

tebatur? Etenim doctissimi etiam viri vix aliquid norunt, et universa illorum scientia ne primam quidem, ut ita dicam, alphabeti infiniti litteram continet. Superest ergo, ut gloriam nostram in animae nostrae dignitate et immortalitate collocemus, atque supremo rerum omnium auctori perpetuas agamus gratias, quod eam nobis concesserit facultatem, qua in hac mortali vita divina illius opera attingere et laudare possimus; altera immortalis vita perfecta quae cognitione frui, quod faxit D. O. M.

## CAPVT II.

*De astronomia physica, seu de phaenomenorum coelestium causis.*

Astronomia physica duas continet partes praecipuas, quarum 1<sup>a</sup> planetarum orbitas considerat, altera autem mutuam planetarum actionem, et inde oriundos errores explicat. Quod spectat ad hanc secundam partem, haec cum planetarum densitate et figura coniuncta omnino est. Quare pro rerum varietate distinctos instituemus articulos ita, ut tamen ea, quae antea iam explicata sunt, breviter tantum revocemus; cetera autem fusi<sup>us</sup> persequamur.

## ARTICVLVS I.

*De gravitatis coelestis systemate, et de planetarum orbita.*

## I.

Si corpus moveatur in ellipsi vel in alia qualibet sectione conica, in cuius foco sit centrum virium; ea erit lex vis centripetae, ut sit ubique reciproce proportionalis quadrato distantiae locorum a centro virium. Et vice versa, si vis centripeta sit reciproce proportionalis quadrato distantiae locorum a centro virium, et corpus quodvis secundum directionem quamlibet ad centrum virium non tendentem de loco quovis et quacunque velocitate proiiciatur, movebitur corpus illud in aliqua sectione conica focum habente in centro virium. Quia vero planetarum orbitas in se ipsas redire, astronomicis observationibus compertum est; patet, ellipticas esse orbitas illas; *aliae enim sectiones conicae in se non redeunt, nisi axis sit infinitus.* Neque enim circulares esse possunt, quum coelestia corpora modo in suis motibus accelerari; modo retardari observentur. Porro in orbitis circularibus eadem perpetuo maneret velocitas, ut demonstratum est in physica generali. Verum si ellipticae sint corporum coelestium traectoriae,

iam velocitates in eadem ellipsi sunt reciproce, ut perpendiculara ex centro virium sive ex foco in orbitae tangentes respective demissa [*ex demonstratis in virium centralium doctrina*]. Itaque ellipticae planetarum orbitae et diversae illorum velocitati et illorum excentricitati probe satisfaciunt. Verum ut systematis huius veritas confirmetur, in memoriam revocandae sunt celeberrimae duae Kepleri leges, quarum prima haec est: *dum planeta in orbita circa solem tanquam centrum movetur, si fingantur lineae ex centro virium ad planetae loca perpetuo ductae, spatia inter has lineas intercepta erunt semper temporibus, quibus orbitae planetariae portio iisdem rectis comprehensa describitur, proportionalia*. Secunda lex est: *tempora periodica planetarum sunt in ratione sesquuplicata mediocrium distantiarum a sole*. Haec autem secunda lex, quae ex astronomicis observationibus colligitur, fluit quoque ex ipsa gravitatis natura. Si nempe planetae tendant in solem vi centripetae decrescente in ratione distantiarum duplicata; praedicta vis centripetae lex eam omnino postulat temporum periodicorum et distantiarum rationem, quam astronomicae observationes demonstrant. Eadem quoque phaenomena, ac proinde et lex eadem in planetis secundariis observantur. Sed haec omnia conferantur cum iis, quae de gravita-

te universali demonstravimus in physica generali.

