… en a-t-il vendu de la seconde, s'il ne lui reste plus en tout que … pièces?

…5). Trois personnes se sont partagé un héritage : la première a …le double de la deuxième, la deuxième le triple de la troisième … a eu 750 fr. Quel est le montant de l'héritage?

…6). Avec 540 fr. de plus que ce que j'ai, je pourrais payer 1800 fr. … j'ai empruntés, et il me resterait encore 28 fr. Combien ai-je?

…7). Si j'avais le double de ce que j'ai et 38 francs de plus, je …rrais acheter un meuble dont on me demande 426 fr. Combien …je?

…8). Combien y a-t-il de plumes en tout dans 48 paquets dont 23 … 25 plumes chacun, et les autres, de 30 plumes?

…9). Deux troupes de 43 et de 57 ouvriers ont travaillé à un ou…age : les premiers pendant 15 jours, les seconds pendant 18 jours. …mbien de journées d'ouvriers?

…30). Un marchand de vin a acheté 36 pièces de bordeaux à …5 fr. la pièce et 48 de mâcon à 90 fr. Combien payera-t-il en …t?

…1). Un négociant a reçu 463 barriques de suif qu'il a payées …4 fr.; en les revendant avec un bénéfice de 2315 fr., combien …a-t-il gagné sur chaque barrique et à quel prix l'a-t-il revendue?

…32). Un entrepreneur a payé 1581 fr. à deux troupes d'ouvriers …our 573 jours de travail, dont 138 à raison de 2 fr. pour la pre…ière troupe. Quel est le prix de la journée de chaque ouvrier de … deuxième troupe?

…33). Une pièce de bordeaux de 300 bouteilles a coûté 900 fr; une …tre de mâcon vieux de 280 bouteilles a coûté 560 fr. Combien la …uteille de bordeaux coûte-t-elle de plus que celle de mâcon?

…34). On a payé 1188 fr. à trois ouvriers qui ont travaillé, le pre…m 153 jours, la deuxième 148 et le troisième 95. Quel est le prix

8) …rnée de chaque ouvrier ?

sur leq… vitrier a reçu 1968 fr. pour le prix des carreaux de

9). Un … dont chacune a 8 carreaux, Quel est le prix de chaque

le premier

sième? … chand a acheté 29 sacs de café au prix de 35 fr. le

10). Un rég… 36 fr. pour les autres. Combien doit-il payer en

pôt; le premier

troisième 697, et … Rome, en 1845, comptait 2598 ans d'existence.

régiment a-t-il? … sa fondation?

11) Une route est … font un échange, le premier donne 40 bou-

distance de 10 pas. Co… uteille, et le second 12 bouteilles de li-

720 pas? … A quel prix revient la bouteille de li-

12). Un banquier a reçu …

le deuxième, 31940; dans le … Paris 30616 enfants; et il est mort

… s des naissances sur les décès?

Les fractions ordinaires s'appellent aussi *fractions à deux termes.*

Dans l'exemple précédent, on écrira donc : $\frac{5}{8}$ qui est, comme on voit, plus simple que 5 *huitièmes.* De même, si l'on voulait exprimer qu'on a partagé l'unité en 15 parties égales, et que l'on considère 7 de ces parties réunies, on écrirait $\frac{7}{15}$, expression plus simple que 7 *quinzièmes.*

La véritable unité dans ces nombres est $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{15}$ de l'unité principale que l'on considère.

130. *On énonce une fraction ordinaire en énonçant d'abord le numérateur et ensuite le dénominateur auquel on ajoute la terminaison* ième.

Ainsi $\frac{8}{9}$ s'énonce huit *neuvièmes,*
$\frac{16}{27}$ seize *vingt-septièmes,*
$\frac{347}{569}$ trois cent quarante-sept *cinq-cent-soixante-neuvièmes.*

Il n'y a d'exception à la dernière partie de cette règle que pour les dénominateurs 2, 3, 4, qui s'énoncent *demi, tiers, quart.*

131. Quand il s'agit d'écrire une fraction énoncée, on suit le même ordre : on écrit d'abord le numérateur et au-dessous le dénominateur.

