

luego el centro de gravedad de la pirámide se halla en Al.

De la misma manera se demuestra que se halla en CH; y como estas dos rectas se cortan en G, el centro de gravedad de la pirámide será G; y siendo HI paralela á AC, se tiene :

$$HI:AC::EH:EA::4:5.$$

Pero HI:GI::AC:AG,  
luego GI= $\frac{1}{5}$ AI.



## CARTA VIGESIMASÉPTIMA.

DE LAS MAQUINAS.

### § I.

Nociones preliminares.

Amigo Eugenio, llámase máquina todo instrumento destinado á trasmitir la accion de una fuerza determinada á un punto que no se halla en su direccion, de modo que pueda esta fuerza mover un cuerpo á que no está aplicada inmediatamente, y que pueda ademas moverlo en una direccion diferente de la suya propia.

No se puede, en general, cambiar la direccion de una fuerza sino descomponiéndola en dos otras, de las cuales la una se dirija á un punto fijo que lo destruya por su resistencia, y la otra obre segun la nueva direccion; esta última fuerza que es solo la que puede producir efecto, es siempre una

componente de la primera, pudiendo ser mayor ó menor que esta segun las circunstancias. Cambiando de esta manera las direcciones y valores de la fuerza, se puede, por medio de una máquina, y los puntos de apoyo que presenta, equilibrar dos fuerzas desiguales y no directamente opuestas.

La fuerza cuya direccion se trata de cambiar empleando una máquina, se llama potencia; dase el nombre de resistencia al cuerpo que debe mover ó á la fuerza que por medio de la máquina debe equilibrar.

Mi solo objeto en esta carta es hallar las relaciones que entre sí deben tener la potencia y resistencia aplicadas á la misma máquina, para que se equilibren atendidas sus direcciones; prescindiré del roce, y supondré perfectamente flexibles las cuerdas que entren en la composicion de la máquina.

Cuando es muy considerable el número de las máquinas, se pueden considerar todas como compuestas de tres máquinas elementares, que son las cuerdas, la palanca, y el plano inclinado.

## § II.

De las cuerdas.

Bajo la suposicion de que las cuerdas son muy flexibles, y que al mismo tiempo carecen de estensibilidad y peso, representate, amigo Eugenio, el

caso de equilibrio entre tres fuerzas, PQR (Fig.

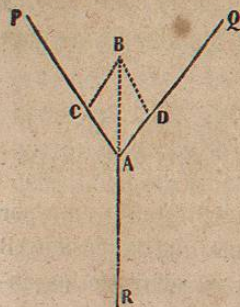


Fig. 313.

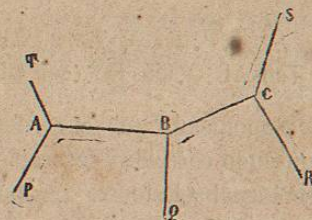


Fig. 314.

313), obrando recíprocamente por medio de tres cuerdas reunidas por el nudo A.

Las tres fuerzas P, Q, R, están en el mismo plano.

Representando por las líneas AC, AD, las dos fuerzas P y Q, construyendo el paralelógramo BDAC, la diagonal representará el valor y direccion de la resultante R que le es opuesta.

Así, existen las proporciones siguientes entre las fuerzas P, Q, R:

$$P:Q:R::\text{sen } QAR:\text{sen } PAR:\text{sen } PAQ.$$

Lo que acabo de establecer relativamente á las tres cuerdas puede establecerse de un número cualquiera, pues es evidente que tomando las cuerdas de tres en tres deberemos en cada uno hallar ecuaciones análogas á las precedentes.

Representando el estado de equilibrio de este sistema (Fig. 314) por el polígono ABC, etc., deberá

haber equilibrio entre las fuerzas T, P, y la tension de cuerda AB; entre la tension de la cuerda AB, la de la cuerda BC, y la fuerza Q, etc., lo que nos dará las ecuaciones siguientes :

$$T:P:tens\ AB::\text{sen}\ PAB:\text{sen}\ TAB:TAP.$$

$$Tens\ AB:Q:tens\ BC::\text{sen}\ QBC:\text{sen}\ ABC:\text{sen}\ QAB.$$

Suponiendo que el cordon AP esté fijo en A por un nudo corredizo, es evidente que la tension AB será igual á la fuerza T, y por consiguiente los ángulos TAP, PAB, serán iguales.

