dos de los dos cuadrados que nos dieron AB (Fig. 196), y hallaremos la línea *e*, que será el lado del cuadrado pedido E.

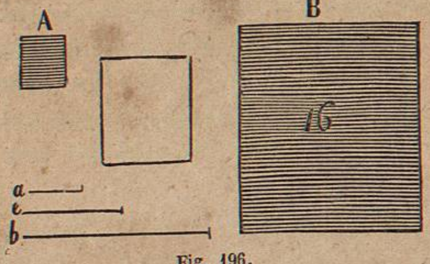

Fig. 196.

Porque si tres cantidades *aeb* estan en progresion, tambien lo estan los cuadrados que se forman de ellas, aunque la razon sea diferente (núm. 259).

Ejemplo ∺1:2:4, el esponente ó la razon que reina en esta progresion es 2, y si hacemos los cuadrados de estas raices tendremos ∺1:4:16, cuyo esponente es 4. Luego si ∺*a*, *e*, *b* estan en proporcion, tambien lo estarán sus cuadrados ∺A, E, B.

Ve aquí, amigo Eugenio, un resumen de las proposiciones mas útiles que hallé en la materia de superficies: sé que esto te dará un gusto indecible, por lo que me has escrito en los correos pasados; pues si la doctrina sobre las líneas te interesa tanto, que segun tu espresion andas encantado, mucho mas te encantará la doctrina de las superficies, y aun mucho mas la de los sólidos, que empiezo ya á preparar para enviártela con brevedad.

CARTA VIGÉSIMA.

SOBRE LOS SOLIDOS

§ I.

De la formacion de los sólidos.

Pues me envias á decir, amigo Eugenio, que has entendido bien lo que te dije en la carta antecedente, no dudo que comprenderás fácilmente lo que ahora te diré sobre los sólidos.

En cuanto á su formacion quiero que tengas presente la formacion de las líneas y las superficies; porque así como considerando que un punto se mueve hácia alguna parte formamos idea de que va formando la línea, y considerando que una línea se va moviendo puesta de lado, nos formamos la idea de la superficie, acomodando á la línea la idea de sola la longitud, y á la superficie la de anchura ó latitud, así tambien.

Núm. 293. Considerando el movimiento de una superficie, v. g. (Fig. 197) AM, que va siempre pa-

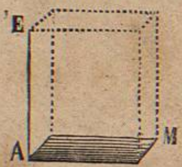

Fig. 197.

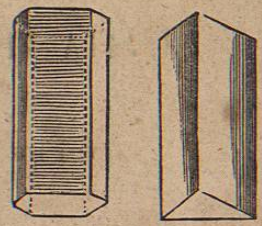

Fig. 198.

ralela á sí misma, y siguiendo una línea recta AE, haremos la idea de un *sólido* : este sólido así formado se llama con nombre general *prisma*.

Núm. 294. Si la superficie que se supone moverse es un paralelógramo como AM (Fig. 197), el *sólido* ó *prisma* que forma se llama paralelipípedo, esto es, sólido comprendido entre superficies paralelas.

Si la superficie movil es un triángulo ó polígono (Fig. 198), el prisma que se forma es *triangular* ó *poligónico* [1].

Núm. 295. Si el plano que se supone que se va moviendo es O subiendo un círculo, el sólido que resulta se llama cilindro, como la (Fig. 199).

Núm. 296. Si el plano ó superficie que se movió

[1] Esta voz poligónico no conviene á los sólidos, porque polígono es figura plana de muchos ángulos : la voz propia es poliedro, que es un cuerpo que tiene asiento por muchas caras, ó es un sólido de muchas superficies.

no solamente va siempre paralelo á sí mismo, sino

Fig. 199.

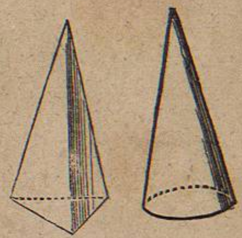

Fig. 200.

que á proporcion que se mueve va disminuyendo por todos los lados proporcionalmente hasta acabar en un punto, el sólido que de aquí resulta se llama pirámide si el plano era figura rectilínea, y si era un círculo se llama cono (Fig. 200).

Núm. 297. El movimiento del plano debe seguir una línea recta, v. g. AE (Fig. 197), la cual se llama *directriz*.

Si la directriz se eleva perpendicular sobre el plano como en las (Fig. 197, 198, 199 y 200) el *prisma*, *cilindro*, pirámide ó *cono* se llaman rectos; pero si la directriz se inclina mas á una parte del plano que á otra, el sólido se llama *oblicuo*, como la (Fig. 201 y 202).

