



CARTA CUARTA.

DE LOS NUMEROS COMPLEXOS O DENOMINADOS.

Amigo Eugenio, hasta el presente hemos considerado los números de un modo abstracto, esto es, no determinando la especie de unidades; ahora vamos á aplicar los principios establecidos y los procederes descritos á los números concretos, ó á los números que designan qué especie de unidades los componen. Voy á hablarte de lo que los aritméticos llaman *números complexos ó denominados*, bajo cuyo nombre comprenden todo nombre concreto que se compone de muchas partes ó especies que se refieren á un mismo género, como 4 quintales, 8 arrobas, 10 libras, 6 onzas; ó 4 pesos fuertes, 8 reales, etc. Las operaciones sobre números de esta naturaleza es muy frecuente é importante, y mi objeto en la presente carta es enseñarte los procederes por medio de los cuales se efectúan, aplicando á su práctica la teoría espuesta de los

números enteros y fraccionarios. Esta teoría ha perdido, á lo menos en Francia, parte de su utilidad desde el establecimiento del sistema decimal. Los Franceses, pueblo eminentemente ilustrado y culto, que á pesar de su acendrado patriotismo no hesitan en abandonar las viejas costumbres cuando redundan en ventaja del progreso, han generalizado el sistema decimal, esto es, un sistema de fracciones en que la unidad se decuplica ó subdivide en partes sucesivas de diez en diez veces mas pequeñas, convencidos de las grandes ventajas que este sistema trae consigo, facilitando los cálculos, y pudiendo ya sea inmediatamente, ó ya sea por operaciones muy breves y fáciles seguir la misma ley que los enteros. De este sistema que tal vez las demas naciones europeas acabarán por adoptar, pienso hablarte prolijamente en mi próxima carta, si bien tengo un recuerdo de haber tocado ligeramente este punto en la primera tarde de nuestras conferencias; en la presente, puesto que son de un uso continuo las operaciones sobre los números complexos tales como en general se admiten, voy á esponerte su teoría, siendo esta por otra parte muy propia á familiarizarte con la consideracion de las fracciones y á acostumbrarte al cálculo. Pero antes pienso esponerte un cuadro sucinto de la ley y subdivision del tiempo, pesos y medidas, adoptando en estos dos últimos puntos la division española, puesto que estoy en España y que su estudio debe serte util, si

1 Véase el tomo I, desde la página 57 hasta la 65, y ademas las tablas de la reduccion de pesos y medidas al fin del mismo tomo.

es verdad como me has dicho en otra ocasion que piensas hacer un viage á España.

En el tiempo, como no ignoras, se observa la division siguiente : el siglo consta de 100 años, el año de 365 dias, y si es bisiesto de 366; el dia de 24 horas; la hora de 60 minutos; el minuto de 60 segundos; el segundo de 60 terceros.

Para las cosas que se venden al peso, la unidad de especie superior es el quintal, que se compone de 4 arrobas; la arroba de 25 libras; la libra de 16 onzas; la onza de 16 adarmes; el adarme de 5 tomines, y el tomin de 12 grános. La libra se divide tambien en 2 medias libras, en 4 cuarterones, y en 8 medios cuarterones; la onza en 2 medias onzas, en 4 cuartas y en 8 octavas ó dracmas; la libra se divide tambien en 2 marcos, y el marco en 8 onzas.

En las medidas agrarias la unidad primera es el estadal cuadrado, que es un cuadro de 4 varas, ó 12 pies de largo y otro tanto de ancho. Sigue despues la aranzada que se compone de 20 estadales en cuadro; y luego la fanega de tierra, que se compone de 24 estadales en cuadro. La fanega de tierra se divide en 12 celemines, y el celemin en 4 cuartillos.

Para los granos, la sal y demas cosas secas la unidad de especie superior es el cahiz, que se compone de 12 fanegas, y la fanega de 12 celemines; tambien se divide la fanega en 2 medias fanegas y en 4 cuartillas.

Para los líquidos, escepto el aceite, se usa de la cántara ó arroba que se divide en 2 medias cánta-

ras; la media cántara en 2 cuartillas, la cuartilla en 2 azumbres; la azumbre en 2 medias azumbres; la media azumbre en 2 cuartillos; el cuartillo en 2 medios cuartillos; el medio cuartillo en 2 copas; de modo que la cántara tiene 52 cuartillos; el moyo se compone de 16 cántaras.