132. Il suit de la nature même des fractions que :

De deux fractions qui ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

En effet, la fraction $\frac{5}{8}$, par exemple, est plus grande que $\frac{3}{8}$, de même que 5 est plus grand que 3.

133. *De deux fractions qui ont le même numérateur, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.*

En effet, $\frac{5}{7}$, par exemple, est plus grand que $\frac{5}{9}$; car $\frac{1}{7}$ de l'unité est plus grand que $\frac{1}{9}$ de la *même* unité : $\frac{5}{7}$ exprime donc une portion de l'unité plus grande que celle qui est exprimée par $\frac{5}{9}$.

134. La division conduit naturellement aux fractions ordinaires, et réciproquement les fractions servent à compléter le quotient, quand la division donne un reste.

RÈGLE. — *Lorsque la division donne un reste, on complète le quotient en écrivant à sa droite une fraction ordinaire dont le reste est le numérateur, et le diviseur le dénominateur.*

DÉMONSTRATION. En effet, soit à diviser 37 par 8,

$$\begin{array}{r|l} 37 & 8 \\ \cline{2-2} 5 & 4\,\frac{5}{8} \end{array}$$

ou, autrement dit, à partager 37 en 8 parties égales.

Le quotient, à moins d'une unité près, est 4, et il reste encore 5 à partager en 8 parties égales.

Je suppose pour fixer les idées, qu'il s'agisse de partager 5 pommes entre 8 enfants. Une manière simple de faire ce partage serait de partager chaque pomme en 8 parties égales, et d'en donner une partie à chaque enfant. Pour chaque pomme ainsi partagée, chaque enfant recevra donc 1 huitième de pomme, et puisqu'il y a 5 pommes, chaque enfant recevra en tout 5 huitièmes de pomme, qu'on écrit $\frac{5}{8}$.

Ce raisonnement prouve en même temps que le huitième de 5 unités est la même chose que les $\frac{5}{8}$ d'une seule unité.

Le quotient complet sera donc : $4\,\frac{5}{8}$.

Les quotients complets dans les deux exemples du nº **123** seront donc : $49\,\frac{5}{7}$ et $68\,\frac{47}{579}$.

135. *On peut indiquer la division de deux nombres, en les écrivant sous la forme d'une fraction ordinaire, dont le dividende est le numérateur, et le diviseur le dénominateur.*

Ainsi, la division de 348 par 57 peut s'indiquer par $\frac{348}{57}$; en effet, diviser 348 par 57, c'est partager 348 en 57 parties égales ; autrement dit, c'est chercher la 57e partie de 348 ; or, d'après le raisonnement précédent, la 57e partie de 348 unités, c'est la même chose que les $\frac{348}{57}$ de l'unité.

136. Toute expression fractionnaire dans laquelle le numérateur est plus petit que le dénominateur, est plus petite que l'unité et se nomme fraction *proprement dite*.

137. Toute expression fractionnaire dans laquelle le numérateur est égal au dénominateur, est égale à l'unité.

138. Toute expression fractionnaire dans laquelle le numérateur est plus grand que le dénominateur, est plus grande que l'unité et se nomme nombre *fractionnaire*. On dit alors qu'elle contient des *entiers*, c'est-à-dire des *unités entières*.

139. RÈGLE. — *Pour extraire les entiers contenus dans un nombre fractionnaire, on divise le numérateur par le dénominateur.*

Ainsi $\frac{36}{4} = 9$; $\frac{27}{6} = 4\,\frac{3}{6}$; $\frac{448}{29} = 15\,\frac{13}{29}$.

En effet, la fraction $\frac{36}{4}$ exprime que l'on a partagé l'unité en 4 parties égales, et que l'on prend 36 de ces parties. On a donc évidemment plus que l'unité et autant d'unités que 4 est contenu de fois dans 36. Il faut donc diviser 36 par 4.

Même raisonnement pour les deux autres nombres fractionnaires ; comme la division a donné un reste, j'ai dû compléter le quotient.

