

Ce cours pratique pourra comprendre une ou plusieurs années, selon l'âge et l'intelligence des enfants.

Dans une division plus avancée, les élèves commenceront à apprendre par cœur les définitions et les règles des quatre opérations, et ils seront exercés à résoudre quelques problèmes faciles sur des nombres très-simples. Cet exercice aura pour effet de développer leur intelligence et de graver dans leur mémoire les définitions, et par suite les divers usages des opérations arithmétiques. Le calcul pratique des quatre opérations sur les fractions accompagnera les premières notions théoriques.

Les maîtres ne doivent pas négliger d'exercer leurs élèves au calcul mental, en leur adressant, au commencement de chaque leçon, des questions variées auxquelles ils devront répondre avec toute la promptitude possible.

Après avoir passé par ces divers exercices, les élèves ne trouveront aucune difficulté de comprendre la théorie complète des quatre opérations sur toutes sortes de nombres, et à résoudre les problèmes les plus compliqués, en accompagnant les solutions des raisonnements et des calculs.

C'est pour arriver à ce but pratique que nous avons cru devoir faire suivre chacun des chapitres de ce livre de questionnaires, d'exercices et de problèmes qui répondent aux conseils que nous venons de donner.

Quant à la partie théorique, le texte présente trois sortes de caractères : 1° l'italique, consacré aux définitions, aux propositions et aux règles que les élèves devront apprendre par cœur ; 2° le gros caractère, destiné à l'exposé de la théorie dans ce qu'elle a de plus essentiel ; 3° le petit caractère, consacré à certains détails utiles, mais moins importants et qui peuvent être omis à une première lecture.

NOUVELLE

ARITHMÉTIQUE

DES ÉCOLES PRIMAIRES.



PREMIÈRE PARTIE.

THÉORIE ET PRATIQUE DU CALCUL.

LIVRE I.

NOMBRES ENTIERS.
FACULTAD DE INGENIERIA.

§ 1. NUMÉRATION.

1. DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

1. L'idée de nombre est une des premières idées que l'enfant acquiert par les sens, et surtout par celui de la vue. Il est impossible, en effet, quand on considère des objets quelconques, de ne pas remarquer s'ils sont seuls ou non. De là l'idée d'unité ou de pluralité, qui est véritablement l'idée première du nombre.

2. Le nombre est l'unité ou la réunion d'unités de même espèce.

3. Le mot *unité* désigne un seul des objets que l'on considère.

4. Les objets de même espèce sont exprimés par le même nom ou par les mêmes mots ; exemple : des hommes, des maisons, des sacs de blé, etc.

5. On forme les nombres de la manière la plus simple par l'addition successive de l'unité, ainsi qu'il suit :

En partant de *un*, qui représente l'unité, on dit :

Un et un font deux;

Deux et un font trois;

Trois et un font quatre;

Et ainsi de suite pour les nombres *cinq, six, sept, huit, neuf, dix*, etc.

6. La suite des nombres est infinie; car, quelque grand que l'on suppose un nombre, en lui ajoutant *un*, on formera un nombre encore plus grand.

7. Les nombres sont dits *abstrait*s lorsqu'on ne désigne aucun objet en particulier; exemple : *trois, cinq*.

8. Les nombres sont dits *concrets* lorsqu'on désigne les objets que l'on considère; exemple : *trois hommes, cinq maisons*.

Ces dénominations, que l'usage a consacrées, ne sont pas tout à fait exactes, ou du moins elles ont besoin d'une explication pour être bien comprises. Les mots *trois, cinq*, ou les signes par lesquels on peut les représenter, ne sont que des *noms abstraits*, que des *représentations abstraites* de nombre. Dans *trois hommes, cinq maisons*, les mots *trois, cinq*, sont de véritables adjectifs numéraux qui servent à ajouter une idée de réunion à l'idée des objets que l'on considère.