El aceite lo esceptuo, porque sus medidas están arregladas al peso; y así se usa de la arroba, media arroba, cuartilla ó cuarto de arroba, libra, media libra, cuarteron ó panilla, y de la media panilla.

En la moneda la unidad de especie superior es el doblon, que se compone de 4 pesos; el peso de 15 reales, y el real de 54 maravedises.

Las medidas de longitud se refieren al pie; este se divide en 16 dedos, y el dedo en mitad, cuartá, octava, y diez y seisava parte; tambien se divide en 12 pulgadas y la pulgada en 12 líneas.

Entendido esto, vamos á ver ahora como se procede para efectuar las diversas operaciones relativas á los números complexos.

Para sumar estos números, se ponen unos debajo de otros, de manera que se correspondan las unidades de cada especie; empíezase por la unidad de especie inferior, y si de la suma de esta resulta alguna ó algunas unidades de la especie inmediatamente superior, se la añade á esta, como en los números abstractos la suma de las unidades simples se agregan á las decenas; y así se continua hasta haber sumado las de la especie superior siendo la suma el número que resulta. Por ejemplo, trátase de sumar 16 quintales, 2 arrobas, 10 libras y

6 onzas, con 24 quintales 6 arrobas, 4 libras y 2 onzas, con 6 quintales, 19 arrobas, 4 libras y 2 onzas, con 10 quintales, 6 arrobas, 8 libras y 6 onzas, coloco todos estos números uno debajo de otros.

(8	(1	(1	
46 qs.	2 ars.	10 lib.	6 onz.
24	6	4	2
6	19	4	2
10	6	8	6
64	34	27	26
	2	2	0

y empiezo á adicionar por las onzas, cuya suma resulta 16; que componiendo una libra exactamente, borro 16 y pongo debajo 0, y 1 libra que resulta la pongo encima de la columna de las libras separado con una media luna; sumo las libras y tengo por suma 27, cuyo número me compone 1 arroba y 2 libras; borro el 27, pongo 2 y añado 1 arrobas que ha resultado á la columna de las arrobas; sumo estas y tengo por resultado 54, lo que compone 8 quintales y 2 arrobas; borro el 54, pongo 2 añado los 8 quintales á la columna de estos, cuya suma resulta 64; la suma de los números propuestos se compone de 64 quintales 2 arrobas y 2 libras.

Para restar los números complexos ó denominados se pone el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan las unidades de una misma especie; despues se resta cada especie de unidades de sus unidades correspondientes en el

minuendo, empezando por las de la especie inferior. Si alguna especie de unidades del sustraendo fuese mayor que la del minuendo se toma de este una cantidad de la especie inmediata superior, y si no hubiese en este se tomará de la otra, ó de la siguiente si tampoco hubiese en esta, etc.; y cuando se toma una unidad superior de dos ó tres órdenes, se descompone en las inferiores. Por ejemplo, trátase de restar 4 quintales, 6 arrobas y 2 libras de 2 quintales, 4 arrobas y 4 libras. Dispónese la operación del modo siguiente :

4 qs.	6 ars.	2 lib.
2	4	4
2	1	25

Despues empiezo á restar por la columna de las libras, y como 4 libras no pueden restarse de 2, tomo una unidad de las arrobas que valen 25 libras, las que juntamente con las 2 que tengo hacen 27, de las que, restando 4, quedan 5, que escribo bajo la raya ó línea que he trazado; despues paso á las arrobas, y teniendo en consideracion la que saqué para añadir á la columna de las libras, resulta por resto 1; y últimamente pasando á la columna de los quintales, resultan 2 de diferencia; luego la diferencia total es de 2 quintales, 1 arroba y 25 libras.

Supongamos que de 18 quintales, quiero restar 16 quintales, 2 arrobas y 16 libras.

	5	25
18 qs.	0 ars.	0 lib.
16	2	16
1	1	9

Como no puedo restar libras de donde no las hay, y como no puedo tomar una unidad superior, arroba, puesto que tampoco las hay, paso á tomar un quintal, que tiene cuatro arrobas; y como solo necesito una arroba para restar las libras, dejo 5 arrobas en el lugar de las arrobas, y pongo lo restante en el lugar de las libras, que me da 25 libras, de las cuales restando 16, la diferencia es 9; pongo 9 por diferencia, y continuo la operacion, restando 2 arrobas de 5, lo que da de diferencia 1; y cuando llego á los 18 quintales, tengo presente que he quitado uno; de modo que la diferencia es 1; la suma total es 1 quintal, 1 arroba y 9 libras.