II. Ex phaenomenis coelestibus in praecedenti capite descriptis et ex virium centralium doctrina id tandem concludendum est, planetas singulos tendere in solem, eosque circa solem revolvi in vacuo, aut in medio rarissimo, vel etiam in medio quantumvis denso, nec tamen resistente. Hanc autem ultimam hypothesim admittere non parum repugnabunt philosophi, qui patriis opinionibus non mancipati, veritatem physicam in experimentis et observationibus investigant. Ceterum quamvis planetarii systematis centrum sol statuatur, ex mutua tamen attractione aequali et contraria fieri debet, ut sol ipse tendat in planetas, ac proinde et solem agitari necessum est, sed motu valde exiguo ob ingentem massam solarem, si cum aliis planetis conferatur. Itaque si mutuum planetarum ex solis actionem consideremus, ellipticarum orbitarum communem focum sol accurate non occupat, sed planetae et sol ipse circa communem gravitatis centrum resolvi debent. Et re quidem ipsa, si areae a planetis descriptae non ad solem, sed ad communem gravitatis centrum referantur, haec temporibus magis accurate proportionales inveniuntur. Haec quidem mutuae attractionis lex ipsam quoque terram in ellipsi circa communem gravitatis centrum revol-

vi, necessario postularet. Verum quum supremus rerum omnium auctor universas naturae leges praescripserit et constituerit, naturae legumque omnium auctori lex nulla praescribi potest: leges omnes pro omnipotentissima voluntate potest suspendere atque immutare. Quare huius systematis partem, quae ad telluris motum spectat, tamquam faciliorem motuum coelestium explicationem nobis dumtaxat concedi postulamus.

Neque a communi planetarum lege immunes esse debent cometae, qui planetarii nostri systematis partem constituunt. Re quidem vera cometae in orbitis parabolicis revolvi aliquando finguntur. Atque haec hypothesis cum observationibus probe consentit. Verum hanc hypothesim commoditatis et facilitatis ergo adhibent astronomi. Etenim cometae in ellipsis valde excentricis suas periodos peragunt, et per exiguum dumtaxat suae revolutionis tempus observari possunt. Quare quum parabola haberi possit tamquam ellipsis, cuius foci duo in infinitum distant; evidens est, tamquam portionem parabolae sine errore sensibili considerari posse visibilem atque exiguum orbitae cometæ arcum. Hanc autem hypothesim astronomis facere placuit ad vitandas calculi ambages, quibus necessario implicatur elliptica et valde excentrica cometarum orbita.

III. Quae de elliptica planetarum orbita

in physica generali atque etiam in physica Fig. particulari hactenus diximus, observatione magis quam accurata ratiocinatione geometrica demonstrata sunt. Vim centalem in circulo tantum consideravimus, et ellipticam planetarum trajectoriam ad circulem minus accurate revocabimus. Haec autem hypothesis licet ad praesens institutum sufficere videatur, rem tamen utilissimam diligentius considerare convenientissimum est.

Vis acceleratrix quaelibet variabilis tempore infinitesimo tamquam constans haberi potest, ac proinde vi centrali hoc modo consideratae conveniunt theoremata omnia, quae de motu uniformiter accelerato demonstravimus in physica generali. Quare vires centrales sunt, ut spatia descripta directe et temporum quadrata inverse [*artic. 55 III. cap. I. part. I. sect. II. in prob. concl. n. III.*]. Iam sint trajectoriae cuiuslibet puncta tria  $p, Q, P$ , tempus infinitesimum, quo planeta orbitae suae arcum describit vi tendente ad  $S$  erit, ut area trianguli  $SPp$ , vel  $SPF$ , coëuntibus punctis  $p, F$ . Sunt autem triangulorum illorum areae, ut  $SP \times pM$ , et  $ST \times PF$ . Quare quadratum temporis erit, ut  $ST^2 \times PF^2 = SP^2 \times pM^2$ ; ac proinde vis

centralis, ut  $\frac{pF}{ST^2 \times PF^2}$  vel  $\frac{pF}{SP^2 \times pM^2}$ .

Producantur  $PS$  et  $FS$ , donec circuli oscu-

Fig. latoris peripheriae occurrant; erit  $pF$ ;  $PF$   
 $\equiv PF$ ;  $pB$ , ideoque ob chordas  $PV$  et  $pB$

infinite proximas erit  $pF \equiv \frac{PF^2}{PV}$ , ac pro-

inde vis centralis, quae erat, ut,  $\frac{pF}{ST^2 \times PF^2}$ ,

fiet  $\equiv \frac{PF^2}{ST^2 \times PF^2 \times PV} \equiv \frac{1}{ST^2 \times PV}$ . Tan-

dem in triangulis rectangulis similibus  $STP$ ,  
 $PVN$  erit  $SP : ST \equiv PN : PV$ , ideoque

$PV \equiv \frac{PN \times ST}{SP}$  et  $\frac{1}{PV} \equiv \frac{SP}{ST \times PN}$ , et

$\frac{1}{PV \times ST^2} \equiv \frac{SP}{ST^3 \times PN}$ . Hinc formula prae-

cedens evadit in hanc  $\frac{SP}{ST^3 \times PN}$ .