9. Les nombres sont dits *entiers* quand on considère des unités entières, des objets entiers; exemple : *trois pommes, cinq jours*.

10. Les nombres sont dits *fractionnaires* ou simplement *fractions* quand on ne considère que des parties égales de l'unité dont il s'agit; exemple : *une moitié de pomme, trois quarts d'heure*.

11. Les nombres sont dits *complexes* quand ils sont composés de nombres entiers de l'unité et des subdivisions de cette même unité; exemple : *trois jours sept heures dix minutes*.

12. *L'arithmétique est la science des nombres*, c'est-à-dire la connaissance de tout ce qui a rapport aux nombres.

13. Elle se divise en deux parties : *la numération et le calcul*.

14. *La numération est la partie de l'arithmétique qui enseigne à former, à énoncer et à représenter les nombres*.

15. *Énoncer un nombre, c'est l'exprimer par la parole, c'est-à-dire lui donner le nom qui lui convient*.

On forme les noms de nombre d'après certaines conventions particulières qui sont l'objet de la *numération parlée*.

16. *Représenter un nombre, c'est l'exprimer par l'écriture au moyen de signes et de conventions particulières qui sont l'objet de la numération écrite*.

Il y a donc deux sortes de numérations : la numération parlée et la numération écrite.

Questionnaire.

Qu'est-ce que le nombre? (1)

Que signifie le mot unité? (2)

Qu'entend-on par objets de même espèce? (3)

Qu'est-ce que l'on entend par un nombre abstrait? (7)

Par un nombre concret? (8)

Qu'est-ce qu'un nombre entier? (9)

Qu'est-ce qu'un nombre fractionnaire ou une fraction? (10)

Qu'est-ce qu'un nombre complexe? (11)

Qu'est-ce que l'arithmétique? (12)

Comment divise-t-on l'arithmétique? (13)

Qu'est-ce que la numération? (14)

De quelle manière forme-t-on les nombres? (5)

Qu'entend-on par énoncer un nombre? (15)

Combien y a-t-il de sortes de numérations? (16)

2. NUMÉRATION PARLÉE.

17. *La numération parlée est l'art d'énoncer tous les nombres possibles à l'aide d'un nombre limité de mots, c'est-à-dire d'un nombre de mots moindre que celui des nombres eux-mêmes*.

18. On entend par *système* de numération parlée, l'ensemble des conventions que l'on a faites pour former les noms de nombre.

Voici en quoi consiste ce système.

Après avoir donné un nom particulier aux dix premiers nombres : *un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix*, on est convenu de regarder le nombre *dix* comme une nouvelle unité d'un ordre supérieur, qu'on

appelle *dizaine*, et de compter par dizaines, comme on a compté par unités simples.

Ainsi, la dizaine est l'unité du second ordre, qui vaut dix unités simples.

Une dizaine et une dizaine forment deux dizaines, qu'on nomme *vingt*.

Deux dizaines et une dizaine forment trois dizaines, ou *trente*.

Trois dizaines et une dizaine forment quatre dizaines, ou *quarante*.

Quatre dizaines et une dizaine forment cinq dizaines, ou *cinquante*.

Cinq dizaines et une dizaine forment six dizaines, ou *soixante*.

Six dizaines et une dizaine forment sept dizaines, ou *soixante-dix*.

Sept dizaines et une dizaine forment huit dizaines, ou *quatre-vingts*.

Huit dizaines et une dizaine forment neuf dizaines, ou *quatre-vingt-dix*.

Neuf dizaines et une dizaine forment dix dizaines, ou *cent*.

