum accurate dictum est. Et certè corporis alienjus figura et color ad corporis alterius figuram coloremque nihil omnino conferre possunt; at si corpus aliquod in aliud incurrat, necessum est aliquam status mutationem contingere vel in corpore alterutro, vel in utroque corpore: etenim cum partes corporum, ob illorum impenetrabilitatem ex eodem loco sese excludant, corpus aliquod incurrens motus directionem persequi non potest, nisi corpus percussum moveatur, quod si corpus incurrens post conflictum quiescat, jam idem corpus statum mutat, transiens scilicet ex motu ad quietem: quare oportet, ut in corporibus aliqua fiat status mutatio. Res alio

exemplo confirmatur. Si corpora duo æqualia elasticitate destituta sese mutuo in partes directe oppositas æquali velocitate percussant, ambo post conflictum quiescere ex illorum impenetrabilitate colligitur; ob eam rationem quiescere etiam debent corpora, si massæ fuerint in ratione reciproca velocitatum. Quæ cum ita sint, ex ipsis corporum proprietatibus fluere videntur conflictuum regulæ. Et re quidem ipsa ex vi inertie atque ex actionis et reactionis æqualitate pendunt omnes, quas tradidimus, conflictuum leges. Itaque nos quidem latet, quæ vi aut virtute corpora motum inter se dividant; motus enim nihil in se reale est, sed tantum aliquis existendi modus, nec facillius intelligitur motus quam quietis communicatio; *virtutum actionum* nomina adhibent plerique Philosophi, sed obscuris vocabulis rem implicant non explicant. Concludendum ergo est, motuum communicationis principium metaphysicum ignotum nobis esse, ex corporum tamen proprietatibus pendere conflictuum leges, quas infinita sapientia ad fines in hujusmodi creatione propositos dixerit et ordinavit omnipotens rerum omnium Auctor et Governator. Quamvis autem ex proprietatibus corporum pendere videantur percussiois regulæ, nemo tamen temerario inferat, leges illas omnino necessarias esse, et ab omnipotentis Creatoris voluntate nequaquam pendere: etenim Deus corpora omnia totumque universum libere creavit et conservat, eadem pro arbitrio destruere, annihilare, ubi voluerit, iterum creare potest; ac proinde corpora omnia omnesque naturæ leges infinite. Dei omnipotentie subordinantur. Sed hæc conferantur cum iis, quæ de miraculis diximus in

Metaphysica, atque etiam cum dicendis deinceps de essentialibus corporum proprietatibus.

VI. Indirectus corporum conflictus ad directum revocari potest. Sint corpora duo spherica A, et B, quæ ex locis A, et B eodem tempore exeant secundum directiones A G, et B \bar{H} (fig. 22.) sitque velocitas corporis A ad velocitatem corporis B, ut AG ad BG. Describatur parallelogrammum ABHG, ducaturque DH. Centro G, et radio corporum A, B semidiametris æquali describatur arcus circuli, rectæ DH occurrns in L, I, agaturque LN parallela rectæ GA, itemque NR parallela rectæ GL: corporum duorum contra eodem tempore perveniunt ad puncta N, R, tamque corpora se mutuo tangent; nam ex triangulorum similitudine DN est ad NL, vel GR, ut BB ad BH vel AG, vel etiam ut velocitas corporis B ad velocitatem corporis A: quare spatia BN, et AR, eodem tempore describentur, et corporum centra eodem tempore puncta N, et R attingent. Quia verò recta NR æqualis est semidiametrorum summa NR; evidens est, corpora sese contingere, sibi que occurrere. Jam ducantur BM, AQ perpendiculares ad NR, erunt corporum conflictus idem, ac si corpus A velocitate RQ occurreret corpori B velocitate MN secundum directionem NR: etenim velocitates corporum A, et B sunt, ut recta AR, et BN. Præterea motus AR resolvi debet in duos AQ et RQ itemque motus BN resolvitur in duos BM, et MN; sed motus AQ, et BM secundum directiones parallelas nihil conferant ad conflictum; quare corpora ambo in se invicem agunt non secus, ac si occurrerent sibi mutuo secundum directionem NR, cum

velocitatibus RQ, MN. Itaque ex demonstratis patet, motus indirectos ad directos revocari, ideòque invenitur, ut ante, corporum velocitas post conflictum secundum hanc directionem; quo facto reperitur directio composita in hunc modum. Ponatur velocitas corporis A post conflictum = = Rg (fig. 23.) velocitas corporis B = = Nm, sitque Rq æqualis et parallela rectæ AQ, itemque Nl æqualis et parallela rectæ BM, compleantur parallelogramma Rq ag, Nl bm, moveri pergent corpora A, et B post conflictum per diagonales Ra, et Nb cum velocitatibus Ra, Nb. Quoniam ergo motus indirectus ad directum revocatur, facile patet qua ratione conflictuum leges ac corpora utcumque elastica indirectis motibus in se invicem incurrentia transferri possint; varios casus percurrere longius foret atque superfluum.

VII. Ad conflictuum leges referantur etiam quæ de corporum reflectione tractari solent. Sit MN (fig. 24.) planum immobile, in quod perpendiculariter incidat globus F omni elasticitate destitutus; is post conflictum totam velocitatem amittet, ut ex dictis evidens est; cum nec in plano nec in globo quidquam sit, quod globum determinet ad regressum; et præterea corporis progressum ipsa plani immobilitas non permittit. Adveniat globus oblique per AC, et ducta AD perpendiculari ad MN, complectoque rectangulo ADCF, motus per AC compositus intelligatur ex motibus AD et AF, quorum alter AD vel FC elidetur a plano MN, manebit autem alter AF vel DC, ac proinde globus excurrat versus N, et æquali tempore percurreret CE = = DC, quæ erit ad AC, ut cosinus angulus ACD ad radium. At si globus fuerit perfecte elasticus, in primo

casu delatas per FC regredietur itidem per CF eadem velocitate, qua advenerat, ut patet et demonstratis de elasticitate perfecta. Si autem adveniat per AC, resoluta, ut ante, motu in motus duos AD, et DC, vel FC, et CE, globus progredietur per diagonalem rectanguli FCEB, in quo cum latera CE, et EB, æquentur lateribus CD, et DA, et anguli ad E, et D sint recti; patet angulum ACD, qui dicitur angulus *incidentiæ*, æqualem esse angulo BCE, qui angulus *reflectionis* appellatur. Si globus fuerit imperfecte elasticus, et adveniat per FC, jam resiliet in F, ea scilicet velocitatis parte, quæ per conflictum recuperatur: ita ut CF semper sit in data ratione vis restitutivæ ad vim compressivam. Tandem si globus oblique adveniat per AC, servata velocitate per CE, et recuperata velocitatis parte per Cf vel Eb, resiliet per Cb, eritque angulus reflexionis ECB semper minor angulo incidentiæ ACD. Hæc omnia, quæ ex motuum compositione et resolutione facile colliguntur, vera sunt dumtaxat, si ponantur conditiones quædam, nempe si planum fuerit perfecte lævigatum, ita ut mutuis partium attritus nihil officiat. Præterea consideravimus corpora velut puncta, aut etiam ea spherica esse postulavimus, cum spheræ in unico puncto sese tangant. Verum si diversas corporum figuras consideremus, res est sane ardua et sublimioris doctrinæ; at conflictuum leges exposuisse satis sit in corporibus sphericis, ex quibus vulgares conflictuum et elasticitatis effectus licet intelligere. Tandem movendum superest, nullam nos habuisse rationem exiguæ compressionis, quæ in ipso globorum conflictu contingit, compressio enim et reflexio fiunt per cur-

vam quamdam; sed cum exiguus omnino sit tactus ille, quo globi comprimuntur, hæc de causa nihil turbantur collisionum regulæ, quas quidem experientia confirmat.

VIII. Ex his omnibus, quæ in toto præsentis capite explicavimus, nascitur quæstio de *viribus vivis* magna animorum contentione agitata ubique gentium Leibnitius occasione arrepta ex corporum ascensu uniformiter retardato hanc controversiam primus invenit, quam deinde corporum elasticorum collisione aliisque plurimis argumentis tueri conati sunt magni quidem viri. Cum videret Leibnitius, corpus dupla vel tripla velocitate projectum sorsum ascendere ad altitudinem quadruplo vel non cuplo majorem, censuit distinguenda esse vira virium genera; illarum scilicet, quæ etiam sine motu habentur, ut est vis gravitatis, vis elastica quæ meram pressionem gignunt, ubi oppositis viribus impeditur motus; has vires idcirco vires *mortuas* appellavit, quo nomine eas secernere voluit à viribus in corpore motum aliquem habente admittendis; quarum effectus sit ut velocitatis quadratam, easque idcirco vires *vivas* nominavit. Eandem viriam distinctionem ex corporum elasticorum collisione confirmant Leibnitiani; cum enim in globis elasticis in se invicem utcumque incurrentibus, productum ex quadrato velocitatis in massam idem inveniatur post collisionem, quod erat ante, inde inferunt, in corporibus esse aliquid, quod respondeat massis ductis in quadrata velocitatum, quod illæsum remaneat, et ab uno corpore in aliud transeat, vim scilicet vivam, quæ perpetuo conservatur. Mirum sane, quam multas hæc quæstio contentiones excitabit, aliis vires vivas æstimantibus ex massa et simplici

velocitate, aliis ex massa et velocitatis quadrato. Pro quadrato velocitatis Leibnitiani omnes in Germania steterint, pro simplici velocitati Cartesiani in Gallia; Newtoniani in Angula, apud Italiani divisa studia. Verum quamvis inter celeberrimos viros etiamnum hodie acrius serveat philosophica illa, eam tamen in solo nomine positam esse, mihi facile persuadeo. Et quidem in memoriam revocandum est, quod sæpe sæpius movimus, vis nomen ambiguum omnino esse, nullamque distinctam notionem habere, nisi effectum aliquem intelligamus. Itaque vis nomine nihil aliud clare significari potest nisi illa proprietas, qua sit, ut corpora ad motum concitata, vel obstacula superent, vel iis resistent. Quo major est superata obstaculi alicujus resistentia, eo major consistit vis, quo quidem vocabulo nulla entitas corpori inhaerens intelligi debet, sed merum factum seu effectus. His jam explicatis, corporum motibus opponi possunt tres obstaculorum species. Vel enim insuperabilia sunt obstacula, ita ut omnem qualemcumque destruant motum; vel obstacula eam dumtaxat præbent resistentiam, quæ ad extinguendum corporis motum satis sit, illamque statim extinguit, ut sit in æquilibrio; vel tandem obstacula paulatim et per gradus motum destruant, ut sit in motu retardato. Quia autem obstacula insuperabilia motum omnem sistere valent, ad corporum vires æstimandas nihil conferre possunt; itaque superest ut virium mensuram aut in æquilibrio, aut in motu retardato investigemus. Quod æquilibrio spectat motus quantitates æquales esse consentiant omnes, ac proinde vires in hoc casu ex sola velocitate æstimandas esse, fateantur necesse est. Neque etiam repugnat, in mo-

tu retardato vires ex motus quantitate æstimari: etenim si vis nomine intelligatur resistentiarum summa, quam obstacula qualibet corporum motibus afferunt, jam nulla difficultas esse potest: et quidem evidens est quantitatem motus amissam tempore infinitesimo esse ut productum ex resistentia in tempus infinitesimum ac proinde resistentia tota est ut productorum illorum summa, sive ut tota quantitas motus amissa. Porro virium notioni convenientissimum est, vim corporum hoc modo æstimare; nullam enim obstaculi ideam habemus, nisi quatenus resistit, ac proinde resistentiarum summa sive quantitas motus amissa, quæ quidem resistentiæ proportionalis est, considerari potest tamquam obstaculum superatum, ac proinde vires vivæ hoc modo consideratæ ex producto massæ in velocitatem æstimari debent. At si nomine vis vivæ intelligatur alter effectus, puta numerus obstaculorum, quæ superantur, jam alia prodit virium mensura; etenim ponamus, globum aliquem projici in lastrorum seriem velocitate duplo, triplo majori; in primo casu elastrorum compressorum numerus erit quadruplo major, in casu secundo erit major noncuplo, et ita deinceps, quod facile patet; nam quo majus est, spatium percursum, eo major est elastrorum, quæ in spatio continentur, numerus, ac proinde, numerus elastrorum est, ut spatium percursum, hoc est, ut quadratum velocitatis. Itaque patet, totam quæstionem huc revocari; an vires vivæ æstimari debeant ex primo, vel secundo effectu, nempe ex ipsa resistentiarum summa, vel ex ipso obstaculorum numero. Præterea observandum est, effectum aliquem majorem longiori tempore produci: ita si diversis velocitatibus in exemplo præceden-

T. IV. 13

fi projiciantur globi contra plura elastra, globus qui dupla velocitate projicitur, quatuor elastra comprimi, sed longiori tempore scilicet duplo, ac proinde mirum non est, quod dupla velocitas tempore duplo effectum quadruplum producere debeat. Pari ratione corpus sursum projectam velocitate duplo majori ad quadruplam altitudinem ascendit, sed tempore duplo. Hæc ergo altera est quæstionis ambiguitas, an scilicet in virium effectibus æstimandis haberi debeat ratio temporis, vel non, hæc autem considerationes à Physicorum arbitrio omnino pendent. Hac facta distinctione, et accurate constituta definitione, jam omnibus, quæ proponi solent, argumentis statim parata est responsio. Neque immorandum est principio, quod *virium vivarum conservationem* appellant; nempe in globorum elasticorum conflictu productum ex quadrato velocitatis in massam invenitur idem ante et post collisionem. Principium illud ex sola elasticitatis natura atque ex actionis et reactionis æqualitate unice pendet. Et quidem si globi non fuerint perfecte elastici, velocitatum quadrata ac proinde et vires non servantur. Hanc quæstionem *logomachia* laborare non solum demonstrant ratiocinationes jam explicatæ, sed magis ac magis manifestum fiet, si rem ita consideremus; nempe corpus vel tendit dumtaxat ad motum obstaculo aliquo impeditum, vel revera movetur velocitate uniformi, vel denique illius motus obstaculo aliquo retardatur, ac tandem omnino extinguitur, in his omnibus casibus diversus est effectus à corpore productus corpori tamen nihil novi accedit, sed illius actio dumtaxat varie applicatur. Itaque dum dicitur, vim corporis in certis casibus esse ut velocitatem,

in aliis ut quadratum velocitatis, nihil aliud significatur, nisi effectum in quibusdam casibus esse ut velocitatem, in aliis autem ut quadratum velocitatis; atque etiam probe notanda est *effectus significatio*, quæ ut plurimum vaga est, et definitione indiget. Et quidem in tribus enuntiatis casibus effectus vocabulorum diversam habet significationem; in primo casu solam tendentiam exprimit; in secundo spatium dato tempore descriptum et constans designat; in tertio tandem casu spatium usque ad motus totius extinctionem percursum denotat; in his autem casibus singulis nulla habetur ratio temporis, quo actio consumitur. Accurate ergo notandum est corporis *tendentiam* ad motum, prout est diversimode applicata, varios producere effectus, quorum alii sunt velocitati, alii autem velocitatis quadrato proportionales. Ex his patet, quo sensu intelligi debeat vulgatissimum axioma: *causæ suis effectibus sunt proportionales*: obscure quidem enuntiatum est axioma illud, cum eadem causa diversos effectus producere valeat. Igitur ita restringi debet hæc propositio, ut nempe effectus causis suis proportionales sint, si causæ eodem modo agant; quod quidem probe observandum est, persæpe enim fit ut principium illud, quod est omnino inutile vel saltem vago modo expressum, incautos Philosophos in paralogismos adducat. Hæc satis dicta sint de celeberrima controversia, quæ licet superflua omnino, et inter *logomachias* rejicienda videatur, præstantissimis utilissimisque operibus occasionem dedit.

APPENDIX.

De quibusdam capitulis præcedentis utilitatibus.

I.

De corporum descendentiâ motu uniformiter accelerato in præcedenti capite sermonem habuimus. Ex demonstrata accelerationis lege statim intelligitur, quantus debeat esse corporis ex alto delapsi impetus, quem quidem maximum esse oportet in minimo etiam corpore, dummodo tamen maxima sit descensus altitudo. Hic igitur prætermittendum non est luculentissimum divinæ providentiæ argumentum; cum enim minimæ aquæ guttula, levissimique nivis flocculi aut grandinis globuli ex alto cælo delabantur, durissimas etiam cervices nostras tanta vi facile frangerent, nisi Deus Optimus Maximus, opposita aeris resistentia, nostre conservationi providere voluisset. Maximam fluidorum particularum percussionem vulgatissimo experimento exhibere solent Physici. Tubus vitreus aliqua ex parte aquam continet, pars autem superior aere vacua est; tubus hoc modo comparatus manu agitur, ita ut aqua ad partem tubi superiorem ascendat et deinde in fundum recidat. Aqua fundum percutiens minima licet quantitate et ex minima altitudine, lapidis ictum sonumque imitatur, atque tubus paulo vehementiori manu succursus in frustra desilit, qui vix levissimum ictum excipit, si aerem contineat. Id autem, oblata occasione, pro religioso Institutionum nostrarum fine breviter observatum sit.

Quamvis autem tales nobis proponamus eru-

diendos auditores, qui non armorum strepitum, sed religionis pacem amare debent; explicatæ tamen doctrinæ in arte *ballistica* sive *tormentaria* utilitatem exponere licebit. Sit *AL* altitudo, ex qua grave descendens, velocitatem acquireret projectionis velocitati æqualem; tempore, quo grave descendit per *AL* (*fig. 25.*) percurreret motu uniformi spatium duplum ipsius *AL*, puta *AI*. Erit autem, ex antea demonstratis, *EQ* ad *AL*, ut quadratum temporis per *EQ*, quod idem est ac tempus motus æquabilis per *AE* ad quadratum temporis descensus per *AL*, quod idem est ac tempus motus æquabilis per *AI*, ideoque ut quadratum *AE* ad quadratum *AI*, sumtisque *AL*, *AI*, *AV* continue proportionalibus, hoc est, sumpta *AV* quadrupla ipsius *AL*, erit rectangulum ex *AL*, et *AV* æquale quadrato ipsius *AI* ac proinde ductis extremis et mediis habetur $EQ \times AL \times AV = AL \times AE^2$, sive $EQ \times AV = AE^2$, et $AV : AE = AE : EQ$; quare rursus patet gravia horizontaliter vel oblique projecta Parabolam describere. Ex hac demonstratione tota pendet ars ballistica, atque ad facilem usum comparari poterunt tabulæ, quarum ope data vi pulveris pyrii quantitate, datisque loci feriendi distantia et altitudine, invenietur elevatio *Mortarii*, sive quod idem est, angulus, quem directio globi tormentarii efficit cum horizonte.

Nihil hac in re brevius et elegantius legitur, quam quod tradidit D. de Maupertuis in *Mem. Paris. ann. 1731.* hoc ferè modo; rem analytice exprimamus. Sit $AE = t$; $EA = z$, $AL = a$, ideoque $AV = 4a$; erit $EA \times AV = 4az$, et $AE^2 = t^2$, ac proinde habetur æquatio ad Parabolam $t^2 = 4az$. Jam verò Parabola *AQ* ad li-

neam horizontalem AB facillè refertur. Linea *Jactus* AE, ut vocant, sive directio mortarii cum horizonte AB datum efficit angulum, cujus tangens dicatur n, sitque AH = x, QH = y; sumpto AH pro radio = 1; erit AH ad HE, ut radius ad tangentem, ac proindè HE = nx. Igitur EQ = EH - QH = nx - y, et AE² = AH² + HE², hoc est, tt = xx + n²xy: quare si in

$$tt = 4az, \text{ loco } tt \text{ et } z, \text{ substituantur precedentes valores; habebitur } n^2x + xx = 4nax - 4ay. \text{ Jam hujus formulæ usum consideremus. Data sit distantia horizontalis loci ferriendi } AC = b, \text{ ejus altitudo } CP = c, \text{ in præcedenti æquatione erit } x = b \text{ et } y = c: \text{ quare mutabitur in hanc } nn + bb = 4nab - 4ac. \text{ Hinc per radicem extractionem et vulgares æquationum regulas facillè invenitur directio mortarii } n = \frac{2a}{b} \pm \sqrt{\frac{4a^2 - 4ac}{b^2}}, \text{ ubi signum } + \text{ designat signum positivum vel negativum; ac proindè patet, duplicem esse posse mortarii directionem: etenim sive adhibeatur signum } +, \text{ sive } -, \text{ restitutionis quadratis, eadem redit æquatio. Si locus P sit in horizonte, jam evanescit PC ideoque } n = \frac{2a}{b} \pm \sqrt{4abb}. \text{ Si locus P sit infra C, erit } n = \frac{2a}{b} \pm \sqrt{4aa + 4ac} \frac{bb}{b}. \text{ Si data sit directio mortarii, erit, } a = \frac{nnbb + bb}{4nb - 4c} \text{ invenietur velocitas projectionis, seu vis pulveris}$$

nat signum positivum vel negativum; ac proindè patet, duplicem esse posse mortarii directionem: etenim sive adhibeatur signum +, sive -, restitutionis quadratis, eadem redit æquatio. Si locus P sit in horizonte, jam evanescit PC ideoque n =

$$n = \frac{2a}{b} \pm \sqrt{4abb}. \text{ Si locus P sit infra C, erit } n = \frac{2a}{b} \pm \sqrt{4aa + 4ac} \frac{bb}{b}. \text{ Si data sit directio mortarii, erit, } a = \frac{nnbb + bb}{4nb - 4c}$$

invenietur velocitas projectionis, seu vis pulveris

pyrii. Itaque patet, ad usum ballisticæ artis faciles expeditasque tabulas imperitis etiam militibus parari posse ope hujus formulæ, quæ quidem ipsa sola continet, quidquid in magnis voluminibus scriptum invenitur, atque eam ob causam prætermittere nolui hoc elegantissimum problema ex primis Algebrae principiis facillè intelligendum. Ceterum in doctrina ballistica hactenus explicata nullam aeris resistentis habuimus rationem, quam expertissimi quidam viri considerandam esse affirmant, alii verò negant: quare in hac inter peritissimos etiam viros opinionum varietate nova experimenta diligentius iteranda esse, censeo. Porro hoc quidem certissimum est, resistentiam maximè minui, si globus missilis sub exiguo volumine maximum pondus continet, ac proindè in hoc casu experimenta ad doctrinæ veritatem magis accedant.

