Questionnaire.

Qu'est-ce que la numération écrite? (31)
Qu'est-ce que les chiffres? (31)
Combien y a-t-il de chiffres? (31)
En quoi consiste le système de la numération écrite? (32)
Quelle différence y a-t-il entre l'écriture des nombres en lettres ordinaires ou en chiffres? (31)
Quelle est la règle pour énoncer un nombre écrit en chiffres? (34)
Que fait-on s'il y a des zéros? (35)
Qu'est-ce qui a conduit à partager le nombre en tranches de trois chiffres en allant de droite à gauche? (34)
N'aurait-on pas pu partager le nombre de gauche à droite? (34)
Comment peut-on déterminer le nombre d'unités d'un ordre quelconque renfermé dans un nombre écrit en chiffres? (36)
Quelle est la règle pour écrire en chiffres un nombre sous la dictée? (37)
Pour écrire un nombre d'unités d'un ordre quelconque? (38)

Exercices (II).

Écrire en chiffres les nombres suivants, d'abord en les voyant écrits en toutes lettres, ensuite en les entendant énoncer :

1). Un, trois, cinq, huit, neuf, douze, quinze, dix-huit,
2). Dix-neuf, vingt, vingt-trois, vingt-sept, vingt-neuf,
3). Trente-un, trente-six, trente-neuf, quarante-huit,
4). Cinquante-un, cinquante-trois, cinquante-cinq,
5). Cinquante-neuf, soixante, soixante-sept, quatre-vingt-neuf,
6). Quatre-vingt-quinze, cent, cent dix, deux cent neuf,
7). Trois cent sept, quatre cent vingt, cinq cent douze,
8). Six cent trois, sept cent quarante, huit cent soixante-onze,
9). Huit cent quatre-vingt-dix, neuf cent vingt,
10). Neuf cent quatre-vingt-trois, mille deux,
11). Mille cent trente-huit, mille soixante-dix-huit,
12). Deux mille sept cents, trois mille cinq cent deux,
13). Quatre mille cinq cent quarante, cinq mille neuf cent trois,
14). Cinq mille quarante-huit, six mille trois cent douze,
15). Sept mille neuf cents, dix mille cinquante,
16). Treize mille vingt-neuf, vingt mille quatre cent cinq,
17). Vingt-neuf mille huit cents, trente mille sept cents,
18). Trente-deux mille huit, quarante-trois mille vingt,
19). Quatre-vingt-dix mille quatre, cent vingt mille trente-neuf,
20). Deux cent mille deux cents, six cent mille quatre-vingts,
21). Sept cent trente mille neuf cent deux,
22). Huit cent vingt-quatre mille neuf,
23). Un million cinq cent vingt-deux mille trois cent quarante-huit,
24). Deux millions trois cent neuf,
25). Trois millions quarante mille neuf cents,
26). Quinze millions vingt-cinq mille soixante-douze,
27). Cinquante-sept millions vingt-huit mille quatre,
28). Deux cents millions trois cent mille sept cent quinze,

dis : [illegible]s cents millions treize.
et 7[illegible]q cents millions quatre mille huit.
et j[illegible]euf cents millions quatre mille huit cents.
[illegible]uel est le rang des dizaines, des mille, des dizaines de mille, [illegible]llions, des dizaines de billions?
[illegible]. Nommer l'unité du troisième rang, du cinquième, du septième, [illegible]tième.
[illegible]ncer les nombres suivants :

[illegible] 3, 6, 7, 11, 13, 16, 18, 19, 20, 24, 27, 28,
3[illegible] 34, 39, 45, 49, 03, 50, 53, 56, 09, 58, 63,
[illegible] 75, 85, 90, 99, 101, 123, 248, 037, 008, 424,
37). 475, 634, 082, 809, 968, 977, 034, 993, 009,
38). 1004, 1238, 1049, 1795, 2009, 3475, 3008, 4987,
39). 5736, 5948, 5007, 5099, 6845, 9324, 10429, 10037,
40). 13540, 28579, 40320, 82307, 110349, 137008,
41). 248047, 540423, 835439, 904308, 1275046, 1562004,
42). 3745028, 7890004, 18046097, 43040080, 248709043,
43). 987654321, 1234567890.
44). Écrire les nombres suivants :

Trente-quatre *centaines*, cent vingt-huit *dizaines de mille*, cinquante-deux *millions*, six cents *centaines de mille*, huit mille deux *millions*, quatre cent vingt-trois *centaines de millions*.

§ II. CALCUL DES NOMBRES ENTIERS.

1. DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

39. Le calcul est la partie de l'arithmétique qui enseigne à faire, sur les nombres, certaines opérations dans le but de former d'autres nombres plus promptement que par la numération.

40. Le calcul renferme un assez grand nombre d'opérations, parmi lesquelles il y en a quatre qu'on appelle *fon[illegible]amentales*, parce qu'elles sont la base de toutes les au[illegible]s, et que toutes les autres s'y ramènent.

41. Les quatre opérations fondamentales sont l'*addition*, la *soustraction*, la *multiplication* et la *division*.

42. Dans chacune de ces opérations on doit considérer :

1° La DÉFINITION, qui fait connaître le but qu'on se propose;

2° La RÈGLE, qui indique le moyen le plus simp[illegible]le et le plus prompt pour arriver au but proposé;

3° L'EXEMPLE, qui n'est que l'application de la règ[illegible]le;

4° La DÉMONSTRATION, qui prouve que la règle est pa[illegible]tement conforme à la définition;

5° L'USAGE, qui indique dans quels cas l'opération d[illegible] être employée;

6° La PREUVE, qui consiste dans une seconde opération que l'on fait pour s'assurer qu'on ne s'est pas trompé dans la première. Il est évident que la preuve ne doit pas être plus difficile que l'opération elle-même.

43. Le calcul est différent suivant la nature des nombres sur lesquels on opère.

Celui des nombres entiers se présente le premier comme étant le plus simple.

Le calcul des nombres fractionnaires et complexes se ramène à celui des nombres entiers, ainsi qu'on le verra dans les chapitres suivants.

44. Un *problème* de calcul est l'énoncé d'une question dans laquelle il s'agit de trouver un ou plusieurs nombres inconnus en opérant sur des nombres donnés.

45. *Résoudre un problème*, c'est déterminer le nombre ou les nombres inconnus au moyen des nombres connus.

46. La *solution* est la suite des raisonnements et des opérations que l'on fait pour arriver au résultat demandé.

On donne aussi quelquefois ce nom au résultat lui-même.

47. On appelle *théorème* une proposition dont la vérité n'est pas évidente par elle-même, et qui, par conséquent, a besoin d'être démontrée.

Lorsque cette proposition est importante par ses applications, elle prend le nom de *principe*.

48. Une proposition évidente par elle-même s'appelle *axiome*. Exemples : *le tout est plus grand que sa partie; deux choses égales à une troisième sont égales entre elles*, etc.

dis : 6 et 9 font 15; 15 et 2 font 17, c'est-à-dire 1 dizaine et 7 unités; j'écris 7 au-dessous de la colonne des unités et je retiens 1 dizaine pour la reporter à la colonne suivante des dizaines.

1 de retenue et 5 font 6; 6 et 4 font 10; 10 et 4 font 14; je pose 4 sous la colonne et je retiens 1.

1 de retenue et 2 font 3; 3 et 3 font 6 et 7 font 13, que j'écris.

La somme est donc 1347.

53. DÉMONSTRATION. — La règle est parfaitement conforme à la définition. En effet, la somme renfermant toutes les unités simples, toutes les dizaines, toutes les centaines des nombres proposés, contiendra évidemment toutes les unités simples de ces mêmes nombres.

On voit par là que l'opération se compose d'autant d'additions partielles qu'il y a de colonnes; mais ces additions partielles sont très-simples, puisqu'il ne s'agit que d'additionner des nombres d'un seul chiffre, et on obtient ainsi le résultat beaucoup plus promptement que si, au premier nombre, on ajoutait une à une toutes les unités du deuxième, et, à cette somme, toutes les unités du troisième.

54. On écrit les nombres en colonne, afin que l'œil puisse embrasser facilement tous les chiffres des unités d'un même ordre.

55. Enfin on commence par la droite, afin de pouvoir reporter facilement à la colonne suivante à gauche les unités d'un ordre supérieur provenant de l'addition de la colonne précédente.

On voit en effet qu'on serait exposé, si l'on commençait par la gauche, à changer à chaque colonne le résultat qu'on aurait écrit avant d'avoir additionné les chiffres de la colonne suivante à droite.

Au surplus, si le résultat de chaque colonne n'excédait pas 9, il serait indifférent de commencer par la droite ou par la gauche, ou même par une colonne quelconque.

2° Usage de l'addition.

56. L'addition s'emploie dans tous les cas où il s'agit d'obtenir le total de plusieurs nombres donnés de même espèce ; la réunion de plusieurs nombres pour en faire un tout;..... quand il s'agit d'augmenter un nombre d'un ou de plusieurs nombres donnés.

