illorum facies sint polygona rectilinea, ad triangulorum superficiem reduci semper poterit illorum mensura. Prismatis cuiusvis exemplo rem illustrabimus. Per punctum quodlibet in aliquo prismatis latere traductum intelligatur planum ad latus illud perpendiculare; idem planum alia omnia prismatis latera, utpote parallela, perpendiculariter quoque secabit (*cor. v. theor. I. cap. I. sect. II.*), atque sectio erit polygonum, cuius unumquodque latus ad duo parallela prismatis latera erit perpendiculare. Quare superficies uniuscuiusque faciei aequabitur producto ex unoquoque sectionis latere in prismatis latus quodlibet, ob laterum omnium aequalitatem; ac proinde prismatis superficies aequatur producto ex omnibus lateribus sectionis, hoc est, ex tota sectionis perimetro in prismatis latus quodlibet seu eius oporhegma. Iam si prisma rectum ponatur, planum lateri perpendiculare coincidit cum basi, ideoque superficies prismatis aequalis est producto ex perimetro basis in altitudinem, ut antea, quod idem valet in superficie cylindri, qui potest considerari tamquam prisma infinitilaterum. At si rectus non fuerit cylindrus AC,
45. planum per cylindri axem vel latus quodlibet perpendiculariter traductum GMIM sectione sua cum cylindro obliquo generabit curvam, quae *ellipsis* vocatur a geometris, de qua in append. mox addenda pauca dicemus. Erit autem cylindri obliqui superficies aequalis producto ex ellipsis GMIM circumferentia in latus cylindri seu apothegma AB. Quod spectat ad coni obliqui superficiem, patet, eam ad sectoris circularis superficiem, ut fit in cono recto, reduci non posse, quum in cono obliquo aequales non sint lineae omnes ductae ex vertice coni in basim Sed haec pauca monuisse satis sit; haec enim ad geometriae elementa non pertinent.

APPENDIX.

De lineis curvis.

Lineae curvae notionem ita simplicem esse iam observavimus, ut explicatione ulla vix clarior effici possit. Quare praetermissa definitione, de lineis curvis generatim, et deinde de parabola et ellipsi pauca exponemus, alia deinde, ubi necessitas occurret, demonstraturi.

Def. I. In curva qualibet recta AD lineas parallelas, ut M*m*; N*n*, aequaliter dividens, *diameter* curvae appellatur. *Axis* autem vocatur, si 52.
easdem parallelas ad angulos rectos secet.

Def. II. Punctum A in axe *vertex* curvae dicitur: rectae autem parallelae M*m*, N*n* dicuntur *ordinatae:* pars diametri vel axis inter punctum A et ordinatam comprehensa, dicitur *abscissa*. *AEquatio* curvae appellatur formula algebraica, quae relationem inter semiordinatas et abscissas exprimit. Ita demonstratum est, in circulo quadratum rectae EO aequale esse produ- 24.
cto ex CO in OL. Iam diameter CL dicatur a, sitque CO$=x$, et EO$=y$. Erit OL$=a-x$; ac proinde $y^2=ax-x^2$, quae est aequatio ad circulum.

Corol. I. Ex his evidens est, ordinatas et abscissas curvae esse quantitates indeterminatas. Hae autem determinantur, sumtis pro arbitrio alterutrius quantitatis valoribus. Ita si in aequatione ad circulum fiat $x = 0, 1, 2, 3, 4$ cet. Et $a = 10$, invenietur $y = 0, 3, 4, \sqrt{21}, \sqrt{24}$ cet. Quare, si ex singulis punctis erigantur perpendiculares hoc modo determinatae, et per singulas perpendicularium extremitates ducatur curva, haec ad quaesitam curvam eo accuratius accedet, quo plures erunt huiusmodi perpendiculares. Ordinatae non solum ad axem, sed ad quamlibet diametrum referri possunt, atque etiam initium abscissarum non a solo diametri aut axis vertice computari potest, sed etiam ab aliis punctis. Ita in circulo abscissae computari possunt vel ab ipso diametri vertice vel etiam a centro, atque ita prodeunt diversae eiusdem curvae aequationes.

Schol. I. Verum quocumque modo curva consideretur, probe distingui debent rectae ad dexteram vel ad sinistram iacentes, et ideo dicuntur *positivae* vel *negativae*. Has quidem vel illas appellare licet positivas vel negativas *. At ubi appellatio determinata est, haec semper retineri debet. Quare semiordinatae et abscissae possunt esse vel negativae vel positivae. Ratio autem facile patet ex iis, quae de quantitatibus positivis

* *Vsus tamen obtinuit, ut quae ad dexteram diametri iacent, sint positivae; quae ad sinistram, negativae.*

et negativis in algebra observavimus (*schol. ad probl. IV. cap. III.*). Fig.

