ductus in exponentem ipsius a^5 *auctum unitate, seu* $5+1=6$ *hoc est*, $\frac{1}{1}\times\overline{5+1}=6$: tertii termini coëfficiens $\frac{6}{2}\times\overline{4+1}=3\times 5=15$: coëfficiens termini quarti est $\frac{15}{3}\times\overline{3+1}=5\times 4=20$. Et simili modo invenientur coëfficientes alii 15, 6, 1.

Ex hac constanti exponentium et coëfficientium serie generatim exhiberi potest binomium $a+b$ ad potestatem quamlibet m evectum. Ita terminorum series se habebit, non consideratis coëfficientibus: $a^m b^0$, $a^{m-1}b^1$, $a^{m-2}b^2$, $a^{m-3}b^3$, $a^{m-4}b^4$, quae series continuari debet, donec exponens quantitatis b evadat m. Coëfficientes autem ex praecedenti regula hoc ordine progrediuntur 1, m, $m\times\frac{m-1}{2}$, $m\times\frac{m-1}{2}\times\frac{m-2}{3}$, $m\times\frac{m-1}{2}\times\frac{m-2}{3}\times\frac{m-3}{4}$ et ita deinceps. Quare haec habetur generalis formula $(a+b)^m = a^m + ma^{m-1}b + m\times\frac{m-1}{2}\times a^{m-2}b^2 + m\times\frac{m-1}{2}\times\frac{m-2}{3}\times a^{m-3}b^3$ cet. Simili modo invenitur formula pro binomio $(a-b)^m$, hoc solum observato discrimine, quod terminus debeat esse negativus, si exponens quantitatis b sit numerus impar. Ita in cubo $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ secundus et quartus termini sunt negativi. Ratio autem est evi-

dens, quum negativa exsistente quantitate, multiplicationem numerus impar productum efficere debeat negativum. Formula eadem omnino ratione componi posset pro trinomio $a+b+c$; ponendo $a+b=n$, et ita deinceps pro polynomio quolibet. Praecedens formula, quae potestatum compositionem exhibet, earum quoque resolutionem repraesentare potest. Ita radix quadrata binomii $a+b$ nihil est aliud, quam potestas binomii $a+b$, cuius exponens $\frac{1}{2}$. Quare ponatur in formula praecedenti $m=\frac{1}{2}$, habebiturque

$$\overline{a+b}^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\left(a^{-\frac{1}{2}}b\right) + \frac{1}{4}\times-\frac{1}{2}\left(a^{-\frac{3}{2}}b^2\right) + \frac{1}{4.3}\times-\frac{1}{2}\times-\frac{5}{2}\left(a^{-\frac{5}{2}}b^3\right)\text{cet.} = a^{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{b}{2a}-\frac{b^2}{8a^2}+\frac{b^3}{16a^3}\right)\text{cet.}$$

Simili modo si extrahenda sit radix quinta ex $a+b$; habebitur

$$\left(a+b\right)^{\frac{1}{5}} = a^{\frac{1}{5}} + \frac{1}{5}\left(a^{-\frac{4}{5}}b\right) - \frac{1\times 4}{2\times 25}\left(a^{-\frac{9}{5}}b^2\right)\text{cet.} = a^{\frac{1}{5}}\left(1+\frac{b}{5a}-\frac{2bb}{25aa}+\text{cet.}\right)$$

Itaque ad radicem proxime veram accedere possumus per series infinitas convergentes, hoc est, per series, quorum termini perpetuo decrescant.

CAPUT VI.

De proportionibus.

I.