II. In hoc ipso capite pendulorum doctrinam explicavimus; hæc autem est maxima pendulorum utilitas, ut accuratam exhibeant temporis mensuram. In motu quærendam esse temporis mensuram, demonstravimus in Metaphysica. Si motus sit uniformis, spatii descripti partem accipimus pro unitate, et deinde æquales ejusdem spatii partes consideramus. Tempus, quod hoc modo per motum uniformem metitur, tempus *medium* et *uniforme* appellamus; at tempus *apparens* et *verum* dicitur externa quælibet et sensibilis per motum temporis mensura, qua vulgus vice veri temporis utitur, ut hora, dies, mensis, annus. *Æquatio temporis* vocatur differentia inter tempus verum et tempus medium. *Æquabilem* censent Astronomi diurnum communem motum, qui ex diurna terre revolutione circa proprium axem ori-

tur: at inæquale est temporis intervallum inter binos appulsus Solis ad Meridianum; illud autem temporis intervallum *diem Astronomicam* vocant. Sit S Sol (fig. 26.), AB portio orbitæ telluris. linea MD repræsentet Meridianum aliquem, cujus planam productam transit per centrum Solis, dum telluris versatur in A. Progrediatur deinde tellus in sua orbita per arcum AB ad B; interea dum completur una telluris revolutio circa axem, completa revolutione Meridianus MD perveniet ad situm md priori MD parallelum; ideoque Meridianus in hoc statu nondum per Solem transit, neque incolis, qui sub Meridiano illo degunt, fiet meridies, sed oportet ut Meridianus dm motu angulari feratur, describatque angulum dBf, donec Meridiani planum per centrum Solis transeat. Exinde fit, ut dies solares una telluris revolutione circa axem longiores sint.

Si meridianorum plana ad orbitæ terrestri planum normaliter insisterent, et tellus æquabili semper motu orbitam suam percurreret, post peractam à meridiano aliquo revolutionem, ob md, et MD parallelas, angulus dBf esset æqualis angulo BSA, et arcus df similis arcui AB; atque ob tempora semper æqualia arcus AB, ac proinde angulus df esset sibi semper æqualis; ideoque dies omnes solares æquales essent, tempusque apprens cum medio congrueret. At res longe aliter se habet; inæqualis enim est telluris velocitas, quæ in motu annuo est reciproca, ut perpendicularum ad tangentem demissum, ex antea demonstratis. Præterea Meridianorum plana non sunt ad Ecclipticam, sed ad Æquatorem normalia. Sola hæc causa, dempta etiam terrestri motus inæqualitate, dierum inæqualitatem produceret; nam Ecclip-

1
tica efficit cum Æquatore angulum 23 —; si au-

2

tem dividatur Eccliptica in exiguos arcus æquales, qui Solis iter, posito ejus mota uniformi, singulis diebus repræsentent, ductis per Polos mundi, et per singula divisionum puncta circulis Meridianis, æquales non sunt Æquatoris arcus his Meridianis comprehensi; ac proinde nec æquale semper est temporis intervallum inter binos appulsus Solis ad meridianum. Hic autem pro commoditate, majorique facilitate, modo telluris, modo Solis motum adhibemus; res enim proinde se habet quoad motum apparentem.

Quæ cum ita sint, etiamsi fingamus Solem uniformi mota in Eccliptica progredi, non tamen per binos appulsus Solis ad Meridianum definiri potest tempus medium. Itaque adhibent Astronomi fictitios quosdam dies inter se æquales, et inter longiorem, breviorumque diem medios; quod ut efficiant, numerum horarum, quibus Sol in Eccliptica defertur, considerant, tempusque totum in tot dividunt partes, quot sunt horæ, quarum 24 diem integram constituunt. Quoniam autem nullam novimus in natura corpus, quod motum perfecte æquabilem conservet, qui tamen motus solus idoneus est ad dies, horasque æquales connotandas, fingunt Astronomi aliquod sidus, quod in Æquatore versus Orientem semper incedat, et motum suum nusquam intendat aut emittat, sed uniformiter Æquatorem percurrat eodem tempore, quo Sol Ecclipticam videtur describere. Talis sideris motus tempus æquale et verum representabit, ejusque motus in Æquatore diurnus esset 59, 6", qualis scilicet est medius Solis motus in Ec-

cliptica: ac proindè dies æqualis et medius per ap-
pulsus hujus sideris ad meridianum definitus æ-
qualis erit tempori, quo tota circumferentia Æ-
quatoris, seu gradus 360 per Meridianum tran-
seunt, et insuper 59' 8" hoc autem addittamen-
tum idem semper manet, ac proindè dies omnes
medii inter se æquales erunt. Cum ergo Sol inæ-
qualiter secundum Equatorem Orientem versus
promoveatur, aliquando citius hoc sidere Meri-
dianum attinget, aliquando serius ad eundem ap-
pellet. Hæc differentia ea ipsa est, quam *tempo-
ris æquationem* appellavimus; hæc autem aliquan-
do ablata, aliquando addita, evidens est tempus
medium revocari ad verum, et viceversa verum
ad medium. Porrò hæc æquatio excurret per 51,
partim hinc; partim inde, ita ut inæqualitatum
omnium summa quadrantem horæ superet dimi-
dio minuto. Itaque dierum astronomicorum inæ-
qualitatem explicavimus.

Ejusdem generis inæqualitas habetur etiam in-
ter binos appulsus ad Horizontem, quod temporis
intervallum diei italica durationem definit; sed
in hac temporis mensura multo majori est inæqua-
litas ob multo majus discrimen inclinationis Ec-
cliptica ad Horizontem. Hic apud nos Romæ ha-
rum dierum tanta est inæqualitas, ut tres horas
superet, atque inde fit, ut horologium, quod æqua-
bili motu feratur, accurate referre non possit per
totum annum nec astronomicas et communes Eu-
ropæ horas, nec Italicas, sed accelerari debeat
idemtidem et retardari, vel inde jam promoveri,
jam retrahi, sed hoc incommodum in communi
Europæ horologio multo minus est, quam in Ita-
lico. Hic autem, data occasione, præmittenda
non est sæpius renovata ab imperitis hominibus

controversia de horologii Italici cum Astronomi-
co consensu, et de hora meridiei quæ in hoc sta-
bilis est, in illo variabilis; dierum inæqualitatem
non perpendunt hi pertinacissimi viri, quod indoctorum
hominum vitium est, et ab infantia ipsas
horas considerarunt tamquam certam quamdam
et constantem mensuram, quæ 24 vicibus repetita
diem compleat. Inde autem fit, ut crasse errent, et
in conciliandis italicis astronomicisque horis sese
varie implicent. Illud tandem adiciendum, stel-
larum fixarum regressum ad Meridianum, et ad
quemvis cælestis sphaeræ circulum eodem quam
proximè fieri tempore, quod diurna revolutio per-
agitur; cum stella proprios motus perquam exi-
guos habeant, ita ut in singulis conversionibus dis-
crimen ab æquabili diurni motus intervallo sea-
sum omnem penitus effugiat; sed motus illos de-
inde explicabimus in Astronomia. Explicata tem-
poris æquatio non solum adhibetur ab Astronomis,
sed etiam ad ordinanda in usu civili horologia
usurpatur. Hinc intelligitur, qua de causa pen-
dulum, quod tempus medium demonstrat, non
consentiat cum Sole, qui tempus verum indicat,
sed modo citius eat, modo tardius. Eadem de cau-
sa mirari minime debemus, quod horologia etiam
à Fabre elaborata cum horologiis solaribus non
convenient; hinc *Solem dicere falsum* audent As-
tronomi. Hæc pauca indicasse satis sit, quæ sub-
jecto Tyronum oculis terrestri vel cælesti globo
debent explicari.

III. Horologia pendulis instruere primus om-
nium docuit Hugenius in opere immortali: *de ho-
rologio oscillatorio*; quod quidem præclarissimum
inventum eximiam hujus capituli utilitatem satis
demonstrat, pauca igitur de horologiorum struc-

tura et ex præcedentibus facillè colligenda hic adjungam. Pendula horologiis ita communiter aptari solent. Rota, quam vocant *occursus*, horizontaliter volvitur, ac proindè *librator* supra rotam extenditur, ejusque *pinnae* duæ, quarum plana angulam rectam comprehendere solent, ita denticulis inferuntur, ut pina altera denticulo impellatur, dum opposita à suo denticulo se eximit; id autem facillè obtinetur, si rota numerum imparem denticulorum habeat, et libratoris axis per centrum rotæ transeat. Facilitatis ergo consideremus horologium duabus tantum rotis instructum; prima seu inferior rota 120 denticulos habere ponatur, eaque duas circulationes intra horam fingatur absolvere; hæc ergo æquivaleret rotæ denticulorum 240. Secunda rota habeat rotulam denticulorum 5; dum quinque denticuli majoris rotæ transeunt, unam circulationem secunda rota absolvet. Jam per divisionem inveniendum est, quoties quinquarius numerus contineatur in 240, *quotiens* erit 48; quare intra horam secunda rota circulationes 48 absolvet. Ponatur autem, secundam rotam constare 35 denticulis, quorum quilibet duas vibrationes efficit, cum his vibratorem attingant; quare singulis circulationibus efficiet vibrationes 70. Jam multiplicetur numerus 70 per 48, habebuntur 3360 vibrationes simplices intra horam. Calculus perinde se habet, si eadem manente rota inferiori 120 denticulorum, mutentur rotula, et secunda rota. Itaque prima rota sit denticulorum 120, quæ duas circulationes intra horam efficiat, ideoque æquivaleat rotæ denticulorum 240; rotula secunda sex habeat denticulos; dividatur numerus 240 per 6, quotiens erit 40; quare secunda rota quadragesies intra horam rotatur; habeat au-

denticulos quilibet singulis circulationibus bis libratorum attingit, duplicetur is numerus, fientque 90, quæ multiplicentur per 40, et habebuntur vibrationes simplices intra horam 3600; hoc est vibratio quolibet simplex minutum secundum æquabit.

Simili ratione initur calculus pro alio quolibet rotarum numero. Instructum ponatur horologium rotis tribus, quarum prima dentes 122 habet, secunda rotula dentes 7, rota secunda 60, rotula seu axis tertiæ rotæ habeat denticulos 8, rotæ *occursus* 15, hoc modo habebitur vibrationum numeros. Dividatur 112 numerus denticulorum primæ rotæ quæ singulis horis semel circumvolvitur, per 7, nempe axem secundæ rotæ, invenitur rotam secundam intra horam decies axes circumvolvi; habet autem hæc rota denticulos 60; quare multiplicentur 16 per 60; invenientur 960, ideoque intra horam 960 denticuli rotæ secundæ transeunt, qui numerus dividendus est per 8, axem tertiæ rotæ, quæ proindè 120 circumvolutiones absolvet. Habet autem hæc rota 15 denticulos, qui vibrationes simplices 30 perficiunt; quare multiplicentur 30 per 120, invenientur vibrationes simplices 3600, quarum una minuto uno secundo æquivaleret.

Ex his omnibus intelligitur praxis horologiorum artificibus vulgatissima; quarum scilicet numeros, qui exprimentur; quoties numerus dentium rotæ alienius denticulos rotæ alterius contineat; illos autem numeros *exponentes* vocant. Itaque ex demonstrata pendulorum doctrina determinari debet numerus vibrationum penduli dati, quo tempore rota aliqua circulationem unam absolvit;

quod quidem facile habetur, cum sit numerus vibrationum dato tempore peractarum in ratione subduplicata inversa longitudinis penduli. Numerus vibrationum inventus dividatur per 2, quotiens erit productum ex omnibus exponentibus; sive quod idem est, duplum productum ex singulis exponentibus æquatur numero vibrationum penduli, durante una rotæ inferioris revolutione, ut ex dictis evidens est. Itaque si construendum proponatur pendulum aliquod rotis instruendum, primo notum esse oportet numerum vibrationum penduli, quo tempore rota una suam circulationem perficit; tempus illud ponatur unius horæ; pendulumque ad minuta secunda suas oscillationes componat, ita ut singulæ vibrationes sint minuti

unius secundi, seu pars $\frac{1}{3600}$ unius horæ. Itaque

interea dum rota semel circumvolvitur; pendulum absolvit vibratione 3600, qui numerus erit duplum productum ex singulis exponentibus: quare si exponentes dicantur r, s, t, erit $3600 = r s t$, ac proinde $1800 = r s t$. Quia verò exponentes r, s, t, sunt quantitates indeterminatæ, patet id effici posse, ut nempe rotæ occursum eundem circulationum numerum dato tempore conficiat, mutatis rotarum axiumque dentibus, dummodo productum ex singulis exponentibus maneat. ex. gr. Ponamus horologium pluribus instructam rotis, quarum una denticulos habeat 48, dentibus 8 donata sit rotula, cujus axi affixa sit rota dentibus 40 instructa, habeatque rotula dentes 6, et illius axi inferatur rota dentium 36, quæ cum rotula dentium 6 connectatur; cum hac rotula jun-

gitor tympanum vel rotæ occursum; numerus circulationum rotæ occursum, interea dum prima

	$\frac{48}{8}$	$\frac{40}{6}$	$\frac{36}{6}$
ta circulationem unam absolvit, erit	X	X	X
$= 240$; si autem alii adhibeantur numeri	10	8	6

56

$X - = 240$, alia prodit rotarum series priori æ-

quivalens. Ex his paucis derivari possunt plurima ad praxim utilissima. Ceterum unusquisque facile intelligit, explicatam rotarum combinationem non solum valere in majoribus horologiis pondere appenso sollicitatis, sed etiam in horologiis portatilibus, quæ elastro aliquo moderantur. Hæc autem omnia subjecto Auditorum oculis horologio exponi debent.

CAPUT II.

De extensione et reliquis inde pendentibus corporum proprietatibus.

Sub duplici ratione considerari potest extensio, vel quatenus est *sensibilis*, seu *physica*; vel quatenus est *notio abstracta*, seu *methaphysica*. Extensio primo modo considerata est effectus certa corporum actione in organis corporeis productus, quo fit, ut corporum superficies tactu percursæ plures à se invicem diversas partes seu varias partium distantias nobis repræsentent. Extensio considerata quatenus est *notio abstracta*, est ipsa no-

quod quidem facile habetur, cum sit numerus vibrationum dato tempore peractarum in ratione subduplicata inversa longitudinis penduli. Numerus vibrationum inventus dividatur per 2, quotiens erit productum ex omnibus exponentibus; sive quod idem est, duplum productum ex singulis exponentibus æquatur numero vibrationum penduli, durante una rotæ inferioris revolutione, ut ex dictis evidens est. Itaque si construendum proponatur pendulum aliquod rotis instruendum, primo notum esse oportet numerum vibrationum penduli, quo tempore rota una suam circulationem perficit; tempus illud ponatur unius horæ; pendulumque ad minuta secunda suas oscillationes componat, ita ut singulæ vibrationes sint minuti

unius secundi, seu pars $\frac{1}{3600}$ unius horæ. Itaque

interea dum rota semel circumvolvitur; pendulum absolvit vibratione 3600, qui numerus erit duplum productum ex singulis exponentibus: quarè si exponentes dicantur r, s, t, erit $3600 = r s t$, ac proindè $1800 = r s t$. Quia verò exponentes r, s, t, sunt quantitates indeterminatæ, patet id effici posse, ut nempe rotæ occursum eundem circulationum numerum dato tempore conficiat, mutatis rotarum axiumque dentibus, dummodo productum ex singulis exponentibus maneat. ex. gr. Ponamus horologium pluribus instructam rotis, quarum una denticulos habeat 48, dentibus 8 donata sit rotula, cujus axi affixa sit rota dentibus 40 instructa, habeatque rotula dentes 6, et illius axi inferatur rota dentium 36, quæ cum rotula dentium 6 connectatur; cum hac rotula jun-

gitor tympanum vel rotæ occursum; numerus circulationum rotæ occursum, interea dum prima ta circulationem unam absolvit, erit $\frac{48}{8} \frac{40}{6} \frac{36}{6}$
 $= 240$; si autem alii adhibeantur numeri $\frac{X}{10} \frac{X}{8}$

56

$X - = 240$, alia prodit rotarum series priori æ-

quivalens. Ex his paucis derivari possunt plurima ad praxim utilissima. Ceterum unusquisque facile intelligit, explicatam rotarum combinationem non solum valere in majoribus horologiis pondere appenso sollicitatis, sed etiam in horologiis portatilibus, quæ elastro aliquo moderantur. Hæc autem omnia subjecto Auditorum oculis horologio exponi debent.

CAPUT II.

De extensione et reliquis inde pendentibus corporum proprietatibus.

Sub duplici ratione considerari potest extensio, vel quatenus est *sensibilis*, seu *physica*; vel quatenus est *notio abstracta*, seu *methaphysica*. Extensio primo modò considerata est effectus certa corporum actione in organis corporeis productus, quo fit, ut corporum superficies tactu percursæ plures à se invicem diversas partes seu varias partium distantias nobis repræsentent. Extensio considerata quatenus est *notio abstracta*, est ipsa no-

tio materiæ à qualitatibus sensibilibus, et quibuscumque limitibus per mentem separata. Hæc altera extensionis species ad Metaphysicam proprie pertinet, et spatii *imaginarii* nomine generatim venire solet. Si autem spatium undequaque expansum certis corporum distantis, atque intervallis restringamus et limitemus, spatium illud determinatum dicitur *vacuum*. Itaque duplex extensio rursus intelligi potest *penetrabilis* et *impenetrabilis*. Extensio penetrabilis seu vacuum, illa, est quæ corpora admittit; impenetrabilis autem vel *soliditas*, quæ corpora excludit. Evidens autem est *figuram* nihil aliud esse, quam diversam partium extensionem diversumque ordinem, ac proinde in idem caput referri potest corporum *figurabilitas*: quare totum caput illud in quatuor articulos dividemus. 1. erit de extensione penetrabili; 2. de impenetrabili; in 3. de corporum figurabilitate differemus; in 4. tandem explicatis octo universalibus corporum proprietatibus, de corporis natura ultimum articulum adiangemus.

ARTICULUS I.

De extensione penetrabili.

I.

Certissimum est nullam extensionis etiam penetrabilis notionem sine corporum interventu, sive tactu et motu nos acquirere: etenim fingamus hominem sensuum omnium facultatibus præditum, qui tactus organum in unicam dumtaxat materiam portionem sine ullo motu exercuerit, extensionis notionem careret talis homo, eamque acquire-

re inciperet, ubi primum moveretur. Et re quidem ipsa corporis alicujus extensionem non cognoscimus, nisi tactus organo ipsam corporis superficiem continue et successive percurramus. Neque satis est, ipsam corporis superficiem moveri; interim quiescente organo, ipsum quoque organum moveri necessum est: etenim per motum extra propriam existentiam, ut ita dicam, erumpimus, objecta externa agnoscimus, illorum dimensiones, distantias novimus. Ad extensionis notionem ita necessario pertinet motus, ut existente etiam unica atomo extensionis notionem possemus acquirere, si tactus organum moveretur, et successive ab illa atomo in diversis punctis afficeretur; etenim organi motus, et *impressionis successive* continuitas ipsam atomum veluti multiplicat atque extendunt.