140. RÈGLE. — Réciproquement, *pour réduire des entiers accompagnés d'une fraction, le tout en fraction, on multiplie le dénominateur par l'entier, à ce produit on ajoute le numérateur, et l'on donne pour dénominateur à ce résultat le dénominateur de la fraction.*

En effet, soit $5\,\frac{2}{7}$ à réduire en fraction. Puisque l'unité est supposée partagée en 7 parties égales, qu'elle vaut 7 septièmes, les 5 unités vaudront 5 fois 7 septièmes ou 35 septièmes et 2 septièmes feront en tout 37 septièmes, qu'on écrit $\frac{37}{7}$.

141. THÉORÈME. — *Une fraction ne change pas de valeur quand on multiplie ou qu'on divise à la fois ses deux termes par un même nombre.*

DÉMONSTRATION. — Soit la fraction $\frac{3}{4}$. Si je multiplie ses deux termes par 2, j'obtiens $\frac{6}{8}$. Je dis que $\frac{6}{8}$ a précisément, sous une autre forme, la même valeur que $\frac{3}{4}$. En effet, $\frac{3}{4}$ exprime que l'on prend 3 parties de l'unité partagée en 4 parties égales. Mais si l'on partage de nouveau chacune de ces 3 parties en 2 parties égales, on a 6 nouvelles parties de l'unité qui sera elle-même partagée en 8 parties égales. Donc $\frac{6}{8}$ représente exactement la même portion de l'unité, la même fraction que $\frac{3}{4}$.

De même la fraction $\frac{6}{9}$, après qu'on a divisé à la fois ses deux termes par 3, devient $\frac{2}{3}$ qui représente la même portion de l'unité. En effet, je peux concevoir que les 9 parties dont se compose l'unité aient été réunies 3 à 3, et alors 6 de ces anciennes parties n'en formeront plus que 2 nouvelles, dont il ne faudra plus que 3 pour reconstituer l'unité; donc $\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$.

142. Deux fractions qui ont la même valeur, sous une forme différente, sont dites *équivalentes*.

143. *Une fraction proprement dite devient plus grande ou plus petite quand on augmente ou qu'on diminue les deux termes d'un même nombre.*

En effet, soit la fraction $\frac{5}{8}$. Si j'ajoute 4 au numérateur et au dénominateur, j'aurai la fraction $\frac{9}{12}$. Or, il manquait à $\frac{5}{8}$, pour recomposer l'unité, $\frac{3}{8}$, tandis qu'il ne manque à $\frac{9}{12}$ que $\frac{3}{12}$, et comme $\frac{1}{12}$ est plus petit que $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{12}$ est plus petit que $\frac{3}{8}$; donc $\frac{9}{12}$ est une portion de l'unité plus grande que $\frac{5}{8}$.

Pareillement, si je retranche 3 au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{5}{8}$, j'aurai $\frac{2}{5}$, à qui il manque $\frac{3}{5}$ pour recomposer l'unité, tandis qu'à $\frac{5}{8}$ il ne manquait que $\frac{3}{8}$; donc $\frac{2}{5}$ est plus petit que $\frac{5}{8}$.

144. Ceci n'est vrai que pour les fractions proprement dites, car un nombre fractionnaire diminue ou augmente selon que l'on augmente ou diminue les deux termes d'un même nombre. En effet, $\frac{7}{5}$ dont on augmente les deux termes de 3, devient $\frac{10}{8}$ qui surpasse l'unité de $\frac{2}{8}$, tandis que $\frac{7}{5}$ la surpasse de $\frac{2}{5}$, et si l'on diminue les deux termes de 3, on a $\frac{4}{2}=2$, qui surpasse l'unité de 1.

145. Quant aux fractions dont les deux termes sont le même nombre, elles ne changent que de valeur et représentent toujours l'unité $\frac{3}{3}=\frac{5}{5}=\frac{8}{8}$, etc.

146. Théorème. — *On rend une fraction quelconque un certain nombre de fois plus grande, quand on multiplie son numérateur par ce nombre sans toucher au dénominateur ou bien quand on divise son dénominateur par ce même nombre sans toucher au numérateur.*

Démonstration. — Soit la fraction $\frac{3}{20}$. Si je multiplie son

numérateur par un nombre entier quelconque, 4 par exemple, j'obtiendrai $\frac{12}{20}$, qui est évidemment 4 fois plus grand que $\frac{3}{20}$; de même que 12 est 4 fois plus grand que 3.