In memoriam revocanda est explicata cap. I. rationis et proportionis definitio. *Ratio* dicitur: *ea duarum quantitatum latitudo, qua ad se invicem referuntur. Geometrica* dicitur: *si in ea relatione consideremus, quomodo quantitas una alteram contineat; arithmetica* vocatur: *si excessum tantummodo unius supra aliam spectemus.* In omni ratione quantitas, quae ad aliam refertur, *antecedens* dicitur, ea vero, ad quam refertur; *consequens* appellatur. Ratio *geometrica* dicitur *dupla, tripla, decupla* cet. si antecedens bis, ter, decies cet. consequentem continet; contra vero *subdupla, subtripla, subdecupla* cet. si vis, ter, decies cet. antecedens in consequenti continetur. *Exponens* rationis geometricae dicitur: *quotus ex antecedenti per consequentem diviso:* exponens vero rationis arithmeticae est: *differentia consequentis ab antecedenti.* Hinc ratio geometrica instar fractionis scribitur, arithmetica instar subtractionis. *Duarum rationum aequalitas* dicitur *proportio.* Ea est *geometrica* vel *arithmetica* pro rationum ipsarum qualitate. Igitur in omni proportione quattuor quantitates esse debent, et *prima ad secundam esse* dicitur; *ut tertia ad quartam.* Si vero eadem quantitas bis adsumatur ita, ut primae rationis consequens idem sit cum antecedente secundae, proportio dicitur *continua.* Ita exprimi solet proportio geometrica $a . b : : c . d$, vel $a . b = c : d$, vel $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; arithmetica vero $a - b = c - d$.

II. Si inter duas primas quantitates eadem sit differentia, quae inter duas ultimas, iam quantitates illae sunt *arithmetice proportionales,* ut patet ex praecedenti definitione; quare arithmetice proportionales sunt numeri 3, 7, 12, 16; atque etiam quantitates a, $a+b$, e, $e+b$. Si autem talis proportio continuetur ita, ut quantitates per eamdem constantem differentiam perpetuo crescant vel decrescant, iam habetur series vel *progressio arithmetica,* qualis est ita a, $a+b$, $a+2b$, $a+3b$ cet. vel haec alia x, $x-b$, $x-2b$ cet. aut etiam in numeris 1, 2, 3, 4, 5 cet. et 10, 7, 4, 1, -2, -5, -8 cet. Ex ipsa proportionis arithmeticae natura evidens est, summam extremorum terminorum aequalem esse summae mediorum. Ita in proportione arithmetica $a - (a+b) = e - (e+b)$ manifestum est, summam extremorum $a+e+b$, aequalem esse summae mediorum $a+b+e$. Hinc datis tribus quantitatibus, facile invenitur quarta arithmetice proportionalis: addantur scilicet secunda et tertia, atque ex summa auferatur prima, differentia erit quartus terminus arihmetice proportionalis, ut patet.

Inde etiam colligitur, in progressione qualibet arithmetica summam duorum extremorum aequalem esse summae duorum quorumlibet terminorum ab extremis aeque distantium. Sint priores termini a, $a+b$, $+2^b$ cet. sitque ultimus terminus x, erit penultimus $x-b$, antepenultimus, $x-2^b$ cet. Iam comparentur inter se termini, qui ab extremis aeque distant in hunc modum:

a, $a+b$, $a+2b$, $a+3b$, $a+4b$ cet.
x, $x-b$, $x-2b$, $x-3b$, $x-4b$ cet.

$a+x$, $a+x$, $a+x$, $a+x$, $a+x$ cet.

Si nempe singuli termini correspondentes, et qui ab extremis aequaliter distant, sibi invicem addantur, habebitur semper $a+x$, hoc est, summa primi termini a et ultimi x. Atque hinc etiam evidens est, summam omnium terminorum in progressione arithmetica aequalem esse producto ex summa primi et ultimi in dimidium terminorum numerum. Ita si numerus terminorum dicatur n, erit omnium summa $\overline{a+x}\times\frac{n}{2}$.

III. Quum differentia communis terminorum in progressione arithmetica primum terminum non adficiat; patet, huius differentiae coëfficientem in quolibet dato termino aequalem esse numero terminorum, qui terminum datum praecedunt. Quare in ultimo termino x habebitur illa $\overline{n-1}\times b$ nempe $a=a+\overline{n-1}\times b$. Igitur quum omnium terminorum summa sit $\overline{a+x}\times\frac{n}{2}$, ea quoque invenitur $=\frac{2an+bn^2-bn}{2}=\left(\frac{2a+bn-b}{2}\right)\times n$. E. g. Series arithmetica $1+2+3+4+5$, cet. ad 100 terminos producta $=\frac{2\times100+10000-100}{2}=5050$.