Re quidem vera extensionis sensatio per visus organum nobis etiam advenit, oculus amplissimum spatium, ad quod tactus non pervenit, longe lateque amplectitur, instrumentorum ope maximas etiam objectorum distantias metitur. Verum id fieri non potest, nisi oculus tacta fuerit edoctus, quod quidem demonstrat exemplum cæsi nati, qui ablata cataracta oculorum usum acquisivit. Hanc historiam narravimus in Metaphysica, ubi de extensionis et spatii notione plura tradidimus. Id ergo compertum est, sive tactus exercitio nullum de objectorum dimensionibus, formis, distantis, extensione fieri posse iudicium. Neque extensionis ideam formare quis posset, etiamsi objectorum imagines in fundo oculi delineatas moveri fingamus; hi enim apparentes motus simplici *successionis* notioni originem præberent non secus ac faceret tonorum vel odorum

series, quæ successive auditus vel olfatus organa afficeret; sed nulla motus realis, ac proinde et extensionis notio nasci posset. At tactus organum in ipsam materiam immediate agit, dimensiones, formasque corporum sentit, et quamdam experitur resistentiam, quam ad aliquid extra nos existens referre cogimur.

II. Quamvis extensionis notio ex ipsa corporum existentia ducat originem, immerito tamen inde colligeretur, nullam esse extensionem corpore vacuam, seu penetrabilem. Hac de re magno animorum aestu in scholis disputatur. Vacui existentiam negabant Peripatetici, possibilitatem negant Cartesiani. Ab utraque tamen Philosophorum secta longe differunt Leibnitiani, qui nullam *realem* extensionem admittunt, sed extensionem quamlibet velut merum *phænomenon*, rerumque coexistentium ordinem arbitratur. Hanc opinionem, quam in Metaphysica jam explicavimus, variis in locis opportune revocabimus. Porro licet sensuum testimonio circa hanc quæstionem nihil omnino defuiri possit, vacuum tamen existere ostendunt rationes validissimæ. Ad præsentem articulum pertinent conclusiones duæ.

CONCLUSIO.

Validissimis rationibus probatur vacuum.

I. Fingamus, nullum existere vacuum; corpora omnia sunt æqualiter plena, seu eandem materie quantitatem continent sub eodem volumine, quod quidem fateri cogantur, qui vacuum negant. Demonstravimus autem, pondera quantitibus materie proportionalia esse; igitur sub eo-

dem volumine idem pondus habent corpora singula, quæ proinde forent ejusdem gravitatis specificæ: sed absurdum est, aurum, levissimamque plumam ejusdem dici gravitatis specificæ, ideoque et vacuum demonstrant experimenta.

II. In Physica notissimum est jam antea à nobis descriptum experimentum, quo nempe corpus quodlibet in vacuo Boyliano æqualibus temporibus æqualia spatia percurrit, sive idem corpus in amplissimum redigatur. Illud verò experimentum demonstrat, non solum aerem hauriri sed etiam illius loco nullam aliud fluidum succedere: etenim quodcumque sit fluidum illud, quo major est corporis superficies, eo plures fluidi particule corpori descendenti resistent, ac proinde corpus, mutata utcumque superficie, eadem non descenderet velocitate; imò corpora sibi libere relicta per aerem non descenderent; aer enim foret ejusdem gravitatis specificæ cum corpore immerso, quod proinde aeri innataret. Hujus argumenti vis tota intelligitur, explicata deinde fluidorum doctrina: interim verò experimentis compertum habetur, idem corpus majori, vel minori volumine donatum per idem fluidum eadem velocitate non descendere; imò quiescere, si eandem cum fluido habeat gravitatem specificam.

III. Demonstravit Newtonus, motum globi intra fluidum æque densum delati, ob ipsam fluidi resistentiam totum amitti eo tempore, quo

8

globus percurreret — diametri suæ partes. Hæc

3

quidem demonstratio ad difficiliorem fluidorum doctrinam pertinet; interim tamen evidens est, et experientia compertum, fluida densissima cor-

porum motibus maximè resistere. At si nullum admittatur vacuum, jam fluida omnia talem habent densitatem, qua nulla major esse possit. Itaque à multis retro sæculis perturbatus, atque extinctus omninò fuisset globorum caelestium motus, qui tamen certa, perpetuaque periodo absolvitur. Alia quidem plurima asserri solent argumenta, sed hæc pauca omnium validissima seligere satis sit, ex quibus tandem sic concludere licet. Admittendum est vacuum, quod experimenta, phaenomenaque cælestia demonstrant, atqui cet. ergo.

Objic.: admittere non repugnat fluidum aliquod subtilissimum, quod corporum omnium poros libere permeet, quod proinde in *campanam pneumaticam*, extracto aere, succedat, nullamque vacuum permittat. Neque etiam repugnat, fluidum illud esse omnis gravitatis expers, etenim quid prohibet, fluidum aliquod concipi sine conatu, vel *tendentia* ad centrum terræ? Hanc vim in subtilissimis flammæ, lucisque particulis minime observamus. Hinc Cartesiani ita argumentantur: ad demonstrandum vacuum diversam corporum gravitatem specificam maximè jactant, qui vacuum admittunt; atqui in prædicta hypotesi ratio illa evanescit omninò; ergo cet. Resp. c. maj. dist. min., talis hypotesis fictitia omninò est, et philosophandi regulis contraria e. hypotesis illa philosophica est, et philosophandi regulis consentanea, n. quare n. cons. Comentitium illud fluidum è cultiori Physica proscribendum esse, jam demonstrabimus, ubi sermo fuit de vorticibus Cartesianis. Et re quidem ipsa hujus argumenti pondus gravissimum ita senserunt Recentiores cartesianæ hypolheseos reformatores, ut vacuum admittere non dubitaverint. Quod spectat flam-

mæ, lucisque materiam, tantilla est illarum gravitas, ut nullo experimento conspicua esse possit, omnemque Physicorum diligentiam longe sagiat. Hæc autem levitas quæ *relativa* est dumtaxat, nostræ conclusionis veritatem apprime confirmat; indè enim evincitur, lucis particulas nihil ferè materiæ continere, ac proinde et vacuum existere. Id rursus facili ratiocinatione intelligere licebit. Tanta est radiorum solarium velocitas, ut totum illud vastissimum spatium, quod Solem inter, nostrumque globum spanditur, brevissimo septem, vel octo minorum intervallo percurrat, quod quidem demonstrant suo deinde loco deferendæ observationes astronomicae. Jam verò fingamus, minimam materiæ portionem, quæ sub experimentis cadere possit, in delicatulam visionis organum tanta, et ferè immensa velocitate incurere, unico ictu solverentur omninò delicatissimæ oculorum partes et in pulverem redigerentur: recordandum enim est, vires corporum esse ut productum ex quantitate materiæ in velocitatem, in quadratum velocitatis: quare cum ex perpetuo radiorum solarium fluxu offensionem nullam pariatur oculi; hinc patet exiguam omninò esse, et ferè nullam in radiis solaribus materiæ quantitatem. Id verò magis, ac magis manifestum fiet comparatione instituta cum micimis globulis vi pulveris pyrii explosis, quorum tanta vis est, ut non solum homines, sed urbium quoque muros disjicere, et solo equare valeant. Tandem fatendum est, nulla revera demonstratione ostendi posse talis fluidi impossibilitatem, cum ignota nobis sit intima corporum natura. Verùm in hisce dumtaxat proprietates consideramus, illas-

que ad humanæ societatis utilitatem transferre conamur: quare etiamsi tale fluidum liberalius concedamus, quod tamen phylosophandi legibus repugnat, nobis perinde est, ac si nullatenus existeret; ideoque de hoc inutilissimo fluido nihil curare debent Physici, qui multa scirent utilia, si non dicerent superflua.

Inst. 1. : ad splicandam motuum cælestium perpetuitatem atque constantiam radiorum solarium exemplo iterum utuntur Cartesiani. Et quidem solares radii sine ullo impedimento, sine perturbatione ulla sese mutuo decussant, et secundum quamlibet directionem intersecant. Fingamus ergo, planetas insimili fluido deferri, jam nullam resistantiam patientur; ponamus nempe, fluidi cælestes particulas omni tenacitate et inertia esse destitutas, nullam errorem experientur cælestes motus, ideoque evanescit alterum vacui argumentum. Unde sic argumentantur; non repugnat hypothesis illa quæ radiorum solarium exemplo confirmatur; atqui cet. ergo. Resp. N. min. Ad illam objectionem eadem serè est, quæ ac præcedentem, responsio: etenim quod solares radii sine ulla perturbatione sese mutuo trajiciant, id repetendum est ex illorum incredibili fere subtilitate et materiæ quantitate serè infinite parva. Hæc ergo summa radiorum mobilitas et directionis cujuscumque facilitas ipsum vacuum demonstrant. In hac objectione fingitur fluidum omni inertia et partium tenacitate destitutum; quod quidem fingere non minus absurdum est et philosophandi regulis contrarium, quam corpus aliquod gravitate spoliare.

Inst. 2. : non repugnat extensionem meram

esse phænomenon, nullamque extensionem revera existere. Leibnitianam hac de re hypothesis in metaphysica jam explicabimus: si nempe res plures tales sint, ut diversas in organis sensoris impressiones, diversasque in nobis excitent ideas; jam res illas consideramus tamquam plures, ideoque extra se invicem existentes. Ex illa diversitatis notione per sensus et maximè per organum tactus acquisita nascitur notio extensionis. Pari modò quod corpus determinatam repræsentet figuram, magnitudinem, motum, id fit non quod res ita se habeat, sed nihil aliud significatur nisi corpus tale esse, ut illas nobis excitet ideas quas experimur. Unde sic argumentari licet; nullum existit vacuum, si extensio meram sit phænomenon; atqui hæc hypothesis non repugnat, cum nos lateat intima rerum natura; ergo cet. Resp. dist. maj., si extensio *sensibilis* meram sit phænomenon, hoc est, si merè *idealis* sit, nihilque *realitatis* extra mentem habeat, c. maj., si extensio meram sit phænomenon, hoc est, si nihil *substantialitatis* habeat, non sit tamen merum nihil, Neg. maj. dist. min. N. cons. Brevius explicari debet hæc objectio, quæ deinde in meliori lumine collocabitur, ubi sermo erit de corporis natura. Cartesiani dividunt corporum proprietates in *absolutas*, seu *primitivas*, et in *relativas*, seu *secundarias*. Proprietates absolutas dicunt illas, quæ ad tactum pertinent, extensionem imprimis et soliditatem; reliquas verò, quales sunt odores, colores, sapes, soni cet. *relativas* appellant. Arbitrantur nimirum, proprietates absolutas eo modò in corporibus existere quo nobis repræsentantur. At proprietates *relativas* tales esse, affirmant, ut certam ad nostras ideas habeant relatio-

nem, vi cuius tales ideas constanti lege in nobis excitant, ita ut tamen res longe aliter se habeat, ac nobis apparet. Verum alii subtiliores Methaphysici omnes omnino corporum proprietates æque relativæ esse existimant, ignotam prorsus nobis esse intimam corporis naturam asserunt, nullamque proinde afferri posse accuratam definitionem, sed à nostro dantaxat cognoscendi modo desumptam. Quod ut intelligatur, diligenter notandum est, ideas nostras proprietatibus illis similes omnino esse non posse, ut externæ hominis figuræ pictura est similis; nam horum utrumque et substantiale est et æque materiale; at idea ad mentem pertinet, nihilque substantiale aut materiale habet, quale est idea objectum; quare hoc similitudinis genus ne in ideis quidem per tactus organum excitatis haberi potest. Deinde notandum est, talem in omnibus ideis ad objecta ipsa haberi relationem; ut ab iisdem objectis eodem modo applicati eadem in nostra mente excitentur ideas, quod quidem in nostris institutionibus metaphysicis fuse explicabimus. Itaque Philosophi illi nullum inter sensibiles corporum qualitates statuunt discrimen, easque considerant tantum velut actionem, quam corpora certis legibus in sensuum nostrorum organa exercent, ex qua sensatione certa idea in mente excitatur. Sed quidquid sit de variis illis Philosophorum placitis ad examen deinde revocandis, interim evidens est, hanc objectionem nostræ conclusioni nomine contrariam esse, si probe recordemur cultioris Physicæ scopum; consideramus nempe sensibiles corporum qualitates, quatenus sunt effectus ad nos et humanæ societatis utilitates referendi. Porro manifestum est, in hoc sensu negari non posse

extensionem, *sensibilem* scilicet, quidquid sit de extensionis natura; sed *nostrum non est tantas componere lites*. At observandum est, cum *Idealistis* confundi non debere Philosophos, qui extensionem velut phenomenon habent. Et quidem Idealistæ corpora existere negabant, nostrasque omnes sensationes perpetuum errorem esse somniabant. Ab hac autem insania, quam in *Metaphysica* confutabimus, longe absunt prædicti Philosophi, qui corpora existere admittunt, et ex ipsa partium coexistentia extensionis notionem oriri, affirmant. Eodem nimirum sensu extensionem phenomenon appellat, color phenomenon dici solet. In hac hypothese evanescere, et submoveri omnino videtur tota de *vacuo* et *plano* controversia. Cum enim ex spatii et extensionis notione hæc quæstio originem habeat, tota huc revocatur, an scilicet extensio et spatium sint realitates quæ aliquid substantialitatis habeant, an verò in simplici partium coexistentium ordine consistant. Si quæstio ita explicetur, jam tota cadit; cum plenum et vacuum mera sint phenomena. Itaque investigari non debet, utrum existat plenum aut vacuum, sed potius instituenda est quæstio, an per phenomenon vacui an per phenomenon pleni naturam nobis possimus representare. Imò cum hic agatur de natura, non prout est in se, sed quatenus nobis apparet, non repugnat, vacui et pleni phenomena simul existere, si non in eodem casu, saltem in casibus diversis. Et re quidem ipsa pari jure nobis representare licet extensionem ex partibus *similaribus* et sine ulla vi compositam, vel constantem ex partibus *dissimilaribus* et vi aliqua præditam. In primo casu Leibnitioni vacui, in altero autem pleni notionem formamus. Hæc autem explicatio

conferri debet cum iis quæ de spatio et extensione diximus in Metaphysica. Ceterum hæc omnia, quæ incautis nulliusque attentionis hominibus frivola videri possent, utilissima tamen esse atque gravissima in appendice demonstrabimus.

Inst. 3. : si vacuum existere fingamus, jam nulla est ratio, cur corpora hunc vel illum locum occuparent; cum enim similes sint atque uniformes singulæ spatii partes, sine ulla ratione sufficiente ad Orientem vel Occidentem locata fuissent impossibilitatem arguunt Leibnitiani, cum Deus sine ratione nihil facere possit. Unde sic argumentantur: admittenda non est opinio illa, quæ receptissimo rationis sufficientis principio repugnat; atqui cet. ergo. Resp. N. maj. In effectibus materialibus admittendam quidem esse rationis sufficientis principium ostendimus in Metaphysica; at in effectibus liberis locum habere non posse, ibidem demonstravimus. Porrò creatio mundi pendet ab omnipotenti Dei voluntate quæ est suprema et ultima rerum creatarum ratio. Itaque principium illud in effectibus liberis etiam humanis rejiciendum omninò est; imò in effectibus etiam materialibus parce admodum adhiberi debet; neque tantam, quam Leibnitiani prædicant, utilitatem habere potest; cum enim nos ut plurimum lateat rerum sufficiens ratio firmissima non sunt argumenta, quæ ex ratione sufficiente desumi solent. Principium istud adversus nostram conclusionem minime valere certissimum est; dum enim vacuum admittimus, de spatii natura nobis prorsus ignota nihil pronuntiare audeamus, atque satis nobis est rejicere plenum Cartesianum, neque aliquid affirmare volumus de obscurissima controversia, an ple-

num et vacuum pro phænomenis haberi debeant, ut explicavimus in præcedenti responsione. Igitur probe observandum est discrimen inter hypothesein Cartesianam et Leibnitianam; hæc ultima tum plenum, tum vacuum ut mera phænomena judicat, neque hæc opinio iisdem laborat difficultatibus quibus obnoxia est Cartesianam hypothesis. Ita adversus plenum Cartesianum objicitur solet motus impossibilitas, cujus quidem objectionis non tanta est vis quanta in vulgaribus Physicorum libris jacatur; at in Leibnitiana hypothesis nulla est omninò. Dum enim dicunt Leibnitiani, corpus aliquod data velocitate datum spatium percurrere, motus et spatii non intelligunt realitatem in rebus existentem, sed dumtaxat ideam confusam, quam mobilis perceptio diversusque coexistentiæ ordo in anima producant. Hoc modo interpretandam esse ajunt celebratissimum Zenonis argumentum de Achille et Testudine. Et quidem minus verisimile existimant eo insaniam unquam devenisse aliquem, ut motum, prout est phænomenon, negare potuerit, eumque à Zenone negatum fuisse opinantur in eo dumtaxat sensu, quod notiones spatii, loci, temporis motusque sensibilis velut imaginarias habuerit. Ceterum tantum abest ut ex hac rerum physicarum obscuritate tantaque opinionum varietate aliquid utilitatis præclarissime hæc scientiæ detrahi possit; quin contra hinc derivari possint utilitates maximæ, quas in appendice demonstrabimus.

CONCLUSIO II.

Corpora omnia innumeris poris pertosa esse demonstratur.

I. Corpora omnia etiam penderosissima infinitis propemodum poris seu foraminibus cribrata esse, manifestum est exemplo crystalli. Nulla in crystalli superficie assignari potest pars vel minima quæ non sit eximie pellucida. Hæc autem pelluciditas summa intelligi nequaquam potest, nisi ad opposita superficiem puncta radius lucis pateat facilius transitus. Hinc evidens est crystallum non solum innumeris poris scatere, sed nihil ferè materiæ omninò solidæ continere. Inde autem ad examen revocari potest auri porositas; notam enim est experimentis, pondus auri esse ad pondus crystalli sub eodem volumine ut 8 ad 1; quare quantitas materiæ in auro est ad quantitatem materiæ in crystallo ut 8 ad 1, ideoque aurum licet sit corporum omnium quæ nobis nota sunt, ponderosissimum, nihil ferè habet materiæ, ac proindè infinitis propemodum poris pertusum est. Et quidem si aurum redigamus in tenues lamellas easque microscopio contemplerur, non solum apparent pellucidæ, sed variis modis implexæ innumerisque meatibus hiantes observantur. Similiratione argumentando à fortiori, ut dicunt, demonstratur multo magis porosa esse corpora alia.

II. Præcedens demonstratio satis quidem esset; sed asserre non abs re erit experimenta nonnulla quæ utilissima esse possunt. Darissima etiam marmora à fluidis plurimis penetrantur, à spiritu vini, à spiritu terebinthinæ. Parare docuit Clar.

Dufajus in Mon. Paris. ann. 1728 et 1732 liquores plurimos, qui compactissimos quoque lapides faciliè pervadunt suaque relinquunt. Hinc si liquores illi variis tingantur coloribus, atque in aliqua superficie ducantur lineamenta, per varia lapidis strata ad oppositam usque superficiem liquorum vi transmitti poterit imago quælibet suis pieta coloribus. Notissima est Physicis perspiratio insensibilis quæ à primo observatore Sanctorio, nomen *Sanctorianæ* retinuit; ex octo alimentorum libris quas aliquis uno die sumeret, quinque circiter hic apud nos, ætate vegeta, vita comoda, victu moderato, per transpirationem elabantur; hujus tamen transpirationis copia major vel minor est pro regionum varietate diversaque cali temperie. Omnium animalium cutis scætet vasibus innumeris, quorum aliqua *absorbentia*, alia *exhalantia* vocantur. Hæc vascula quæ sub squamulis *epidermidis* oblique patent, tanta sunt subtilitatis ut computante Leuwenhoekio in spatio unius arene globulo non majori hient plusquam 125000 hujusmodi meatus. Hi, *absorbentes* scilicet, subtilissimis particulis ingressum; isti autem, nempe *exhalantes*, exitum permittunt. Ex hac corporis humanam porositate intelligitur balnearum usus, per totam corporis superficiem introductis aquæ particulis ad sanguinem usque cujus moleculas nimium coherentes dividunt, et ad circulationem faciliores reddunt. Hæc summa porositas in arboribus plantisque omnibus observatur: vegetabilia omnia è terræ gremio per poros suos suum nutrimentum hauriunt et per totam substantiam quaquaversum propagant. Legenda sunt pulcherrima hæc de re experimenta quæ habuit Clamensis. Halesius in *Statica vegetabilium*.

Neque prætermittenda est onorum porositas, ex qua trahi potest utilitas non exigua. In suprema ovirecens exclusi superficie videre est substantiam quamdam lacteam; hæc autem progressu temporis evanescit per ipsos corticis poros elapsa, atque hæc ova nutritioni minus sunt idonea, et tandem corruptioni obnoxia. Ut autem hæc materia servetur integra oraque à putredine liberentur, hoc remedium excogitavit Reamurius. Ovi putamen adipe ovina, vel etiam *vernice*, ut vocant, facta ex spiritu vini, ex omni parte imbuunt; hoc artificio materiæ lacteæ exitus præcluditur, et ova per plures menses intacta servari possunt, non secus ac si recens fuerint exclusa; quod quidem in longinquis navigationibus in primis utile esse potest.