Si je divise au contraire son dénominateur par 4, j'aurai $\frac{3}{5}$; mais je peux mettre la fraction $\frac{3}{5}$ sous la forme $\frac{12}{20}$, en multipliant ses deux termes par 4, et $\frac{12}{20}$ est évidemment 4 fois plus grand que $\frac{3}{20}$; donc $\frac{3}{5}$, qui est équivalent à $\frac{12}{20}$, sera aussi 4 fois plus grand que $\frac{3}{20}$.

147. Théorème. — *On rend une fraction un certain nombre de fois plus petite, quand on divise son numérateur par ce nombre sans toucher au dénominateur, ou bien quand on multiplie son dénominateur par ce nombre sans toucher au numérateur.*

Démonstration. — L'élève fera le raisonnement, qui n'offre aucune difficulté, d'après ce qui précède.

Questionnaire.

Qu'entend-on par une fraction ordinaire? (128)
Comment représente-t-on une fraction ordinaire? (129)
Qu'exprime le dénominateur d'une fraction? (129)
Qu'exprime le numérateur? (129)
Comment énonce-t-on une fraction ordinaire? (130)
Comment écrit-on une fraction ordinaire énoncée? (131)
De deux ou plusieurs fractions qui ont le même dénominateur et des numérateurs différents, quelle est la plus grande? (132)
De deux ou plusieurs fractions qui ont le même numérateur et des dénominateurs différents, quelle est la plus petite? (133)
Comment peut-on compléter le quotient de deux nombres entiers à l'aide des fractions ordinaires? (134)
Comment peut-on indiquer la division de deux nombres? (135)
Qu'entend-on par une fraction proprement dite? (136)
Par un nombre fractionnaire? (138)
Comment fait-on pour extraire les entiers renfermés dans un nombre fractionnaire? (139)
Comment fait-on pour réduire des entiers accompagnés d'une fraction, le tout en fraction? (140)
Démontrer qu'une fraction ne change pas de valeur quand on multiplie ou qu'on divise ses deux termes par un même nombre? (141)
Qu'entend-on par des fractions équivalentes? (142)
Une fraction dont on augmente les deux termes d'un même nombre conserve-t-elle sa valeur ou diminue-t-elle? (143)
Démontrer qu'une fraction dont on multiplie le numérateur sans toucher au dénominateur, ou bien dont on divise le dénominateur sans toucher au numérateur, devient autant de fois plus grande? (146)
Comment fait-on pour rendre une fraction autant de fois plus petite qu'on le veut? (147)

Exercices (VII).

1). Exprimer qu'on a partagé un objet en 25 parties égales et qu'on a pris 17 de ces parties.

2). Exprimer qu'on a partagé un objet en 143 parties égales et qu'on prend 85 de ces parties.

3). Énoncer les fractions suivantes : $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{15}{29}$, $\frac{37}{75}$, $\frac{6483}{12581}$.

4). Écrire les fractions : trois *quarts*, sept *dix-huitièmes*, vingt-neuf *quarante-septièmes*, cent six *deux-cent-vingtièmes*, trois mille quarante et un *sept-mille-neuf-cent-dix-septièmes*.

5). Faire les divisions suivantes et compléter le quotient :

42 : 5 ; 324 : 7 ; 459 : 13 ; 6958 : 345 ; 316738 : 4327.

6). Quel est le tiers de 28, le cinquième de 29? Écrivez le nombre 7 fois plus petit que 3.

7). Extraire les entiers des nombres fractionnaires suivants :

$$\frac{24}{6}, \frac{3528}{15}, \frac{435}{20}, \frac{6938}{146}, \frac{71265}{6348}.$$

8). Réduire les entiers et les fractions, le tout en fractions, dans les expressions suivantes :

$$2\tfrac{1}{2}, 3\tfrac{1}{3}, 5\tfrac{2}{7}, 18\tfrac{3}{4}, 29\tfrac{7}{8}, 81\tfrac{3}{5}, 174\tfrac{2}{9}, 13\tfrac{11}{17}, 25\tfrac{49}{71}, 148\tfrac{237}{465}.$$

9). Combien y a-t-il de quarts dans 11 entiers?