Haec formula generalis ad ellipticam pla-  
 netarum orbitam transferri facile poterit, si  
 radium osculatore in ellipsi inveniamus, quod  
 36. facile praestari poterit. Sint  $MO$  et  $DN$  dia-  
 metri coniugatae ellipseos, cuius axes  $Ss$  et  
 $IL$ , sitque punctum  $K$  in circumferentia  
 circuli per tria puncta infinite proxima  $M$ ,  $m$ ,  
 $n$  transeuntis, erit  $nH \times Hm \equiv MH \times HK$ ,  
 vel  $nH^2 \equiv MH \times HK$ . Sed  $nH^2 : MH \times HO$

$\equiv CD^2 : CM^2$  [ex appendice ad geomet.]; Fig.

ergo  $MH \times HK : MH \times HO \equiv CD^2 : CM^2$ ;

vel  $HK : HO \equiv CD^2 : CM^2$ ; atque tan-  
 dem ob evanescentem  $MH$  respectu  $HK$ ,  
 erit  $MK : MO (2CM) \equiv CD^2 : CM^2$ . Qua-

re  $MK \equiv \frac{2CD^2}{CM}$ . Iam sit  $MA$  diameter cir-

culi osculatoris, ducta chorda  $AK$ , trian-  
 gulum  $AKM$  est rectangulum in  $K$ , et si-  
 mile triangulo  $MCR$  rectangulo in  $R$  ob  $MA$   
 perpendicularem arcui  $mn$  vel tangenti  $MX$ ,  
 ac proinde et diametro coniugatae  $ND$ . Igi-

tur  $MR : MC \equiv MK \left( \frac{2CD^2}{CM} \right) : MA \equiv$

$\frac{2CD^2}{MR}$  ac proinde  $\frac{1}{2} MA \equiv \frac{CD^2}{MR}$ .

Superest, ut vim centralem in ellipsi con-  
 sideremus. Sit  $APHL$  ellipsis a planeta  $P$  57.  
 descripta vi centripeta tendente ad focum  
 sive solem  $S$ . Ducatur recta  $TV$  orbitam  
 tangens in  $P$ , et ex focus  $S$ ,  $Q$  agantur  
 perpendiculares  $ST$ ,  $QV$ , itemque ex  $C$   
 demittatur perpendicularis  $Ck$ . Iam ob trian-  
 gula  $SPT$ ,  $QPV$  similia [ex natura elli-  
 pseos] erit  $SP : ST \equiv PQ : QV$ . Quare  
 $SP + PQ : SP \equiv ST + QV : ST$ , seu  $SP +$   
 $PQ : ST + QV \equiv SP : ST$ . Sed  $SP + PQ$   
 $\equiv 2CA$ , et  $ST + QV \equiv 2Ck$ . Sunt enim

distantiae  $CS$  et  $CQ$  aequales, ac proinde perpendicularis  $Ck$  est media arithmetice proportionalis inter perpendiculares  $ST$  et  $QV$ : ergo  $2CA : 2Ck = SP : ST = CA : Ck$  vel  $PD$ . Praeterea  $CA : PD = CN : CB$  [ex proprietate ellipseos]: ergo  $PS : ST = CN :$

$CB$ , ideoque  $ST = \frac{CB \times SP}{CN}$ . Tandem sit

$PG$  radius osculi in puncto  $P$ , erit  $PG = \frac{2CN^2}{PD}$  [ex demonstr.] Sed [ex appen-

dice ad geom.]  $PD = \frac{CA \times CB}{CN}$ ; ergo  $PG$

$= \frac{2CN^3}{CA \times CB}$ . In formula generali vis centra-

lis substituantur valores rectarum  $ST$ ,  $PG$ , formula abit in hanc  $\frac{SP \times CN^3 \times CA \times CB}{SP^3 \times CB^2 \times 2CN^3}$ \*

$= \frac{CA}{SP^2 \times CB^2 \times 2} = \frac{1}{PS^2}$  ob consonantes  $CA$ ,  $CB$ .

