el valor de 360 : los ángulos de la circunferencia

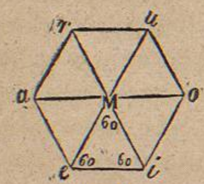

Fig. 77.

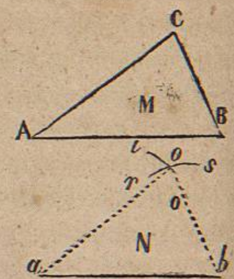

Fig. 78.

antes de ser divididos eran de 120, y ahora quedarán de 60. Luego el triángulo *eMi* es equiángulo. Lo mismo se dice de los otros triángulos, y todos los rayos M*a*, M*e*, M*i*, etc., serán iguales á los lados (núm. 90). Esto supuesto :

Núm. 101. Este círculo será formado de seis arcos, y la circunferencia del polígono es compuesta de seis cuerdas que sostienen esos arcos ; y como cada uno de ellos es mayor que su cuerda, los seis arcos ó la circunferencia del círculo será mayor que los seis lados que hacen el circuito del polígono ; pero estos seis lados son iguales á los seis rayos (núm. 100) ó á tres diámetros.

Núm. 102. Luego la circunferencia del círculo es mayor que tres diámetros de este, esto es, que si el diámetro vale siete la circunferencia ha de valer mas de 21.

Núm. 103. Hasta hoy no se ha hallado geométricamente la proporcion que tiene la circunferencia del círculo con su diámetro ; en esto consiste la

grande dificultad de la cuadratura del círculo, ó de reducirle al espacio de un cuadrado perfectamente igual : no obstante, Arquimedes halló que el diámetro comparado con la circunferencia era como siete á casi 22, bien que algo menos que 22. De esta proporcion se sirven comunmente los geómetras, despreciando como muy leve el yerro que hay en ella ; y aunque haya otros números que se acerquen con mas exactitud á la razon que hay entre el diámetro y la circunferencia, usaremos de estos de Arquimedes por ser mas sencillos.

§ V.

Modo de formar triángulos ó polígonos iguales á los que nos dieren.

Núm. 104. Dado un triángulo A, B, C (Fig. 78), si nos pidieren otro triángulo igual y semejante le podemos hacer por varios modos : los mas comunes son tres :

Núm. 105. 1º Midiendo los tres lados.

2º Midiendo dos lados y el ángulo incluso.

3º Midiendo un lado y los dos ángulos adyacentes.

Primer modo. — Midiendo los tres lados.

Núm. 106. Pondré una base *ab* igual á AB (Fig. 78) : tomaré despues con el compas la distancia AC, y describiré un arco desde el punto *a* como centro ; y últimamente tomando con el compas la otra línea

BC describiré otro arco desde el punto *b*, los cuales se cruzan ó cortan en C; y desde este punto tiraré dos líneas hácia *a* y hácia *b*, y tendremos el triángulo *abc*, el que vamos á examinar si es igual ó no al que nos dieron ABC.

Núm. 107. Como AB es igual á *ab* podremos poner el un ángulo sobre el otro, y ajustar las dos bases : hecho esto, necesariamente ha de caer el punto C en el arco *io* que se describió con el rayo AC ó con el *ac*; y siendo este punto C estremidad de la línea BC, ha de caer en el arco *rs*, que se describió con el rayo BC ó *bc*. Luego el punto C necesariamente ha de caer en el punto *c*, en el que los dos arcos se cortan.

Pero si ajustando las dos líneas AB y *ab* el punto C coincide con *c*, la línea tirada de A hasta B coincidirá con *ab*, y BC con *bc*; y quedando los dos triángulos juntos se manifiesta que son iguales.

Segundo modo. — Midiendo dos lados y el ángulo incluso.

Núm. 108. Medida la línea MN en el triángulo A (Fig. 79), haré otra línea igual *mn* : describiré desde el punto M un arco arbitrario *ao*, y con la misma abertura de compas describiré otro arco indefinito *rs* : despues tomaré con el compas el intervalo *ao*; y haciendo centro en *r* cortaré el arco indefinito *rs*, y por el punto *s*, en que los dos arcos se cruzan, tiraré una línea indefinita desde *m*. Ultimamente tomaré con el compas el lado ME, y cortaré con igual porcion en la línea indefinita *me* :

hecho esto, tiraré la línea *en*, y quedará el triángulo B igual á A.

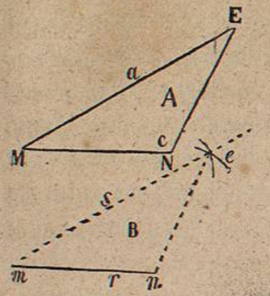

Fig. 79.

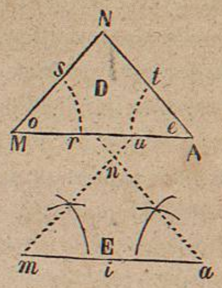

Fig. 80.