At si progressionis primus terminus fuerit 0, erit progressionis summa aequalis dimidio producto ex ultimo termino in numerum terminorum. Nam in hoc casu quum sit $a=0$, summa terminorum, quae generatim exprimitur per $\overline{a+x}\times\frac{n}{2}$ in hanc abit $\frac{nx}{2}$. Vnde patet, summam numeri cuiuslibet terminorum in progressione arithmetica; cuius primus terminus est 0, aequalem esse dimidio producto ex terminorum numero in terminum maximum. E. g. Progressio arithmetica.

$$\left.\frac{\begin{array}{l}0+1+2+3+4+5+6+7+8+9=\\ 9+9+9+9+9+9+9+9+9+9=\end{array}}{2}\right\}\frac{10\times9}{2}=45.$$

IV. Si quotus ex duabus primis quantitatibus, aequalis sit quoto ex duabus ultimis, quattuor illae quantitates sunt *geometrice proportionales*, ut patet ex praecedenti definitione. Tales sunt numeri 2, 6, 4, 12, et quantitates a, ar, b, br. Ex ipsa proportionis geometricae natura evidens est, productum ex terminis extremis aequale esse producto ex mediis; sic $a\times br=ar\times b$, ut patet. Quare datis tribus terminis facile invenitur quartus geometrice proportionalis: multiplicando scilicet duos medios terminos, productumque dividendo per primum, quotus erit quartus quaesitus. Ita datis tribus quantitatibus a, ar, b, invenitur quarta $\frac{ar\times b}{a}=br$. At si proportio sit continua ita, ut secunda quantitas sit primae rationis consequens, et simul secundae rationis antecedens, simul ratiocinatione patet, sumendum esse huius quantitatis quadratum, et per primam quantitatem esse dividendum. Haec autem quantitas, quae antecedentis et consequentis vices gerit, vocatur *media proportionalis*, talisque proportio ita exprimitur $\div a . b . c$, nempe hoc scribendi modo significatur, b esse mediam proportionalem. At media proportionalis arithmetica ita designatur $\div a . b . c$. Patet autem, in hac proportione summam extremorum aequalem esse termino medio bis sumto.

Ex demonstratis de proportione geometrica pendet vulgatissima arithmeticae operatio, quae *regula trium* vel etiam *regula aurea* propter eximiam utilitatem appellari solet. Per hanc regulam, datis tribus terminis, invenitur quartus proportionalis. In hac autem operatione probe observari debet terminorum ordo. Et primo quidem consideranda est quantitas, quae est eiusdem generis cum quantitate quaesita. Ex quaestionis natura intelligitur, an quantitas data sit maior vel minor quantitate quaesita; si maior sit, iam maxima ex aliis duabus quantitatibus in terminorum ordine ad sinistram scribi debet, at si minor sit, tunc duarum aliarum quantitatum minima ad sinistram, alia autem ad dexteram collocari debet. Constituto autem convenienti terminorum ordine iam ex praescripto regulae, productum ex secundo termino in tertium per primum terminum dividi debet. Tota res exemplo perspicua fiet. Haec

proponatur quaestio. *Si 30 homines 15 diebus absolvant 150 speris hexapedas; quaeritur, quot hexapedas conficient 40 homines eodem tempore.* Quoniam quaeritur hexapedarum numerus, primum considerandus est numerus 150. Statim autem vides, numerum quaesitum *hexapedarum maiorem esse debere dato hexapedarum numero, sicuti 40 homines plures numero sunt quam 30.* Quare numerus 30 ad sinistram collocari debet in priori ratione, numerusque 40 ad dexteram, atque ita operatio peragitur: $30 : 40 = 150 : \frac{40 \times 150}{30}$