In vulgaribus Physici institutionibus describitur atramentum quod *simpaticum* vocant. Hoc autem modo parari solet. Lythargyri uncia sumatur, quæ cum aceti distillati uncis quinque vel sex misceatur: ubi autem acetum lythargyro probe saturum est, illud per chartam de more percolatur. Hoc liquore qui *acetum saturni* à Chymicis appellatur, utendum est ad exarandos characteres, quos non magis conspicies quam si aqua scripseris; verum si adhibeatur liquor alius mox dicendo artificio comparandus, jam characteres pulchre fiant conspicui. Itaque capiat auripigmenti uncia una, quæ cum calcis vivæ uncis duabus misceatur, mixture immittatur aqua, habebitur liquor albus, quo imbuenda est charta aliqua characteribus antea descriptis imposita, centum etiam interpositis chartarum foliis; statim hujus liquoris particula multa permeant chartæ folia, et characteres qui antea oculos fugiebant, præclare nigros legemus atque mirabimur.

Ex descriptis experimentis patet, innumeris poris pertusa esse dura cujuslibet speciei corpora; unum dumtaxat in corporibus fluidis experimentum asserre satis erit. Fluidorum porositas inde facile colligitur, quod fluida quædam se invicem imbibant. Si intra tubum in quo oleum vitrioli continetur, certa infunditur aquæ quantitas et volumina respectiva notentur, mixtione facta atque fermentatione sedata, volumen invenitur justo minus. In aliis mixtionibus plurimis idem se experimentum fuisse testatur Muskembroechius; sed generatim fluidorum omnium porositas ex diversa eorum gravitate specifica facile patet. Itaque ex his omnibus sic concluditur: admittenda est summa illa corporum porositas, quam capta in omni corporum genere experimenta demonstrant; atqui cetero ergo.

Objic. Si corpora omnia innumeris poris pertusa sunt, jam absoluta corporum pondera non cognoscimus; ignota enim est materiæ quantitas, ac proinde et ignotum pondus quod materiæ quantitati proportionale est: atqui id repugnare videtur: ergo est. Resp. c. maj. N. min. Nullam inveniri potest corpus perfecte solidum, quod quidem si invenire liceret, jam innotesceret quantitas materiæ in singulis corporibus, illorumque proinde pondus absolutum, conferendo scilicet datam aliquam materiæ portionem cum pari volumine diversorum corporum. Quamobrem cum tali corpore perfecte solido careamus, superfluis conjecturis indulgent otiosi Philosophi, qui fictitiis hypothesebus materie quantitatem determinare conantur; imò totum hoc universum ex materiæ quantitate valde exigua contare probabilissimum est, et præjudicatas hæc de re vulgi opiniones demons-

trabimus, ubi sermo erit de materiæ subtilitate.

Inst. 1. Si tanta sit corporum porositas, in errorem nos perpetuo inducerent sensuum organa, falsisque sensationibus nos perpetuo deciperet Deus; atqui hæc illusio divinæ veracitati repugnat: ergo Resp. N. min. Plurimæ sensum fallaciæ per ratiocinationem philosophicam ad examen revocari atque emendari possunt, nec sensibus temere credendum est: *non est iudicium veritatis in sensibus*, inquit S. Augustinus. Itaque Deus ad sensuum errorem nos minime cogit. Præterea superbissimos sese ostendunt Philosophi, qui humanas cognitiones ultra justos limites longius extendunt; pauca admodum novimus in rebus philosophicis; atque in hac cognitionum nostrarum imbecillitate non violatur divina veracitas, sed contra maximè commendatur optimi numinis infinita bonitas, cui placuit eas tantum hominibus concedere cognitiones, quæ ad justas vitæ hujus utilitates, et ad finem ultimum, vitam scilicet æternam perducere possunt.

Inst. 2. Si corpora tot poris pertusa sint, jam per omnium corporum poros perpetua efflaerent corpuscula, per ipsos quoque corporis humani poros necessaria ad vitam fluida erumperent; atqui hæc perpetua effluvia repugnant omnino; ergo cet. Resp. N. min. Re quidem vera ex singulis corporibus perpetua exeunt effluvia, quæ quidem ponderis jacturam aliquando demonstrant, interdum autem nullam, pro varia efflavorum subtilitate. Hanc efflaviarum tenuitatem ferè incredibilem ostendant corpora odorifera, quæ per plures annos, absque allo quod observationibus et experimentis conspicuum esse possit, ponderis detrimento, subtilissimas emittunt particulas, quibus organi ol-

factorii papillas pungi atque vellicari necessum est. Quod autem per corporis humani poros necessaria ad vivendum fluida non erumpant, id repetendum est ex diversa fluidorum pororumque figura, cujus eam oportuit esse varietatem, ut in sani corporis statu necessariis fluidis exitum prohiberet. Itaque rursus semperque laudanda est divina bonitas, quæ admirabilem corporis nostri structuram ita composuit ut vivere possemus, et quantum ipse Deus vellet, viveremus, ad immortalam vitam deinde transituri.

ARTICULUS II.

De extensione impenetrabili.

I.

Impenetrabilitatem jam definivimus eam corporis proprietatem, qua fit, ut singula corpora omnibus aliis corporibus undequaque prementibus resistent, et quamdiu aliquem occupant locum, corpora alia ab eodem loco excludant. Porrò hic sermonem habemus de impenetrabilitate *sensibili*, qualem per contactum sese manifestat. Non desunt quidem doctissimi viri, qui nullam accuratam continuitatem, aut soliditatem admittunt, omnemque contactum immediatum excludunt. Censent ergo materiam omnem et corpora constare punctis prorsus indivisibilibus et inextensis, quæ puncta semper à se invicem distent aliquo intervallo, quod imminui quidem possit in infinitum, sed non possit auferri sine punctorum penetratione; putant scilicet puncta illa prædita esse quibusdam viribus, quas *repulsivas* appellant, vires nem-

pè illæ imminotis in infinitum distantis augentur in infinitum, ac proinde puncta in minimis distantis cogunt à se invicem recedere, donec tandem in certa distantia adhuc tamen minima nullæ sint; tum directionem mutant, et molato nomine dicantur attractiva. In hac igitur hypothesisi punctorum vires crescent atque decreseunt; mutataque directione migrant ex attractivis in repulsivas et contra. Ita tamen puncta viribus attractivis et repulsivis donata firmissimas possent massas constituere, ubi nempe posita sunt in iis à se invicem distantis, in quibus imminuta vel tantisper distantia ingens habetur vis repulsiva, distantia autem aucta ingens habetur vis attractiva. Itaque ex harum virium natura oritur impenetrabilitas, non ex immediato contactu. Porro quamvis in hac opinione nullus sit contactus immediatus, existit tamen contactus physicus et sensibilis; tantillæ enim sunt punctorum distantia, ut omnem sensuum subtilitatem longe fugiant. De hoc argumento iterum oblata occasione breviter nobis dicendum erit; quia verò minima punctorum intervalla sub sensus non cadunt, res omnes periode se habent quoad effectus physicos, quos quidem in nostris institutionibus unice considerandos nobis proponimus, hinc de impenetrabilitate sensibili et physica dumtaxat hic sermo est.

II. Hanc impenetrabilitatis seu soliditatis speciem perpetuo experimur; sive enim quiescamus, sive moveamur, continuo deprehendimus alia corpora, quibus nostrum corpus inuititur, resistere, et resistendo impedire, ne telluris superficiem profundius penetremus. Dum cotidiana necessitate corpora contractare cogimur, resistantiam manu sentimus, atque ex hac resistantia originem habent

explicite antea conflictuam leges. Hæc proprietates corporibus omnibus competit, sive fluida sint, sive firma, sive dura et fixa, seu molia et facilè mobilia; fluida enim in vasculis conclusa atque compressa resistantiam ostendant, ne quidem excepto aere fluido tenuissimo. Quamobrem licet sensu tactus illam non deprehendamus resistantiam, nisi in materiæ partibus, quæ possunt tactus organum afficere; tamen per analogiam naturæ hanc eandem resistendi vim ad corpora subtiliora sensibus impervia transferre licet. Ceterum patet, hanc corporum proprietatem cum vi inertia conjunctam esse, et ex ea pendere: atque hinc intelligitur ratio, cur præter vulgarem consuetudinem ultimo loco tractatum sit de extensione impenetrabili, atque etiam de penetrabili, cujus notionem ex ipsa impenetrabilitate haurimus atque derivamus.

III. Ex hactenus explicatis manifestum est, impenetrabilitatem sive soliditatem à corporum duritie longe distinguendam esse, quod quidem non satis accurate præstiterunt aliqui. Et quidem durities est firma quædam partium connexio saltem *sensibilis*, qua fit ut partes illæ ægre divelli possint, et molem quamdam constituent, cujus figura difficulter mutatur. At soliditas, de qua hic agimus, mollioribus durisque corporibus competit. Nec confundi debet soliditas geometrica cum soliditate physica. His gradibus progrediuntur Geometræ. Corpora primum considerant simul cum sensibilibus eorum proprietatibus à quibus deinde abstrahunt, et tandem corpora velut quamdam extensionis penetrabilis; divisibilis, et figuratæ portionem contemplantur. Itaque corpus geometricum nihil est aliud, quam extensionis pars aliqua

undequaque terminata. Tres hujus extensionis dimensiones generali velut prospectu primum spectamus; verum ad facilius determinandas proprietates singulas, unicam deinde separamus dimensionem, longitudinem scilicet, alteram postea adjungimus; nempe latitudinem et superficiem consideramus, tandem tres dimensiones simul, hoc est, totam soliditatem complectimur. Hinc facile refellitur duplex censorum genus, Alii sunt Sceptici, qui inconcussa Matheseos theoremata labefactare conantur, eaque falsis hypothesibus, commentitiis nempe lineis et superficiebus innixa esse obgannunt. Alii sunt imperiti quidam Physici, qui veritates geometricas velut superfluis abstractionibus fundatas fastidiosè traducunt. Ad hunc ipsam articulum referri potest celeberrima in scholis controversia de extensionis divisibilitate in infinitum; hæc quæstio nobis videtur *logomachia* aliqua laborare, quod quidem in disputationibus plurimis persæpe contingit. Dum disputant Philosophi de extensionis divisibilitate, vel rem intelligunt de extensione *abstracta* et *geometrica*, vel de extensione *physica*, et de qualibet materia portione. Rursus autem divisibilitas illa vel est *geometrica*, hoc est, in qualibet extensione concipi possunt et revera existunt partes numero infinitæ, vel divisibilitas illa *physica* et *actualis*, ita ut extensio quælibet in infinitum dividi possit. Hic est celeberrimæ quæstionis status; jam partes singulas explicabimus.

IV. *Physicam* et *actualem* extensionis divisibilitatem in infinitum locum habere non posse evidens est; cum experimentis certissimum sit post certum divisionum numerum sensibus nostris evanescere omninò extensionis phænomena, ita ut sub-

tilissimis etiam organis sese subducat. Si quæstio sit de extensione *physica* et de qualibet materia portione, jam tota res pendet ex philosophicis libris, quæ adhuc sunt sub judice: etenim eam ignota nobis sit intima corporum natura, certo asserere non possumus corpora ex simplicissimis inextensisque particulis esse composita; in hac autem opinioni manifestum est, materiam non esse in infinitum divisibilem. At si eam teneamus aliorum Philosophorum sententiam, quæ materia portionem quamlibet etiam minimam velat continuam et extensam admittit; jam certum est materiam esse in infinitum geometricè divisibilem. Itaque tota quæstio pendet ex corporis natura, quam quidem in ultimo *Physicæ* articulo, quantum patitur rei obscuritas, meditabimur, nostramque ignorantiam fateri non dubitabimus. Interim sit.

CONCLUSIO.

Extensio quælibet in infinitum geometricè divisibilis demonstratur.

I. *Extensio quælibet geometricè considerata* nullas habet partes determinatas; cum enim tota extensionis *geometricæ* notio in sola partium coexistentium conjunctione posita sit, indeterminatus omninò est partium illarum numerus, nec extensionis notionem ingredi debet. Itaque pro arbitrio assumi potest partium numerus, nempe fingere licet, in extensione aliqua contineri decem, vel mille partes cet. prout pars aliqua pro unitate adhibetur; ita linea aliqua duas continebit partes, si pars dimidia pro unitate habeatur; decem, vel mille partes habet, si pars decima, vel millesima usur-

petur pro unitate: quare cum unitas illa sit omnino indeterminata, indeterminatus etiam erit partium numerus, quem proinde numerum in seriem infinitam abire concipi potest: igitur extensio continua erit geometrice divisibilis in infinitum.

Hanc eandem rationem in qualibet corporum dimensione obtinere evidens est. Et quidem corpus triplici dimensione præditum suos habere debet limites atque terminos, alioquin finitum non foret, atque determinatum. Igitur corpus habere debet reales limites, qui binas tantummodo habeant dimensiones in longum, et latum: etenim utcumque exigua profunditas assumatur, ejus pars interior ad terminum, seu limitem pertinere non potest. Is autem terminus latitudine sola, et longitudine præditus dicitur *superficies*. Jam superficies quævis finita suum habere debet terminum, qui simili argumento latitudine careat, et is dicitur *linea*. Eodem pacto lineæ terminus erit *punctum* nulla extensione præditum. Igitur superficies, linea, punctum non sunt materia, seu corpus, sed mere corporis affectiones, quæ sine ipso, et per sese subsistere non possunt, nempe haberi debent tamquam termini, et limites materiæ reales quidem, neque à nostra imaginandi vi pendet quod dimensiones finitæ terminum aliquem, seu limitem habeant, qui ad ipsas non pertineat. Itaque nec superficies erit pars corporis, nec linea pars superficiei, nec punctum pars lineæ, sed realis terminus: nec proinde corpus repetitione, et suprapositione superficiei, nec superficies repetitione lineæ, nec linea repetitione puncti, sed ductu quodam continuo generabitur. Hinc statim patet, binas quasque superficies vel in unica coalescere, et congruere, vel corpus aliquod triplici

dimensione præditum intercipere, binas lineas intercipere superficiem, bina puncta intercipere lineam: nec ullam proinde superficiem superficiei, lineam lineæ ita proximam esse, aut punctum puncto ita vicinum, ut nihil mediæ distantie intersit. Ita si corpus quod continuum concipiatur, et solidum, sectione quadam plana secetur, evidens est, alteram sectionem priori ita proximam fieri non posse, ut nihil corporis inter ipsas sit, sed nova sectio vel aliquid intercipiet, vel cum priorè penitus congruat. Intervalli autem hujus medium aliquod erit, quod nimium cum neutro extremo congruere potest nec ipsa itidem extrema congruant, intervallo omni sublato: quare dimidii intervalli rursus haberi potest pars dimidia, et ita deinceps in infinitum, ac proinde habebitur necessario divisibilitas in infinitum.

II. Eandem extensionis divisibilitatem in infinitum evincunt argumenta geometrica innomera. Infiniti numero duci possunt circuli, alii aliis majores, qui eandem rectam, et se invicem contingant in unico puncto, ideoque infinitum dividere possunt finitum intervallum, quod inter tangentem, circulumque minimum intimam comprehenditur. Inter easdem parallelas duci possunt parallelogrammi, alii aliis longiores in infinitum, exiguo utcumque parallelogrammo æquales. Ex longissima cujusvis lineæ rectæ divisionibus quotcumque agi possunt lineæ parallelæ, ita ut extrema transeant per extrema puncta rectæ cujusvis utcumque exiguæ; quam omnes secabant in totidem æquales partes, quot partes illa longissima recta habebat, nec unquam exhauriatur exiguum illud intervallum, quod semper superest, nec rectæ congruent. Alia ejusmodi sexcenta adhiberi so-

lent, quæ vim habent summam, et severam demonstrationem efformant pro spatii, et extensionis divisibilitate; si enim continua realisque extensio admittatur, jam superficies, linea, punctum non sunt mentis nostræ figmenta, sed realis extensionis reales termini. Nihil tamen ex Geometria petitur evidentius, faciliusque demonstrat extensionis divisibilitatem in infinitum, quam illud Geometris notissimum, quod nempe datis binis rectis possit semper inveniri tertia continue proportionalis post ipsas. Si enim assumatur recta quævis utcumque parva, tum alia utcumque magna, quæ illam contineat vicibus quotcumque, semper invenietur tertia post hanc, et illam, quæ hæc totidem vicibus contineat, ideoque continebit hæc tot partes, quot libuerit; et quemadmodum nullus erit limes, ultra quem augeri non possit hæc magna linea, ita nullus itidem erit, ultra quem illa tertia imminui non possit.

Hæc quidem argumenta ex primis Geometriæ elementis desumpta sunt; sed iis quoque consulendum, qui rebus geometricis haud assueti demonstrationum evidentiam facile non percipiunt; quare libet argumentum unum physicum ex motu petitum proferre. Si extensum constaret ex indivisibilibus, æque veloces forent motus omnes, nec minus spatium eodem tempore percurreret segnisissima testudo, quam velocissimus cursor: etenim non posset testudo minus spatium eodem tempore puncto percurrere; indivisibile enim ponitur spatium temporis puncto indivisibili descriptum, ac proinde cum repugnet indivisibile alio indivisibili minus, spatium minus à testudine percurrere repugnat, quare spatium æquale describet. Idem dicendum de alio quovis tempore, ac proinde spa-

tia æqualia ab utroque semper describentur, et cursor velocissimus non plus conficiet spatii, quam testudo tardissima, quod est absurdum. Plurima alia ejusdem generis absurda ex eadem indivisibilitatem hypothesi colliguntur; verum quæ dicta sunt, sufficiant. Ceterum evidens est, præcedentes demonstrationes valere etiam pro materiæ divisibilitate, si materia continuam extensionem habere ponatur: etenim singulis spatii partibus singulæ respondebunt materiæ partes, quæ proinde non secus, ac spatium, erunt in infinitam divisibiles. Verum in hypothesi Leibnitianum, et aliorum Philosophorum, qui inextensa, et simplicissima materiæ puncta admittunt, jam materia non erit divisibilis in infinitum, et ideo hæc nostram conclusionem de sola extensione enuntiavimus.

Objic. : si extensio divisibilis esset in infinitum, in quovis extenso existeret numerus partium infinitus, quo posito maximum sequeretur absurdum. Nam si numerus partium infinitus in quovis extenso daretur, nullus haberi posset motus, ne quidem per minimum spatium, cum in minimo spatio numerus partium sit infinitus: ergo cet. Resp. N. sequelam ant. et cons. Quamvis numero infinitæ sint spatii percurrendi partes, eæque non nisi tempore aliquo à mobili percurriri possint; illæ tamen partes non sunt finitæ magnitudinis, sed infinite parvæ, hoc est, ut vocant, *infinitesimæ*. Hinc, ut percurrantur non egent tempore finito, sed tantum particula temporis infinite parva, nisi fingamus, mobilis celeritatem esse infinite exiguam. Ratio est, quia tempus non secus ac spatium dividi potest in partes multitudine infinitas, et magnitudine infinite parvas. Itaque si mobilis celeritas finita sit, quælibet infinite parva

spatii particula in homologa temporis particula à mobili absolvetur, ac proinde totum aggregatum multitudinis infinitæ particularum infinite parvarum spatii, sed totum spatium finitum describetur à corpore in aggregato multitudinis infinitæ temporum infinitæ parvorum, seu tempore finito: quare falsum est, posita divisibilitate in infinitum, nullum haberi posse motum, ne quidem per minimum spatium, sive minimum spatium non nisi infinito tempore percurri posse. Quod ut magis declaratur, probe attendi debet jam antea factus explicata temporis, motus, spatiique analogia. Tres illæ notiones ita necessario sunt conjunctæ ut una alterum indivulso nexu contineat. Nulla extensionis alicujus determinatæ clara idea haberi potest, nisi nobis exhibeamus mobilis alicujus velocitatem datum patium dato tempore percurrentis; et viceversa mobilis alicujus velocitatem clare intelligere non possumus, nisi ope spatii dato tempore descripti. Hinc fit, ut ex tribus temporis, velocitatis, spatiique conditionibus, datis duabus, tertiam inveniant Geometræ, ut explicavimus in articulo de motu.