Schol. II. Curva quaelibet considerari potest vel tamquam curva *polygona*, vel tamquam curva *accurata*. Primus considerandi modus nihil aliud significat, nisi curvam esse polygoni inscripti et circumscripti *limitem*. Vnum autem probe observandum est in curvarum consideratione; si nempe curvam aliquam velut polygonam quis tractaverit, cavere deinde debet, ne eamdem curvam velut accuratam habeat, et vice versa. Atque etiam eadem regula tenenda est in duarum curvarum consideratione, ambae scilicet vel tamquam polygonae vel tamquam accuratae considerari debent; inde enim in rebus physicis orti sunt errores aliqui. Rem exemplo demonstrabimus. In circulo quocumque PQD, ducantur 51.
chordae aequales et infinitesimae PD, DE, producaturque PD in O, donec DO = PD. Praeterea agatur per puncta O et E recta OQ, et per punctum D tangens DN rectae OQ occurrens in N; erit OE = 2NE. Etenim triangulum DOE est isosceles; praeterea anguli ODE mensura est dimidius arcus PDE. *Nam angulus* ODE + PDE = 180° = $\frac{1}{2}$PQEP, *sed mensura anguli* PDE = $\frac{1}{2}$PQE; *ergo mensura anguli* ODE = $\frac{1}{2}$PDE. Anguli autem NDE mensura est dimidius arcus DE (*theor. IV. cap. II. sect. I.*); ergo recta DN aequaliter dividit angulum ODE (*corol. I. theor. II. cap. II. sect. I.*); ideoque ob DO = DE, erit OE = 2NE. Iam ponatur, corpus aliquod describere arcum circuli infinitesi-

mum PDE, vi aliqua urgente secundum directionem datam, quae in loco D corpus a linea retrahat recta. Si consideratur circulus tamquam polygonum; chorda infinitesima PD erit spatiolum tempore praecedenti infinitesimo percursum, eritque DO lineola aequalis et in directum posita spatiolum alterum tempore subsequenti aequali descriptum. Quare si ducatur OE directioni vis in D agentis parallela, erit haec lineola OE vis huius effectus; vi enim illa corpus ex O transit ad arcum circuli. At si consideretur circulus tamquam accuratus, tangens DN erit lineola vi urgente descripta, ideoque NE vis huius effectus. Itaque in curva polygona vis effectus repraesentatur per OE, et in curva accurata per NE. Quare in virium mensura retinenda est eadem curvarum consideratio, alioquin effectus duplo maior aestimaretur. Verum quia in virium doctrina ipsarum vitium effectus dumtaxat comparamus, res perinde se habet, quaecumque adhibeatur curvarum consideratio, *dummodo sit intra eamdem speciem*; eadem enim prodit effectuum proportio. Haec autem, quae modo explicavimus, referuntur ad virium centralium doctrinam in physica generali demonstradam.

Schol. III. Haec eadem doctrina ad curvam quamlibet transferri potest. Quod ut intelligatur, curvarum descriptionem generatim considerabimus. Curva quaelibet plana considerari solet tamquam ex motu puncti, et perpetua directionis mutatione in plano genita. Heic non agimus de

curvis, quarum puncta singula in eodem non sunt plano, et ideo dicuntur *duplicis curvaturae*. Itaque evidens est, curvam quamlibet ad lineas duas in plana positione datas, ordinatas nempe et abscissas, referendam esse; ad determinandam nempe alicuius curvae naturam, oportet, puncti mobilis vestigia secundum certam eamdemque legem ad rectas positione datas referri ita, ut punctum illud secundum eamdem omnino legem in quolibet infinitesimo mutatae directionis angulo moveatur: alioqui non eamdem, sed plures curvas describeret (*contra hyp.*). Ex hac curvarum consideratione aliqua sane utilissima colliguntur.

Corol. I. Recta curvam quamlibet in unico puncto tangit. Ponamus enim, rectam in duobus tribusve punctis contiguis curvam tangere; iam punctum mobile directionem perpetuo non mutaret, quod repugnat.

Corol. II. Si descriptus intelligatur circulus, qui communem cum data curva tangentem in aliquo puncto habeat ita, ut cuiuscumque circuli minoris, eamdem habentis tangentem, arcus aliquis, utrinque circa punctum contactus, sit intra curvam, cuiuscumque vero circuli maioris arcus sit extra curvam; hunc circulum dicimus curvae *osculatorem* in dato puncto, et curvae ipsius *curvaturam* dicimus *circulari curvaturae analogam.* Evidens autem est ex geometriae elementis, circuli osculatoris centrum positum esse in concursu duarum perpendicularium ad eamdem curvam, ubi puncta duo curvae ad se invicem in infinitum accedunt. Haec enim est circuli proprietas, ut rectae a centro ad peripheriam ductae sint ipsi peripheriae perpendiculares; (talis autem recta e centro circuli osculatoris ad curvam ducta vocatur *radius osculator*).

Corol. III. Quamvis inter tangentem et arcum circuli transire possint alii circuli innumeri, attamen inter arcum curvae et arcum circuli osculatoris nullus alius circulus transire potest; nam (*ex def.*) quicumque minor circulus est intra curvam; quicumque maior est extra ipsam. Tota circulorum osculatorum utilitas eo reducitur, ut omnium curvarum arcus infinitesimus considerari possit tamquam circularis. Etenim arcus infinitesimus circuli osculatoris, et arcus infinitesimus curvae easdem habent proprietates, quum radius sit ad circulum osculatorem et ad arcum infinitesimum curvae perpendicularis.