57. Il est évident, d'après la définition même du nombre, qu'on ne peut additionner entre eux des nombres d'espèces différentes, à moins qu'on ne puisse leur donner un nom qui convienne à tous. Ainsi, 3 pommiers, 5 poiriers et 2 pêchers font en tout 10 arbres.

3° Preuve de l'addition.

58. Règle. — *Pour faire la preuve de l'addition, on refait la même opération, mais en ayant soin d'additionner les chiffres de chaque colonne en allant de bas en haut.*

59. Autre règle. — *On peut* encore *séparer un ou plusieurs des nombres proposés, et faire la somme de tous les nombres restants, puis additionner avec cette somme la somme des nombres mis à part.*

60. Quel que soit le procédé qu'on adopte, si le résultat de l'opération qui sert de preuve, est le même que le résultat de la première opération, il est *probable* qu'il n'y a pas d'erreur.

Dans le cas contraire, il faut recommencer l'opération.

La preuve ne donne pas la certitude, mais seulement la probabilité qu'on ne s'est pas trompé dans la première opération. On pourrait, en effet, avoir commis dans chaque opération des erreurs qui se compensent.

61. Problème. — Le lundi, il a passé sur un pont 3628 personnes; le mardi, 2965; le mercredi, 3475; le jeudi, 2876; le vendredi, 1984; le samedi, 3257; le dimanche, 4239; combien a-t-il passé de personnes pendant toute la semaine?

Solution. — Il est évident qu'il s'agit de réunir les sept nombres proposés en un seul.

Addition.			Preuve.
3628	Nombres mis à part { 3628	Nombres restants	3475
2965	2965		2876
3475	6593		1984
2876			3257
1984			4239
3257	Sommes des nombres restants		15831
4239	Somme des nombres mis à part		6593
Somme 22424	Somme égale		22424

Il a passé en tout 22424 personnes sur le pont pendant toute la semaine.

62. On peut remarquer qu'on a opéré sur les nombres proposés comme s'ils étaient des nombres abstraits, mais au résultat on a rétabli le nom de l'unité dont il s'agit.

Questionnaire.

Qu'est-ce que l'addition des nombres entiers? (49)
Comment s'appelle le résultat de cette opération? (49)
Quel est le signe de l'addition? (49)
Comment se fait l'addition de plusieurs nombres d'un seul chiffre? (50)
Quelle est la règle de l'addition des nombres entiers? (51)
Pourquoi écrit-on les nombres en colonne de manière que les unités de même ordre se correspondent? (54)
Pourquoi commence-t-on l'opération par la droite? (55)
Qu'arriverait-il si on commençait l'opération par la gauche? (55)
Dans quel cas serait-il indifférent de commencer par la première colonne venue? (55)
Quel est l'usage de cette opération? (56)
Pourquoi ne peut-on additionner entre eux que des nombres de même espèce? (57)
Comment se fait la preuve de l'addition? (58, 59)
La preuve d'une opération donne-t-elle la certitude qu'on ne s'est pas trompé dans cette opération? (60)

Exercices (III).

1). 5+8, 1+2+3+4+5, 2+3+7+9+8, 4+5+3+0+7, 6+9+0+8+7+5+3.
2). 12+14+25+38, 48+75+124+8, 132+6+175+88+349.
3). 34+75+28+49+50+63+75+127+648+72+128+39+75, 342+549+604+725+948, 1475+2148+4937+6940.
4). 67984+70428+145329, 483493+747495+1743298+2937465.
5). 439+749+625+975+849+924+743+528+174+307+648+297.
6). 3546+2704+8543+4837+6929+7214+8024+7006 +3947+9484+9768+8796.

7). Écrivez en chiffres, pour les additionner, les nombres : trente-huit + soixante-quinze + cent soixante + quarante-neuf + deux cent six + quatre cent vingt-sept.

8). Faites la somme des nombres : cinq cent trois + six cent vingt + neuf cent quarante-sept + trois cent seize + huit cent trente-neuf + cinq cent quarante-huit.

9). Quelle est la somme de : trois cent cinq + quatre cent vingt-huit + cinq cent dix + mille dix-sept + huit cent treize + neuf cent soixante-quinze + neuf cent vingt-neuf + trois mille sept + deux mille quatre cent dix?

10). Écrivez, pour en faire la somme, les nombres : trois mille cinq cent douze + quatre mille soixante-quinze + deux mille neuf cent vingt-cinq + trois mille quatre-vingt-neuf + sept mille cent dix-sept + huit mille six cent vingt-huit.