19. En plaçant successivement entre dix et vingt, vingt et trente, trente et quarante, etc., les noms des neuf premiers nombres, on a formé les noms de tous les nombres, depuis dix jusqu'à quatre-vingt-dix-neuf, ainsi qu'il suit :

Dix-un que l'usage a remplacé par onze ;

Dix-deux ou douze ;

Dix-trois ou treize ;

Dix-quatre ou quatorze ;

Dix-cinq ou quinze ;

Dix-six ou seize ;

Dix-sept ;

Dix-huit ;

Dix-neuf ;

Vingt, vingt-un, vingt-deux....; trente, trente-un, trente-deux....; quarante, quarante-un, quarante-deux....; soixante, soixante-un, soixante-deux....; soixante-dix,

soixante-onze, soixante-douze....; quatre-vingt-un, quatre-vingt-deux....; quatre-vingt-dix, quatre-vingt-onze, quatre-vingt-douze....; quatre-vingt-dix-huit, quatre-vingt-dix-neuf.

20. En ajoutant un au nombre quatre-vingt-dix-neuf, c'est-à-dire à neuf dizaines et neuf unités ajoutant une unité, on obtient neuf dizaines et une dizaine ou dix dizaines, dont on forme une nouvelle unité du troisième ordre appelée *centaine* ou *cent*, et l'on compte par centaines comme on a compté par dizaines et par unités simples, en disant : *cent, deux cents, trois cents...., cinq cents...., neuf cents*.

21. En plaçant successivement entre cent et deux cents, deux cents et trois cents, etc., les noms des quatre-vingt-dix-neuf nombres précédents, on forme les noms de tous les nombres, depuis un jusqu'à neuf cent quatre-vingt-dix-neuf.

22. Neuf cent quatre-vingt-dix-neuf, augmentés de un, donnent le nombre mille, qui se compose, comme on voit, de dix centaines, et qui est l'unité du quatrième ordre; dix mille forment la dizaine, de mille, unité du cinquième ordre; dix dizaines de mille forment la centaine de mille, unité du sixième ordre.

En plaçant successivement devant mille et entre deux nombres consécutifs de mille les noms de tous les nombres inférieurs à mille, on forme les noms de tous les nombres, depuis un jusqu'à neuf cent quatre-vingt-dix-neuf mille neuf cent quatre-vingt-dix-neuf. †

23. On considère les mille comme formant une classe supérieure d'unités qui a ses unités, ses dizaines et ses centaines comme les unités simples. Ainsi les unités simples forment la première classe d'unités, les mille forment la seconde classe.

24. De la même manière mille mille forment une unité de la troisième classe qu'on nomme *million* et qui a aussi ses unités, ses dizaines et ses centaines.

Mille millions forment un billion, unité de la quatrième classe.

Mille billions forment le trillion, unité de la cinquième classe.

Et ainsi de suite.

25. En résumé, le système de la numération parlée est fondé sur cette double convention que dix unités d'un même ordre forment une unité d'un ordre supérieur, et que la réunion des trois ordres d'unités forme une unité d'une classe supérieure qu'on appelle, pour cette raison, *classe ternaire*.

Ce système a reçu le nom de *décimal*, parce que le nombre *dix* en est la base.

26. Presque tous les peuples de la terre ont adopté le système décimal, probablement parce que les hommes ont commencé à compter sur leurs doigts. Peut-être même la division de chaque doigt en trois phalanges a-t-elle donné l'idée de trois ordres, unités, dizaines, centaines, qui composent chaque classe. Quoi qu'il en soit, on peut s'aider de ce moyen pour retenir les noms et la succession des unités des divers ordres et des diverses classes qui sont résumés dans le tableau suivant :

5 ^e CLASSE.	4 ^e CLASSE.	3 ^e CLASSE. MILLIONS.			2 ^e CLASSE. MILLE.			1 ^{re} CLASSE. UNITÉS SIMPLES.		
Trillions.	Billions.	Centaines de millions. 9 ^e ORDRE.	Dizaines de millions. 8 ^e ORDRE.	Unités de millions. 7 ^e ORDRE.	Centaines de mille. 6 ^e ORDRE.	Dizaines de mille. 5 ^e ORDRE.	Unités de mille. 4 ^e ORDRE.	Centaines. 3 ^e ORDRE.	Dizaines. 2 ^e ORDRE.	Unités simples. 1 ^{er} ORDRE.