$= \frac{4 \times 150}{3} = 200.$

V. Pro varia terminorum ordinatione in proportione geometrica diversa ab arithmeticis inventa fuerunt nomina. At ex prima terminorum ordinatione aliae omnes facile inferuntur. Si primus terminus dicatur esse ad tertium, ut secundus ad quartum, argumentari dicimur *alternando.* Si dicatur secundus ad primum, ut quartus ad tertium, tunc dicitur *invertendo.* Si summa terminorum primi et secundi refertur ad secundum, ut summa terminorum tertii et quarti ad quartum, inferre dicimur *componendo;* contra autem *dividendo*, si terminorum primi et secundi differentia ad secundum referatur, ut differentia tertii et quarti referatur ad quartum. In his autem omnibus argumentandi modis proportionem manere patet, quum productum extremorum aequale semper inveniatur producto mediorum. *Ita in proportione* a : ab = c : cb *erit etiam* a : c = ab : cb. *Itemque* ab : a = cb : c; *quum in utroque casu sit productum extremorum* abc *aequale producto mediorum* abc. *Pariter* a + ab : ab = c + cb : cb, *atque etiam* a — ab : ab = c — cb : cb; *quum in primo casu sit productum extremorum et mediorum* $acb + ab^2c$; *in secundo autem* $acb - ab^2c$. Ex eadem productorum aequalitate facile colligitur, rationum compositione proportionem non mutari. Ratio *composita* ex pluribus geometricis rationibus illa dicitur, quam habet productum ex earum antecedentibus ad productum ex consequentibus. Sint duae proportiones $\left.\begin{matrix} a:b=c:d \\ f:g=m:s \end{matrix}\right\}$ erit $af : bg = cm : ds$. Etenim productum extremorum $afds$ aequale est producto mediorum $bgcm$. Et quidem $a:b=c:d$, ac proinde $ad=bc$. Praeterea $f:g=m:s$, ideoque $fs=gm$, ergo $ad \times fs = bc \times gm$. Simili ratione patet $\frac{ad}{fs}=\frac{bc}{gm}$, *adeoque* ad : fs = bc : gm. Atque eadem valet demonstratio pro alio quolibet proportionum numero. Ratio ex duabus aequalibus composita dicitur *duplicata*, ex tribus *triplicata* cet. Hinc ratio geometrica, quam habet quadratum unius quantitatis ad quadratum alterius, est duplicata eius, quam habent ipsae invicem quantitates: ratio cuborum, triplicata cet. Et contra ratio, quam habent inter se radices quadratae, cubicae cet. dicitur *subduplicata*, *subtriplicata* cet.

rationis potentiarum *respectivarum*. At ratio, quae intercedit inter radices quadratas cuborum, hoc est, ratio $a^{\frac{3}{2}}$ et $b^{\frac{3}{2}}$ dicitur *sesquiplicata*.

Si duae quantitates ita inter se connexae sint, ut si una sit dupla, tripla cet. altera etiam dupla, tripla cet. evadat, prima dicitur esse in *ratione directa simplici* alterius. At si prima in eadem ratione decrescit, in qua altera augetur, tunc illa esse dicitur in *ratione inversa* sive *reciproca* istius. At si duae quantitates ita sint invicem connexae, ut altera crescat in eadem ratione, qua primae quadratum aut cubus cet. tunc illa ad hanc esse dicetur in ratione duplicata, triplicata cet. At si in eadem ratione una descrescit, qua crescunt alterius quadrata vel cubi, dicetur esse in ratione huius *reciproca* duplicata aut triplicata cet. Harum rationum frequentissimus usus recurret in physica. *Quod ad rationem inversam simplicem spectat, res sequenti exemplo manifesta fiet.* Si 40 operarii dierum 18 spatio opus aliquod absolvant, quaeritur necessarius operatiorum numerus, ut idem opus 12 diebus absolvatur. *Inspecta autem quaestionis natura, statim patet, quaesitum operariorum numerum non minorem esse debere relate ad* 40, *sicuti* 12 *minor est relate ad* 18, *sed e contrario maiorem; proindeque evidens est, operariorum numerum quaesitum esse in ratione inversa dierum. Quapropter in priore ratione proportionis, quae exprimet dies, invertentur numeri, seu minor sinistram tenebit, et maior dexteram.*