\* Radius osculi, qui in hac formula est  $PG$  substitui debet in formula generali pro  $PN$ , qui eundem in ea exprimit.

Hinc patet, planetam revolventem in ellipti vi centripeta tendente ad focum, servare praedictam legem, qua nempe decrescat in ratione duplicata distantiarum a foco. Haec eadem lex obtinet quoque in aliis sectionibus conicis, sed ellipseos casum, qui solus ad astronomiam pertinet, demonstrasse satis sit.

IV. Si parameter axis principalis dicatur  $\pi$ , erit  $\pi = \frac{2CB^2}{CA}$  [ex appendice ad geome.]. Quare vis centralis, quae est, ut  $\frac{CA}{SP^2 \times 2CB^2}$ , erit, ut  $\frac{1}{SP^2 \times \pi}$ . Sed vis cen-

tralis est ut  $\frac{pF}{SP^2 \times pM^2}$  [ex dem. §. III.]:

ergo  $\frac{1}{SP^2 \times \pi} = \frac{pF}{SP^2 \times pM^2}$ ; sed  $pF$ , quae

exprimit vim centralem, est ut  $\frac{1}{SP^2}$ ; er-

go  $\frac{pF}{\pi} = \frac{pF}{SP^2 \times pM^2}$ , ac proinde  $\pi =$

$SP^2 \times pM^2$  et  $\sqrt{\pi} = SP \times pM$ ; sed  $SP \times pM$  est ut area sectoris  $PSp$ . Quare si corpora plura in ellipsis revolvantur vi centripeta

tendente ad focum communem, erunt sectores eodem tempore descripti in ratione subduplicata parametri axium principalium in qualibet ellipsi.

Praeterea velocitas tempore infinitesimo est, ut arcus descriptus  $Pp$ , et ob triangula rectangula  $SPT$ ,  $pMP$  similia erit  $ST$ ;

$$SP = pM : pP = \frac{SP \times pM}{ST}. \text{ Sed } v\pi =$$

$$SP \times pM : \text{ergo } pP = \frac{v\pi}{ST}, \text{ nempe veloci-}$$

tas est in ratione subduplicata parametri directe, et perpendicularis ex foco ad tangentem demissae inverse.

Tandem quo maior est ellipseos descriptae area, et quo minor areae pars dato tempore percurta, eo maius est tempus periodicum. Quare tempus periodicum est, ut area tota ellipseos directe et sector dato tempore descriptus inverse, sed sector est in ratione subduplicata parametri; ergo tempus periodicum est, ut area tota directe et parametri radix quadrata inverse. Iam maior axis ellipseos dicatur  $d$ , cuius parameter  $\pi$ , axis minor  $b$ , erit  $\pi d = bb$  [ex append. geom.] ad proinde  $\pi d^3 = bbdd$ ; sed area ellipseos est, ut rectangulum ex axibus; ac proinde ut  $bd = t\sqrt{\pi}$ ; ubi  $t$  exprimit tempus periodicum; ergo  $bbdd = \pi t^2$  et  $\pi d^3 = \pi t^2$ ,

nempe  $d^3 = t^2$ , seu temporum periodico-rum quadrata sunt in ratione triplicata axium principalium in ellipsi. Hinc datis planetarum temporibus periodicis, innotescit maiorum axium ratio in orbita qualibet elliptica. Ut autem in praecedenti demonstratione, quae magni sane momenti est, nihil praetermittatur; ellipsium areas esse, ut axium rectangula, demonstrabimus. Quae quidem proprietas ex appendice facile colligitur. Etenim intelligatur semicirculus super axem principalem ellipseos tamquam diametrum descriptus. Ex ellipseos peripheria ad axem ducantur semiordinatae infinite proximae, quae circulo et ellipsi erunt communes; rectangula duabus illis semiordinatis comprehensa in ellipsi et circulo erunt, ut altitudines, hoc est, ut semiordinatae; sed semiordinatae illae sunt inconstanti ratione semidiametri circuli ad semiamaxim minorem ellipseos [ex proprietate ellipseos et circuli]; ergo rectangulorum omnium summa, hoc est, area circuli est ad aream ellipseos in ratione semidiametri circuli ad semiaxem ellipseos. Hinc comparatis duobus circulis duabusque ellipsis, facile colligitur, areas ellipsium esse inter se, ut axium rectangula, quum areae circulorum sint, ut radorum quadrata.