11). Quelle est la somme des nombres : cent vingt-huit + neuf cent dix-neuf + trois mille quarante + mille quatre cent vingt-sept + quarante-huit + cent trente-cinq + quatre mille vingt-trois + deux mille neuf cent cinquante-quatre + cinq mille dix-huit?

12). Faites l'addition suivante : trois mille deux cent quinze + quatre mille neuf cent vingt-sept + quatre cent cinq + trois mille quarante-sept + cinq mille vingt-neuf + six mille deux cent soixante-huit + neuf mille quatre cent trois + huit mille sept cent quarante-six.

13). Additionnez les nombres : trente mille sept cent cinq + quarante-deux mille trois cent cinquante-six + vingt-sept mille cent trente-deux + soixante-quatorze mille deux cent vingt-huit + quatre-vingt cinq mille neuf cent trente-sept.

14). Écrivez : cent quarante mille trois cent sept + deux cent quatre-vingt-deux mille vingt-cinq + trois cent cinquante-deux mille neuf cent quarante-huit + quatre cent mille neuf cent soixante-quinze + huit cent cinquante mille deux cent trente-sept, et faites la somme de tous ces nombres.

15). Trouver la somme des nombres : deux millions trente mille sept + cinq millions sept cent quinze mille cent vingt-neuf + huit millions neuf cent mille quarante-cinq + neuf millions sept cent trois mille quatre cent dix-huit + six millions sept cent trois mille quatre cent quatre-vingt-trois.

16). Quelle est la somme totale des nombres : cinquante-quatre millions dix-huit mille deux cent vingt-huit + trente-neuf millions quatre cent sept mille trois cent quarante-sept + soixante-quatre millions cinq cent mille neuf cent cinquante-six + soixante-dix-neuf millions huit cent mille sept cent trente-quatre + quatre-vingt-quinze millions trois cent vingt mille cinquante-sept + quatre-vingt-trois millions dix-sept mille cent douze?

Problèmes sur l'addition des nombres entiers (I).

1). Une école est divisée en trois classes. La petite classe contient 39 élèves, la classe moyenne 53, et la grande classe 45; combien y a-t-il d'élèves dans l'école?

2). Il y a quatre enfants dans une famille. Le plus jeune a 7 ans; celui qui vient après a 3 ans de plus que le plus jeune; le troisième a aussi 3 ans de plus que le second, et le quatrième et l'aîné 2 ans de plus que le troisième : l'âge du père est égal à l'âge réuni des quatre enfants, et celui de la mère à l'âge réuni des trois plus âgés. Quel est l'âge du père et de la mère?

3). Louis XIV avait 5 ans lorsqu'il monta sur le trône, en 1643. Son règne, un des plus longs de la monarchie française, dura 72 ans. A quel âge et en quelle année Louis XIV est-il mort?

4). La monarchie française, que les historiens font remonter à l'année 420, compte un grand nombre de rois appartenant à trois grandes familles ou races, savoir : 1° la race des Mérovingiens, qui compte 22 rois, et qui a occupé le trône pendant 331 ans ; 2° la race des Carlovingiens, qui compte 13 rois, et qui a régné 236 ans ; 3° enfin la race des Capétiens, qui compte, jusqu'à la mort de Louis XVI, 33 rois qui ont régné 806 ans. Combien y a-t-il eu de rois en France jusqu'à la mort de Louis XVI, et combien de temps, jusqu'à cette époque, la monarchie française avait-elle existé?

5). Le département de la Seine se compose de la ville de Paris et des arrondissements ruraux de Saint-Denis et de Sceaux. D'après le dernier recensement de 1866, la ville de Paris comptait 1 825 274 habitants; l'arrondissement de Saint-Denis 178 359 et celui de Sceaux 147 283. Quelle était à cette époque la population du département de la Seine?

6). La surface du globe terrestre est partagée en 5 grandes parties, qui sont : l'Europe, l'Asie, l'Afrique, l'Amérique et l'Océanie. On évalue la population de l'Europe à 180 000 000 d'habitants; celle de l'Asie à 596 000 000; celle de l'Afrique à 150 000 000; celle de l'Amérique à 60 000 000, et celle de l'Océanie à 10 000 000. Quelle est la population du globe terrestre?

7). Dans une maison il y a 15 marches du rez-de-chaussée à l'entre-sol; 10 de l'entre-sol au premier étage; 20 du premier étage au deuxième; 19 du deuxième au troisième; 19 du troisième au quatrième; 18 du quatrième au cinquième. Combien de marches à monter pour arriver au cinquième étage?