Corol. IV. Hinc definiri potest curvarum in quolibet puncto curvatura. Satis enim erit diversas circulorum osculatorum curvaturas inter se comparare; quod quidem facile fieri potest. Etenim evidens est, diversorum circulorum curvaturas esse in ratione reciproca radiorum. Quod ut intelligatur, fingamus, duas rectas aequales in circulum flecti, unam quidem in totam circumferentiam, alteram vero in semicircumferentiam tantum; manifestum est, semicircumferentiam duplo minus curvam esse quam circumferentiam integram; et duplo maior est radius circuli, ad quem semicircumferentia illa pertinet. Idem simili ratiocinatione patet, si recta eadem

in arcum duplo vel triplo maiorem incurvetur; et ita deinceps. Comparari ergo inter se possunt diversae curvarum curvaturae, atque etiam variae eiusdem curvae in diversis punctis curvaturae. Inveniatur nempe in diversis punctis radius circuli osculatoris, hoc est, circuli, qui curvam in dato puncto tangens cum ipsa curva ita congruat, ut inter curvam et circulum nullus alius circulus transire possit. Et quidem quum aucto vel diminuto circuli radio, minuatur vel augeatur per gradus illius curvatura, si nullus sit circulus, qui propius quam circulus osculator ad curvam accedat, concludendum est, circulum cum ipsa curva in hoc puncto eamdem habere curvaturam. Ex his patet, finitam esse curvae alicuius curvaturam, si finitus sit radius osculator; at si radius osculator sit infinitus, curvatura est nulla; tandem si radius osculator $=0$, curvatura est infinita. Ceterum haec omnia facilius intelligentur, si revocentur in memoriam, quae de methodo *exhaustionum*, et de *primis* ac *ultimis rationibus* iam explicata sunt. Haec pauca, quorum usus in physicis institutionibus recurret, ex sublimiori doctrina delibasse satis sit. Superest, ut parabolae et ellipseos naturam breviter exponamus.

De parabola.

Defin. Si in axe AD sumantur abscissae quotlibet AF, AP, et ad singula puncta erigantur semiordinatae FM, PN, ea lege; ut abscissae sem- 52.

per sint, ut quadrata ordinatarum; curva per singulas ordinatarum extremitates transiens, dicitur *parabola*. Iam abscissa dicatur x, et ordinata y, erit semper x, ut y^2; ac proinde ratio ordinatarum ad abscissas constans et eadem manet.

Quare si p sit quantitas constans, erit $\frac{yy}{x}=p$, ac proinde $y^2=px$, quae est aequatio ad parabolam. Nempe in omni parabola quadratum ordinatae aequale est producto ex abscissa in quantitatem constantem, haec autem quantitas constans *parameter* dicitur. Si in axe parabolae abscindatur recta AF, quae sit quartae parametri parti aequalis, punctum F parabolae *focus* appellatur.

Corol. I. Quoniam crescente abscissa, crescit etiam quadratum ordinatae, evidens est, parabolam non esse curvam in se redeuntem, sed puncta illius singula ab axe perpetuo recedere in infinitum.

Corol. II. Data abscissa qualibet eiusque ordinata, inveniri semper poterit parameter; quum sit tertia proportionalis ad abscissam et ordinatam.

Corol. III. Si abscissa ponatur $=0$, fit quoque ordinata $Mm=0$, ac proinde puncta M, m coërunt in A, nempe in axis vertice. Quare si per verticem parabolae ducatur recta ordinatis parallela, haec erit tangens parabolae in puncto A.

Corol. IV. Ducta intelligatur secans per punctum N, quae parabolae occurrant in alio puncto t, ex quo demittatur perpendicularis tp ad

quam ex puncto N demittatur perpendicularis Nq axi parallela. Sit $PT=s$, $AP=x$, $PN=y$; erit

$PT\ (s) : PN\ (y) = Nq\ (f)$; $qt=\frac{fy}{s}$; ac

proinde $pt=PN+qt=y+\frac{fy}{s}$, et $Ap=x+f$.

Iam sumatur aequatio ad curvam, in puncto t erit

$pt^2=Ap\times p$, hoc est, $y^2+\frac{2fy^2}{s}+\frac{f^2y^2}{s^2}=px+pf$

deletisque in hac aequatione terminis aequalibus:

$y^2=px$, fiet $\frac{2fy^2}{s}+\frac{f^2y^2}{s^2}=pf$ et dividendo per f,

erit $\frac{2y^2}{s}+\frac{fy^2}{s^2}=p$. Iam puncta N et t ad se invicem accedant in infinitum, mutuoque coëant; secans abit in tangentem, fitque Nq, vel

$Pp=0$: quare $f=0$, et $\frac{fy^2}{s^2}=0$, ac proinde

aequatio praecedens abit in hanc $\frac{2y^2}{s}=p$, et

$2y^2=ps$, seu ob $px=y^2$, fiet $2px=ps$, $2x=s=PT$. Igitur in parabola recta PT, quae *subtangens* dicitur, dupla est abscissae AP.