## § III.

Del plano inclinado.

Supongamos (Fig. 515) un cuerpo pesado colo-

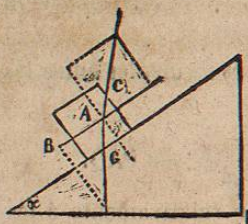


Fig. 515.

cado en un plano inclinado ó en declive, y tirado por una fuerza cuya direccion encuentre la vertical pasando por el centro de gravedad del cuerpo; se trata de hallar las condiciones del equilibrio. Pode-

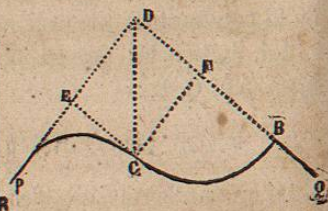


Fig. 516.

mos descomponer en dos la fuerza P, una perpendicular, y la otra paralela al plano inclinado; la misma descomposicion podemos hacer relativamente al peso del cuerpo; las fuerzas normales al plano deberán ser tales que la mayor de las dos tienda á apoyar el cuerpo en el plano, y ademas la resultante deberá hallarse en el interior de la circunferencia en contacto del cuerpo sobre el plano inclinado. Ademas, las dos componentes paralelas  $P \cos \omega$  y  $G \text{ sen } \alpha$  deberán ser iguales y dirigidas en sentidos contrarios;  $\alpha$  designando el ángulo que la fuerza P hace con el plano inclinado.

## § IV.

De la palanca.

La palanca es una barra inflexible ACB (Fig. 516), recta ó curva, movil al rededor de uno de sus puntos C, que se supone fijo y que se llama punto de apoyo.

Supónese la palanca sin peso, y ademas se supone que no puede resbalar del punto C. Sean P y Q dos potencias aplicadas á estas estremidades. Considérase la resistencia del punto de apoyo como una tercer fuerza R aplicada á la palanca en este mismo punto. Las dos fuerzas P y Q se suponen en un mismo plano pasando por el mismo punto de apoyo; luego estas fuerzas P y Q se encuentran en un cierto punto D donde puede suponérselas apli-

cadras, debiendo pasar por el punto D la resultante de estas dos fuerzas; y como está en equilibrio el sistema, es preciso que se destruya la resultante por el punto fijo C, luego la resultante pasa por el punto fijo, resultando la proporción:

$$P:Q::\text{sen CDQ}:\text{sen CDP}.$$

Pero si del punto C se bajan dos perpendiculares CF, CE, en la dirección de las fuerzas, resulta:

$$CE:CF::\text{CDP}:\text{sen CDQ}.$$

Luego  $P:Q::CF:CE$ ; luego el equilibrio de la palanca debe darnos la ecuación:

$$P \times CE = Q \times CH.$$

Cada uno de estos productos se llama momento de una fuerza con relación á un punto fijo.

Si las fuerzas P y Q fuesen paralelas, su resultante deberá satisfacer á la misma condición, y en este caso la carga del punto de apoyo será igual á  $P+Q$ , mientras que en el caso precedente es igual á la resultante de las dos fuerzas P y Q, ó á

$$\sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos PDQ}.$$

### § V.

De las poleas ó garruchas.

La polea ó garrucha es una rueda con un medio canal hueco en su circunferencia para recibir una

cuerda, y atravesado en su centro por un eje sobre el cual puede dar vueltas. Suponiendo que la polea dé vueltas al rededor de su eje G, y prescindiendo del roce es evidente, digo, que las dos fuerzas P y Q (Fig. 517), aplicadas á las estremidades de la cuerda, deberán ser iguales; también es evidente que la carga R será igual á la suma de los dos pesos P y Q.



Fig. 517.

Si las dos estremidades P y Q no fuesen paralelas, harían en este caso ángulos iguales con la dirección de la resultante R, que en este caso no sería igual á su suma.

### § VI.

Del cabestante.