Inst. 1. : si extensio contineat partes numero in finitas, infinitum contineretur in finito; extensio enim finita haberet partes multitudine infinitas quod quidem absurdissimum est: ergo cet. Resp. dist. ant. extensio finita contineret partes numero infinitas, sed infinite parvas, C. ant., partes numero infinitas et finite magnitudinis, N. ant. quare N. cons. Hæc obiectio falsa laborat hypothesi, quod nempe quantitas aliqua ex partium numero tantum æstimari debeat; cum tamen certissimum sit, eam ex partium multitudine et magnitudine simul æstimandam es-

se. Igitur quantitas finita continere quidem non potest partes finitas numero infinitas; potes tamen dividi in partes numero infinitas et infinite parvas. Et quidem si partium magnitudo eadem ratione minuat, quæ earum numerus augetur, totum ex his omnibus partibus compositum idem manebit, ac proinde finitum erit, etiamsi partium numerus augeatur in infinitum. Exempla plurima suppeditat Arithmetica, satentibus ipsis adversariis, ubi numerorum series est infinita, manente tamen summa serie finita. Ita demonstrant Arith-

1. 1. 1. 1.

metici seriem in infinitum continuatam

2 4 8 16

cet. unitati æqualem esse; at nemo negabit seriem hanc infinitas partes habere. Verum ut huic argumento aliisque id genus plurimis paretur responsio, tollenda est omnis vocabuli ambiguitas. Dum extensionem in infinitum geometricè divisibilem esse demonstramus, quæstio minime est de actuali infinitæ divisionis possibilitate, hac unum intelligi volumus qualibet extensionis parte minores alias concipi posse particulas, atque hoc ipsum est, quod divisibilitas in infinitum appellari solet; nomine enim infiniti venit id omne, cujus limites assignari non possunt.

Inst. 2. : si extensio qualibet finita dividi posset in partes numero infinitas, magnitudo quantumvis exigua in tot partes dividi poterit, ac qualibet alia quantumvis maxima. Maxima itaque æquabitur minimæ; imò omnes quotcumque magnitudines utcumque diversæ, æquales erant utpote ex æquali partium numero, nempe infinito, constitutæ, quod quidem absurdum vitari non potest, nisi dicatur magnitudines esse infinitas alias

aliis majores; hic autem infinitus infinitorum ordo à ratione omnino alienus videtur; ergo quocumque se vertant hujus opinionis patroni, multis sese implicant ambagibus et absurdis. Resp. N. ant. et cons. Responsio ad primam objectionis partem patet ex responsione præcedenti: etenim quodnam est absurdum, duas magnitudines inæquales in eandem partium numerum dividi? An quia partes sunt numero æquales, composita sunt æqualia? Si hoc verum esset, verum itidem foret pedem digito æquari; pes enim non secus ac digitus in duodecim partes dividitur. Quod spectat alteram objectionis partem, diversum nempe infinitorum ordinem, res est difficilior. Ut autem hæc objectio et tota simul questio in bono lumine collocetur, sublimen quantitatum infinitarum et infinitesimalium doctrinam, quantum per hæc institutionum præscriptam facilitatem nobis facere licet, explicabimus.

Quantitatum infinite parvarum nomen hæcenus adhibuimus, verum id fecimus brevitate causa, et ut receptum servare loquendi usum. Et quidem nulla quantitas in se spectata et sine nostro cogitandi modo, aut infinite parva est, aut infinite magna, sed in se determinata est et finita, quod facile patet ex demonstratis de extensionis divisibilitate. Et certè data quavis magnitudine utcumque parva vel utcumque magna; alia semper minor in primo casu, et alia semper major in casu altero haberi potest; nobis enim licet quantitatem exiguam vel ingentem considerare, primamque minuire, alteram augere, abstrahendo animum à quovis limite determinato. Priorem quantitatem dicimus *infinitesimali* vel *infinite parvam*, quantitatem alteram appellamus *infinitam*

vel *infinite magnam*, accipiendo infinitam pro indefinito, quod diligenter notandum est; cum infinitum nusquam sit in rebus, sed in nostro concipiendi modo. *Finitam* dicimus quantitatem quamvis, quæ vel non concipitur variabilis, vel si concipitur variabilis, ultra quosdam determinatos limites variabilis non consideratur: rationem, quam duæ quantitate infinite habent ad se invicem, *rationem finitam* vocamus. Unam è quantitibus quæ imminutæ concipiuntur ultra quoscumque limites et *ad arbitrium assumptam*, dicimus infinitesimali *primi ordinis*. Si sit quantitas alia, quæ ad hanc infinitesimali habeat rationem, quam ipsa infinitesimali habet ad quantitatem finitam, quantitatem hanc dicimus infinitesimali *secundi ordinis*, et ita deinceps. Viceversa, si quædam quantitas sit ad finitam quantitatem illam, ut illa ad infinitesimali *primi ordinis*, eam dicimus infinitam *primi ordinis*, et eodem pacto superiores infinitorum ordines definimus. Hæc autem quantitatum infinitesimalium notiones sunt omnino distinctæ.

His explicatis jam patet, diversos esse infinitorum et infinitesimalium ordines; nam circuli diameter, quæ finita est, se habet semper ad chordam ut est chorda ipsa ad abscissam; ac proinde si in circulo fingatur chorda infinite parva *primi ordinis*, erit abscissa infinitesimali *ordinis secundi*. Si autem chorda sit infinitesimali *ordinis secundi*, erit abscissa infinitesimali *ordinis tertii* si chorda sit infinitesimali *ordinis tertii*, erit abscissa infinitesimali *ordinis quarti* et ita deinceps. Itaque ex infinitesimalibus *primi ordinis* statim derivari evidens est quantitates infinitesimalibus aliorum ordinum, ac proinde ac etiam varios finitorum ordines. Hinc non satis claram hujus doctrinæ cognitionem ha-

huisse videtur D. Niwentit, qui concessis infinite-
simis primæ ordinis, alios infinitesimorum ordinis
rejecit. Id ergo probe recordandum est, infinite
parvas et infinite magnas quantitates à nobis quod-
dam admitti, sed in eo duntaxat sensu, quod
quantitates illæ sint indefinitæ hoc est, ut augeri
vel minui concipiuntur ultra quoscumque limites.
Constitutæ autem talium quantitatum definitione
accurata, alteri objectionis parti satisfactum est,
atque etiam aliis objectionibus plurimis, quæ ex
quantitatum illarum natura non satis explicata
desumi solent.

Superest, ut de earumdem quantitatum usu,
quem quidem in nostra Physica aliquando usur-
pavimus, breviter aliquid adjungamus. Usus om-
nis positus est in comparandis inter se quantita-
tibus finitis, earumque rationibus et affectionibus
determinandis. Si comparatis inter se binis, quan-
titatibus finitis negligantur differentiæ, quæ ea-
rumdem quantitatum respectu sunt infinite parvæ,
vera æqualitas haberi debet, nec ullus ne infini-
tesimus quidem error committi potest: etenim fi-
nitæ quantitates dicuntur illæ, quæ sunt in se
determinatæ; infinite autem parvæ eæ vocantur,
quæ concipiuntur minui ad arbitrium ultra quos-
cumque limites in se determinatos. Porro iis ne-
glectis quantitatibus, nullus error ne quidem in-
finitesimus oriri potest; si enim inæquales essent
indefinitæ quantitates illæ, haberent differentiam
aliquam in se determinatam. Quoniam autem
quantitates infinitesimæ minui possunt ultra quos-
cumque limites in se determinatos, omnes simul
poterunt esse minores differentia qualibet deter-
minata. Itaque minus accurate locuantur aliqui,
dum dicant, negligi posse quantitates infinite

parvas quia error est infinite parvus; revera
enim nullus est. Igitur tota res huc reducitur,
ut nempe, ad demonstrandam duarum quantita-
tum æqualitatem, ostendatur differentiam esse as-
signabili qualibet differentia minore. Hanc au-
tem methodum accuratissimam omnino esse, nul-
lique errori obnoxiam, evidens est; tota enim
pendet ex hoc Euclidis theoremate, nempe: *quan-
titates duæ sunt æquales, si differentia sit quanti-
tate qualibet assignabili minor*; etenim si forent
inæquales, differentia posset assignari; quod est
contra hypothesein. His fundamentis innititur cal-
culus *infinitesimalis*, qui *primarum* et *ultimarum*
rationum vel etiam *limitum* calculus cum Newto-
no rectius appellari potest.

ARTICULUS III.

De figurabilitate.

I

Figurabilitas appellatur illa corporum proprie-
tas, qua fit ut externa illorum superficies in longum,
latum, et profundum certo modo extendatur, atque
terminetur. Intricatisimæ à Philosophis proponi
solent quæstiones duæ: 1. est: an minima elemen-
tares particulæ; ex quibus corpora componuntur,
perpetuam, ac determinatam habeant figuram,
quæ nulla naturæ vi frangi possit: 2. autem est: an
corpora per diversam minimarum particularum
naturam specie distinguantur; an per solam earum-
dem particularem dispositionem. Sed quidquid
sit de illis duabus quæstionibus speciali conclusio-
ne mox explicandis, certum est, corpora in tenui-

tatem immanem reduci posse: quod paucis utilioribus experimentis demonstrare satis erit. Auri ductilitatem ferè incredibilem contemplerur, et ad calculum revocemus. Aurum malleo tunditur, et in lamellas extenditur. Pes cubicus auri pondus habet librarum 1349, seu unciarum 21584; nam 16 uncia libram Parisiensem constituunt. Jam verò linea eandem habet rationem ad pedem, quam habet 1 ad 144: quare si numeri ad potentiam cubicam evolvantur, erit linea cubica ad pedem cubicum, ut 1 ad 2985084, hoc est pes cubicus lineas cubicas 2985984 continet: sed pes cubicus auri pondus habet unciarum 21584; ergo si per hunc numerum antecedens numerus dividatur, quotus 38 + 7392

exprimet, quod lineas cubicas uncia auri 24384

comprehendat. Jam si ex uncia auri formetur cubus, illius latus seu altitudo erit $5 + \frac{2}{6}$; hæc enim

est radix cubica numeri præcedentis, quam proximè: quare si numerus hic in seipsum ducatur,

erit basis cubi $26 + \frac{25}{36}$ linearum quadratarum.

Præterea sciendum est: artifices, qui aurum tundunt, ac in tenues lamellas extendunt, unciam auri ita attenuare et in tam amplam redigere laminam, ut ex illa commode ducant 2750 bracteas, quarum latera quaquaversum sunt linearum 34, neglectis segmentibus, quæ tamen sunt ponderis dimidii. Jam si bractearum latera sunt 54 lin. erunt in bractea qualibet lineæ quadratæ 1156; ita ut, si bracteæ omnes in unam denuo coeant superfi-

ciem, habeatur superficies linearum quadratarum 3155880, cui numero si vel tertia pars pro segmentibus addatur, id est, si addas 1051960, patet opifices ex unica auri uncia efficere 4207840 lineas quadratas visibiles; sed hujus superficiei amplitudo nempe linearum quadratarum 4207840 conti-

net basim istius cubi, nempe $26 + \frac{25}{36}$ vicibus

159092; ergo uncia auri efformata in cubum $5 + \frac{1}{6}$

lineis alium, dividitur in lamellas quadratas 159092. Porrò quodlibet lineæ quadratæ latus, instrumenti acuti macrone in 6 saltem partes dividitur, ac proindè integra quadrata linea in partes 36: quare si numerus linearum quadratarum 4207840 multiplicetur per 36, nempe per numerum partium in quavis linea facilè visibiliam, productum 151482240 exprimet numerum partium, quæ in unica auri uncia conspici possunt; quod prorsus mirum videbitur.

Sed longe major apparet auri ductilitas, si tenuissimæ aureæ lamellæ argentum ac filum sericum circumvestientis crassities examinetur. Artifices massam argenteam sumunt ponderis 8 libr. quam componunt in cylindricam figuram, altitudinis duorum pedum cubi digiti 3, seu lin. 384, cujus periphæria 2. dig. cum lin. 9. seu 35. lin. quæ si ducatur in altitudinem cylindri, superficies prædabit 13440. lin. quadr. superficiem hujusmodi aureis bracteis obducunt, quarum pondus semiunciam adequat. Tum cylindrum sic inauratum per diversa laminæ chalybæ foramina trajiciunt, et massam illam ita extendunt, ut ca-

pillarem subtilitatem imitetur et in ipsa tamen superficie inaurata maneat atque hinc massa cylindrica in tenuissimum filum traducitur, cujus filii pondus grana 36 adæquat; in 150 pedes extenditur, ac proinde totus cylindrus in filum 307200 pedes longum extendi poterit; reducatur enim cylindri pondus in grana; libra gallica 15 uncias continet hæc drachmas 8, drachma 3 scrupulos, hic 2 obulos, obulus 12 grana; pondus ergo 8 libr. continebit grana 73728. Itaque ad habendam longitudinem, ad quam totus cylindrus produci potest, dicatur $36:150 = 73/28$ ad quartum proportionalem 307200, atque hæc erit longitudo tenuissimi filii; ergo semiuncia auri in tot visibiles partes distribui potest, quod lineas complectuntur pedes 307200, nempe 44236800 lineas; sed linea in 6 visibiles partes ad minimum dividi potest; quare si 44236800 numerus linearum quæ in 207200 continentur, in 6 ducatur numerus 265420800 designabit partes visibiles in dimidia auri uncia. Verum postquam filum per angustissimum laminae chalybeæ foramen trajectum est, interduas rotas chalybeas levigatissimas complanatur, et cylindrus in binas planicies parallelogrammas reducitur, ac proinde numerus partium quadruplo major distingui poterit in tenuissima lamella quæ tamen semper continua et inaurata apparet; itaque numerus partium in auri semiuncia oculo inermi conspicuarum erit 106168300. Postquam massa cylindrica in prædictam longitudinem exporrecta est, tenuissimam acquirit crassitiam, ita ut illius diameter vix æquale sit crassitie auri longissimam argenteam lamellam vestientis, quæ quidem crassities à Clariss. Reamurio statui-

1
tur non major ——— lineæ. Imò si considere-

274681

mus auri bracteas non ubique ejusdem crassitie, sed in aliquibus locis duplo graciliores apparere, crassities auri argenteam lamellam obducentis in

1
quibusdam partibus major non erit ——— unius
100000

lineæ, quæ quidem crassities minor adhuc fieri poterit, si argentea lamina sic inaurata rotis diligentius fuerit subacta. Rem longius describere et calculi apparatus subjicere placuit, ob mirandam omnino et stupendam artis subtilitatem.

Quamvis tanta non sit vitri ductilitas, hæc tamen Philosophorum meditationibus dignissima est, et artificium laboribus aliquando fortasse perficienda. Notissimum est artificium, quo vitrum in longissima subtilissimaque fila protrahi solet. Vitri frustulum flammæ admovetur, vi ignis subigitur et in mollem veluti ceram redigitur. Quo facto, uncinus vitreus fuso vitro adhibetur et deinde retrahitur; uncino autem retracto aducitur filum vitreum massa vitreæ perpetuo adhaerescens; filum illud uncino interceptum rotæ circumponitur, et rota rapidissima pro arbitrio circummagitur, atque fila vitrea ipsam rotæ circumferentiam perpetuo amplectuntur. Tanta autem aliquando obtinetur filorum subtilitas, ut aranæ telæ tenuitatem æmulentur. Observavit Clarissimus Reamurios, cum filorum tenuitate ipsam quoque flexibilitatem crescere, ita ut vitrea fila ad majorem subtilitatis gradum perducta pannos atque hominibus vestimenta præbere possent. Hujus utilitatis specimen aliquod videre est in puerilibusæ

namentis ex mobili vitreorum filorum fasciculo contextis; talia enim ornamenta capiti imposita capillorum instar flectantur, nec franguntur aeris motu agitata. Plurima alia experimenta legere est in vulgaribus Physicorum libris, qui omnium manibus teruntur.

II. Admiranda plane est materiæ subtilitas, ad quam ars pervenire potuit; sed longe major est, et omnem imaginandi vim superat particularam tenuitas, quam in corporibus nonnullis ipsa natura demonstrat. Lucis radios, corporaque odorifera iterum contemplari satis esset; sed jucundissimum argumentum alio exemplo illustrare non abs re erit. Solertissimus naturæ indagator Leewenhoeckius in aqua per aliquod dies asservata exquisiti microscopii ope, minima observavit animalcula, quorum mille centena millia arenæ vulgari globuli magnitudinem non excedant. Jam cum animalculum quodvis sit corpus organicum, perpendamus paulisper, quam delicatæ, et subtiles esse debent partes ad ipsam constituendum et ad vitalem actionem conservandam necessariæ. Haud facile concipitur, quo pacto in tam angusto spatiolo comprehendendi possint cor, quod vitæ fons est, muscoli ad motum necessarij, glandulæ ad liquores secernendos, ventriculus, et intestina ad alimenta dirigenda, et alia membra innumera, sine quibus animal esse non potest. Præterea cum singula memorata membra sint etiam corpora organica, aliis carere non possunt partibus ad suas actiones necessariis. Constans ergo ex fibris, membranulis, tunicis, venis, arteriis, nervis et his similibus canaliculis numero sæpe infinitis, quorum exilitas imaginationis vires longe superat. At his infinite prope modum minores esse debent partes fluidi, quod

canaliculos decurrit, nempe sanguis, lympha, et spiritus animales, quorum in gaudioribus animalibus incredibilis est subtilitas. En quanta in vilissimo animalculo portenta, divinæque omnipotentiae argumenta! Ex tanta, et sæpe infinita actuali materiæ divisione evidens omnino fit, à præjudicatis vulgi opinionibus longè differre mundi hujus structuram. Sibi facile persuadet imperitum vulgus, corpora magnam continere materiæ quantitatem, illorumque partes singulas stricte continuas esse; cum tamen certissimum sit, corpora etiam compactissima exigua omnino et sæpe nullam habere materiæ portionem, eamque in tenuitatem incomprehensibilem esse divisam.

Neque hic prætermitendum est eximium problema, quod analytice solvit Clariss. Keillius in institutionibus astronomicis. Problema est hujusmodi: *data utcumque exigua materiæ particula eam per spatium utcumque magnum ita distribuere, ut nusquam habeatur spatiolum vacuum majus data mensura utcumque exigua.* Facili ratiocinatione rem intelligere licebit. Fingamus pollicem cubicam materiæ solidæ in spheram cavam ad saturnum usque extendi, quod certè non repugnat, eum materia sit in infinitum divisibilis. Hæc autem spheræ exigua habet crassitiem, omnino tamen solidam. Jam spheræ ad minima intervalla minimisque poris pertusa fingatur, ita ut pororum distantia et magnitudo datam mensuram utcumque exigua non excedant. Tum ex decidua materia, quæ poros antea occupabat, componatur iterum spheræ, quæ priori spheræ sit quamproximè contigua. Hæc autem secunda spheræ minimis poris rursus perforata intelligatur, atque ex materiæ ramentis tertia fiat spheræ, et ita deinceps. Manifest-

tum est, hoc modo obtineri possi sphaeram integram ex aliis sphaeris ita compositam, ut eadem maneant phenomena, quæ in præsentî hujus mundi structura cernimus, eademque servetur apprens corporum continuitas. Jam verò ad propositas quæstiones duas redeamus. Cum itaque corpora quævis, corporumque partes naturæ artisque viribus in minima corpuscula dissolvantur, à Philosophis quæsitum est, num primigeniæ corporum particule certos habeant limites ita ut perpetuam servant figuram, atque ex sola homogenearum particularum conjunctione variaque dispositione repetenda sit diversa corporum natura, vel species. His præmissis sit.

CONCLUSIO.

De perfecta minimarum particularum duritie, diversaque illarum natura nihil affirmandum videtur.

Prob. 1. pars: nihil certo affirmare licet de illis quæstionibus philosophicis quæ nulla observatione, nullo experimento, nullaque satis valida ratiocinatione probari possunt; atqui cet. ergo. Prob. min. quod spectat observationes, et experimenta, res est evidens, cum minima etiam corporum particule, quæ ab elementorum tenuitate, si quam habent, longissime distant, nullis observationibus vel experimentis subjici possint. Neque etiam metaphysicis rationibus quidquam evinci potest. Re quidem vera nullum corpus perfecte durum in hæc rerum universitate novimus; durissima quæque corpora in pulverem franguntur, ex silicibus ipsoque adamante famum exprimunt solares radii in speculi ustorii foco collecti. Sed quid inde conclu-

di poterit de primogeniis corporum elementis? Nihil sane. Neque falsa demonstrari potest eorum Philosophorum hypothesis quæ simplicissima materiæ elementa atque inextensa admittit, ut jam observavimus, et in sequenti articulo satius explicabimus. Nec etiam invicte refelli possunt contrariæ opinionis patroni; quod enim de continuitatis lege proferri solet, demonstrationis vim non habere, ex objectionum serie manifestum fiet.

Prob. 2. pars, quæ ex prima omninò pendet. Et quidem si nos lateat, utrum elementa sint simplicissima, an extensa: utrum sint perfecte dura, an artis et naturæ viribus divisibilia, multo minus de elementorum natura aliquid pronuntiare licet. Æque felici successu per diversam elementorum naturam, vel per diversam elementorum similium dispositionem explicari posse videtur diversa corporum species. Et quidem mirum est, quantam specierum varietatem induant corporum partes variis motibus vexatæ atque mutatæ. Ad hoc argumentum referantur quæ diximus in appendice ad caput tertium, atque de eadem re nonnulla adjungemus in objectionibus. His rationibus inductus Cartesius dicere ausus est: *da mihi materiam et motum, mundumque componam.* Hic autem data occasione, depellenda est conjecta in Cartesium calumnia, qua nulla gravior esse potest. Dum hæc verba protulit Cartesius, materiæ creationem et supremi motoris necessitatem inficiatus non est magnus ille Philosophus, sed nihil aliud significare voluit, nisi supremum rerum omnium auctorem figura dumtaxat et motu usum fuisse ad diversas corporum species distinguendas. Quod quidem breviter observatum volui, ut à falsis criminationibus religiose abstineant Auditores nostri ad

pietatem magis quam ad scientias instruendi.