## ARTICVLVS II.

*De planetarum densitate et figura,  
praesertim de figura telluris.*

## I.

Ex articulo praecedenti innotescit distantia planetarum a sole, sive potius distantiarum ratio. Quare si observetur planetarum diameter in data aliqua distantia, dabitur ratio superficierum et magnitudinum. Etenim evidens est, eo maiorem esse veram planetae diametrum, quo maiorem arcum coelestem subtendit, et quo maior est planetae distantia. Quare planetarum diametri verae sunt ut arcus, quos subtendunt, et distantia planetae coniunctim. Quia vero sphaerarum superficies sunt ut quadrata diametrorum, soliditates autem ut diametrorum cubi [*ex elem. geom.*]; erunt planetarum superficies, ut arcus subtensi quadratum et distantiae quadratum simul; magnitudines autem ut arcus subtensi cubus et cubus distantiae simul. His principiis innituntur planetarum diametri, superficies et magnitudines, quae in tabulis astronomicis legi solent. Verum quod spectat ad planetarum densitatem, qua ratione investigari possit, iam explicavimus in physica generali, ubi virium centralium doctrinam tradidimus. At dolendum est, metho-

dos hactenus cognitatos in iis tantum valere planetis, qui habent satellites. Eo autem tempore, quo haec scribo, non sine magna animi voluptate mihi nuntiatum est, a claris. Viro D. Montaigne astronomo lemovicensi detectum fuisse veneris satellitem, cuius distantia a planeta primario est semidiametrorum veneris 50, tempus autem periodicum est dierum 12 (*illusionem opticam telescopii fuisse sicut alium martis satellitem, putarunt ceteri astronomi*). Praecedentis doctrinae usum in hoc satellite ostendere non abs re erit. In memoriam revocandum est ex physica generali, massas planetarum, qui satellites habent, esse in ratione triplicata directa distantiarum satellitis a planeta primario, et duplicata inversa temporum periodicorum \*. Itaque multiplicetur fractio  $\frac{1075}{1558}$ , quae rationem diametrorum veneris et telluris exprimit, per  $\frac{50}{60}$ , quae est ratio distantiarum satellitis a venere et lunae a terra. Producti sumatur cubus, qui dividatur per quadratum fractionis  $\frac{12}{273}$ , quae fractio exprimit rationem temporum periodicorum satellitis et lunae; hisque peractis operationibus invenitur 0,98, qui numerus unitati proxime aequalis est. Quare massa veneris massae telluris fere aequalis invenitur. Data

\* *Hanc tamen propositionem, etsi veram, nullo demonstravit Auctor.*

autem quantitate materiae in duobus planetis illorumque magnitudine, innotescit illorum densitas, quae est in ratione reciproca voluminis, seu in ratione reciproca triplicata diametri; factaque operatione arithmetica, invenitur densitas veneris fere triplo maior densitate telluris. Simili instituto calculo in aliis planetis invenitur, densiores esse planetas soli proximiores, in qua quidem dispositione admiranda est infinita Dei providentia. Si enim tellus nostra in orbe mercurii aut veneris collocata fuisset, nobis mortalibus minime foret idonea: nimio calore ebullirent aquae oceani, et in vapores dissiparentur. Contraria ratione si ad orbem saturni removeretur tellus, in tanta a sole distantia nimio frigore rigescerent aquae: cito interirent animalia et plantae. ; Ecquis ergo sancte non adorabit sapientissimas leges, quibus reguntur atque gubernantur corpora coelestia ita, ut mutato illorum situ atque ordine perniciosissimos effectus inde nasci, totumque mundi systema perturbari oporteat?