El cabestante (Fig. 518) es una máquina compuesta de un cilindro móvil sobre su eje y de una cuerda, que envolviéndose por una de sus estremidades al rededor del cilindro, mientras que lo hace rodar una potencia Q, arrastra una resistencia P fija á su otra estremidad.

Llamando R el radio que parte del centro á la

1  
cuerda que está solicitada por la potencia y  $r$  e

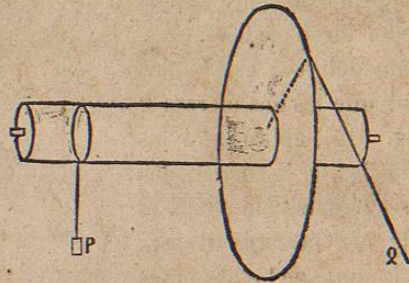


Fig. 318.

de la resistencia, tendremos que las condiciones del equilibrio se espresarán por la ecuacion

$$Pr = QR.$$

Pues la resistencia  $P$  puede evidentemente suponerse en el plano de la fuerza  $Q$  y perpendicular al eje de la máquina, y en este nuevo estado se tiene una palanca cuyo punto de apoyo está situado en el eje de las perpendiculares, bajadas en las fuerzas precisamente  $R$  y  $r$ .

Con esto doy fin á la estática, concluyéndose al mismo tiempo nuestra correspondencia matemática, pues dentro de pocos dias pienso estar de vuelta, disfrutar de tu amable compañía y empezar cada tarde nuestras conferencias acostumbradas en compañía de nuestro amigo Silvio.

FIN DEL TOMO NONO.



## INDICE

## DEL TOMO NONO.

Advertencia.

5

## CARTA PRIMERA.

## ARITMÉTICA.

Numeracion, operaciones sobre números enteros.

§ I.— Numeracion.	9
§ II.— De la adiccion.	17
§ III.— De la sustraccion.	19
§ IV.— De la multiplicacion.	21
§ V.— De la division.	26

## CARTA SEGUNDA.

Observaciones sobre algunas propiedades de los números.

37

## CARTA TERCERA.

De las fracciones ó quebrados. 42

## CARTA CUARTA.

De los números complexos ó denominados. 50

## CARTA QUINTA.

De las fracciones ó quebrados decimales.

§ I.— Numeracion y naturaleza de estas fracciones. 59  
 § II.— Adicion y sustraccion. 66  
 § III.— Multiplicacion de fracciones decimales. 68  
 § IV.— Division de las fracciones decimales. 70  
 § V.— Reduccion de una fraccion ordinaria en fraccion decimal. 72

## CARTA SESTA.

Aplicacion del sistema decimal. Nuevo sistema de pesos y medidas. 75  
 Medidas linearias ó de longitud. 76  
 Medidas de superficie. 77  
 Medidas de solidez. Ibid.  
 Medida de capacidad para los líquidos y granos. 78  
 Del peso. Ibid.  
 De las monedas. 79

## CARTA SÉPTIMA.

De las potencias y raices de los números.

§ I.— De la raiz cuadrada. 81  
 § II.— De los cubos y de la raiz cúbica de los números enteros. 88

## CARTA OCTAVA.

Razones, proporciones y progresiones.

§ I.— De las razones y de las proporciones aritmética y geométrica. 95  
 § II.— Aplicacion de las proporciones. 98  
 § III.— De las progresiones aritméticas. 101  
 § IV.— Progresiones geométricas. 102

## CARTA NONA.

Teoría de los logaritmos.

§ I.— Naciones preliminares. 103  
 § II.— De los logaritmos en el sistema cuya base es 10. 109  
 § III.— De las cuatro operaciones de la aritmética sobre los números positivos y negativos. 112  
 § IV.— De los logaritmos negativos. 115

## CARTA DECIMA.

## ALGEBRA.

Nociones preliminares. 119

## CARTA UNDÉCIMA.

De las cuatro operaciones fundamentales del algebra.

§ I.— De la adicion. 125  
 § II.— De la sustraccion. 126  
 § III.— De la multiplicacion. 128  
 § IV.— De la division. 133  
 § V.— Division de los polinomios. 136

## CARTA DUODÉCIMA.

Fracciones literales ó algébricas. 142

## CARTA DÉCIMATERCIA.

De las ecuaciones del primer grado. 147

## CARTA DÉCIMACUARTA.

Ecuaciones del segundo grado.