Núm. 298. Si la superficie movil era un cuadrado, y la directriz igual á los lados de este y perpendicular, el sólido se llama cubo, como la (Fig. 203).

Núm. 299. El movimiento de su círculo que anda alrededor de su diámetro forma una esfera (Fig. 204).

Núm. 300. El movimiento de un sector ó de un

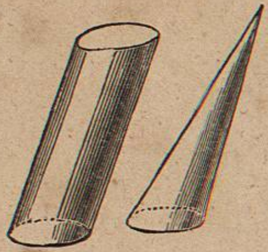
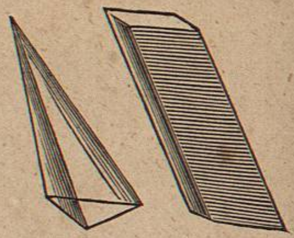

Fig. 201. Fig. 202.

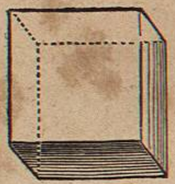
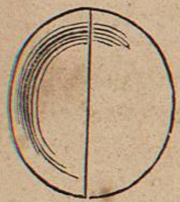


Fig. 203. Fig. 204. Fig. 205.

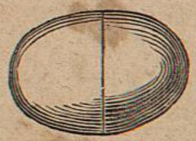


Fig. 206. Fig. 207.

segmento de círculo, andando alrededor de su eje, hace el sector ó el segmento de la esfera (Fig. 205 y 206).

Núm. 301. El movimiento de una superficie oval, andando alrededor de su menor diámetro, forma una esferoide abatida (Fig. 207) ó chata.

Núm. 302. Pero si anduviere alrededor de su

mayor diámetro hace una esferoide oblonga (Fig. 208).

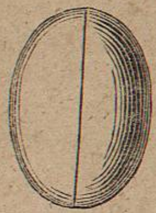
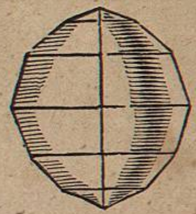

Fig. 208. Fig. 209.

Núm. 303. Si un polígono regular anduviere alrededor de su diámetro hace una esferoide multilátera (Fig. 209), ó un poliedro, que quiere decir de muchas caras ó asientos que algunos llaman poligónica aunque impropiamente, porque el polígono es figura plana, y el poliedro es sólida.

De estas simples formaciones de los sólidos se sacan varias consecuencias.

I.

Núm. 304. La base inferior es la misma que por el movimiento viene á ser la base superior. Luego en cualquier prisma la base superior es igual á la inferior.

II.

Núm. 305. Por cualquier parte que se corte el prisma siendo la seccion paralela á la base inferior, esta seccion será base superior. Luego toda seccion del prisma paralela á la base es igual á esta.

III.

Dijimos que la base de la pirámide, moviéndose paralela á sí misma, y disminuyendo en proporcion por todos sus lados á medida que sube, formaba la pirámide, y lo mismo se dijo del *cono*.

Núm. 506. Luego toda seccion de la pirámide ó cono siendo paralela á la base es un plano semejante á ella.

IV.

En el círculo que por su movimiento alrededor del diámetro engendró la esfera (Fig. 210) se pueden considerar muchas cuerdas perpendiculares al diámetro ó eje, cuyas mitades *ao*, *ei* son radios que andando circulares alrededor de una estremidad fija describen otros tantos círculos.

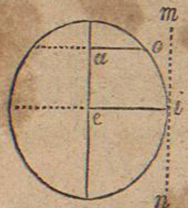

Fig. 210.

Pero hecha cualquiera seccion por un plano en la esfera, se puede considerar como un plano perpendicular al diámetro del círculo generante, formado por la revolucion de alguna media cuerda.

Núm. 507. Luego toda seccion en la esfera es un círculo.

Pero si tiramos en el círculo generante muchas líneas perpendiculares á su diámetro ó eje, la línea que pasare por el centro (Fig. 210) es la máxima de todas, porque es la única que llega á la tangente *min*, siendo todas las demas terminadas por la circunferencia que se aparta de la tangente.

Núm. 508. Luego en toda seccion de la esfera sola la que pasa por el centro es el círculo máximo como engendrado por el radio máximo, y toda otra seccion será círculo menor que ella.

Pero la línea *ei* (Fig. 210), perpendicular al eje del círculo generante que toca en el centro, siempre es el radio de este círculo, igual siempre en todos casos.

Núm. 509. Luego la seccion central de la esfera siempre es igual.

§ II.

De las superficies de los prismas y cilindros.

En las superficies de los prismas, amigo Eugenio, solo se consideran los lados que le cortan alrededor con abstraccion, ó prescindiendo de las bases. Lo mismo se dice de los cilindros, prismas, etc.