E. g. $12 : 18 = 40 : \frac{18 \times 40}{12} = 60.$

VI. Ex mediorum et extremorum producto pendet etiam universa progressionum geometricarum doctrina. In progressione qualibet geometrica productum ex primo in ultimum terminum semper aequale est producto ex secundo et penultimo, aut etiam alteri cuilibet producto ex duobus terminis a primo et ultimo aequaliter distantibus. Sit progressio a, ar, ar^2, ar^3, in qua communis multiplicator aut divisor *ratio communis*, aut *exponens communis rationis* dici solet, sitque y ultimus terminus; erunt quattuor ultimi termini y, $\frac{y}{r}$, $\frac{y}{r^2}$, $\frac{y}{r^3}$: ut patet ex natura progressionis geometricae. Est autem $a \times y = ar \times \frac{y}{r} = ar^2 \times \frac{y}{r^2} = \frac{ar^3 \times y}{r^3}$ cet. Praeterea summa progressionis geometricae, demto primo termino, aequalis est summae omnium terminorum, demto ultimo per communem rationem seu *per communem exponentem rationis* multiplicato. Nam $ar + ar^2 + ar^3 + \text{cet.} + \frac{y}{r^3} + \frac{y}{r^2} + \frac{y}{r} + y =$

$$r \times \left(a + ar + ar^2 \text{ cet.} + \frac{y}{r^4} + \frac{y}{r^3} + \frac{y}{r^2} + \frac{y}{r}\right).$$

Quare si progressionis summa dicatur s; erit

$s-a = \overline{s-y} \times r$, hoc est, $s-a = sr-yr$, vel $sr-s = yr-a$, et $s = \frac{yr-a}{r-1}$

Quamvis autem ex arithmeticarum operationum natura facile pateat, qua ratione ad hunc ultimum valorem perveniatur; res tamen magis fiet manifesta ex appendice, quam de aequationibus mox adiungemus. Porro quum exponens ipsius r post secundum terminum perpetuo crescat, si numerus terminorum dicatur n, erit $n-1$ exponens ipsius r in ultimo termino; ac proinde $y = ar^{n-1}$, et $yr = ar^{n-1+1} = ar^n$, et $s = \frac{yr-a}{r-1} = \frac{ar^n-a}{r-1}$. Quare datis in progressione geometrica primo termino, terminorum numero et communi ratione *seu communi exponente rationis*, facile invenietur omnium terminorum summa. Si invenienda sit summa seriei decrescentis $y + \frac{y}{r} + \frac{y}{r^2} + \frac{y}{r^3} + \text{cet.} + ar^3 + ar^2 + ar + a$ posito terminorum numero infinito, ultimus terminus a fit $= 0$. Quum enim n sit infinitus, ac proinde et infinitus r^{n-1}; erit $a = \frac{y}{r^{n-1}} = 0$. Quare summa talis seriei est $s = \frac{yr}{r-1}$ quae est summa finita, quamvis numerus terminorum seriei sit infinitus : ita series infinita est $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} +$ cet. $= 2$.

DE LOGARITHMIS.

Scholion. Ad progressiones arithmeticas et geometricas refertur logarithmorum doctrina, maximae quidem utilitatis in physica sublimiori, sed rem breviter tantum attingere nobis licebit. Progressio quaelibet geometrica hac formula potest repraesentari $\div aq^0 . aq^1 . aq^2 . aq^3 . aq^4 . aq^5$ .cet. in qua a et q exprimunt numeros quoslibet. Quare si fiat $a = 1$, praecedens series abit in hanc $\div q^0 . q^1 . q^2 . q^3 . q^4 . q^5$. cet. Inde autem duo colliguntur. I.° Productum ex duobus quibuscumque huius progressionis terminis pro exponente habet ipsorum exponentium summam. (*cap.V.§. IV. ad calc.*) Ita productum ex $q^1 \times q^4 = q^5$. Quare si inveniendus proponatur in hac progressione terminus, qui sit duorum aliorum producto aequalis, quaeratur terminus, cuius exponens est ipsa duorum exponentium summa . . . II.° Quotus ex duobus terminis emergens ipse est terminus, cuius exponens est ipsa exponentium differentia. Ita si dividatur q^8 per q^3, quotus est $q^{8-3} = q^5$. Quare si inveniendus proponatur terminus duorum aliorum quoto aequalis, quaeratur terminus, cuius exponens aequalis est exponentium differentiae.