Objic. adversus primam partem: Physicis notissima est *lex continuitatis*, qua jubetur nihil in rerum natura fieri per *saltum*, ita ut corpus ex aliquo statu ad alium transire non possit, nisi omnes percurrat status intermedios. Vi hujus legis corpus è motu ad quietem statim transire non potest, nisi singulos velocitatis decrescens gradus trajiciat. At si aliqua sint corpora perfecte dura, jam violatur *lex illa*: etenim si corpora duo perfecte dura æquali motus quantitate in partes contrarias sibi invicem occurrant, ambo post conflictum statim quiescunt; si autem inæqualis fuerit motuum quantitas, corpus quod minorem habet velocitatem, directionem statim mutat, ut patet ex demonstratis conflictuum legibus. Unde sic argumentantur. Existere repugnat corpora illa, quibus admissis violatur *lex continuitatis*; atqui cet. ergo. Resp. N. maj. *lex continuitatis* tota innititur principio rationis sufficientis. Sic enim ratiocinari solent, qui hanc tuentur legem: status, in quo reperitur ens aliquod, suam habere debet rationem sufficientem, cur in tali statu existat potius, quam in alio. Hæc autem ratio contineri non potest, nisi in statu antecedenti. Igitur status antecedens continebat aliquid, ex quo natus est status subsequens; illi nempe duo status ita sunt inter se conjuncti, ut nullus possibilis sit status intermedius. Si enim inter statum præsentem et antecedentem aliquis foret status possibilis, primum statum natura mutasset nondum à secundo statu determinata, ac proinde sine ratione sufficiente. Hæc est vulgata apud Leibnitianos ratiocinatio. Verùm de principio rationis sufficientis sæpius sermonem habuimus, illudque ita explicavimus, ut in præ-

genti casu minime valere possit. Itaque *lex continuitatis* huic principio innixa tamquam universalis naturæ *lex* demonstrari non potest. Quidquid sit de lege illa in magnis corporibus observata, eandem in minimis corporum elementis vigere, nequaquam evincunt instituta in magnis corporibus experimenta, nisi ostendatur, ex ipsa corporum natura *continuitatis* legem profluere, quod certe nemo affirmaverit.

Quamvis autem perfecta elementorum durities nullo satis valido refelli possit argumento, hanc tamen ad intelligendam et explicandam specierum varietatem minime necessariam esse credimus. Neque enim vim maximam habere videntur hæc, quæ vulgo afferri solent, nempe: natura semper est uniformis; ex iisdem seminibus eadem oriuntur plantæ; eadem nascuntur animalia; novæ non generantur corporum species: porro, inquit Newtoniani, si dura non sint materiæ elementa, jam vehementissimis frequentissimisque naturæ motibus jactata perpetuo frangerentur. Hinc minima corporum particule modo subtilioris, modo crassiores factæ, modo duriores, modo molliores varias constituerent species, naturaque universa faciem perpetuo mutaret. His autem rationibus hæc in promptu esse potest responsio. Ad servandam specierum uniformitatem satis esset minima materiæ elementa nullis frangi viribus actu existentibus, quamvis tamen majoribus viribus superari possent. Præterea elementa illa viribus licet naturæ frangenda, suam tamen servare possent propriam unicuique speciei naturam. Itaque argumentum illud ponit, quod est in quæstione, nempe specierum diversitatem ex sola partium dispositione pendere; quam quidem hypothesis mox expendemus.

Objic. adversus secundam partem. Per diversam similibus particularum coagmentationem et dispositionem simplicius atque elegantius explicatur specifica corporum diversitas. Et quidem infinita propemodum varietate, formam mutat eadem materiae portio. Sic metalla liquantur, ignis vi dissolvuntur, corpora fluida imitantur, in minutissimum cinerem rediguntur, in alia transeunt corpora, variasque constituunt species. Hanc sententiam confirmare videntur colorati lucis radii prisma vitreo separati; hi enim nullam coloris diversitatem induunt: quarè minima lucis corpuscula, quæ coloratum constituent, sibi sunt simillima. Ex sola partium dispositione fit, ut corpora certos colorum radios reflectant, propriumque colorem exhibeant. His positis, sic ratiocinantur plerique Physici; tenenda est sententia illa, quæ divinæ simplicitati magis est consentanea, et innumeris experimentis confirmatur; atqui cet. ergo. Resp. N. min. quamvis infinita sit Dei simplicitas, perfectissimusque illius operandi modus, exigui tamen ponderis æstimari debent argumenta, quæ inde promere solent Philosophi, qui divinorum operum simplicitatem atque perfectionem ex limitato atque imperfectissimo nostro intelligendi modo metiri præsumunt; etenim quæ nobis videntur composita, simplicissima omnino sunt Deo, qui omnia unico et simplicissimo intellectus actu cognoscit, itemque unico; et simplicissimo voluntatis actu decernit atque exequitur.

Quod reliquas spectat objectionis partes, certum quidem est, ex variâ partium dispositione pendere plurimas *sensibiles* corporum species; verum quæstio non est de corporum *massis*, sed de *minimis moleculis*, quæ *elementa* solent appellari. Ita-

que mixtæ corporum species mutantur quidem, si naturæ, vel artis viribus separari, vel aggregari possint componentes particulae. Verum diligentissimis experimentis compertum est, immutatas manere corporum species nonnullas, etiamsi vehementius torqueantur, variisque modis utcumque vexentur. Ita ex purioriaqua nihil, nisi aquam, ex igne nihil, nisi ignem, elicere valent Chymici. Porro etiamsi corpora omnia, quæ chymicis, physicisque experimentis agitari possunt, in varias transirent species, ad minimas corporum moleculas trahi non possunt experimenta illa; id ergo multo minus facere licebit, si corporibus quibusdam nulla mutatio vi etiam maxima inferri possit. Quod autem de diversis colorum radiis in objectione adjungitur, hoc unum probat, pro varia corporum textura, variaque partium dispositione diversos reflecti colorum radios: at inde minime colligitur, simillima esse rationum corpuscula. Prolixiori responsioni non est hic locus, sed ad colorum doctrinam pertinet. Ceterum licet in tota hac responsione de materiae *homogeneitate* nihil affirmare velimus, haud potiori jure pronuntiant aliqui Philosophi, nulla esse nequidem duo simillima materiae elementa. Tali ratiocinatione suam conantur probare opinionem, quam *principium indiscernibilium* appellant Leibnitiani. Si duæ sint perfecte similes materiae portiones, ita ut una alteri substitui possit, *ceteris paribus*, jam nulla est ratio, cur hæc, vel illa hunc, vel illam locum occupet, cum ambæ eundem locum occupare potuerint: id verò repugnare ajunt rationis sufficientis principio. At cum hoc principium ita generaliter explicatum sæpe apud nos rejectum fuerit, et valide confutatum, non est, quod refellendo *indiscernibili-*

lium principio diutius immoremur.

Ex hactenus dictis intelligitur, quid sentien-
dam sit de peryulgatis apud nonnullos Philosophos
corporum elementis. Aristoteles quatuor enume-
rat corporum elementa *terram* nempe, *aquam*, *ig-
nem*, et *aerem*, ex his autem mixta omnia com-
poni docuit: et re quidem ipsa, ex omnibus se-
re mixtis hæc quatuor corpora, vel horum aliqua
eliciant Chymici. At patet elementa illa esse sen-
sibilia dumtaxat corporum principia, minime ve-
rò tamquam primigenia elementa considerari
posse. Idem dicendum est de chimilorum ele-
mentis. Corpus in elementa sua resolvendum,
exempli causa *vinum* in cilibanum mittant, sub-
jectoque igne quasdam partes solvunt in va-
pores, qui frigore addensati alio vase excipiuntur,
suntque liquor acuti saporis, quem *mercurium*,
spiritum seu *aquam vitæ* appellant. Deinde con-
tinuato igne liquorem saporis expertem exprimunt,
quem *phlegma* vocant; idque facere pergunt do-
nec glutinosa tantum materia, *mellis* instar in cli-
bano supersit. Materiam illam glutinosam in am-
pullam retortam injiciunt, et subjecto igne *phleg-
ma*, ut prius exprimunt: postea liquorem acidum,
quem iterum *mercurium* dicant; dein liquorem
alium minus fluentem in modum olei ignique
concipiendo aptam, quem *sulphur* nominant. Pos-
tremo quod in ampulla retorta superest combu-
runt; ejusque cineres in cymbium fictile immit-
tunt, admixta aque portione; quæ cum brevi
tempore salis saporem referat, percolando purga-
tur, remanetque in cimbio fictili pulverulenta
quædam et expers saporis terra, quam *caput
mortuum*, seu *terram damnatam* appellant. Aqua
autem limpida alio vase excepta lento igne in va-

pores solvitur, tumque in fundo vasis superest
corpus durum et *friabile*, salis speciem referens,
quod ideo *salem* dicunt. Hæc quinque elementa
ex vino aliisque corporibus pluribus erunt Chy-
mici, ex corporibus aliis horum elementorum ali-
qua dumtaxat educunt. Hinc ex illis elementis va-
rie permixtis omnem oriri corporum varietatam,
sibi facile persuadens.

His elementis tria alia substituit Cartesius, qui
rem totam hoc modo explicavit, seu potius impli-
cavit. Deus creavit materiam homogeneam, hanc
divisit in particulas proximè æquales, tali scilicet
modo, ut earum anguli spatium accurate repler-
ent, puta in partes cubicas. Creatam et divisam
materiam Deus moveri jussit ea motus quantita-
te, quam etiam nunc eandem invariata in cor-
poribus perseverare fingit Cartesius; hoc autem
motu factum esse ait, ut omnes materiæ partes
circa centram commune et singulæ circa pro-
prium revolverentur. Ex hac rotatione mutuo-
que partium conflictu angulos abradi oportuit, in-
deque duo prodierunt elementorum genera; aliud
nempe fuit pulvis tenuissimus et agitatissimus,
quem materiam *ætheream* vocant cartesiani. Aliud
autem emersit ex attritis fractisque partibus, sed
crassiusculis et ad motum minus idoneis. Tandem
partes cubicæ abrasis angulis abierunt in sphaeras
ad motum maximè accomodatas. Ex his tribus
elementis universum dicant compositum; et qui-
dem materia subtilis solem præsertim constituit
nostri systematis planetarii centrum. Secundum
elementum constans ex attritis particulis et in ro-
tunditatem conformalis, *globalosa* materia dicitur,
spatiisque celestibus replendis destinatur. Ter-
tium denique elementum componit globum terra-

queam ceterosque planetas. At materia *subtilis*, sive *ætherea* illa est, quæ replendis omnibus interstitiis sese citissime accomodat. At hoc modò philosophari fabulari omnino est; atque hinc factum est, ut hoc Cartesiani systematis commentum rejiciant severiores cartesianæ Physicæ reformatores. Quod autem spectat materiam ætheream, in tota Physicæ serie de ea jam plura diximus. Quia verò materia illa sub sensu cadere non potest, mirum non est, quod de hujus materiæ natura et proprietatibus tot hypotheses proferant Philosophi, qui conjecturis delectantur. Sed de hujus materiæ usu vel potius abusu sermo deinde sæpius recurret in Physica particulari. Ceterum quod in hac quæstione prolixius quidem tractari solita, rerumque physicarum copiosissima, brevius egerimus, nemo nos tamquam justo breviores reprehendat; brevissimas enim curtissimasque esse nostras hac in re cognitiones, ingenue fatemur.

ARTICULUS III.

De corporis natura.

I.

Cum de universalibus corporum proprietatibus in universa Physica generali hætenus disputatum sit hinc doctrina ordo postulat, ut celeberrimam de corporis natura sive essentia quæstionem adgrediamur, atque tandem primæ Physicæ parti finem imponamus. Hic autem caveri maxime debet vocum ambiguitas: Observavimus jam in Metaphysica, duplicem *essentiæ* significationem; vel

enim essentia est *realis*, hoc est, primum illud attributum, ex quo derivari possunt alia omnia attributa, quam quidem essentiam nobis ignotam esse demonstravimus: vel essentia est *nominalis*, collectio nempe omnium attributorum, quæ in re aliqua observantur. Rursus autem attributa vel sunt *essentia*, vel *universalia* duntaxat; hæc autem duo probè distinguenda sunt; fieri enim potest ut attributa quædam in omnibus corporibus deprehendantur, quæ tamen ad ipsam corporum naturam non pertineant, sed pro mera natura lege haberi debeant. His præmissis quæ quidem in Metaphysica, atque etiam in Logica accurate explicavimus, jam *corpus*, sive *materiam* definire licet substantiam *sensibilem*, quæ explicatas in Physica generali proprietates habet. Illas autem proprietates uno, ut ita dicam, oculi ictu contemplari, iterumque revocare operæ pretium est.

II. In præcedenti definitione notandum est diligenter, corpus dici *substantiam sensibilem*: hic enim consideramus tantum corpus *physicum*, nihilque de simplicissimis, et inextensis materiæ elementis affirmare audemus. Et quidem si elementorum naturam investigantes, ea extensa esse, dicamus, nihil prorsus dictum videtur; rursus enim elementa illa alias haberent partes, aliæque elementa. Si autem ea extensa non esse dicamus, res videtur absurda; qui enim intelligi potest, id, quod extensum non est extensionem aliquam constituere? Respondere quidem posset Leibnitianus, extensionem velut *phenomenon* habendam esse. Verùm hypothesis illa, de qua frequens mentio jam ante incidit; præcaria omnino est, totaque innixa sufficientis rationis principio, quod sæpesæpius impugnavimus. Alii autem, et

quidem percelebres viri, corporis nomine intelligunt punctorum systema pro diversis viribus attractivis, et repulsivis per varia spatii *realis* loci ad diversas distantias dispositum, ut antea explicavimus. In hac scilicet opinione nullus est *contactus immediatus*, nulla *continuitas* vera, et accurata, sed *relativa* dumtaxat, et *apparens*. Ea certè à nobis persapè creditur *continuitas* vera quæ proculdubio est *apparens*. Si enim corpora quædam ad talem inter se distantiam constituta sint, ut sub angulo 16 minori videantur, in corpus unicum, perfecteque continuum coalescere ocellis apparent.

Verùm hæc opinio tota fundatur in ipsa *continuitatis* lege, quam quidem in omnibus corporibus, et in minimis materiæ elementis accurate demonstratam esse, nemo affirmabit. Quæ cum ita sint, præsens quæstio difficultatis, et *periculosa plena alæ* nobis videtur; quare ab ullo hac in re iudicio nobis abstinendum esse, existimamus, subtilioremque controversiam sagacioribus ingeniis relinquimus. Unum observare satis erit, nihil omninò esse in his opinionibus, quod fidei vel leviter contrarium reprehendi possit; inter animas et corpora *essentiale* et *intrinsecum* semper manebit discrimen in his duobus positum, quod *materia sensibilis*, et *cogitationis*, ac *voluntatis* incapax; at *spiritus* neque *sensus* nostros afficiunt, neque possunt cogitare, aut velle. Nec quis sibi persuadeat, *Metaphysicis* detrahi *desumptum* ex *materiæ extensione* argumentum, quo scilicet *validissimè* prebant, *materiam cogitare* non posse; totam enim vim retinet argumentum, etiamsi *cordas physicum* constet ex *simplicissimis*, et in *extensis* elementis. Si autem ele-

menta *conjuncta* cogitare non possint, ea quoque seorsim cogitare repugnat. Hæc autem omnia comparari debent cum iis, quæ de animæ *spiritualitate* in *Metaphysicis* institutionibus fuse et magno rationum pondere explicavimus.

III. Iisdem serè difficultatibus obnoxia est gravissima alia de *impenetrabilitate* controversia, an scilicet ad corporis *essentiam* *proprietas* illa pertineat. Et quidem si *extensio* inter *essentiales* corporis *proprietates* numerari non debeat, jam nihil absurdi videtur, quod plures corporis partes eundem occupent locum; id quidem præter *universales naturæ* *leges*, et *corporum omnium proprietates*, ac proinde non sine miraculo contingeret; at *immutabili* *corporum* *essentiæ* minime repugnaret. Simili ratione si admittantur in minimis, et simplicissimis materiæ elementis vires quædam ad certos limites *repulsivæ*, et quibus oriatur *impenetrabilitas*; illæ quidem vires *naturæ* *legibus* *haberi* debent, quas proinde *leges* *Supremus naturæ* *Auctor* suspendere, et *mutare* potest, ideoque ad *corporum* *essentiam* non pertinent; cum *essentias* *rerum* *immutabiles* omninò esse et *necessarias*, demonstratum sit in *Metaphysica*. Nec minus *difficilis* atque *implicata* evadit quæstio in *hipothesi* *Leibnitiana*, juxta quam *extensio*, *locus*, *spatium* pro *meris* *phanomenis* *haberi* debent, ac proinde et pro *mero* *phanomene* *haberi* etiam *posset* *impenetrabilitas*, quæ ex *natione* *loci* omnino pendet. Igitur in hac *hypothesi* *extensio*, et *impenetrabilitas* sunt *proprietates* *corporum* *relativa* dumtaxat, non *absolutæ*, et *essentiales*. Sed quidquid sit de *questionibus* *illis*, nulla *ingenii* *subtilitate* umquam fortasse *solvendis* certissimum est, inter *universales* *corporis* *naturalis* *proprietates*

tes recensendam esse impenetrabilitatem.

IV. Quod spectat corporum vires, *gravitatis* scilicet, *attractionis*, et *inertiæ*; illarum quidem virium effectus in rerum natura constanter observamus; sed quid sint vires illæ, an ad ipsam corporum essentiam pertineant, nobis omnino ignotum fatemur; eas velut universales corporum proprietates habere nobis satis sit: in nostris enim institutionibus Physicis effectus præsertim consideramus, eosque calculo, quantum nobis licet, æstimamus, quod quidem sæpe vos monitos volumus. Probe autem observari debet virium illarum notio; neque credendum est, sibi mutuo repugnare vim inertie, et vim attractionis. Re quidem vera si omnes materie partes sese mutuo attrahant, jam nulla erit perfecta quies in rerum natura, idque etiam verum erit in ipsa Peripateticorum sententia: etenim secundum Peripateticos caelestia omnia corpora, quæ intuemur, in perpetuo sunt motu, et centrum gravium in ipso telluris centro positum est; ac proinde necessum est ad cuiusvis lapidis jactum, æquilibrio nonnihil mutato, totam telluris molem commoveri. Id quidem vi inertie contrarium videri posset; corpora enim tenderent ad motum. Verum dum dicimus, per vim inertie corpora manere in quiete, seclusa vi qualibet impressa, res intelligenda est de quiete *apparente*; atque hinc patet qua ratione intelligi debeat *quiescibilitas* inter naturales materie proprietates numeranda. Neque tamen dicendum est, materie motum esse necessarium; cum enim vim quamlibet motricem materie indiderit Supremus rerum omnium Auctor, hanc eandem vim pro arbitrio potest auferre et corpora hac proprietate exuere. Tandem patet in iis, quæ hactenus explicavimus, contineri etiam *figurabilitatem* quæ

ex mutua attractione viriumque varietate pendet. Sed meminisse oportet *vis* nomine nihil aliud à nobis intelligi nisi effectum aliquem. Itaque corpus naturale merito definivimus substantiam sensibilem octo universalibus jam recensitis proprietatibus præditam. Probe autem notandum est, proprietates illas à nobis dici *universales*, non *essentiales*. Si quis igitur corpus consideraret, *omissa* ex his proprietatibus aliqua, is quidem *incompletam* haberet corporis notionem, nec tamen *essentiale* aliud quod corporis attributum prætermisisset dici posset.