Pero dijimos al número 219 que la superficie de cualquier paralelógramo recto era igual á la base multiplicada por la altura perpendicular, y vemos en la (Fig. 211), que los lados del prisma recto B es-

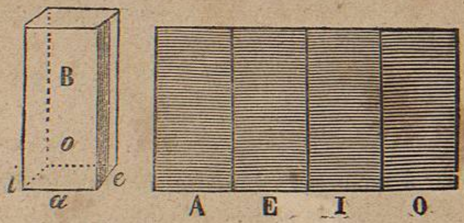

Fig. 211.

tendidos son los paralelógramos tambien rectos A, E, I, O, en los que el circuito de la base *a*, *e*, *i*, *o* se multiplica por la altura.

Núm. 510. Luego la superficie del prisma recto (Fig. 211) es igual al circuito de la base *a*, *e*, *i*, *o* multiplicado por la altura.

En cuanto á la superficie del cilindro recto D (Fig. 212) sabemos que es igual, ó se puede confundir con la del prisma de infinitos lados; y así podemos decir de la una lo que de la otra.

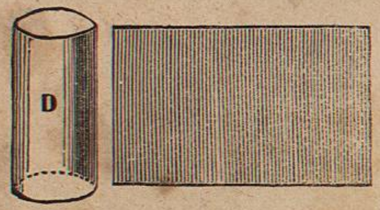

Fig. 212.

Núm. 511. Luego la superficie del cilindro recto es igual á la base multiplicada por la altura (Fig. 212).

Tambien se dijo al número 221 que cuando el paralelógramo era oblicuo (Fig. 213) le habiamos de

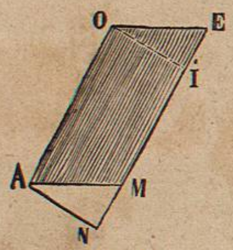

Fig. 213.

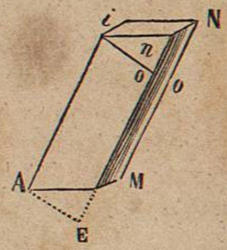

Fig. 214.

reducir á recto para valuarle, multiplicando la línea AO, no por la oblicua OE, sino por la perpendicular OI ó AN.

Núm. 512. Luego la superficie del prisma oblicuo (Fig. 214) no se debe valuar, multiplicando la línea de su longitud, A*i* por el circuito de la base AM, ó bien IN, sino por el circuito de la seccion perpendicular *io*.

Porque el prisma oblicuo tiene la superficie compuesta de algunos paralelógramos oblicuos, y esto se hace cortando la porcion triangular *ion* de la parte superior, y añadiéndola de la parte de abajo, pues en este caso el prisma se convierte de oblicuo en recto, y su superficie por el número precedente se compone de la línea de su largo A*i*, multiplicada por el circuito de la seccion perpendicular *io*. Ya hemos dicho muchas veces que los cilindros se confunden con los prismas de infinitos lados.

Núm. 513. Luego la superficie del cilindro oblicuo es igual á la línea de la longitud AE (Fig. 215) multiplicada, no por el circuito de la base EN ó AM, sino por el circuito de la seccion perpendicular EO; lo que tambien se hará visible cortando la porcion superior EON para ponerla en el lugar inferior AIM.

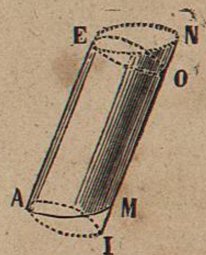

Fig. 216.

§ III.

De las superficies de las pirámides y conos enteros y truncados.

Dijimos al núm. 225 que los triángulos eran iguales á sus bases multiplicadas por la mitad de la altura, ó bien á las alturas multiplicadas por la mitad de la base.

Luego es preciso para medir las superficies de las pirámides compuestas de triángulos, como se manifiesta en B (Fig. 216), atender á sus bases y alturas.

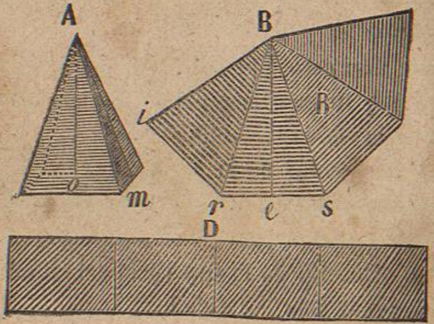

Fig. 216.