- § I.— Resolución de estas ecuaciones. 159  
 § II.— Fórmula del binomio. 161  
 § III.— Estracción de raíces de cualquier grado. 165  
 § IV.— Resolución de las ecuaciones numéricas de cualquier grado. 167  
 § V.— Teorema de Descartes. 171  
 § VI.— De las raíces iguales. 173  
 § VII.— Teorema de Sturm. 174

## CARTA DÉCIMAQUINTA.

## GEOMETRIA.

Sobre las líneas y los ángulos.

- § I.— De la formación de las líneas recta y curva. 179  
 § II.— De la línea circular. 180  
 § III.— De los ángulos en comun. 183  
 § IV.— De la línea perpendicular y de la oblicua. 189  
 § V.— De otras propiedades de las líneas perpendiculares. 192  
 § VI.— Señales para conocer las perpendiculares y modo de formarlas. 195  
 § VII.— De la línea oblicua. 198  
 § VIII.— De las paralelas. 200

- § IX.— De las tangentes de los círculos. 204  
 § X.— De las perpendiculares en los círculos. 206  
 § XI.— Problemas sobre los círculos que tocan á otros en puntos dados en la periferia, y pasan por puntos dados fuera de ella. 210

## CARTA DÉCIMASESTA.

De la medida de los ángulos.

- § I.— De la medida de los ángulos que tienen el vértice en la circunferencia. 215  
 § II.— De la medida de los ángulos formados en el círculo. 218  
 § III.— De la medida de los ángulos en los triángulos. 221  
 § IV.— De la medida de los ángulos en los polígonos. 226  
 § V.— Modo de formar triángulos ó polígonos iguales á los que nos dieren. 231

## CARTA DECIMASEPTIMA.

De las razones y proporciones.

- § I.— De la razón en general. 237  
 § II.— De la proporción en comun. 239  
 § III.— De la razón aritmética. 240  
 § IV.— Proporción aritmética. 242  
 § V.— De la razón geométrica. 245  
 § VI.— Propiedades de la razón geométrica. 248  
 § VII.— De la proporción geométrica. 254  
 § VIII.— De las mutaciones que se pueden hacer en los términos conservando la proporción. 258  
 § IX.— De las mutaciones que se hacen componiendo ó dividiendo los términos. 260  
 § X.— De la razón compuesta. 267  
 § XI.— De la proporción recíproca. 271

## CARTA DÉCIMOCTAVA.

## De las líneas proporcionales.

- § I.— Dividir las líneas en la proporción pedida. 274  
 § II.— De los lados proporcionales en los triángulos semejantes. 280  
 § III.— Aplicación de la doctrina precedente á medir distancias inaccesibles sin el socorro de la trigonometría. 285  
 § IV.— Aplicación de la doctrina dada á la división de cualquier línea en partes proporcionales muy pequeñas. 297  
 § V.— De las líneas que son medias proporcionales. 304  
 § VI.— Modo de dividir cualquier línea en media y extrema razón. 304  
 § VII.— De las líneas que están en proporción recíproca. 306  
 § VIII.— De las circunferencias proporcionales en los polígonos y en los círculos. 308

## CARTA DÉCIMANONA.

## De las superficies.

- § I.— De la formación de la superficie. 311  
 § II.— Modo de valuar las superficies. 315  
 § III.— Modo de valuar ó hallar el valor de los polígonos regulares y los círculos. 321  
 § IV.— Modo de reducir un paralelogramo á otro. 327  
 § V.— Reducción de las figuras irregulares á otras también irregulares. 333  
 § VI.— De las proporciones de las superficies del mismo nombre, supuesto que sean desemejantes entre sí. 334  
 § VII.— De la proporción de las superficies del mismo nombre y semejantes. 337  
 § VIII.— De la razón que hay entre el círculo y los cuadrados inscrito y circunscrito, y del formado sobre el radio. 340  
 § IX.— De la razón que hay entre el cuadrado de la hipotenusa y los cuadrados de los otros dos lados. 343