27. On peut remarquer qu'une unité d'un ordre quelconque vaut dix, cent, mille.... unités d'un ordre inférieur selon que celui-ci est à un, deux, trois.... rangs après

celle-là. Ainsi, l'unité de mille vaut cent dizaines qui sont au second rang après elle; la centaine de mille est mille fois plus grande que la centaine qui est au troisième rang après elle, et ainsi des autres. —

28. L'utilité d'un système de numération, tel que celui qui vient d'être exposé, consiste en ce que la nomenclature des nombres, c'est-à-dire la liste des noms de nombre, quoique tous différents entre eux, se réduit à la combinaison d'un petit nombre de mots faciles à retenir, et de plus, par suite de la formation de chaque unité de dix en dix, il est facile de se faire une idée de la grandeur des nombres, ce qui eût été impossible si on leur avait donné des noms pris au hasard et sans aucune relation mutuelle.

29. Outre ces avantages, le système de la numération fournit un moyen plus rapide de compter autant d'objets qu'on voudra.

En effet, au lieu de compter ces objets un à un, on commencera par en former des groupes, des tas de dix. Il y aura un certain nombre de ces groupes, plus un reste moindre que dix.

S'il y a plus de dix groupes, on en formera de nouveaux groupes de dix; il y aura un certain nombre de ces nouveaux groupes, et le nombre restant des premiers groupes sera moindre que dix.

En continuant de la même manière, on parviendra à n'avoir plus que des groupes différents, en nombre moindre que dix, et dont le dernier sera de la plus forte espèce. On pourra donc, au moyen de noms convenus, énoncer les noms de ces divers groupes, et la suite de tous ces noms sera le nombre demandé.

30. La numération parlée convient aux trois espèces de nombres entiers, fractionnaires ou complexes, c'est-à-dire qu'on se sert des mêmes noms de nombre, soit que l'on considère des objets entiers, soit des parties égales qu'on aurait faites de ces objets. . .

Il n'en est pas de même de la numération écrite, comme on le verra dans les chapitres suivants.

Questionnaire.

- Qu'est-ce que la numération parlée? (17)
 Qu'entend-on par système de numération? (18)
 En quoi consiste le système de la numération adoptée? (19)
 Qu'est-ce qui a donné l'idée de ce système? (26)
 Comment a-t-on formé tous les noms de nombre depuis un jusqu'à cent? (19)
 Depuis un jusqu'à mille? (21)
 Depuis un jusqu'à un million? (22)
 Qu'est-ce qu'un ordre d'unités? (25)
 Qu'est-ce qu'une classe d'unités? (25)
- Quelle est l'utilité d'un système de numération et en particulier du système décimal? (28)
 Quelle est la base du système de numération? (25)
 Quel nom porte ce système? (25)
 Comment pourrait-on compter un grand nombre d'objets plus promptement qu'en les comptant un à un? (29)
 La nomenclature des nombres, c'est-à-dire les noms de nombre, sert-elle pour toutes les espèces de nombres? (30)

Exercices (I).

- 1). Quelle est l'unité du premier ordre? du second ordre? du troisième ordre?
- 2). De quel ordre d'unités sont les mille? les centaines de mille?
- 3). Combien d'ordre d'unités chaque classe renferme-t-elle?
- 4). Quelles sont les unités de la première classe? de la seconde classe? de la troisième classe?
- 5). De quelle classe sont les millions? les trillions?
- 6). Dites de quel ordre et de quelle classe sont les dizaines? les centaines de mille?
- 7). Nommez l'unité du premier ordre de la première classe.
- 8). Nommez l'unité du troisième ordre de la seconde classe.
- 9). Nommez l'unité du second ordre de la troisième classe.
- 10). Quelle différence faites-vous entre les mots unités, tout seuls, et unités simples?
- 11). Les noms de nombres sont-ils infinis comme les nombres eux-mêmes? pourquoi?
- 12). Combien de mots sont-ils nécessaires pour compter depuis un jusqu'à cent? depuis un jusqu'à mille? depuis un jusqu'à un million? depuis un jusqu'aux billions? depuis un jusqu'aux trillions?
- 13). Pour compter un grand nombre de crayons, on a commencé par en faire des paquets de dix, et il en est resté quatre; de ces premiers paquets on a fait encore des paquets de dix, et il en est resté cinq; de ces nouveaux paquets on a fait encore sept paquets de dix, et il en est resté huit. Quel est le nombre des crayons?