Si ponatur progressionis geometricae terminus aliquis q, atque exponens rationis sit $\frac{1}{n}$ progressio quaelibet geometrica hac serie in infinitum re-

praesentari potest : $\div \frac{q}{n^5} . \frac{q}{n^4} . \frac{q}{n^3} . \frac{q}{n^2} . \frac{q}{n} . q . qn . qn^2 . qn^3 . qn^4 . qn^5$ cet. $= \div qn^{-5} . qn^{-4} . qn^{-3} . qn^{-2} . qn^{-1} . qn^{-0} . qn^1 . qn^2 . qn^3 . qn^4 . qn^5$. cet. ut patet. Si infra progressionem geometricam scribatur progressio arithmetica ita, ut singuli termini unius respondeant singulis terminis alterins hoc pacto:

$\div qn^{-4} . qn^{-3} . qn^{-2} . qn^{-1} . qn^0 . qn^1 . qn^2 . qn^3 . qn^4$ cet.

$\div -4 - 3 - 2 - 1 \quad 0 + 1 + 2 + 3 + 4$ cet.

Termini quilibet progressionis arithmeticae $-4 - 2 + 3 + 4$ appellantur *logarithmi* terminorum respondentium in progressione geometrica qn^{-4}, qn^{-2}, qn^{+3}, qn^4.) Inde autem patet, multipliciter variari posse logarithmorum formam. Etenim si duae sint progressiones, quarum altera geometrica sit, altera arithmetica, et sub singulis primae terminis singuli secundae scribantur, undecumque initium fiat, hi dicuntur illorum *logarithmi*. (At in vulgari logarithmorum systemate numeri alicuius logarithmus vocatur exponens potestatis numeri denarii, quae sit numero dato aequalis.) Ita si habeantur duae sequentes progressiones, prior geometrica, et arithmetica altera:

$\div 10^0 . 10^1 . 10^2 . 10^3 . 10^4 . = \div 1 . 10 . 100 . 1000 . 10000.$

$\div 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exponens o est logarithmus unitatis; exponens 1 est logarithmus 10, et ita deinceps. At quia exponentes illi exhibent dumtaxat logarithmos numerorum integrorum in progressione decupla : 1, 10, 100, 1000, 10000 cet. necessum est praeterea, haberi logarithmos numerorum intermediorum, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12 cet. Qua ratione autem formari possint logarithmorum tabulae, breviter exponam; neque enim doctrinam hanc fusius explicare licet pro iniuncta his elementis facilitate.

Vt habeatur numeri alicuius dati, e. g. 3 logarithmus, oportet numerum hunc inveniri in progressione geometrica 1, 10, 100 cet. quod ex dictis patet. Porro quamvis non pateat, numerum 3 locum habere posse in praedicta progressione, evidens tamen est, inserendo inter 1 et 10 terminos medios geometricae proportionales, obtineri numeros inter 1 et 10, eo proximius, quo maior est terminorum insertorum numerus. Vnde fiet, ut horum terminorum mediorum aliquis vel sit numerus 3 accurate, vel veniantur termini duo contigui, inter quos numerus 3 contineatur quamproxime. *Et quidem tabularum constructores, ut plurimos eiuscemodi terminos medios interponerent, superiorem progressionem geometricam* $\div 10^0 . 10^1 . 10^2 . 10^3 . 10^4$. *ope fractionum decimalium in aequalem converterunt:* $10^{0,0000000}$ $10^{1,0000000}$ $10^{2,0000000}$ $10^{3,0000000}$ $10^{4,0000000}$ cet. *atque eo pacto inter singulos progressionis exponentes medii termini* 9999999 *inserti fuere, quorum differentia est* $\frac{1}{10000000}$. Iam vero quia exponentes illi semper sunt in progressione arithmetica, ex dictis evidens est, valorem numeri denarii ad illas potestates evecti, quarum indices sunt iidem exponentes, perpetuo manere in progressione geo-

metrica, atque eosdem exponentes esse horum numerorum logarithmos. Habebitur igitur nova progressio geometrica hoc modo: $10^{0,0000000}$ $10^{0,0000001}$ $10^{0,0000002}$ $10^{0,0000003}$ $10^{0,0000004}$. In qua quidem progressione observandum est, numeros lentissime crescere, *quum ex primo termino* 1 *seu* $10^{0,0000000}$ *usque ad* 10, *seu* $10^{1,0000000}$ *sint* 9999999 *termini intermedii*. Ergo inter eos erit aliquis intermedius = 2, vel 3, vel 4 cet. Ita 2 inventus est terminus $10^{0,3010300}$: $3=10^{0,4771213}$: $4=10^{0,6020600}$. Quare exponentes illi sunt logarithmi numerorum 2, 3, 4 cet. Hoc artificio et patientissimo multorum annorum labore supputatae sunt logarithmorum tabulae.