10). Combien y a-t-il de septièmes dans 29 entiers?

11). Combien y a-t-il de trente-cinquièmes dans 173 entiers?

12). Combien y a-t-il de demis dans $12\frac{1}{2}$ entiers?

13). Combien y a-t-il de cinquièmes dans $17\frac{3}{5}$ entiers?

14). Combien y a-t-il de vingtièmes dans $143\frac{11}{20}$ entiers?

15). On a partagé un objet en 15 parties égales et l'on a pris 7 de ces parties; une autre fois on a partagé le même objet en 16 parties égales et l'on a pris 6 de ces parties. La seconde fraction est-elle plus petite ou plus grande que l'autre?

16). Rendre 5 fois plus grand $\frac{3}{4}$.

17). Rendre 7 fois plus petit $\frac{5}{9}$.

18). Rendre 15 fois plus grand $\frac{2}{3}$.

19). Quel est le nombre 3 fois plus grand que $\frac{5}{18}$?

20). Quel est le nombre 5 fois plus petit que $\frac{5}{18}$?

21). Quel est le nombre 7 fois plus grand que $\frac{3}{5}$?

22. Quel est le nombre 9 fois plus petit que $\frac{3}{5}$?

2. RÉDUCTION DES FRACTIONS AU MÊME DÉNOMINATEUR.

148. *La réduction des fractions au même dénominateur est une opération qui a pour but de changer les fractions proposées en d'autres fractions équivalentes et qui aient toutes le même dénominateur.*

149. Règle. — *Pour réduire deux fractions au même dénominateur, on multiplie les deux termes de la première par le dénominateur de la seconde et les deux termes de la seconde par le dénominateur de la première.*

Démonstration. Soient les deux fractions $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{7}$

Je multiplie les deux termes de la première par 7 et les deux termes de la seconde par 4, ce qui donne $\frac{21}{28}$ $\frac{20}{28}$

Chacune de ces fractions est équivalente à celle qui lui correspond ; car j'ai multiplié les deux termes de chacune des fractions proposées par un même nombre (n° **141**), et le dénominateur sera nécessairement le même, parce que le produit de deux facteurs ne change pas quel que soit l'ordre dans lequel on les prenne.

150. Règle générale. — *Pour réduire des fractions, en nombre quelconque, au même dénominateur, on multiplie les deux termes de chaque fraction par le produit effectué des dénominateurs de toutes les autres.*

Démonstration. Soit proposé de réduire au même dénominateur les fractions

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{7}{8}, \quad \frac{5}{9}.$$

$$\frac{1080}{2160}, \quad \frac{1440}{2160}, \quad \frac{1728}{2160}, \quad \frac{1890}{2160}, \quad \frac{1200}{2160}.$$

Commençant par la première à gauche, je fais le produit des dénominateurs des quatre autres, $3 \times 5 \times 8 \times 9 = 1080$, et je multiplie par ce nombre les deux termes de la fraction sur laquelle j'opère, ce qui donne $\frac{1080}{2160}$.

Passant à la seconde, je fais le produit des dénominateurs des quatre autres, $2 \times 5 \times 8 \times 9 = 720$, et je multiplie par ce nombre les deux termes de la fraction sur laquelle j'opère, ce qui donne $\frac{1440}{2160}$.

De même pour la troisième, dont je multiplie les deux termes par $2 \times 3 \times 8 \times 9 = 432$, ce qui donne $\frac{1728}{2160}$.

Je multiplie de même les deux termes de la quatrième par $2 \times 3 \times 5 \times 9 = 270$, ce qui donne $\frac{1890}{2160}$.

Et enfin, multipliant les deux termes de la cinquième par $2 \times 3 \times 5 \times 8 = 240$, j'obtiens $\frac{1200}{2160}$.