3. NUMÉRATION ÉCRITE.

31. La numération écrite est l'art de représenter tous les nombres possibles à l'aide d'un nombre limité de signes qu'on appelle CHIFFRES.

ordre quelconque renfermé dans un nombre entier donné, on met un point après le chiffre des unités de l'ordre indiqué, et on énonce le nombre résultant à gauche.

Ainsi le nombre 893207 renferme 89320 dizaines, 8932 centaines, 893 mille, 89 dizaines de mille et 8 centaines de mille.

Car tout est semblable, soit par rapport aux unités simples, soit par rapport au chiffre de l'ordre indiqué.

37. Lorsque le nombre est écrit facile de le traduire en chiffres dicté ou énoncé, il faut adopter les signes suivants :

1° Tout chiffre placé à la gauche d'un autre représente des unités d'un ordre immédiatement supérieur; 2° le chiffre 0 sert à remplacer les unités des divers ordres qui manquent dans le nombre.

Ainsi, pour représenter le nombre cinquante-quatre qui se compose de quatre unités et de cinq dizaines, on écrit 54.

Le nombre cinq cent trente-huit s'écrit 538.

Le nombre six mille quatre cent cinquante-sept, 6457.

Cinq cent trente-quatre mille neuf cent trente-un, 534931.

Le nombre quarante, qui contient quatre dizaines sans unités simples, s'écrit 40.

Le nombre trois cent cinq, qui ne contient pas de dizaines, 305.

Le nombre quatre mille, 4000.

Soixante-dix mille quarante, 70040.

Quatre cent deux mille huit, 402008.

Cinq millions sept mille deux cents, 5007200.

On voit donc qu'au moyen des dix chiffres et de la convention établie, on peut représenter tous les nombres imaginables.

35. Il faut remarquer que le rang des chiffres à partir du chiffre des unités simples est le même que l'ordre

Questionnaire.

- Qu'est-ce que la numération écrite? (31) nombre en tranches de trois chiffres en allant de droite à gauche? (34) le ;
- Qu'est-ce que les chiffres? (31) N'aurait-on pas pu partager le nombre de gauche à droite? (34)
- Combien y a-t-il de chiffres? (31) Comment peut-on déterminer le nombre d'unités d'un ordre quelconque renfermé dans un nombre écrit en chiffres? (36)
- En quoi consiste le système de la numération écrite? (32) Quelle est la règle pour écrire en chiffres un nombre sous la dictée? (37)
- Quelle différence y a-t-il entre l'écriture des nombres en lettres ordinaires ou en chiffres? (31) Pour écrire un nombre d'unités d'un ordre quelconque? (38)
- Quelle est la règle pour énoncer un nombre écrit en chiffres? (34)
- Que fait-on s'il y a des zéros? (35)
- Qu'est-ce qui a conduit à partager le

Exercices (II).