- § X.— Aplicación de la doctrina de la hipotenusa á los polígonos y círculos. 331  
 § XI.— Modo de formar cuadrados y círculos en cualquiera razón que nos pidieren con respecto á los que nos fueren dados. 333  
 § XII.— Modo de hallar superficies que sean medias proporcionales entre dos superficies dadas. 362

## CARTA VIGÉSIMA.

## Sobre los sólidos.

- § I.— De la formación de los sólidos. 363  
 § II.— De las superficies de los prismas y cilindros. 371  
 § III.— De las superficies de las pirámides y conos enteros y truncados. 375  
 § IV.— De la superficie de la esfera, y de los segmentos de esta. 377  
 § V.— De la solidez ó valor de los prismas y de los cilindros. 386  
 § VI.— De la comparación de los prismas y cilindros rectos con los oblicuos. 390  
 § VII.— De la comparación de las pirámides y conos rectos con los oblicuos. 392  
 § VIII.— Modo de conocer el valor de las pirámides y de los conos. 394  
 § IX.— Del valor de la pirámide y cono truncado. 400  
 § X.— Del valor de la esfera. 402  
 § XI.— De la razón que tienen los sólidos entre sí. 405  
 § XII.— De la razón que tienen entre sí los sólidos semejantes. 409  
 § XIII.— De la proporción que se halla entre el valor de la esfera y el del cilindro, cubo y cono, que tuviesen la misma altura y profundidad de la esfera. 412  
 § XIV.— Del valor del sector y del segmento de la esfera. 415  
 § XV.— Del modo de valuar el prisma recto y truncado. 417  
 § XVI.— Modo de valuar el volumen de los cuerpos irregulares. 423  
 § XVII.— De los sólidos regulares. 425  
 Epílogo.— Sobre la combinación de las razones y proporciones de las líneas superficies y sólidos. 436



## CARTA VIGÉSIMAPRIMERA.

## TRIGONOMETRIA.

## Trigonometría rectilínea.

- § I.— División de la circunferencia. Nociones sobre las líneas trigonométricas. 447  
 § II.— Teoremas relativos á las líneas trigonométricas. 452  
 § III.— Construcción de tablas de senos, cosenos, etc. 457  
 § IV.— Principios para la resolución de los triángulos. 559  
 § V.— Resolución de los triángulos rectángulos. 465  
 § VI.— Resolución de los triángulos rectilíneos. 464

## CARTA VIGÉSIMASEGUNDA.

## Trigonometría esférica.

- § Nociones preliminares. 467  
 § II.— Relaciones entre los ángulos y lados de un triángulo esférico. 472  
 § III.— Analogías de Neper. 476  
 § IV.— Resolución de los triángulos esféricos rectángulos. 478  
 § V.— Resolución de cualquier triángulo esférico. 479

## CARTA VIGÉSIMATERCERA.

## GEOMETRIA ANALITICA.

## De la geometría analítica.

- § I.— De los problemas determinados. 485  
 § II.— Problemas indeterminados. Modo de representar por ecuaciones los lugares geométricos. De las coordenadas y transformación de estas. 490  
 § III.— Clasificación de las líneas. 494  
 § IV.— De la elipse, asíntota, etc. 499

- § V.— De la hipérbola. 503  
 § VI.— De la parábola. 507

## CARTA VIGÉSIMACUARTA.

## ESTATICA.

- Nociones preliminares. 515

## CARTA VIGÉSIMAQUINTA.

## Composición y descripción de las fuerzas.

- § I.— Nociones generales sobre la composición y descomposición de las fuerzas. 520  
 § II.— Composición de las fuerzas paralelas. 525

## CARTA VIGÉSIMASESTA.

## De la pesadez ó gravedad.

- § I.— Nociones preliminares 533  
 § II.— Centro de gravedad de las figuras. 535  
 § III.— Centro de gravedad del triángulo. 536  
 § IV.— Centro de gravedad de la pirámide. 537

## CARTA VIGÉSIMASÉPTIMA.

## De las máquinas.

- § I.— Nociones preliminares. 539  
 § II.— De las cuerdas. 540  
 § III.— Del plano inclinado. 542  
 § IV.— De la palanca. 543  
 § V.— De las poleas ó garruchas. 544  
 § VI.— Del cabestante. 545