V. Ex his quæ hoc in articulo explicavimus, lux fortasse aliqua accedere potest iis, quæ de *materia*, *forma*, et *privatione* obscure tradunt plerique *Scholastici*. Affirmant scilicet, omnium corporum principium esse materiam *primam*, formam, et privationem. Materiam primam definiunt, *quod neque est quid, neque quantum, neque quale, neque quiddam eorum, quibus ens denominatur*. Hæc autem definitio ita potest intelligi, ut materiam *indeterminate* et *abstracte* consideratam significet, non attenta illius forma. Verum ut fiat corpus aliquod *determinatum*, *formam substantialem* adjungi oportet; vocant autem formam substantialem id, per quod singulæ corporum species à se invicem differunt. Hæc autem omnia, licet à veteribus Philosophis paulo obscurius dicta, cum Recentiorum opinionibus componi fortasse possent; etenim si in corporibus admittamus vires quasdam *motrices*, *attractivas* scilicet et *repulsivas*, ex quibus oriatur specifica corporum differentia, vires illas pro formis substantialibus haberi minime repugnat. Et quidem illas *substantiales* appellari nihil absurdum est; etenim cum diversa motus directio, diversaque velocitas vi motrice diversa generentur; mutationes illæ considerari pos-

sunt tamquam *modi*, qui proinde ad substantiam aliquam referri debent; atque hinc contingit, ut vires motrices tamquam modorum subjectum ac proinde tamquam substantiæ appareant, qua de causa formæ substantiales satis apte appellari poterunt. Hanc explicationem à veteri Philosophia non longe aberrare, colligitur ex ipsa formæ substantialis definitione; hanc enim his verbis definiunt Peripatetici: *actus primus substantialis unum per se cum materia constituens: principium motus et quietes per se et non per accidens: ex qua definitione oritur alia forma, quam accidentalem dicunt; quæ nihil aliud est, quam modificatio contingens.* Tandem quod spectat *privationem*, hoc vocabulum fecerunt Peripatetici, ut distinguerent corpus *factum et actuale*, seu, ut dicunt, *in facto esse*, à corpore *faciendo*; quod vocant *in fieri*. Corporis actualis duo distinguunt principia, materiam et formam, at corporis in fieri tria principia admittant, materiam, formam et privationem; et quidem formam substantialem præcedere debet privatio. Hæc pauca de veteris scholæ opinionibus sine ullo partium studio observata sint, ut antiquos Philosophos à Recentiorum quorundam reprehensione vindicemus; aliqui enim Recentiores nihil ferè in veteri Philosophia inveniant, quod non rideant, et Peripateticorum opinionibus sua non magis solida et probata substituunt dogmata, seu potius figmenta. Aristotelem virium fuisse ingenio excellentem, satis demonstrant plurima illius opera, quibus sane non parum honoris et gloriæ detraxerunt aliqui Interpretes. At non sine maxima Recentiorum injuria negari posset, in effectum observatione et cognitione longe felicioram et locupletiore esse hodiernam Physicam, quamvis post longam sæculorum seriem circa effectum causas

nihil ferè plus scire datum sit, nec fortasse dabitur umquam, donec rerum effectuumque omnium causam D. Opt. Max. æternam intueamur.

APPENDIX.

De quibusdam capituli præcedentis utilitatibus.

I

Amplissimam meditationum Philosophicarum copiam suppeditat caput præcedens: ex multis pauca utiliora seligemus. De summa corporum porositate perpetuisque efflaviis sermonem habuimus; hinc verò occasionem nacti, quotidianas corporis nostri nutritiones et vicissitudines contemplabimur. Accuratissimis observationibus compertum habuit Sanctorius ex ecto alimentorum libris, quas quis quotidie sumeret, quinquagesimam circiter partem in corporis substantiam converti. Sumpta igitur quinquagesima parte 8. libr. provenient

$5 \frac{3}{25}$ semiunciæ, quas scilicet singulis diebus ac-

quirimus, ac proinde per anni spatium corpori

nostro accedant 58. libr. $12 \frac{4}{5}$ semiunciæ, hoc

est, plusquam tertia pars totius corporis; tantumdem ergo per continuam dissipationem de corporis substantia decedere debet; alioqui in enormem excresceret molem. Jam verò si jactura eum in modum sese haberet, ut vetustissima corporis materia primum abiret, deinde quæ proximè minus vetusta est, et sic per gradus ad recentissimam usque, manifestum est ita omninò dissipari corporis nostri substantiam, ut post tres annos nihil vetus-

tæ materiæ superstes esset, alia plane ejus locum occupante. At quoniam veteres succedentesque particulae simul pro ratione utriusque quantitatis promiscuæ expelli debent, fieri non potest, ut omnis materia in auras avolet, etiamsi mille annos homo viveret. Rem exemplo illustrabimus. Ponatur vas aquæ plenum, continens 150 libras, ex qui-

bus hauriantur $5\frac{1}{25}$ semiunciae, et loco haustæ

aquæ infundantur vini puri semiunciae $5\frac{3}{25}$ Se-

quenti die ex hoc mixto detrahantur iterum se-

miunciae $5\frac{3}{25}$, et dein adjiciantur $5\frac{3}{25}$ vini puri,

et ita deinceps singulis diebus per annum integrum; quæritur quantum vini post annum futurum sit. Problematis hujus solvendi modum indicabimus: 150 libræ aquæ conficiunt 4800 semiuncias, ex qui-

bus detractis $5\frac{3}{23}$ semiunciis aquæ, et iterum

affusa æquali quantitate vini puri, remanent in va-

se $4794\frac{22}{25}$ semiunciae aquæ cum $5\frac{3}{25}$ semiunciis vini

permixtæ. Jam si secundo die ex ac mixtura rursus

detrahas $5\frac{3}{25}$ semiuncias, et tantamdem vini pu-

ri adjicias, illæ semiunciae detractæ $5\frac{3}{25}$ non ex

aqua pura constabunt, sed tantilium vini conti-

nent, quod in eadem proportione erit ad aquam,

ut $5\frac{3}{25}$ ad $4794\frac{22}{25}$, id est, numerus semiunciarum

aquæ residuæ post secundam detractionem erit ter-

tius proportionalis ad 4800 et $4794\frac{22}{25}$, quod qui-

dem evidens est. Simili ratione, tertio die detrac-

tis ex mixto semiunciis $5\frac{3}{25}$ patet numerum se-

miunciarum aquæ residuæ esse quartam propor-

tionalem ad 4800 et $4694\frac{22}{25}$ et ita porrò: ergo

completo anno, scilicet per 365^{am} extractionem,

residuæ aquæ pondus habebitur sumendo 466^{am}

proportionalem ad 4800 et $4798\frac{22}{25}$, seu evehen-

do $4794\frac{22}{25}$ ad 365^{am} potestatem, et dividendo

per numerum 4800 itidem ad 364^{am} potestatem

evectum, quod quidem laboriosissimum per plu-

res menses calculum postularet. At rem per *loga-*

rithmorum tabulas compendiose absolvunt Alge-

bristæ, inveniuntque post completum annum re-

mansuras in vase 3251 $\frac{1}{5}$ semiuncias aquæ, ideo-

que 1548 $\frac{4}{5}$ semiuncias vini. Exemplum ad præ-

sentem casum transferatur. Aquæ puræ 150 libræ

repræsentent materiam, ex qua corpus compo-

tur, $5 \frac{3}{5}$ semiunciæ vini puri quotidie infusi re-

ferant novam materiam corpori nostro singulis diebus additam, erit materia vetus semiunciarum

$\frac{1}{2}$ seu libr. 101, semiunciarum $\frac{2}{4}$ 19 —; nova

autem substantia erit libr. 48, semiunciarum

$\frac{4}{5}$ 12 —. Itaque corpus humanum tertiam ferè subs-

tantia partem post annum integram amittet, et protracto calculo invenitur elapso decennio supersitem saturam esse dumtaxat partem quinquagesimam. Prætermittendum tamen non est à nobis positum fuisse omnes corporis partes æqualiter et uniformiter dissipari; quamquam certissimum sit ossium dissipationem multo lentiorē esse, quam partium fluidarum. Sed quidquid sit, ex his saltem manifestum est, in corporibus nostris velocissimam mutationem contingere, atque hic perpetuæ vicissitudini obnoxias esse durissimas corporis nostri partes: et quidem nullum est in corpore animali os tam durum, tam compactum quod non nutriatur, ac proinde quod non mutetur, et partem sui amittat novamque recuperet.

Ecquis non mirabitur omnipotentem Dei manum, quæ in corporis nostri structura, tot subtilissima disposuit instrumenta ad nutritionem et evaporationem necessaria! At singulos ætatis humanae gradus, diversosque corporis nostri status paulo attentius contemplemur. In puerili ætate partes sunt tenellæ, viscosæ, aqua abundant, infinitisque canaliculis perforatæ, quos quidem canaliculos in ossibus, membranis, cartilaginibus,

vasorum tunicis, tendinibus et in cute ipsa demonstrant injectiones anatomicæ. Hinc fit ut vis, quæ in corpore animali motus principium est, quæcumque sit vis illa, molliores partes facilius extendat. Progressu temporis robustiores fiunt partes, atque confirmantur, in adulta scilicet ætate; atque id tandem fit, donec tamen extendendis solidis aut amplius satis sint cordis vires. Attamen facile adhuc flexibilis manet *cellularis* textura multis in locis pinguedinem sanguinemque admittit, hinc pinguiores fiunt adulti ad certum usque tempus, nec tamen crescant. Profecta ætate textura cellularis fit crassior, rigescant sensum ossa, cartilagine in ossa convertuntur, vasa excretoria comprimantur, minima officia clauduntur, secretiones minuuntur, sanguis exsiccat, et in singulis porporis partibus terrestrem veluti humorem deponit. Hinc partes omnes duriores observantur, hinc crustæ ossæ in ipsis arteriis, in ossium superficie et maxime in vertebra deprehenduntur. His gradibus ad senectutem mortemque ipsam pergitur. Solvitur tandem fragilis hæc corporis nostri machina iterum reparanda et ad meliorem æternamque vitam revocanda.

II. *Resurrectio mortuorum*, inquit S. Augustinus serm. 150. *præcipua fides Christianorum*: et quidem, *statum est hominibus semel mori, post hoc autem iudicium*: ait S. Paul. ad Hebr. 9. Itaque cum increduli quidam implique homines, ex iis quæ n. præced. diximus, plurima objiciant resurrectionis dogmati contraria, hinc officii nostri partes esse diximus sanctum illud religionis decretum spei timorisque plenum à cavillationibus vindicare. Quomodo, inquam, ex corporis particula, quæ per insensibilem transpirationem assidue evanescent, in eadem corpus iterum coales-

centi. Illæ eadem particulæ in alia corpora, in aliorum hominum substantiam transeunt; objectioni vim addere conantur, fingendo hominum corpora ab animalibus carnivoris vel antropophagis hominibus absorpta. Qua ratione fieri poterit, ut unusquisque carnem suam repetat atque revocet? cam unus hominis caro in carnem alterius transmigraverit? Porro quamvis corporum resurrexio solius divinæ potestatis opus sit, *cujus causas et rationem temere quis investigaret*, ait Athei magoras de mortuorum resurrectione, everti tamen debent argumenta quibus fidem nostram oppugnare conantur religionis hostes. Igitur quamvis corporis nostri materia per insensibilem transpirationem avolaverit et in velloæ carnivoræ aut barbari hominis substantiam transiverit, Deus eamdem discernet et corpori, ejus erit, restituet. Particulæ omnes, quæ ab ortu ad mortem usque corpus nostrum per diversas ætates compegerunt, nobiscum non resurgent; tunc enim enormis magnitudinis monstra excitaremur. Deus eam nobis restituet, quam ipse decrevit, magnitudinem, de qua quidem magnitudine nihil fides docet. Nihil autem à ratione alienum est; imò ratio ipsa demonstrat, Deum omnipotentem dispersas materiæ particulas quæ uniuscujusque hominis substantiam per totum vitæ decursum componebant, colligere et eligere posse, atque in eam quam jubet, magnitudinem revocare: *ita modificabitur illa in unoquoque materies, ut nec aliquid ex ea pareat, et quod alicui defuerit, ille supleat, qui etiam de nihilo potuit, quod voluit operari*: ut ait S. Augustinus in Enchiridio cap. 90. quamvis ergo mortuorum resurrectio et omnes, quæ ad eam pertinent, mutationes divinæ sint potestatis opus, altissimumque mysterium, id tamen rationi mi-

nimè contrarium est; et certa fide tenendum, omnes homines in propria carne resurrecturos, ante divini judicis tribunal constituendos, ut prohi donentur præmio, improbi autem supplicio mancipientur.

III. Quamvis in adorando Eucharistiæ Sacramento potentiæ, amoris et benevolentia thesauros effunderit et explicaverit Christus Dominus, non desunt tamen ingratisissimi impiissimique homines, qui ad oppugnamdam illud divinæ bonitatis mysterium, in disputationibus philosophicis de corporum natura ineptissimas cavillationes quærent et audacissime jactitant. Cavendum quidem est, ne sacrosancta religionis mysteria curiosius scrutari atque explicare præsumant Philosophi; si enim opinio aliqua aut theologica, aut philosophica mysterii rationem ita afferat ut nullum fidei locum relinquat, hæc statim rejicienda. At omnes ingenii sui vires intendere debent religiosi verique Philosophi, ut sanctissima fidei dogmata ab impiorum hominum conatibus defendant, eaque supra rationem esse, non tamen rationi contraria, ostendant. Quatuor sunt argumenta philosophica quæ Novatores maxime jactare solent.

1. *corpus Christi simul esse in pluribus locis*
2. *corpus Christi veras non habere corporis proprietates, non esse eamdem, locum non occupare.*
3. *accidentia panis et vini remanere post factam consecrationem sine subjecto.*
4. *accidentia illa habere omnes proprietates substantiæ.*

Ex illis objectionibus duæ pertinent ad corpus Christi, duæ aliæ ad accidentia; quæ quidem omnes ex diotis de corporis natura facile refelluntur. Quod duas priores objectiones spectat, patet rationi contrarium non esse, illam existendi modum, quæ Christum in Eucharistia existere certa fide docemur: etenim de ipsa corporis essentia non consentiunt inter se

Philosophi; imò plurimi apud ipsos Novatores cultissimi doctissimique Physici extensionem et impenetrabilitatem ad corporis essentiam non pertinere, sine ulla dubitatione affirmant; in qua quidem sententia duæ priores objectiones evanescent. Certissimum omnino est corpus Christi in Eucharistia suam habere *quantitatem*; nempe partes revera sunt diversæ et extra se invicem, alioqui non esset corpus humanum. At quantitas illa, quam habet corpus Christi in Eucharistia, dicit quidem extensionem partium *in ordine ad se*, seu per eam quantitatem fit, ut pars si extra aliam partem; sed non dicit extensionem *in ordine ad locum*, hoc est, per eam non fit, ut pars occupet locum. Igitur corpus Christi in Eucharistia nec *definitive*, nec *circumscriptive* continetur; non quidem *definitive*, nam corpus Christi contineri *definitive sub speciebus*, est ita sub illis existere, ut non sit alibi, quod repugnat fidei, quæ docet, Christum esse in calis et in hostiis consecratis. Neque continetur *circumscriptive*, nam contineri *circumscriptive* est respondefe variis spatii partibus; at corpus Christi non respondet variis spatii partibus, cum non habeat extensionem impenetrabilem. Ille quidem existendi modus nullum in rebus creatis exemplum habet, et miraculis plenus est, ac proinde merito vocatur *sacramentalis*, seu modus, qui soli Sacramento conveniat. At modum illum existendi absurdum non esse et divinæ omnipotentiaæ ac rationi non repugnare, patet ex iis, quæ de extensione, impenetrabilitate, loco et spatio fuse disseruimus.

Quod spectat *accidentia*: accidentium nomine intelligunt panis et vini qualitates, *colorem*, *quantitatem*, *saporem*. Eæ autem qualitatem remanent in Eucharistia, iis afficiuntur sensus nostri, facta

consecratione. Qualitates illæ à Concilio Lateran. IV. vocantur: *panis et vini species*: à Concilio Constantiensi dicuntur: *accidentia panis et vini*; Concilium Tridentinum Lateranensis Concilii phrasim retinuit. Observandum est, duplicem à Peripateticis distingui *quantitatem*, aliam *internam*, *externam* aliam: primam dicunt partes *entitativas* et *substantiales*, quæ ita sunt de essentia corporis, ut iis sublatis destruat corpus. Hæc quantitas corpus extendit in ordine ad se, hoc est partes entitativas alias extra alias ita constituit, ut entitas partis unius tota sit extra entitatem partis alterius, et tamen omnes in eodem loco reperiantur. Quantitas externa nihil est aliud, quam extensio sensibilis, quæ partes jam extensas in ordine ad se, extendit in ordine ad locum. Hæc Peripateticorum opinio aliqua ex parte convenit cum hypothesi Leibnitiana, quæ corporum partes ab ipsa extensione distinguit, sed extensionem sensibilem velat merum phenomenon, non tamquam aliquid substantiale aut accidens absolutam admittit. De fide est, *accidentia remanere sine subjecto substantiali panis et vini*; at de fide non est ea non habere subjectum aliquod accidentale. *Accidentia manere autem plerique Theologi in panis et vini quantitate, externa scilicet, quæ remanet in Eucharistia consecrata, et quantitatem illam aliasque sensibiles qualitates accidentia absoluta appellant, eo quod sine alio subjecto maneant. Novam opinionem excogitavit, aut saltem maximè illustravit atque amplificavit Magnus noster. Species sensibiles, quas intentionales vocat non aliud esse docet, quam actionem ipsam objectorum in sensus. Dum autem in Eucharistia non supersit panis substantia, in sensus illa agere non potest; sed Deus per seipsum soloque imperio supplet actionem subs-*

tantia panis, facta in sensibus nostris eadem modificatione sive impressione, quam panis ante consecrationem producebat. Unum hic diligenter monere oportet, Concilia Lateranense, Florentinum et Tridentinum *accidentium* nomen non usurpasse, sed *specierum*. Quæ cum ita sint, catholica fide certum ac definitum non est accidentia absoluta ad fidem pertinere; sed hoc certissime tenendum est; totam panis et vini substantiam converti seu transmutari in corpus et sanguinem Christi; species verò seu accidentia remanere fidei auctoritate et sensuum iudicio indubitatum est. Verùm quid sint et in quo consistant species illæ, Ecclesia non pronuntiavit. Quamobrem dum Synodus Constantiensis damnavit hanc Wicleffi propositionem: *in Eucharistia non manent accidentia sine subjecto*; censent Theologi censuram non cadere in accidentia, sed in accidentium subjectum, scilicet in substantiam panis et vini quam supresse dicebat Wicleffus. Quòd autem nutritionem spectat, responderi solet, vel Deam aliam substituere materiam, qua corpora nutriantur, vel per se corpora nostra sustentare; qui enim corpora ex nihilo produxit, potest haud dubie illa sustentare ac nutrire. Itaque ex his omnibus concludere licet, sacrosanctum Eucharistia mysterium incomprehensibile quidem esse et ineffabile, non tamen à divina omnipotentia et ratione alienum; quare hanc appendicem absolvemus Concilii Tridentini verbis sess. 13. cap. 1. ubi sermo est de ratione, qua Christus est in Eucharistia: *quam etsi verbis exprimere vix possumus, possibilem tamen esse Deo, cogitatione per fidem illustrata, assequi possumus, et constantissime credere debemus: quæ quidem verba non de hoc Sacramento tantum, sed de aliis omnibus fidei nostræ mysteriis sancte tenenda sunt.*

INDEX PROOEMIUM.