Por cuanto sobreponiendo el triángulo B en A, y ajustando MN con *mn*, el lado *me* tambien caerá sobre su correspondiente ME por la igualdad de los ángulos que forman con MN, *mn*; y como *me* es igual á ME, no puede el punto *e* dejar de coincidir con E; y así la línea *en* coincidirá con EN, pues ambas son rectas, y por una y otra parte se terminan en puntos que coinciden.

Tercer modo. — Midiendo un lado con los dos ángulos adyacentes.

Antes de pasar adelante conviene esplicar este término *adyacentes*. Llamo *ángulos adyacentes* á la línea MA (Fig. 80), los que se forman sobre ella con los lados que suben de las estremidades, como son los ángulos *oe* en el triángulo D.

Núm. 109. Si yo mido MA (Fig. 80), y hago otra línea igual *ma*, y despues mido los ángulos *oe*, y hago otros iguales en *m* y en *a* por el método ya arriba dicho (núm. 107), y tiro dos líneas indefinidas, tendré un punto *n*, en el que se cruzan, y este será el vértice del nuevo triángulo E igual á D.

Por cuanto sobreponiendo el triángulo E en D las bases se ajustarian, como tambien los lados, supuesta la igualdad de los ángulos. Luego el punto N, comun á los dos lados del triángulo antiguo D, caerá sobre *n*, punto comun á los dos lados del triángulo nuevo E, y quedarán los dos triángulos ajustados.

Núm. 110. Luego para hacer una figura rectilínea igual á otra dada, cualquiera que sea (Fig. 81), bás-

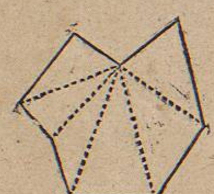

Fig. 81.

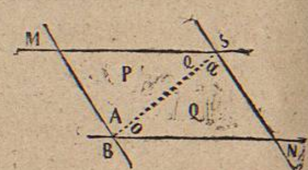

Fig. 82.

tará dividir en triángulos la que nos dieron, y hacer otros triángulos iguales y semejantes, y disponerlos en la nueva con la misma forma.

De aquí se sacan las consecuencias siguientes.

I.

Núm. 111. Luego todo triángulo que tiene los tres lados iguales á los tres de otro ángulo le será igual (núm. 107).

Núm. 112. Luego todo triángulo que tiene dos lados iguales á los dos lados de otro, y el ángulo incluso tambien igual, será igual en todo al otro triángulo (núm. 108).

Núm. 113. Luego todo triángulo que tenga un lado igual á un lado de otro, y los dos ángulos adyacentes iguales á los dos adyacentes en el otro, será en todo igual.

Pongamos ahora dos paralelas, y cortémoslas con otras dos (Fig. 82) : tiremos ademas una línea diagonal, esto es, desde una punta B á la otra opuesta S : tenemos dos triángulos PQ con un lado comun, que es la diagonal : ademas de esto los dos ángulos AO, que la son adyacentes en B, son iguales á sus alternos *ao*, adyacentes á la diagonal en el triángulo Q ; por consiguiente los dos triángulos son perfectamente iguales, y sus lados correspondientes tambien lo son.

Núm. 114. Luego las paralelas cortadas por paralelas son iguales ; y así MB es igual á SN y MS es igual á BN.

Advertencia. — Habiendo ya tratado de las líneas y de los ángulos, para poder esplicar la relacion que dicen entre sí varias líneas conviene tratar de las *razones* y *proporciones* en general.

En lo sucesivo, amigo Eugenio, para facilitarte la espresion y abreviártela, haré lo que todos los modernos acostumbran, usando de las señales ó signos del algebra, pues la esperiencia enseña que lo que hace mas corta la espresion de una verdad, y en una mirada la coloca enfrente de la imaginacion, facilita increiblemente su inteligencia. Pienso que tendrás presentes las nociones algebráicas que contienen mis cartas precedentes; mas, si por mala esposicion de mi parte ú otra causa cualquiera, no te hubieses penetrado de ciertos principios, no vaciles en avisarmelo para que te dé nuevas ilustraciones sobre el punto en cuestion.

CARTA DÉCIMASÉPTIMA.

DE LAS RAZONES Y PROPORCIONES.

§ I.

De la razon en general.

Amigo Eugenio, si bien, tratando de la aritmética, dejé esplicada la teoría de las razones y proporciones, pienso no obstante, á trueque de ser molesto, tratar de nuevo y mas difusamente este asunto, porque, siendo tanta su aplicacion á la geometría, es una llave precisa para entrar en mil gabinetes de verdades lindísimas, Empecemos, pues, que tal vez con el gusto no te parecerá enfadosa, y saltarás de contento al ver en las cartas siguientes las utilidades que esta trae.

Cuando comparamos entre sí dos cantidades del mismo género, v. g. 6 con 4 ó con 3 para saber su respectiva grandeza decimos que estan en esta ó aquella razon.