Je n'ai pas changé la valeur des fractions proposées, puisque j'ai multiplié les deux termes de chacune par un même nombre, et le dénominateur des nouvelles fractions devait être le même pour toutes, puisqu'il est formé du produit des mêmes facteurs.

151. Théorème. — *Le produit d'autant de facteurs que l'on voudra ne change pas dans quelque ordre qu'on les multiplie.*

Il suffit de démontrer que si cette proposition est vraie pour un nombre quelconque de facteurs, elle sera aussi vraie si l'on prend un facteur de plus. Je suppose donc que cette proposition ait été démontrée pour quatre facteurs, par exemple, 2, 3, 5, 7. Je dis qu'elle sera aussi vraie pour cinq facteurs. Soit 9 ce nouveau facteur. Pour former le produit $2\times3\times5\times7\times9$, il faudrait multiplier 2 par 3; puis le produit obtenu par 5; ce nouveau produit par 7, et enfin ce dernier produit par 9, c'est-à-dire multiplier successivement par ces facteurs dans l'ordre où ils sont écrits.

Or je dis que je puis faire occuper à chacun de ces facteurs, au dernier par exemple, la place que je voudrai; en effet, lorsque j'aurai formé le produit des trois premiers facteurs, j'aurai encore à multiplier $2\times3\times5$ par 7 d'abord et ensuite le produit par 9, ou, ce qui revient au même, par 7×9, produit de ces deux facteurs (n° **86**); or $7\times9=9\times7$. Je pourrai donc écrire le produit ainsi qu'il suit : $2\times3\times5\times9\times7$.

De même $5\times9=9\times5$; je pourrai donc écrire $2\times3\times9\times5\times7$, et comme $3\times9=9\times3$, j'aurai aussi $2\times9\times3\times5\times7$, et enfin, à cause de $2\times9=9\times2$, j'aurai pour exprimer le produit $9\times2\times3\times5\times7$; d'où l'on voit que le facteur 9 a occupé successivement toutes les places dans le produit indiqué. Et comme on pourrait en faire autant pour chacun des autres facteurs, le théorème est démontré pour cinq facteurs.

Donc, si la proposition est vraie pour un nombre quelconque de facteurs, elle est vraie aussi pour un facteur de plus.

Or cette proposition a été démontrée pour deux facteurs; donc elle est vraie pour trois, et par conséquent pour quatre, cinq....... pour autant de facteurs qu'on voudra.

152. La réduction des fractions au même dénominateur permet d'apprécier leur grandeur relative; ce qui serait souvent très-difficile sans cette opération, qui du reste est indispensable dans le calcul des fractions, ainsi qu'on le verra plus tard.

153. *Il y a une infinité de nombres qui peuvent servir de dénominateur commun à plusieurs fractions proposées.*

Pour le démontrer, soit proposé de résoudre la question suivante.

Changer la fraction $\frac{3}{4}$ en une autre équivalente et dont le dénominateur soit 20.

On ne peut changer la fraction $\frac{3}{4}$ en une autre fraction équivalente qu'en multipliant ou divisant ses deux termes par un même nombre, et comme la fraction nouvelle doit avoir pour dénominateur 20, qui est plus grand que 4, il faut avoir recours à la multiplication.

Or, je connaîtrai le nombre qui doit multiplier les deux termes de la fraction, en divisant 20, dénominateur proposé, par 4, dénominateur de la fraction donnée. Ce nombre est donc 5, et la fraction nouvelle $\frac{15}{20}$.

On voit par là que la question, en général, pourra toujours être résolue, pourvu que le nouveau dénominateur soit divisible exactement par le dénominateur de la fraction proposée.

154. Si l'on avait à convertir la fraction $\frac{21}{36}$ en une autre dont le dénominateur fût 12, il faudrait procéder par la division, et pour savoir par quel nombre il faudrait diviser les deux termes, on diviserait 36 par 12, ce qui donnerait 3. Divisant les deux termes, par 3, on aurait $\frac{7}{12}$. Il y aurait donc en général deux conditions pour que la question pût être résolue : 1° que le dénominateur de la fraction fût divisible exactement par le dénominateur proposé; 2° et le quotient de cette division étant obtenu, que le numérateur de la fraction fût divisible exactement par ce quotient.