II. Corpora coelestia hactenus consideravimus tanquam sphaerica. At certissimum est, planetas non esse globos accurate rotundos, sed paullulum compressos ita, ut axis rotationis sit paullo minor diametro aequatoris. Hanc figuram in iove et tellure tantum observare licuit. Ceteri enim planetae sub angulis minoribus videntur, neque con-

spicua esse potest diametrorum inaequalitas. Verum si planetarum superficies vel totas vel ex parte immersas ponamus fluido homogeneo, qualia sunt telluris nostrae maria, rotationis motus planetis concedi non potest, nisi eos sub polis compressos, sub aequatore autem oblongatos esse concedatur. Et quidem in hac hypothese talis esse debet figura planetae, ut tota fluidi massa, cuius partes singulae ad planetae centrum tendunt, maneat in aequilibrio. Etenim quum particulae illae (*ex natura fluidorum*) vi cuiusque illatae cedant, et cedendo facile moveantur inter se; ita disponi debent, ut vi aequali tendant ad punctum fixum, versus quod graves sunt, ac proinde et circa punctum illud consistant in aequilibrio. At si planeta sit globus accurate rotundus, iam aequilibrium cum motu rotationis conciliari nequaquam potest. Etenim superficiei planetariae puncta singula circa axem describerent circulos eo maiores, et eo maiori velocitate, quo a polis remotiores sunt circuli illi et aequatori propiores. Hinc puncta illa versus aequatorem adquirens vim maiorem centrifugam. Haec autem vis centrifuga, utpote contraria vi centripetae, imminueret gravitatem, et quidem eo magis, quo minor foret distantia ab aequatore. Igitur particulae fluidae versus aequatorem minus resisterent vi, qua particulae polis proximae tenderent ad centrum, quae



proinde particulae refluerent ad aequatorem, ibique particulas fluidas sursum cogerent adscendere; ideoque in eodem loco accumulate superficiem planetae attolerent, vel quod perinde est, particulae fluidae in partibus aequatoris exundantes figuram planetae mutarent. Itaque ad cavendam exundationem hanc oporteret, planetam intumescere versus aequatorem; hoc enim materiae excessu compensaretur decrementum gravitatis ex rotationis motu oriundum, atque omnia manerent in aequilibrio.

III. Ex demonstratis evidens est, pro maiori rotationis velocitatis maiorem etiam esse planetae compressionem. Hac de causa, facile conspicua est compressa iovis figura; quum planeta ille, licet terra longe maior, breviori quam decem horarum spatio suam rotationem absolvat. Ex praecedentibus etiam patet, inter circulos omnes, quos in planetae superficie fingunt astronomi, aequatorem dumtaxat circulosque aequatori parallelos vere circulos esse; alii aurem circuli, quales sunt meridianus, verticalis, horizon cet. ad figuram ellipticam accedunt. Meridiani sunt ellipses, quarum axis minor transit per polos, axis autem maior aequalis est diametro aequatoris, et in ipso aequatoris plano existit. Hinc colligitur, aequales meridiani coelestis  $360^\circ$  accurate non respondere aequalibus meridiani planetarii partibus  $360$ . Ita in tellure arcus

meridiani terrestris, qui coelestis meridiani partibus aequalibus respondent, aequales non sunt, sed minores in iis locis, in quibus magis convexa est telluris superficies, maiores autem, ubi superficies est magis compressa. Verum gravissimam de figura telluris quaestionem in sequenti conclusione explicabimus.

### CONCLUSIO.

QVAMVIS CERTO COGNITA NON SIT ACCURATA TELLVRIS FIGVRA; EAM TAMEN VERSVS POLOS COMPRESSAM ESSE, DEMONSTRANT OBSERVATIONES ATQVE EXPERIMENTA.