Commodissimae sunt tabulae illae. Etenim quum demonstratum sit (*cap. v.* §. *IV. ad calcem*) logarithmum producti ex duobus numeris, logarithmorum summae aequalem esse; logarithmorum vero differentiae aequalem esse logarithmum quoti; per solam additionem et subtractionem compendiose absolvi possunt multiplicatio et divisio. Sumantur datorum numerorum 3 et 5 logarithmi, iique addantur, numerus summae respondens in logarithmorum tabulis erit logarithmus producti 15. Contra autem logarithmorum differentia erit logarithmus quoti. Ita si a logarithmo numeri 15 subtrahatur in tabulis logarithmus numeri 5, differentia erit logarithmus numeri 3. Simili ratione patet, numerum quemlibet ad datam potestatem evehi, si sumatur numeri dati logarithmus, et per exponentem potestatis multiplicetur; productum enim erit quaesiti numeri logarithmus. Contra autem si numeri dati logarithmus per exponentem radicis dividatur ; quotus erit quaesitus radicis logarithmus.

APPENDIX.

De aequationibus.

I.

AEquatio dicitur : *propositio duarum quantitatum aequalitatem adfirmans, interposito aequalitatis signo* $=$ AEquatio valorem quantitatis alicuius repraesentat, si ex una aequationis parte habeatur quantitas sola quaesita, in parte autem altera occurrant quantitates, quae omnes sint cognitae. Ita si habeatur $x = \frac{4 \times 6}{3} = 8$, notus est valor ipsius x. Itaque in omni resolvenda aequatione id curandum est, ut nempe quantitas, cuius valor quaeritur, in una aequationis parte sola contineatur, pars autem altera solas quantitates cognitas contineat. In hac autem appendice duplex dumtaxat aequationum genus considerabimus, eas scilicet, in quibus quantitas incognita vel unius est dimensionis seu primi gradus, vel ad secundam dimensionem seu secundum gradum evehitur. Quod ad primi gradus aequationes spectat, totum artificium regulis quibusdam explicabimus variisque numeris distinguemus. I.° Ex una aequationis parte in alteram transfertur quantitas aliqua, facta signorum permutatione, ut in hoc

exemplo: $5x + 50 = 4x + 56$; $5x - 4x = 56 - 50$, et $x = 6$. II.° Si quantitas incognita quantitatibus aliis per multiplicationem aut divisionem permixta sit, ab iis liberari debet in primo casu per divisionem, in casu altero per multiplicationem. Sit $3x + 12 = 27$, erit $3x = 27 - 12 = 15$, et $x = \frac{15}{3} = 5$. Sit autem $\frac{x}{5} + 4 = 10$ seu $\frac{x + 20}{5} = 10$; erit $x + 20 = 50$, et $x = 50 - 20 = 30$. III.° Proportio quaelibet geometrica converti potest in aequationem, facta extremorum et mediorum multiplicatione. Sit $12 - x : \frac{x}{2} = 4 : 1$, erit $12 - x = 2x$; quare $3x = 12$, et $x = 4$. Simili ratione proportio arithmetica in aequationem per additionem mutari potest. IV.° Loco quantitatis cuiuslibet in aequatione alia eiusdem valoris substitui potest. Sit $3x + y = 24$, et $y = 9$, erit $3x + 9 = 24$, $x = \frac{24 - 9}{3} = 5$. V.° Si pars aequationis quantitatem quaesitam continens signo aliquo radicali adficiatur, delendum est signum radicale, et altera pars aequationis ad eam evehi debet potestatem, quam indicat ipsum signum radicale. Sit $= \sqrt{ax + b^2} - c = d$, erit $\sqrt{ax + b^2} = d + c$, et $ax + b^2 = d^2 + 2cd + c^2$;