8). Les cinq départements de la France les plus peuplés sont : le département de la Seine, qui compte 2 150 916 habitants; le département du Nord, 1 392 768; celui du Rhône, 678 648; celui de la Seine-Inférieure, 792 041; et enfin celui du Bas-Rhin, 588 970. Combien ces cinq départements réunis comptent-ils d'habitants?

9). Une pépinière renferme 375 pommiers ; 289 poiriers, 387 cerisiers, 425 pêchers et 126 abricotiers. Combien d'arbres en tout dans cette pépinière ?

10). En 1843, la consommation de la ville de Paris a été : bœufs, 74143 têtes ; vaches, 17553 ; veaux, 72187 ; moutons, 447853 ; porcs et sangliers, 86950. Combien de têtes de bétail en tout ?

3. SOUSTRACTION.

1° Définition et règle de la soustraction.

63. *La soustraction est une opération qui a pour but, étant donnés deux nombres, de former un troisième nombre en retranchant du plus grand des deux nombres donnés autant d'unités qu'il y en a dans le plus petit.*

Le résultat de cette opération s'appelle *reste*, *excès* ou *différence*.

On indique cette opération par le signe —, qu'on énonce *moins*, et qu'on place entre les deux nombres à soustraire.

64. Règle. — *Pour soustraire un nombre d'un seul chiffre d'un autre nombre, on retranche du plus grand nombre successivement une à une toutes les unités du plus petit.*

Ainsi, pour soustraire 4 de 9, je dis : $9 - 1 = 8$, $8 - 1 = 7$, $7 - 1 = 6$, $6 - 1 = 5$, ou, ce qui revient au même, je compte à partir du plus grand nombre les quatre nombres inférieurs successifs de la suite naturelle : 8, 7, 6, 5. Le dernier nombre énoncé est le résultat demandé.

J'ai donc pour le reste cherché : $9 - 4 = 5$; dans la pratique on dit : 4 ôté de 9 il reste 5.

De même pour soustraire 8 de 15, je dis en redescendant la suite des nombres : 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, et le 8ᵉ nombre énoncé, 7, est le reste demandé : $15 - 8 = 7$.

Dans la pratique on dit : 8 ôté de 15 il reste 7.

65. Règle générale. — *Pour soustraire un nombre d'un autre, on écrit le plus petit nombre au-dessous du plus grand, en ayant soin que les unités du même ordre soient dans une même colonne verticale, unités sous unités, dizaines sous dizaines, etc., et l'on souligne le tout pour le séparer du résultat que l'on écrit au-dessous.*

Ensuite commençant par la première colonne à droite, on retranche le chiffre inférieur du chiffre supérieur correspondant, et l'on écrit le résultat au-dessous de la colonne ; on opère successivement de la même manière sur chaque colonne, jusqu'à la dernière à gauche.

Si le chiffre inférieur est plus petit que le chiffre supérieur correspondant, la soustraction ne présente aucune difficulté.

Si le chiffre inférieur est égal au chiffre supérieur correspondant, on écrit 0 au-dessous de la colonne.

Si le chiffre inférieur est plus grand que le chiffre supérieur correspondant, on augmente le chiffre supérieur de dix unités de son ordre ; mais quand on passe à la colonne suivante à gauche, on augmente le chiffre inférieur d'une unité avant de le soustraire du chiffre supérieur qui lui correspond.

On doit répéter cette opération autant de fois qu'il est nécessaire.

66. Exemple. — Soit à retrancher 672 de 836. J'écris le plus grand nombre, 836, et au-dessous le plus petit, 672, de manière que les unités du même ordre soient dans une même colonne verticale et je souligne le tout, ainsi qu'on le voit dans le tableau suivant :

$$\begin{array}{r} 836 \\ 672 \\ \hline 164 \end{array}$$

Puis commençant par la droite, je dis : 2 ôté de 6 il reste 4, que j'écris au-dessous de la ligne et à la même colonne.

Ensuite 7 ôté de 3, l'opération ne peut se faire ; j'augmente 3 de 10 unités de son ordre, ce qui donne 13 dizaines ; et alors 7 ôté de 13, il reste 6 que j'écris pareillement au-dessous. Maintenant, au lieu de dire 6 ôté de 8, j'augmente 6 de 1, ce qui donne 7, et je dis : 7 ôté de 8 il reste 1.

Le reste est 164.

67. DÉMONSTRATION. — Le procédé indiqué par la règle est conforme à la définition, puisque j'ai retranché du plus grand nombre autant d'unités des divers ordres qu'il y en a dans le plus petit; ce qui revient évidemment à retrancher du plus grand nombre autant d'unités simples qu'il y en a dans le plus petit.