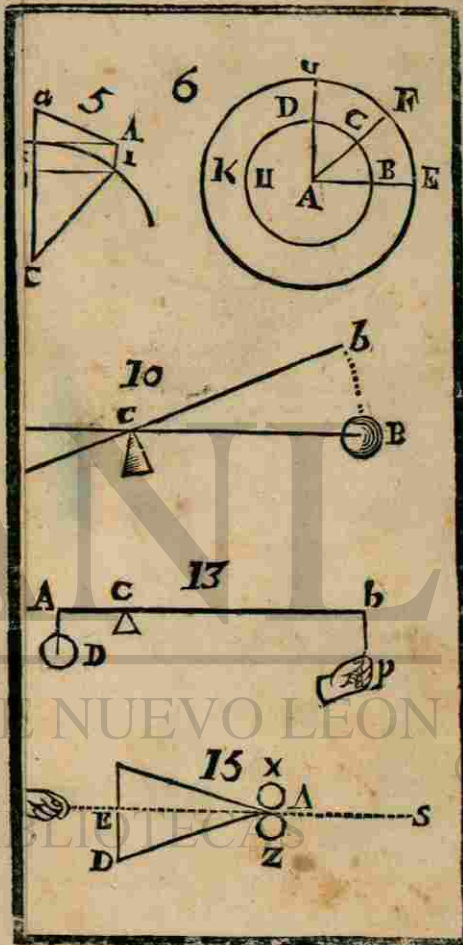
	Pag.
CAPUT I. De natura, et divisione Physices.	1
CAPUT II. De regulis philosophandi.	5
REGULA I. Effectum naturalium causæ non plures sunt admittendæ, quam quæ et veræ sunt, et effectibus explicandis sufficiunt.	ibid.
REGULA II. Effectum naturalium ejusdem generis eadem sunt causæ.	6
REGULA III. Qualitates, quæ in omnibus corporibus, in quibus experimenta sumere licet, sine ullo earumdem qualitatum incremento, vel decremento observantur, pro universalibus corporum qualitibus haberi debent.	8
REGULA IV. In Philosophia experimentalis propositiones ex phenomenis per inductionem collectæ non obstantibus contrariis hypothesis pro veris aut accurate, aut quam proximè haberi debent; donec alia occurrant phenomena, per quæ aut accuratiores reddantur, aut exceptionibus obnoxia.	10
PARS PRIMA PHYSICÆ.	
SECTIO I. De universalibus corporum viribus.	12
CAPUT I. De vi inertia, plurimisque inde colligendis Physices principis.	13
ARTIC. I. De vera notionè, et existentia vis inertia.	ibid.
CONCLUSIO. Demonstratur vis inertia.	16
ARTIC. II. De principio actionis, et reactionis.	24
CONCLUSIO. Reactionem actioni contrariam, et æqualem esse demonstratur.	25
ARTIC. III. De virium compositione.	31
APPENDIX. De quibusdam capituli præcedentis utilitatibus.	38
CAPUT II. De vi attractionis, varisque illius speciebus.	43
ARTIC. I. De attractione generatim considerata.	ibid.
CONCLUSIO. Universalem inter corpora omnia attractionem demonstrant phenomena.	47
ARTIC. II. De prima attractionis lege.	55
CONCLUSIO. Attractionis universalis lex est, ut corpora omnia sese attrahant in ratione directâ massarum, et duplicata inversa distantiarum.	59

tantia panis, facta in sensibus nostris eadem modificatione sive impressione, quam panis ante consecrationem producebat. Unum hic diligenter monere oportet, Concilia Lateranense, Florentinum et Tridentinum *accidentium* nomen non usurpasse, sed *specierum*. Quæ cum ita sint, catholica fide certum ac definitum non est accidentia absoluta ad fidem pertinere; sed hoc certissime tenendum est; totam panis et vini substantiam converti seu transmutari in corpus et sanguinem Christi; species verò seu accidentia remanere fidei auctoritate et sensuum iudicio indubitatum est. Verùm quid sint et in quo consistant species illæ, Ecclesia non pronuntiavit. Quamobrem dum Synodus Constantiensis damnavit hanc Wicleffi propositionem: *in Eucharistia non manent accidentia sine subjecto*; censent Theologi censuram non cadere in accidentia, sed in accidentium subjectum, scilicet in substantiam panis et vini quam supresse dicebat Wicleffus. Quòd autem nutritionem spectat, responderi solet, vel Deam aliam substituere materiam, qua corpora nutriantur, vel per se corpora nostra sustentare; qui enim corpora ex nihilo produxit, potest haud dubie illa sustentare ac nutrire. Itaque ex his omnibus concludere licet, sacrosanctum Eucharistia mysterium incomprehensibile quidem esse et ineffabile, non tamen à divina omnipotentia et ratione alienum; quare hanc appendicem absolvemus Concilii Tridentini verbis sess. 13. cap. 1. ubi sermo est de ratione, qua Christus est in Eucharistia: *quam etsi verbis exprimere vix possumus, possibilem tamen esse Deo, cogitatione per fidem illustrata, assequi possumus, et constantissime credere debemus: quæ quidem verba non de hoc Sacramento tantum, sed de aliis omnibus fidei nostræ mysteriis sancte tenenda sunt.*

INDEX PROOEMIUM.

	Pag.
CAPUT I. De natura, et divisione Physicæ.	1
CAPUT II. De regulis philosophandi.	5
REGULA I. Effectum naturalium causæ non plures sunt admittendæ, quam quæ et veræ sunt, et effectibus explicandis sufficiunt.	ibid.
REGULA II. Effectum naturalium ejusdem generis eadem sunt causæ.	6
REGULA III. Qualitates, quæ in omnibus corporibus, in quibus experimenta sumere licet, sine ullo earumdem qualitatum incremento, vel decremento observantur, pro universalibus corporum qualitibus haberi debent.	8
REGULA IV. In Philosophia experimentalis propositiones ex phenomenis per inductionem collectæ non obstantibus contrariis hypothesis pro veris aut accurate, aut quam proximè haberi debent; donec alia occurrant phenomena, per quæ aut accuratiores reddantur, aut exceptionibus obnoxia.	10
PARS PRIMA PHYSICÆ.	
SECTIO I. De universalibus corporum viribus.	12
CAPUT I. De vi inertia, plurimisque inde colligendis Physicæ principis.	13
ARTIC. I. De vera notionè, et existentia vis inertia.	ibid.
CONCLUSIO. Demonstratur vis inertia.	16
ARTIC. II. De principio actionis, et reactionis.	24
CONCLUSIO. Reactionem actioni contrariam, et æqualem esse demonstratur.	25
ARTIC. III. De virium compositione.	31
APPENDIX. De quibusdam capituli præcedentis utilitatibus.	38
CAPUT II. De vi attractionis, varisque illius speciebus.	43
ARTIC. I. De attractione generatim considerata.	ibid.
CONCLUSIO. Universalem inter corpora omnia attractionem demonstrant phenomenà.	47
ARTIC. II. De prima attractionis lege.	55
CONCLUSIO. Attractionis universalis lex est, ut corpora omnia sese attrahant in ratione directâ massarum, et duplicata inversa distantiarum.	59

ARTIC. III. De altera attractionis specie.	66
CONCLUSIO. Præter attractionis legem in ratione distantiarum duplicata decrescentem, admittenda est lex alia in ratione plusquam duplicata decrescens.	70
APPENDIX. De quibusdam capitulis præcedentis utilitatibus.	78
CAPUT III. De gravitate constanti.	86
ARTIC. I. De gravitatis terrestri affectionibus præcipuis.	87
ARTIC. II. De causa gravitatis.	94
CONCLUSIO. A vortice Cartesiano repeti non potest gravitatis causa, nec ab ullo impellente fluido cognitis proprietates habeat.	97
ARTIC. III. De centro gravitatis.	107
APPENDIX. De quibusdam capitulis præcedentis utilitatibus.	120
SECTIO II. De reliquis universalibus corporum proprietatibus ex virium notione derivandi.	129
CAPUT I. De motu in genere variisque illius speciebus. ibi I.	130
ARTIC. I. De motu generatim considerato.	130
ARTIC. II. De rectilineo corporum descensu.	134
ARTIC. III. De motu curvilineo.	141
CONCLUSIO. Gravitatis terrestri inæqualitatem demonstrant accuratissime instituta pendulorum experimenta.	150
ARTIC. III. De corporum conflictu.	167
APPENDIX. De quibusdam capitulis præcedentis utilitatibus.	186
CAPUT II. De extensione et reliquis inde pendentibus corporum proprietatibus.	197
ARTIC. I. De extensione penetrabili.	198
CONCLUSIO. I. Validissimis rationibus probatur vacuum.	200
CONCLUSIO. II. Corpora omnia innumeris poris pertusa esse demonstratur.	210
ARTIC. II. De extensione impenetrabili.	215
CONCLUSIO. Extensio quælibet in infinitum geometricè divisibilis demonstratur.	219
ARTIC. III. De figurabilitate.	229
CONCLUSIO. De perfecta minimarum particularum duritie, diversaque illarum natura nihil affirmandum videtur.	236
ARTIC. IV. De corporis natura.	244
APPENDIX. De quibusdam capitulis præcedentis utilitatibus.	251



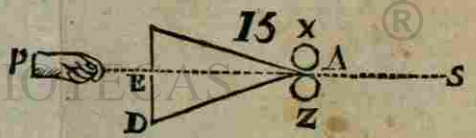
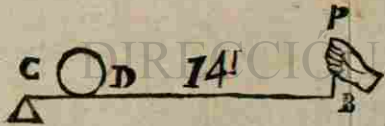
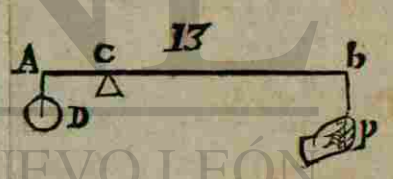
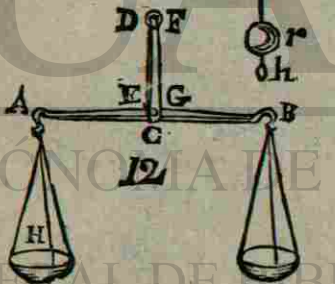
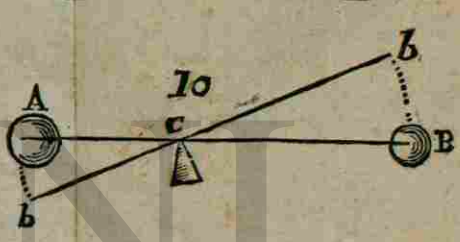
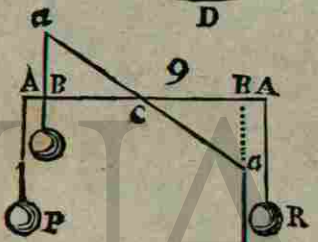
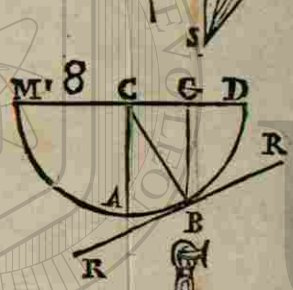
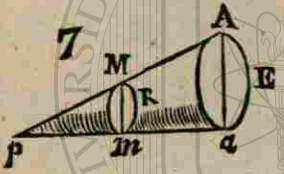
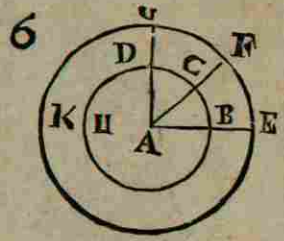
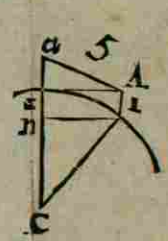
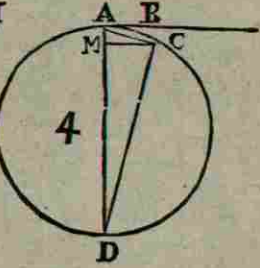
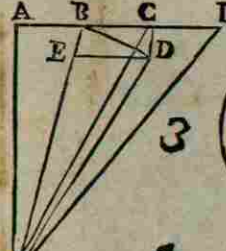
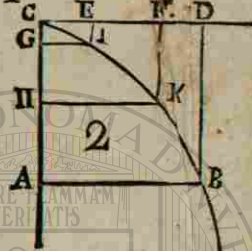
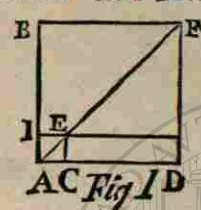
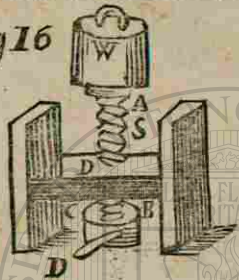
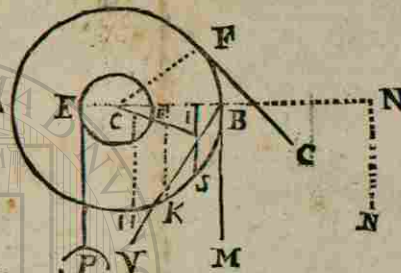


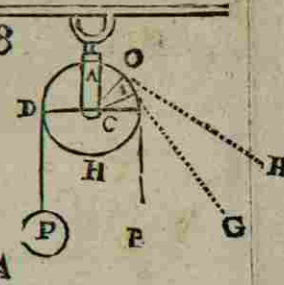
Fig 16



17



18



19

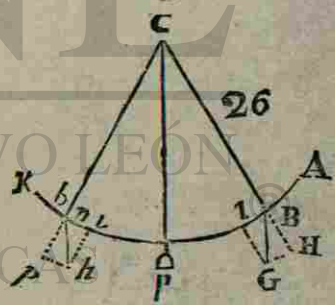
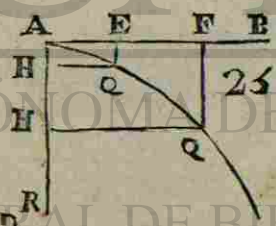
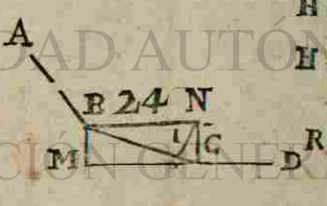
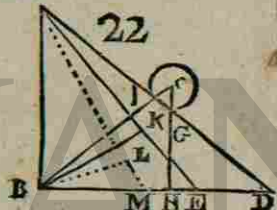
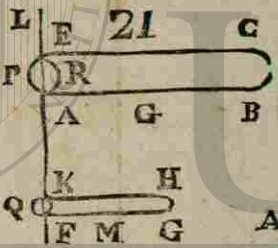
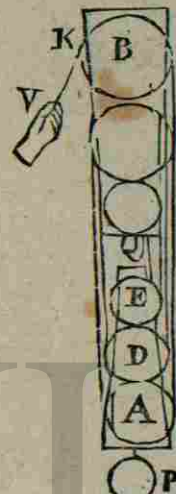
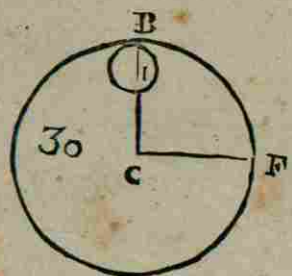
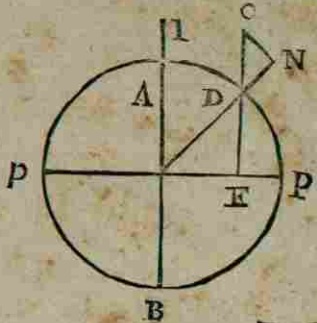
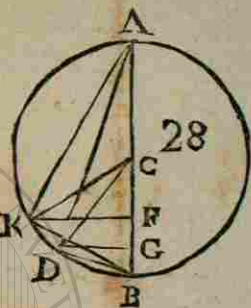
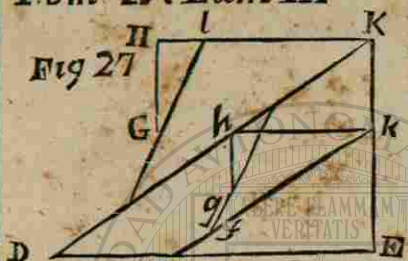


Fig 27



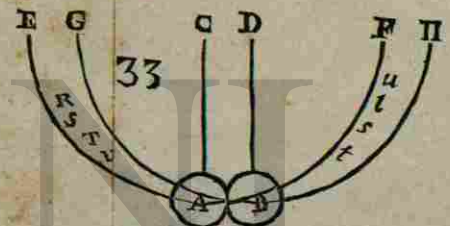
31



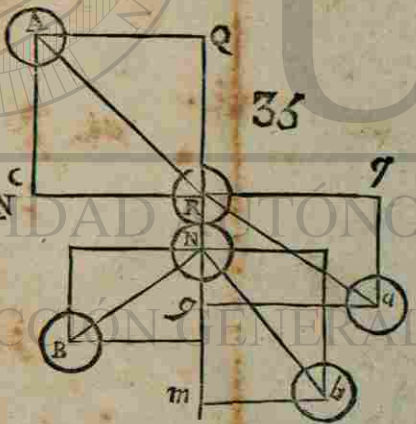
32



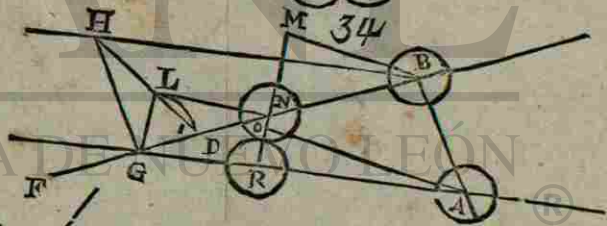
33



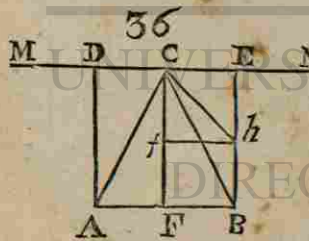
35



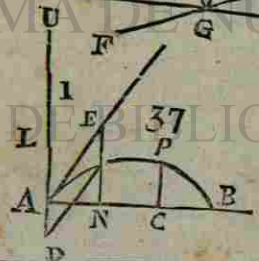
34



36

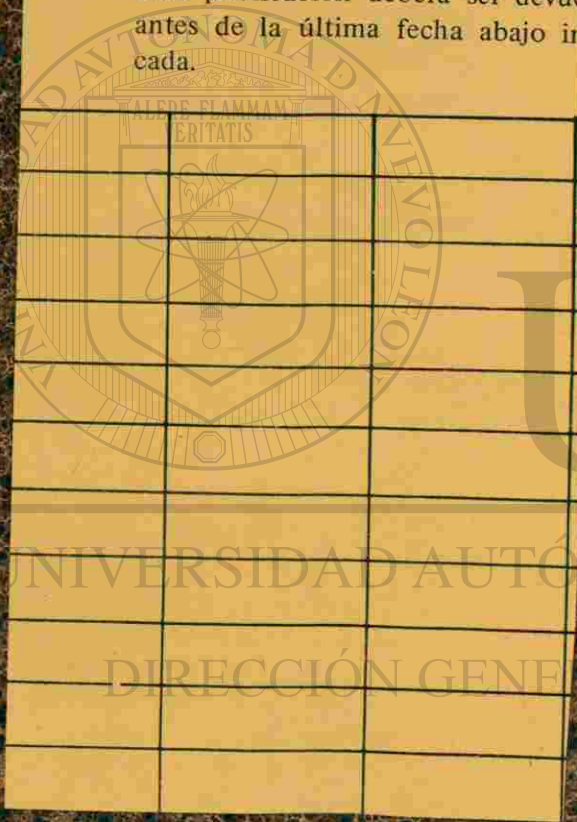


37



CAPILLA ALFONSINA
U. A. N. L.

Esta publicación deberá ser devuelta
antes de la última fecha indicada en
cada.



B69
J3
v.4

FAPP

53375

AUTOR

JACQUIER, Francisco

U
ANL

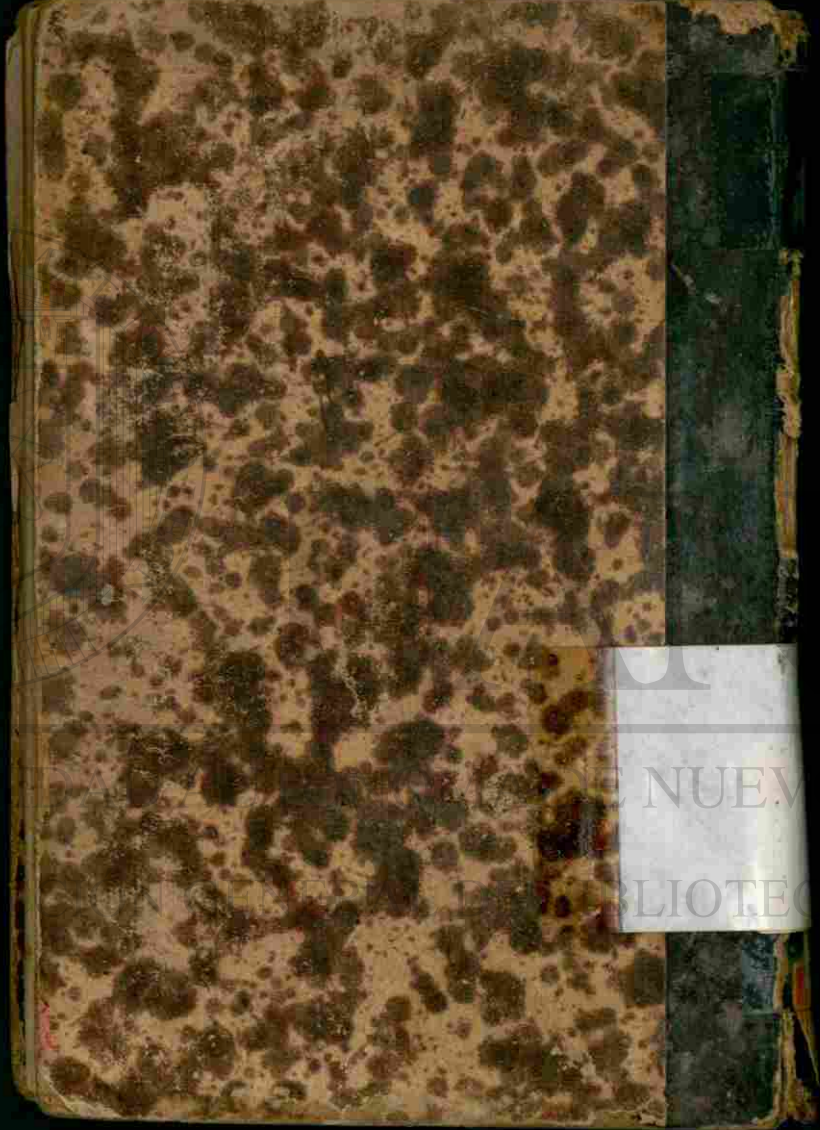
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA

DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL

DE BIBLIOTECAS





BIBLIOTECA
NUEVA