Écrire en chiffres les nombres suivants, d'abord en les voyant écrits en toutes lettres, ensuite en les entendant énoncer :

- 1). Un, trois, cinq, huit, neuf, douze, quinze, dix-huit,
- 2). Dix-neuf, vingt, vingt-trois, vingt-sept, vingt-neuf,
- 3). Trente-un, trente-six, trente-neuf, quarante-huit,
- 4). Cinquante-un, cinquante-trois, cinquante-cinq,
- 5). Cinquante-neuf, soixante, soixante-sept, quatre-vingt-neuf,
- 6). Quatre-vingt-quinze, cent, cent dix, deux cent neuf,
- 7). Trois cent sept, quatre cent vingt, cinq cent douze,
- 8). Six cent trois, sept cent quarante, huit cent soixante-onze,
- 9). Huit cent quatre-vingt-dix, neuf cent vingt,
- 10). Neuf cent quatre-vingt-trois, mille deux,
- 11). Mille cent trente-huit, mille soixante-dix-huit,
- 12). Deux mille sept cents, trois mille cinq cent deux,
- 13). Quatre mille cinq cent quarante, cinq mille neuf cent trois,
- 14). Cinq mille quarante-huit, six mille trois cent douze,
- 15). Sept mille neuf cents, dix mille cinquante,
- 16). Treize mille vingt-neuf, vingt mille quatre cent cinq,
- 17). Vingt-neuf mille huit cents, trente mille sept cents,
- 18). Trente-deux mille huit, quarante-trois mille vingt,
- 19). Quatre-vingt-dix mille quatre, cent vingt mille trente-neuf,
- 20). Deux cent mille deux cents, six cent mille quatre-vingts,
- 21). Sept cent trente mille neuf cent deux,
- 22). Huit cent vingt-quatre mille neuf,
- 23). Un million cinq cent vingt-deux mille trois cent quarante-huit,
- 24). Deux millions trois cent neuf,
- 25). Trois millions quarante mille neuf cents,
- 26). Quinze millions vingt-cinq mille soixante-douze,
- 27). Cinquante-sept millions vingt-huit mille quatre,
- 28). Deux cents millions trois cent mille sept cent quinze,

dis : deux cents millions treize
 et 7 : sept cents millions quatre mille huit.
 et je : neuf cents millions quatre mille huit cents.
 Quel est le rang des dizaines, des mille, des dizaines de mille, des millions, des dizaines de billions?

37. Nommer l'unité du troisième rang, du cinquième, du septième, du dixième.

38. Écrire les nombres suivants :

- 3). 3, 6, 7, 11, 13, 16, 18, 19, 20, 24, 27, 28,
- 5). 34, 39, 45, 49, 03, 50, 53, 56, 09, 58, 63,
- 7). 75, 85, 90, 99, 101, 123, 248, 037, 008, 424,
- 31). 475, 634, 082, 809, 968, 977, 034, 993, 009,
- 38). 1004, 1238, 1049, 1795, 2009, 3475, 3008, 4987,
- 39). 5736, 5948, 5007, 5099, 6845, 9324, 10429, 10037,
- 40). 13540, 28579, 40320, 82307, 110349, 137008,
- 41). 248047, 540423, 835439, 904308, 1275046, 1562004,
- 42). 3745028, 7890004, 18046097, 43040080, 248709043,
- 43). 987654321, 1234567890.

44). Écrire les nombres suivants :

Trente-quatre centaines, cent vingt-huit dizaines de mille, cinquante-deux millions, six cents centaines de mille, huit mille deux millions, quatre cent vingt-trois centaines de millions.

§ II. CALCUL DES NOMBRES ENTIERS.

I. DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

39. Le calcul est la partie de l'arithmétique qui enseigne à faire, sur les nombres, certaines opérations dans le but de former d'autres nombres plus promptement que par la numération.

40. Le calcul renferme un assez grand nombre d'opérations, parmi lesquelles il y en a quatre qu'on appelle *fondamentales*, parce qu'elles sont la base de toutes les autres, et que toutes les autres s'y ramènent.

41. Les quatre opérations fondamentales sont l'*addition*, la *soustraction*, la *multiplication* et la *division*.

42. Dans chacune de ces opérations on doit considérer :
 1° La *DÉFINITION*, qui fait connaître le but qu'on se propose ;