Prob. I. Definiendae telluris figurae prima methodus ad duas operationes reducitur, nempe ad mensuram arcus coelestis inter duo terrae loca sub eodem meridiano et in diversis latitudinibus constituta, atque praeterea ad mensuram distantiae terrestris locorum illorum. Totam huius methodi rationem exponemus. Arcus coelestis amplitudo investigatur observando in duobus propositis locis eiusdem stellae altitudinem meridianam. Differentia altitudinum praebet ipsam arcus amplitudinem, hoc est, numerum graduum in arcu coelesti, qui terrestri locorum distantiae respondet. Res perinde se habet, si observetur stellae alicuius distantia a zenith, deinde

Figiter fiat ad austrum vel boream, donec altitudinis differentia sit unius gradus. Tandem locorum distantia terrestris geometricis operationibus capiatur, ut fieri solet: coelestis gradus mensura habebitur. Et re quidem ipsa duos fingamus observatores in eodem meridiano ita, ut eiusdem stellae altitudo respectu utriusque zenith uno gradu differat. Ex duobus illis locis ductae intelligantur in meridiano terrestri tangentes duae  $AB$ ,  $OD$ , quae respectivos horizontes determinabunt, atque ad tangentes illas agantur perpendiculares  $HE$ ,  $KF$  seu  $he$ ,  $kf$ , quae lineas verticales, seu lineas ipsorum zenith respectively exhibebunt. Iam vero quia stella immenso fere intervallo distat, radii *visuales* utriusque spectatoris ad stellam erunt paralleli, ac proinde altitudinum differentia ex diversa tantum utriusque horizontis inclinatione  $OeA$  oriri potest. Quare angulus utriusque horizontis vel utriusque tangents inclinatione comprehensus erit unius gradus, ideoque etiam angulus utriusque perpendicularis \*. Si terra sit sphaerica, duae perpendiculares in centro  $C$  concurrent, atque locorum distantia erit unius gradus, sive pars

\* Nam  $angulus\ heO + OeA = 90^\circ$  et  $angulus\ keh + heO = 90^\circ$ . Si igitur ab utraque summa subtrahatur idem angulus  $heO$ , erit  $angulus\ OeA = keh$ .

360<sup>ma</sup> meridiani. Porro evidens est, ad accuratam graduum aestimationem a refractionum erroribus liberandas esse stellarum altitudines, atque ut error minuatur, adhiberi debet stella ipsi zenith proxima; quum in zenith refractione sit nulla, et in distantia quattuor vel quinque graduum pro nulla fere haberi possit. Deinde eiusdem stellae observationes, quantum fieri potest, eodem tempore in duobus locis haberi, desiderandum est. Hac enim adhibita diligentia tolluntur reductiones et correctiones ob apparentes stellarum motus omnino necessariae, si observationes eodem tempore fieri non possint. Tandem si loca non sint sub eodem meridiano accurate posita, arcus amplitudo praedictis cautionibus adhibitis observata praebet arcus coelestis amplitudinem inter duos utriusque loci circulos parallelos. Sed his praemissis iam accuratissimas observationes adferamus, iisque ad definiendam telluris figuram utamur.

Si terra ponatur sphaerica, gradus omnes aequales esse, iam demonstravimus, nempe idem omnino iter faciendum esset in meridiano, ut eiusdem stellae altitudo gradus unius angulo cresceret vel decresceret. At si tellus non sit sphaerica, gradus inaequales esse, brevi ratiocinatione facile intelligitur. Ponamus primum, terram sphaericam et ex molli materia compactam, eamque duabus viribus in utraque axis extremitate compri-

mi fingamus secundum axis directionem ita, ut axis ille contrahatur, aequator autem dilatetur. Iam tellus in utriusque axis extremitate magis erit complanata, ideoque minor telluris curvatura in axe, maior autem in aequatore. At quo maior est telluris curvatura secundum directionem meridiani, eo brevius iter fieri necessum est secundum eandem directionem, ut observata stellae altitudo gradus unius angulo augeatur vel minuatur. Itaque si terra sit compressa versus polos, brevius iter faciendum est in meridiano prope aequatorem, quam versus polos, ut gradum unum latitudinis adquiramus vel amittamus. Igitur si terra sit compressa versus polos, gradus crescere debent ab aequatore ad polos, et contra. Idem magis geometrice demonstrari potest ex *radiorum osculatorum* natura. Etenim si curvatura sit maior, minor est radius osculator, ac proinde et minor circuli osculantis peripheria, ideoque minor etiam circuli gradus. Longius esset exhibere diversas graduum mensuras, quae in egregiis operibus de figura telluris nuperime editis fuse describuntur. Satis sit observare accuratissimas graduum dimensiones in id omnes conspirare, ut exhibeant figuram telluris compressam ad polos, versus aequatorem oblongatam.