Corol. V. Recta FN ducta ex foco parabolae

Fig. ad extremitatem ordinatae cuiuslibet, aequalis est abscissae AP, et quartae parti parametri. Nam quum sit $PF = AP - AF = x - \frac{1}{4}p$, vel $= \frac{1}{4}p - x$, prout ordinata iacet supra vel infra punctum F; erit $PF^2 = (AP - AF)^2 = x^2 - \frac{1}{2}px + \frac{1}{16}p^2$. Praeterea $PN^2 = px$, ergo $FN^2 = PF^2 + PN^2 = x^2 - \frac{1}{2}px + \frac{1}{16}pp + px = x^2 + \frac{1}{2}px + \frac{1}{16}pp$, et $FN = x + \frac{1}{4}p = AP + AF$.

Corol. VI. Si per punctum contractus ducatur recta QS axi parallela, angulus GNS aequalis est angulo FNT. Nam angulus GNS aequatur angulo FTN: praeterea triangulum FTN est isosceles ob $FN = AP + AF = AT + AF = FT$, ac proinde angulus GNS aequalis est angulo FNT. (*corol. II. theor. II. cap. III. sect. I.*) Haec est tangentis proprietas, quae in physicis institutionibus erit utilitatis maximae.

DE ELLIPSI.

53. *Def.* Si in axe HI sumantur abscissae quotlibet, et ad singula puncta erigantur ordinatae FN et PM ea lege, ut sit semper FN^2 ad PM^2 in ratione $LF \times FI$ ad $LP \times PI$; curva per singularum ordinatarum extremitates transiens vocatur *ellipsis*, quae in circulum abit, si quadrata ordinatarum sint aequalia producto ex segmentis abscissarum. Iam dicatur axis maior $HI = a$, ducaturque per punctum axis medium C recta BCD quae dicitur axis minor, sitque $BD = b$, $HP = x$

$PM = y$, $PI = a - x$, erit $\overline{a-x} \times x : y^2 = a^2 : b^2$

et $y^2 = \frac{ab^2x - b^2x^2}{a^2}$, quae est aequatio ad ellipsim, in qua si ponatur $a = b$, fit $y^2 = ax - xx$ aequatio ad circulum. Si abscissae computentur a centro C, sit $CP = x$, $PM = y$, fiatque $HI = 2a$; erit in hoc casu $aa - xx : y^2 = aa : bb$, et $y^2 = b^2$

$- \frac{b^2x^2}{a^2}$. Si ex minoris axis extremitate B,

tamquam centro, et intervallo $BF = CL$, tamquam radio, describatur arcus circuli, axi maiori occurrens in punctis F et *f*, puncta illa vocantur ellipseos *foci*. Evidens autem est, haec puncta a centro ellipseos aequaliter distare, nam ob BC axi perpendicularem triangula CBF et CB*f* sunt aequalia.

Corol. I. Quum duo ellipseos axes sint constantes, constans etiam est recta iisdem duobus axibus tertia proportionalis; haec autem linea *parameter* dicitur. Quia autem duo sunt ellipseos axes, duo etiam sunt parametri; si nempe axis maior sit primus proportionis terminus, tertia proportionalis parameter axis maioris dicitur, et contra. Iam si abscissae ab axis extremitate computentur, sit axis maior a, minor b, parameter p; erit $ap = b^2$. Si autem abscissae computentur a centro, sit $2a$ axis maior, et $2b$ axis minor, erit $2ap = 4b^2$. His autem valoribus in utraque aequatione ad ellipsim substitutis, aequatio allipseos in primo casu fit $y^2 = px - \frac{px^2}{a}$; in casu

altero habetur $y^2 = \frac{1}{2}ap - \frac{px^2}{2a}$.

Corol. II. Ex ellipseos aequatione evidens est, eam esse curvam in se redeuntem, et undique terminatam. Crescentibus enim abscissis a centro computantis, decrescunt ordinatae; ac tandem omnino evanescunt, si abscissa semiaxi, aequalis sumatur. Manifestum est, mutua axium in centro C intersectione ellipsim in quattuor partes similes et aequales dividi, quum eadem sit ad quamlibet partem curvae aequatio; omnesque proprietates per inde se habeant. Quia vero ordinata perpendiculari Nn perpetuo decrescente, puncta N et n coëunt in H; patet, tangentem in H esse perpendicularem.

Corol. III. Distantia focorum a centro facile invenitur. Nam quum sit BF = HC, erit

$FC^2 = HC^2 - BC^2 = \overline{HC - BC} \times \overline{HC + BC}$.

Quare distantia foci a centro est media proportionalis inter semiaxium summam illorumque differentiam. Praeterea ob triangulum BCF rectangulum erit $BC^2 = HC^2 - FC^2$, ac proinde HC — FC : BC = BC : HC + FC, seu HF : BC = BC : FI, nempe semiaxis minor est medius proportionalis inter foci unius distantias ab utroque axis maioris vertice.