J'ai fait autant de soustractions partielles qu'il y avait d'ordres d'unités dans le plus grand nombre; mais chacune de ces soustractions est facile, puisqu'il ne s'agit que de retrancher un nombre d'un seul chiffre d'un autre qui n'a que deux chiffres et est égal au plus à 19. De plus, j'ai obtenu le résultat beaucoup plus promptement que si du plus grand nombre j'avais retranché une à une toutes les unités du plus petit.

L'artifice au moyen duquel j'ai rendu la soustraction possible dans la deuxième colonne, n'altère pas le résultat; car, en augmentant le chiffre supérieur 3 de 10, j'ai ajouté réellement 10 dizaines à ce chiffre, et par conséquent au nombre supérieur; mais ensuite, quand j'ai augmenté le chiffre inférieur suivant 6, de 1 qui vaut 10 unités de l'ordre précédent, pour le retrancher du chiffre supérieur correspondant, j'ai, en effet, retranché du nombre supérieur les 10 dizaines que je lui avais ajoutées.

68. On commence la soustraction par la droite, précisément à cause de cette modification qu'on doit faire subir aux deux nombres pour rendre les soustractions partielles possibles; car, si tous les chiffres du plus petit nombre étaient plus petits que les chiffres supérieurs correspondants, ou égaux tout au plus, il serait indifférent de commencer par la droite ou même par une colonne quelconque.

69. On remarquera qu'on ne peut augmenter le chiffre supérieur de moins de 10 unités de son ordre, pour rendre la soustraction partielle possible; car, autrement, on ne pourrait pas établir la compensation nécessaire. Au reste, l'addition de 10 rendra toujours la soustraction possible, puisque le chiffre inférieur étant au plus égal à 9, et, avec la compensation, devenant tout au plus 10, la soustraction partielle pourra toujours se faire, même quand le chiffre supérieur serait 0.

On ne peut pas augmenter le chiffre supérieur de 20, et à plus forte raison de 30, 40, etc., parce que le reste de la soustraction partielle serait exprimé par plus d'un chiffre.

2° Usage de la soustraction.

70. La soustraction s'emploie lorsqu'on veut connaître la différence entre deux nombres, l'excès d'un nombre sur un autre; diminuer un nombre donné d'un autre nombre donné; connaissant la somme de deux parties et une des parties, déterminer l'autre partie, etc.; car, il est évident que la question, dans chacun de ces cas, revient à retrancher du plus grand des deux nombres autant d'unités qu'il y en a dans le plus petit.

71. THÉORÈME. — *La différence entre deux nombres ne change pas si l'on augmente ou si l'on diminue l'un et l'autre d'un même nombre.*

Ce principe, dont on a vu une application dans l'exemple précédent, n^os **66** et **67**, peut être démontré d'une manière générale.

Soient, en effet, les nombres 3 et 8, dont la différence $8 - 3 = 5$. Si j'ajoute 7 aux deux nombres, j'aurai 10 à retrancher de 15; ce qui donne encore pour reste 5; et, en effet, je retranche du grand nombre les 7 unités que je lui avais d'abord ajoutées.

De même : $23 - 14 = 9$. Si je diminue de 6 les deux nombres, j'aurai $17 - 8$ qui donnera encore 9. En effet, si j'augmentais de 6 les deux nombres 17 et 8, je retrouverais 23 et 14 qui donneraient le même reste, d'après ce qui précède.

REMARQUE. — Lorsqu'on a plusieurs nombres dont les

434.

uns doivent être additionnés et les autres soustraits, on fait, d'une part, la somme de tous les nombres à additionner, de l'autre, la somme de tous les nombres à soustraire, et l'on soustrait ensuite la plus petite somme de la plus grande.

Cela arrive fréquemment dans le commerce, où l'on doit tenir un compte exact des recettes et des dépenses.

3° Preuve de la soustraction.

72. Règle. — *La preuve de la soustraction se fait en additionnant le petit nombre avec le reste ; la somme doit être égale au plus grand nombre.*

Démonstration. — En effet, le reste exprimant combien le plus grand nombre a d'unités de plus que le plus petit, si l'on ajoute ce reste au plus petit nombre, on doit retrouver le plus grand.

73. Autre règle. — *La preuve de la soustraction peut encore se faire par une soustraction : si du plus grand nombre on retranche le reste, on doit retrouver le plus petit nombre.*

Démonstration. — En effet, on peut considérer le plus grand nombre comme la somme du plus petit et du reste ; si donc on en retranche une des parties, c'est-à-dire le reste, on doit retrouver l'autre partie, c'est-à-dire le plus petit.