Prob. 2. Si tellus compressa sit versus polos, generatim certissimum est, gravitatem

minorem esse sub aequatore, et maiorem sub polis, ac proinde, eadem manente longitudine, retardatur pendulorum motus pergendo a polis ad aequatorem, et vice versa. At gravitatis inaequalitas conciliari non potest cum sphaerica telluris figura, et maiore existente vi gravitatis sub polis, tellurem versus aequatorem elatam esse demonstravimus (*num. praeced.*) Hinc concludere licet: telluri tribuenda est figura illa, quam observationes et experimenta omnino postulant; atqui observationes et experimenta postulant telluris figuram elevatam versus aequatorem et depressam versus polos; ergo talis vera est telluris figura.

Porro quamvis tellurem versus polos compressam esse, et versus aequatorem oblongatam, compertum omnino sit, non tamen aequae certum est, ellipticam esse telluris figuram, neque certo cognita est axium ratio. Et quidem ex observationibus astronomicis res non satis accurate confici videtur. In his observationibus fingitur, lineam verticalem per axem telluris transire, eamque perpendicularem esse ad horizontem. Ponitur etiam meridianum sive planum, in quo sol meridiei tempore versatur, et quod transit per lineam verticalem, per axem telluris quoque transire. Verum haec tria non ea subtilitate, quae necessaria omnino est, determinata videntur. Pendent enim ex partium telluris homoge-

neitate, aliisque hypothesis omnino incertis. At si ponamus, diversam omnino esse et sine certa lege partium telluris densitatem; iam quia gravitas corporis ex singulis partium terrae attractionibus componitur, maior vel minor partium densitas gravitatis legem omnino immutabit. Atque hinc diversa axium terrae proportio pro diversa internarum partium dispositione variaque densitate. Verum quamvis certo cognita non sit telluris figura, vix tamen in dubium vocari potest, figuram telluris esse quam proxime regularem, et similes esse terrestres meridianos. Etenim in sequenti articulo demonstrabimus, *praecessionem aequinoctiorum* ellipticae telluris figurae tribuendam esse. Atque haec hypothesis cum observationibus astronomicis probe consentit. Porro si exteriores globi nostri partes sine ordine forent dispositae, haec irregularitas phaenomena et leges praecessionis maxime turbaret.

Tandem ellipticam telluris figuram saltem quamproxime ostendere videntur accuratissima pendulorum experimenta. Ita se habent experimenta illa, ut gravitatis incrementa, quae auctis penduli longitudinibus sunt proportionalia, satis accurate inveniuntur, ut quadrata sinuum latitudinis. Quae quidem observationes non solum regularem, sed ellipticam quoque telluris figuram confirmant. Verum quia subtilissimae sunt observationes

illae, et in iis peccari facile potest errore quidem licet levi, in re tamen periculosa maxime gravi; ideo satis nobis erit adfirmare terram versus polos compressam esse. Haec autem conclusio comparari debet cum iis, quae in physica generali de gravitatis variatione demonstrata sunt. Porro axis terrestris diametro aequatoris brevior statuitur differentia  $\frac{1}{173}$  secundum accuratissimas observationes, quas academici parisienses et hispani immortalis labore versus polum et aequatorem habuere.

#### SOLVUNTUR OBJECTIONES.

*Obiect.* Figura telluris est admodum scabra et montibus aspera. Nullis experimentis, nullis observationibus definiri potest irregularis terrae curvatura, quae per tot amfractus et valles, per tot colles altioresque montes sese perpetuo sinuat, et nulla certa lege variat; ergo de figura telluris nihil certo definiri potest. Resp. N. cons. Quaestionis propositae statum minus adsequuntur, qui hanc telluris irregularitatem obiiiciunt. Inaequalis admodum est externa telluris figura: in amplissima camporum planitie nulla saepe curvatura apparet: valles autem curvaturam habent extrorsum, montes introrsum obversam: hanc irregularitatem nemo non videt. Figura haec etiam perpetuo mutatur montium et