Corol. IV. Ex ellipseos constructione, summa

rectarum BF et Bf aequalis est axi maiori; at ponamus, eamdem manere summam in quolibet puncto, sitque RF + Rf = HI. Dicatur HC = a, BC = b, ordinata RS = y, CS = x, fC = c; erit IS = $a - x$, HS = $a + x$, fS = $c - x$, FS = $c + x$, HF, vel If = $a - c$, Hf vel IF = $a + c$. Iam vero quum sit (*per hypoth.*) FR + fR = $2a$, si differentia inter FR et fR dicatur $2z$, erit fR = $a - z$, et FR = $a + z$. Iam ob triangula FRS et fRS rectangula erit fS + SR = fR^2, hoc est, $cc - 2cx + x^2 + y^2 = a^2 - 2az + z^2$. Praeterea FS^2 + SR = FR^2, hoc est $c^2 + 2cx + xx + y^2 = a^2 + 2az + zz$; habentur ergo aequationes duae, quarum prima si a secunda subtrahatur, fiet $4cx = 4az$, et

$z = \frac{cx}{a}$, quo valore substituto in prima aequa-

tione loco z, ideoque et $\frac{c^2x^2}{a}$ loco z^2, erit

$c^2 - 2cx + xx + yy = aa - \frac{2acx}{a} + \frac{c^2x^2}{a^2}$, fa-

ctaque, ut moris est, reductione, habebitur $a^2c^2 + a^2x^2 + a^2y^2 = a^4 + c^2x^2$, et $a^2y^2 = a^4 - a^2c^2 - a^2x^2 + c^2x^2$ factaque divisione per

$a^2 - c^2$ habetur $\frac{a^2y^2}{a^2 - c^2} = a^2 - x^2$; loco, b^2 substi-

tuatur, $a^2 - c^2$, fiet $\frac{a^2y^2}{b^2} = a^2 - x^2$ et tandem

$y^2 = \frac{a^2b^2 - b^2x^2}{a^2}$; quae est aequatio ad ellipsim antea inventa. Haec ergo est ellipseos proprietas, ut ductis ex utroque foco rectis, ad punctum perimetri quodlibet concurrentibus, rectarum illarum summa sit axi maiori semper aequalis. Hanc eamdem proprietatem ex aequatione ellipseos derivare facile est. Verum ex proprietate ipsa aequationem elicere placuit, ut exemplum esset tironibus, qua ratione ad aequationem curvae ex data aliqua proprietate pervenire liceat. Hinc evidens est, datis duobus ellipseos exibus, ellipsim facili manu describi posse; sumus nempe in axe maiori duobus punctis tamquam focis, his adfixum retineatur filum, atque per fili longitudinem ita promoveatur acus aliqua, ut filum perpetuo tensum maneat, acus motu suo ellipsis peripheriam percurret, ut patet ex perpetua partium fili et axis aequalitate.

Corol. v. Si ex puncto R in ellipseos perimetro ad utrumque focum f, F ducantur rectae FR, fR, et in linea producta FR sumatur RT$=Rf$, ducaturque Tf, ad quam per punctum medium E, et per punctum R agatur ER; haec erit tangens in R. Etenim ponamus, rectam ER ellipsi occurrere in alio puncto r. Ex hoc puncto r in recta RE agantur lineae rT, rf, rF. Quoniam (*per constr.*) TR$=$Rf, et fE$=$ET, erit RE perpendicularis ad fT, ac proinde singula puncta rectae ERr aequaliter distant a punctis f, T, ideoque $rf = r$T. Sed F$r + r$T maior est, quam FT; ergo etiam F$r + rf$ maior est, quam FT; ideoque etiam maior, quam HI; quum (*per constr.*) sit FT $=$ HI. Quare punctum r non pertinet ad ellipsim; ergo recta RE tangit ellipsim in unico puncto R. Haec est utilissima in physicis institutionibus tangentis proprietas, quam quidem ex ellipseos aequatione, non secus ac in parabola fecimus, eruere licebat; sed diversas veritatis inveniendae vias tironibus demonstrare maxime convenit.

Fig.

Schol. Parabolae et ellipseos aequationem consideravimus, ordinatis ad axem relatis. At ex demonstratis facile erit curvarum illarum aequationes invenire, si ordinatae ad diametrum quamlibet referantur: eadem est in singulis casibus curvarum illarum natura. Primarias dumtaxat proprietates demonstrare satis sit, alias enim, ubi necessitas postulaverit, in physicis institutionibus explicabimus. Praeterea etiam ad exercendum acuendumque ingenium aliquid tironibus relinquere oportunissimum est, idque postulat recta docendi ratio. *Sectiones conicae* appellantur parabolae et ellipsis, quibus etiam adnumerari debet *hyperbola*, de qua nullum verbum fecimus, utpote nullius fere usus in nostris physicis institutionibus futura. Denominationis ratio facile patebit, si tres illas curvas in coni sectione consideremus.

Sit ABC conus circulari basi insistens, et 54.
secetur plano quolibet IEM. Ponatur sectio alia KILM parallela basi, et occurrens priori sectioni in HI, intelligaturque sectio tertia priores duas

in EH, et KL perpendiculariter bisecans, atque etiam conum in triangulo ABC. Iam producto EH, donec ipsi AK occurrat in D, ductisque EF ac DG rectae KL parallelis, et occurrentibus sectioni triangulari in F et G, dicatur $EF=a$, $DG=b$, $ED=c$, $EH=x$, et $HI=y$, ob triangulorum EHL et EDG similitudinem,

erit $ED\ (c) : DG\ (b) = EH\ (x) : HL = \frac{bx}{c}$.