Para multiplicar los números complexos ó denominados se practica lo siguiente :

1°. Se reducen ambos factores á la menor de sus especies;

2°. Se multiplican estos dos números despues de reducidos;

3°. Divídase el producto por el número que espresa las veces que la unidad de especie inferior del multiplicador cabe en la mayor, y el cuociente espresará el producto en las unidades de especie inferior del multiplicando, por lo que deberá reducirse á las de especie superior. En esta cuestion es indispensable conocer cada factor por lo que te diré que el multiplicando es de la especie que se bus-

ca en el producto, y que por consiguiente el otro será el multiplicador. Por ejemplo, si quiero averiguar cuanto valen 7 varas y 1 pie á 9 pesos y 6 reales la vara, observaré que como lo que busco aquí son pesos y reales, el multiplicando es 9 pesos y 6 reales; por lo que los reduciré primero á la menor de sus especies, y tendré reducido el multiplicando á 144 reales, y el multiplicador á 22 pies; multiplico 144 por 22, y saco el producto 3,102; el cuallo divido por 5, á causa de que el pie está contenido 5 veces en la vara, lo que me da el cuociente 1,054 que espresa los reales que valen las 7 varas y 1 pie; y reduciendo 1,054 á pesos sacaré 68 pesos y 14 reales.

Para dividir los números complexos ó denominados, se practica el proceder siguiente : redúcese el divisor á la menor de sus especies; en seguida se hace la division empezando por las unidades de especie superior del dividendo, reduciendo el residuo si lo hubiese á las unidades de especie inferior inmediata, y añadiendo las unidades de esta especie que hay en el dividendo; despues se dividen por el divisor, y si queda alguna resta se reduce á las unidades de especie inferior inmediata, y así se continua hasta que no quede unidades de especie inferior : despues multiplicase todo este cuociente por el número que espresa las veces que la unidad de especie inferior del divisor está contenida en la mayor, empezando esta multiplicacion por las unidades de especie inferior, para, si resultan unidades de especie superior, añadirlas al producto de la columna inmediata, y el resultado es lo que se pide. Por ejemplo, sabido que 4 libras y 8 onzas me

cuestan 4 pesos y 12 reales, se trata saber á cuanto me sale la libra. Segun el proceder indicado, reduzco el divisor 4 libras y 8 onzas á la menor de sus especies.

Por ejemplo, se sabe que 7 varas y un pié han costado 68 pesos y 14 reales, si quiero averiguar á como ha costado la vara, dividiré los 68 pesos y 14 reales por 7 varas y un pié. Aquí se conoce el dividendo en que es de la misma especie que lo que se busca. Practico lo primero, y se me convierte el divisor en 22 pies; despues hago la division de la manera siguiente.

68 ps. 14 rs.	22
02	5 ps. 2 rs.
15	5
50	9 ps. 5 rs.
14	
44	
0	

Empiezo por los pesos que siendo 68, les toca 5, que son pesos, que para reducirlos á reales los multiplicaré por 15, y al producto 50 le añadiré los 14 reales que hay en el dividendo; veo que el 22 cabe dos veces en 44, y no deja resta; ahora el cuociente 5 pesos y 2 reales lo multiplico por 5, que es el que espresa las veces que la unidad de especie inferior del divisor está contenida en la mayor, y saco el producto 9 pesos y 6 reales que es en efecto el valor de la vara.

No me detendré en la demostracion de todas estas operaciones, porque se apoya en los principios que he establecido.



CARTA QUINTA.

DE LAS FRACCIONES O QUEBRADOS DECIMALES.

§ I.

Numeracion y naturaleza de estas fracciones.

Amigo Eugenio, segun dejé insinuado en mi última, de todas las maneras de subdividir la unidad principal la mas simple y cómoda para los cálculos, es, sin duda, la subdivision en partes sucesivas de diez en diez veces mas pequeñas, de lo que resultan fracciones que tienen el denominador, seguido de uno ó muchos ceros, llamadas fracciones decimales. Este modo de subdivision de la unidad ofrece, repito, grandes ventajas, puesto que inmediatamente, ó á lo menos mediante operaciones sumamente fáciles, se reducen las operaciones de los números fraccionarios á operaciones sobre números enteros. Esto es lo que te haré ver despues de haberte hecho conocer la numeracion de las fracciones decimales, es decir su nomenclatura y la manera de escribirlas en cifras.

De la misma manera que decuplicando sucesiva-