74. Problème. — Une société de capitalistes pouvait disposer d'une somme de 435 209 francs, elle en a dépensé 253 475 ; combien lui reste-t-il ?

Solution. — Il faut évidemment soustraire 253 475 de 435 209.

Soustraction.	Preuve par l'addition.	Preuve par la soustraction.
435 209	253 475	435 209
253 475	181 734	181 734
181 734	435 209	253 475

Il reste à la société 181 734 francs.

75. On a opéré sur les nombres comme sur des nombres abstraits, mais au résultat on a rétabli le nom de l'unité, qui est le franc.

Questionnaire.

Qu'est-ce que la soustraction ? (63)
Comment s'appelle le résultat de cette opération ? (63)
Comment indique-t-on une soustraction ? (63)
Comment fait-on pour soustraire d'un nombre un autre nombre d'un seul chiffre ? (64)
Quelle est la règle générale de la soustraction des nombres entiers ? (65)
Pourquoi commence-t-on l'opération par la droite ? (68)
Ne pourrait-on pas commencer par la gauche ? (68)
Pourquoi augmente-t-on le chiffre supérieur de 10 unités et non de 2, 3, 4..., du nombre d'unités nécessaire pour rendre la soustraction possible ? (69)
Pourquoi n'augmente-t-on pas le chiffre supérieur de 10, de 20... ? (69)
Quel est l'emploi de cette opération ? (70)
Démontrer que la différence de deux nombres ne change pas quand on les augmente ou qu'on les diminue tous les deux d'un même nombre. (71)
Comment se fait la preuve de la soustraction ? (72, 73)

Exercices (IV).

Effectuer les soustractions suivantes :

1). 8—5, 9—3, 7—4, 8—2.
2). 13—4, 17—9, 14—8, 16—8, 18—9, 15—8, 12—5.
3). 28—17, 39—25, 76—35, 89—28, 99—29, 97—43

4).	De 435	ôter	214
5).	549		327
6).	672		541
7).	947		828
8).	2949		564
9).	3536		2297
10).	14748		13942
11).	54832		29648
12).	70409		69395
13).	90094		72576
14).	345046		243965
15).	De 7345890	retrancher	4549976
16).	21009040		19609789
17).	50040000		26707854
18).	61201201		35967847
19).	52004027		51942589
20).	162090045		161748795
21).	De 6980000400	soustraire	5994007564
22).	10000000491		9999493791
23).	30080040973		29985976758
24).	60000004000		59999398727
25).	75943209650		75942395489
26).	90000000000		37432562964

Problèmes sur la soustraction des nombres entiers (II).

1). Quel est l'excès de 17369 sur 8947?

2). Quelle est la différence entre 2629 et 1846?

3). Quel nombre faut-il ajouter à 738 pour faire 947?

4). Napoléon est né en 1769 et mort en 1821; combien d'années a-t-il vécu?

5). La première croisade eut lieu, sous Philippe I[er], en 1096, et la septième et dernière sous Louis IX, dit saint Louis, en 1270; combien d'années ont duré les croisades?

6). Une armée de 36 450 hommes a perdu, en une seule campagne, 12 475 hommes; combien en reste-t-il?

7). Quel est le nombre plus petit que 76 954 de 32 549?

8). En 1700, la population de la France était de 19 600 000 habitants; en 1800, de 29 300 000, et en 1866, de 38 067 064 : de combien la population de la France s'est-elle accrue de 1700 à 1800 et de 1800 à 1866?

9). Un pépiniériste qui avait 485 pommiers, 349 poiriers, 287 pruniers, 175 cerisiers et 425 pêchers, a vendu 35 arbres de la première espèce, 69 de la deuxième, 78 de la troisième, 84 de la quatrième et 128 de la cinquième : combien lui reste-t-il d'arbres de chaque espèce et en tout?

10). Sous Philippe le Bel, en 1300, la population de Paris était de 125 000 habitants; en 1800, elle était de 732 800; en 1866, de 1 825 274 : de combien d'habitants la population de Paris s'est-elle accrue depuis 1300 jusqu'en 1800 et depuis 1800 jusqu'en 1866?

4. MULTIPLICATION.

1° Définition et règle de la multiplication.

76. *La multiplication est une opération qui a pour but, étant donnés deux nombres, l'un appelé* multiplicande, *l'autre* multiplicateur, *de former un troisième nombre appelé* produit, *qui soit composé avec le multiplicande comme le multiplicateur est composé avec l'unité.*

Le multiplicande et le multiplicateur s'appellent les deux *facteurs* du produit.