Simili modo, ob triangulorum DEF et DHK similitudinem, erit $DE\ (c) : EF\ (a) = DH\ (c-x)$

(Fig. 54.) vel $c+x$ (Fig. 55.) : $HK = \frac{ac \mp ax}{c}$.

Tandem quum sectio KIL parallela basi sit circulus, ut patet ex genesi ipsius coni, erit

$HK \times HL = HI^2$, hoc est, $\frac{abx}{c} \mp \frac{abxx}{cc} = yy$.

At si ponatur, sectionem ita se habere, ut ED non occurrat lateri AK, sed sit ipsi parallela; tunc erit $HK=EF=a$, ideoque $EF \times HL = HI^2$,

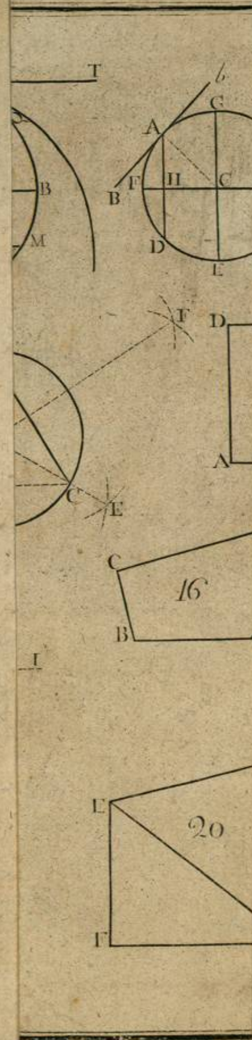
hoc est, $\frac{abx}{c} = y^2$. Si aequationes illas seorsum

consideremus, evidens est figuram 54 ellipsim referre, quum quadrata ordinatarum semper sint, ut productum ex segmentis abscissarum. Figura 55 refert curvam, quae *hyperbola* dicitur. In hac autem curva non secus ac in ellipsi, quadrata ordinatarum sunt, ut productum ex segmentis abscissarum; sed probe notandum est discrimen. Sectio conica est ellipsis, si planum secans sectioni triangulari perpendiculare duobus coni lateribus occurrat; ac sectio conica fit hyperbola; si planum secans neque sit coni lateribus parallelum, neque duo secet coni latera; sed in hoc casu sectio ita se habet, ut planum secans productum cono ad verticem oppossito occurrat in D, alteraque sectione generet hyperbolam oppositam. Recta DE dicitur *axis transversus*, punctum huius axis medium vocatur *centrum* hyperbolarum, per quod si ducatur hinc et inde recta perpendicularis ea proportione, ut productum ex segmentis abscissarum sit ad quadratum ordinatae, sicut est quadratum axis transversi ad quartum terminum proportionalem; habebitur quadratum axis, qui *coniugatus* vel *secundus* axis appellatur. Igitur in aequatione ad hyperbolam punctum D sumitur in hyperbola opposita, et productum ex segmentis abscissarum est Fig.

$DH \times EH$. Tertiam aequationem $\frac{abx}{c} = y^2$ esse ad 55.

parabolam, cuius parameter $\frac{ab}{c}$ ex antea demonstratis evidens est. In hac autem curva planum secans est alterutri lateri coni parallelum. Itaque quum ex coni sectione natae sint tres illae curvae, patet, cur illis factum sit *sectionum conicarum* nomen. Sed haec breviter dicta sint, ut algebrae usus in geometria tironibus ostendatur.

FINIS GEOMETRIAE ET ALGEBRAE.