Adviértase no obstante que no es lo mismo la altura de una pirámide y la altura de los triángulos que componen su superficie, pues A*o*, altura de la pirámide, se toma en la perpendicular que va desde su vértice A hasta la base *o*, ó á continuacion de ella si la pirámide fuere inclinada; pero la altura de los triángulos es la línea A*m*, que va por la superficie abajo mas perpendicularmente á la línea del circuito de la base. Esta altura de los triángulos tambien se llama apotema.

Núm. 514. Luego la superficie de las pirámides recta y regular (compuesta de triángulos, como lo vemos en B) es igual al circuito de la base multi-

plicado por medio apotema, como se ve en D, ó á todo el apotema B*e* multiplicado por medio circuito de la base *irs*.

En la pirámide oblicua é irregular como los apotemas son diferentes no es tan facil la reduccion; pero se debe hacer separadamente la reduccion de cada triángulo.

Así como el cilindro se puede confundir con el prisma de infinitos lados, tambien el cono se puede confundir con la pirámide de infinitos lados. Y así la superficie verdadera del cono que se ve en M (Fig. 217) se puede considerar como si fuese una

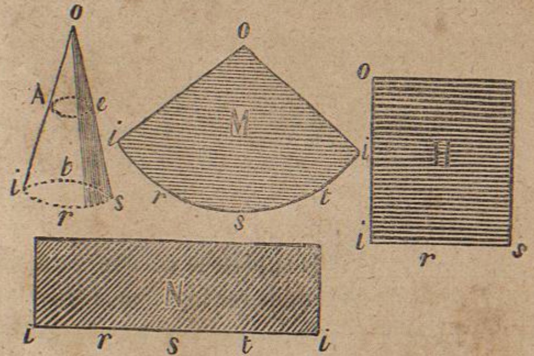

Fig. 217.

coleccion de triángulos de bases infinitamente pequeñas; pero que juntos igualasen el circuito de la base del cono, y tuviesen por altura su apotema *oi*.

Núm. 515. Luego la superficie del cono recto A (Fig. 217) es igual á un paralelógramo N, en el cual el circuito de la base *irst* se multiplica por medio apotema, ó al paralelógramo H, en que se multiplica medio circuito de la base por todo el apotema.

Núm. 516. La superficie de la pirámide truncada P (Fig. 218) se compone de muchos trapecios, los cuales juntos hacen la figura B; pero reduciendo los trapecios á paralelógramos (núm. 226), esto es, multiplicando su altura *ma* por las medias paralelas *no*, todos ellos hacen un paralelógramo M, cuya base es la media paralela de los trapecios, y cuya altura es el apotema.

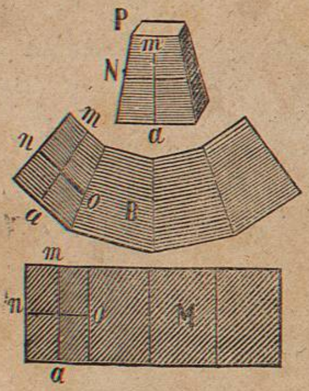

Fig. 218.

Núm. 517. Luego la superficie de una pirámide truncada P es igual á un paralelógramo M, cuya base es el circuito medio de la pirámide, y cuya altura sea todo el apotema.

Por la misma razon que confundimos el cono entero con la pirámide, debemos reputar el cono truncado por una pirámide truncada tambien y de infinitas caras.

Núm. 518. Luego la superficie del cono truncado E (Fig. 219) es igual al paralelógramo H, en el cual la base es el circuito medio del cono *ai*, y la altura todo su apotema *mn*.

Núm. 519. Si al cono entero le quitamos, aunque sea un solo punto del vértice, quedará truncado, y entonces no merece atencion la diferencia que solo procede de un punto. En este caso se puede reputar el uno como el otro, y discurrir de la superficie del uno como de la del otro, y así reducir la superficie del cono entero (Fig. 218) á un paralelógramo, cuya base sea el medio circuito A*e*, y su altura todo el apotema, como se ve en H.

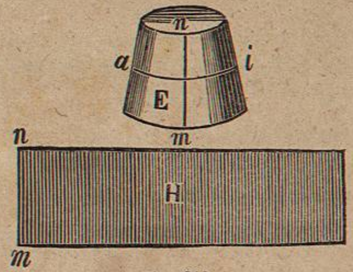

Fig. 219.

§ IV.

De la superficie de la esfera, y de los segmentos de esta.

Núm. 520. Así como podemos considerar un círculo como un polígono de infinitos lados, así tambien podemos confundir la esfera formada por un círculo, que da vuelta alrededor de su eje, como una esferoide formada por un polígono, que anda alrededor de su mismo diámetro (Fig. 220).

Por consiguiente para medir la superficie de la esfera bastará medir la superficie de la esferoide poligónica ó poliedro esferoide, no obstante que esta