On indique cette opération par le signe $\times$, qu'on énonce *multiplié par*, et qu'on place entre les deux nombres devant le multiplicateur. Ainsi 3×4 signifie 3 multiplié par 4.

77. *La multiplication des nombres entiers revient à prendre ou à répéter le multiplicande autant de fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur.*

En effet, le multiplicateur étant formé d'un certain nombre d'unités, le produit sera formé d'autant de fois le multiplicande.

78. RÈGLE.— *Pour multiplier un nombre d'un seul chiffre par un autre nombre d'un seul chiffre, on additionne autant de nombres égaux au premier qu'il y a d'unités dans le second.*

Ainsi pour multiplier 7 par 5, j'additionne cinq nombres égaux à 7, et le résultat $7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35$ est le produit demandé. J'ai donc $7 \times 5 = 35$; dans la pratique, on dit : 5 fois 7 font 35.

79. C'est ainsi qu'on a formé les produits deux à deux de tous les nombres d'un seul chiffre renfermés dans le tableau suivant, qu'on appelle *table de multiplication.*

TABLE DE MULTIPLICATION.

Sens horizontal.

Sens vertical.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Pour former cette table, on écrit les 9 premiers nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, sur une ligne horizontale.

On ajoute chacun de ces nombres à lui-même, ce qui donne la seconde ligne horizontale, composée par conséquent des produits de chacun des neuf premiers nombres par 2.

En ajoutant chacun des nombres de la deuxième ligne horizontale avec le nombre correspondant de la première, on forme la troisième ligne, composée des produits des 9 premiers nombres par 3.

On continue ainsi en ajoutant chacun des nombres de la dernière ligne horizontale formée avec le nombre correspondant de la première.

Ainsi, les nombres d'une ligne quelconque horizontale sont les produits des premiers nombres par le nombre qui commence cette ligne.

80. D'après cela, si l'on veut trouver le produit de 7 par 6, par exemple, on prend le multiplicande 7 dans la première ligne horizontale, le multiplicateur 6 dans la première colonne verticale à gauche; on suit la colonne verticale commençant par 7, la ligne horizontale commençant par 6, et le nombre 42, sur lequel les deux directions se réunissent, est le produit cherché.

Comme il est de toute importance que les élèves connaissent bien la table de multiplication, on devra les exercer à la former eux-mêmes, et on les interrogera fréquemment pour s'assurer qu'ils la possèdent parfaitement.

81. Règle. — *Pour multiplier un nombre d'autant de chiffres qu'on voudra par un nombre d'un seul chiffre, on multiplie successivement, en commençant par la droite, chacun des chiffres du multiplicande par le chiffre du multiplicateur.*

Si le produit d'un des chiffres du multiplicande par le multiplicateur n'excède pas 9, on écrit le produit tel qu'on le trouve; s'il excède 9, on n'écrit que les unités et on reporte les dizaines au produit suivant.

Exemple. — Soit 5039 à multiplier par 7.

J'écris le multiplicande 5039 et au-dessous le multiplicateur 7, puis je souligne le tout pour le séparer du résultat.

$$\begin{array}{r} 5039 \\ 7 \\ \hline 35273 \end{array}$$

Ensuite commençant par la droite, je dis : 7 fois 9 unités font 63 unités, je pose 3 et je retiens 6 dizaines pour les reporter au produit suivant en disant :

7 fois 3 dizaines font 21 dizaines et 6 de retenue font 27; je pose 7 et je retiens 2.

7 fois 0 font 0 et 2 de retenue font 2, que j'écris.

7 fois 5 font 35, que j'écris.

Le produit demandé est donc 35273.

82. Démonstration. — La règle est parfaitement conforme à la définition. Car, puisqu'il s'agit d'additionner 7 nombres égaux à 5039, si j'écris ces nombres en colonne, d'après la règle de l'addition, j'aurai le tableau suivant :

$$\begin{array}{r} 5039 \\ 5039 \\ 5039 \\ 5039 \\ 5039 \\ 5039 \\ 5039 \\ \hline 35273 \end{array}$$

Mais, au lieu de dire : 9 et 9 font 18; et 9, 27; et 9, 36; et 9, 45; et 9, 54; et 9, 63, j'ai dit tout d'un coup : 7 fois 9 font 63, et ainsi des autres colonnes.

On commence l'opération par la droite, précisément comme dans l'addition et pour la même raison.

83. Règle générale. — *Pour multiplier un nombre entier quelconque par un nombre exprimé par 1 suivi d'autant de zéros que l'on voudra, il suffit d'écrire à la droite du multiplicande autant de zéros qu'il y en a après 1.*

En effet, 1 unité multipliée par 10, 100, 1000, donne