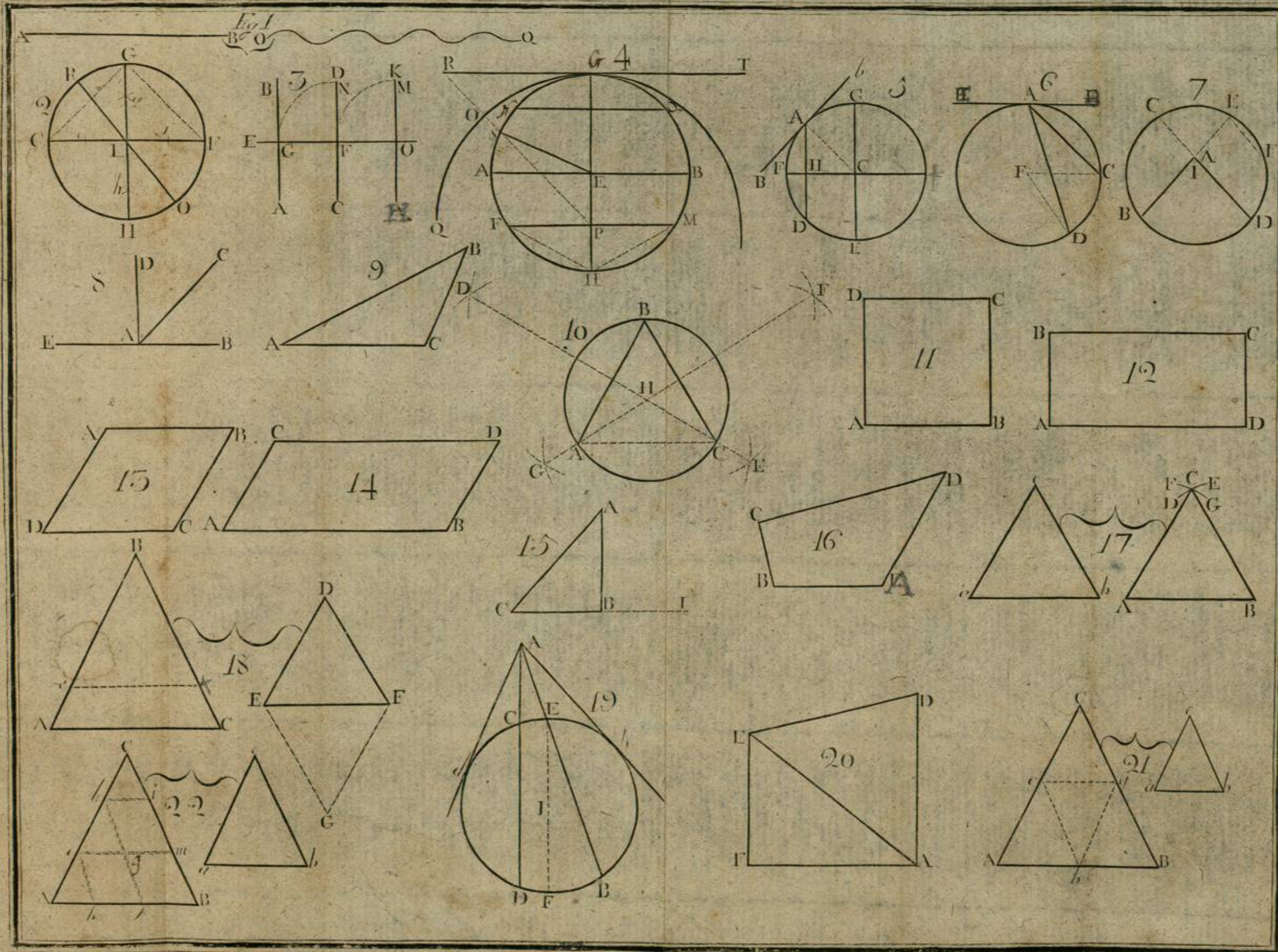


Fig. 1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22

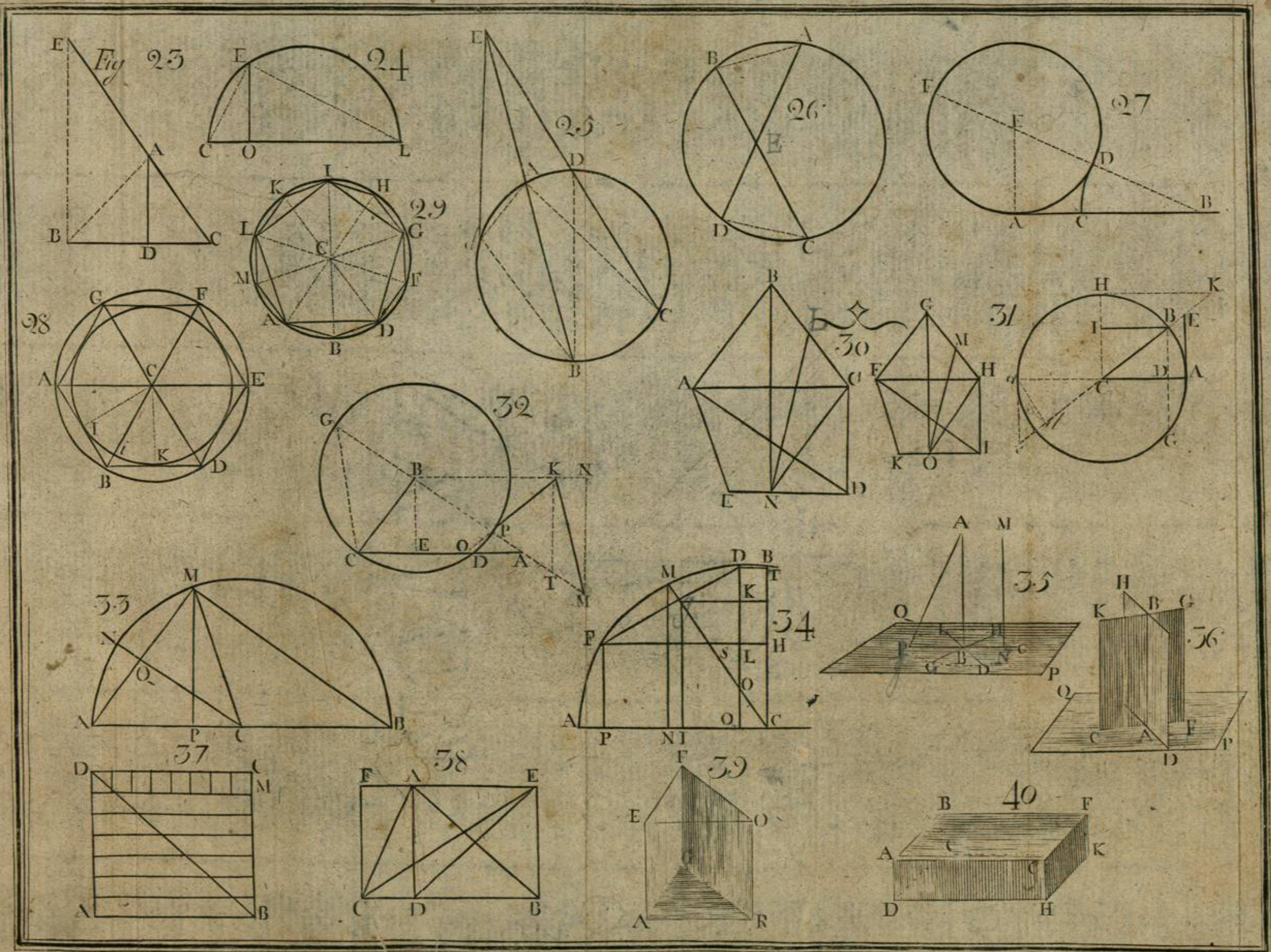


Fig. 23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40

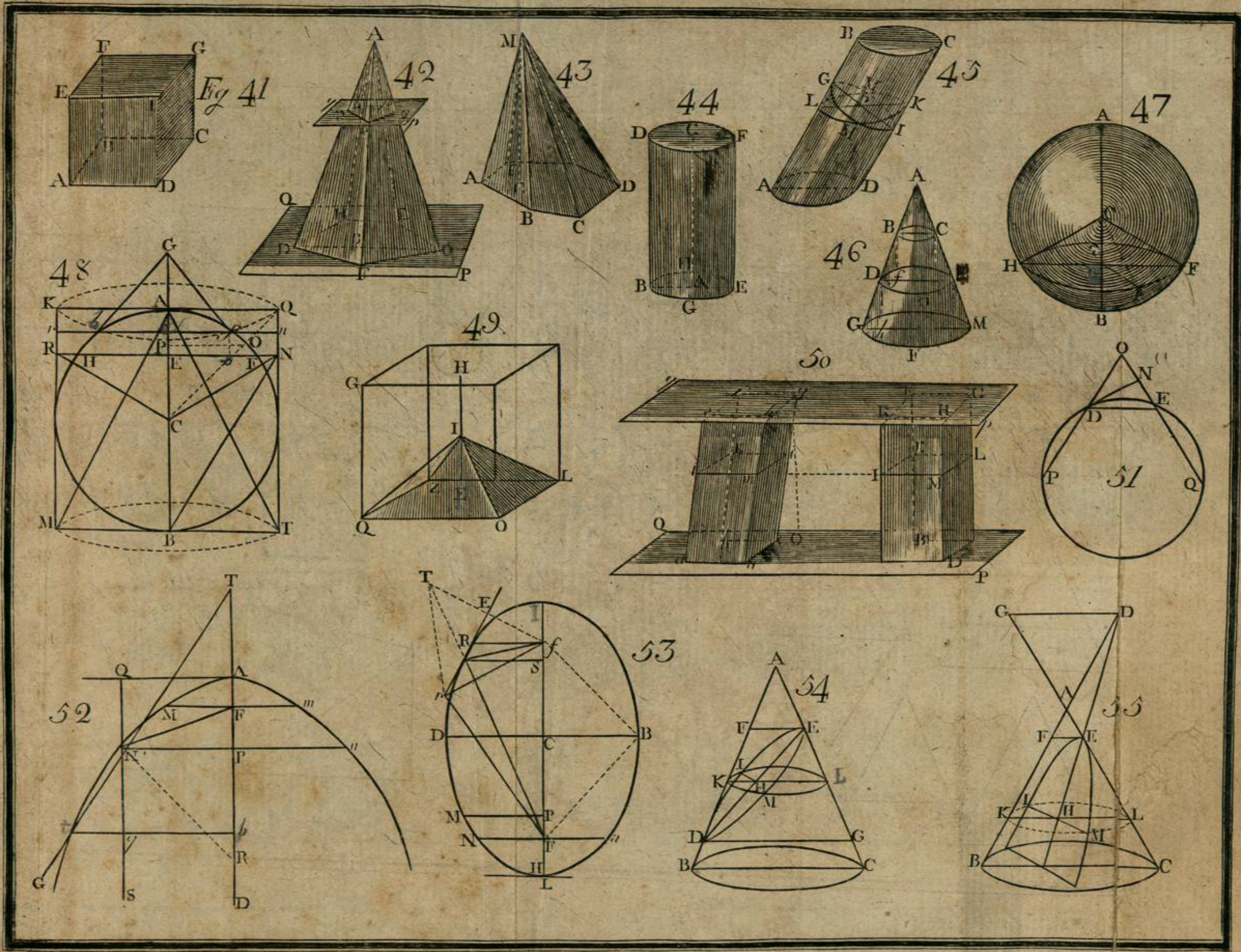


Fig 41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