155. Lorsqu'il s'agit de réduire des fractions au même dénominateur, il n'y a qu'à choisir, à volonté, un nombre qui soit divisible exactement par chacun des dénominateurs et à opérer, comme dans le n° **153**, sur chacune des fractions proposées.

Exemple et disposition de calcul :

			60			
	30	20	15	12	5	3
Fractions proposées	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{13}{20}$
	$\frac{30}{60}$	$\frac{40}{60}$	$\frac{45}{60}$	$\frac{48}{60}$	$\frac{35}{60}$	$\frac{39}{60}$

Avec un peu d'habitude du calcul on reconnaît que le nombre 60 est divisible exactement par chacun des dénominateurs. On l'écrit en tête des fractions; puis un peu au-dessus du numérateur de chacune d'elles, on écrit le nombre par lequel on doit multiplier ses deux termes, et au-dessous de chaque fraction, la fraction nouvelle qui lui correspond.

156. Au lieu du nombre 60, on pourrait prendre pour dénominateur commun 2 fois, 3 fois, etc., autant de fois qu'on voudrait le nombre 60. Il y a donc une infinité de nombres qu'on pourrait prendre pour le dénominateur commun. On verra, n° **184**, comment on détermine, dans tous les cas, le plus petit nombre qui peut servir de dénominateur commun à autant de fractions que l'on voudra.

Questionnaire.

Qu'est-ce que la réduction des fractions au même dénominateur ? (148)
Comment réduit-on deux fractions au même dénominateur ? (149)
Dites la règle générale pour réduire autant de fractions qu'on veut au même dénominateur ? (150)
Sur quels principes cette réduction est-elle fondée? (151)
La réduction des fractions au même dénominateur ne peut-elle se faire que d'une seule manière? (153, 155, 156)

Exercices (VIII).

1). Réduire au même dénominateur les fractions :

$\frac{3}{7}, \frac{5}{9}; \frac{5}{8}, \frac{11}{13}; \quad \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}; \quad \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}.$

2). Réduire au même dénominateur les fractions suivantes, en prenant un dénominateur à volonté :

$\frac{1}{2}, \frac{7}{20}; \quad \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}; \quad \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{11}{12}, \frac{17}{24}; \quad \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{7}{8}, \frac{11}{16}, \frac{23}{24}, \frac{15}{48}.$

3). Ranger par ordre de grandeur croissante les fractions, c'est-à-dire en commençant par la plus petite et finissant par la plus grande :

$\frac{2}{3}, \frac{5}{8}; \quad \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{9}; \quad \frac{1}{4}, \frac{7}{10}, \frac{3}{20}, \frac{21}{160}.$

4). Ranger par ordre de grandeur décroissante les fractions :

$\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{7}{10}, \frac{11}{12}, \frac{27}{40}, \frac{31}{60}, \frac{237}{240}.$

3. SIMPLIFICATION DES FRACTIONS.

157. *Simplifier une fraction, c'est la changer en une autre fraction équivalente, mais dont les termes soient moins grands, afin de se faire une idée plus nette de la portion d'unité qu'elle représente.*

158. Le seul moyen qui puisse être employé, c'est la division des deux termes par un même nombre, choisi à volonté, pourvu qu'il divise exactement ces deux termes.

Ainsi la fraction $\frac{24}{45}$ peut être remplacée par la fraction $\frac{8}{15}$ que l'on obtient en divisant par 3 ses deux termes.

On voit par cet exemple qu'il est utile d'avoir des méthodes expéditives pour reconnaître si le numérateur et le dénominateur d'une fraction sont divisibles par un même nombre.

159. La recherche des caractères de divisibilité est fondée sur les définitions et principes suivants :

Définitions. — On appelle *diviseur exact* ou simplement *diviseur* d'un nombre, tout nombre qui le divise exactement. Ainsi 3 est diviseur de 21, et comme 21 peut être considéré comme le produit du diviseur 3 et du quotient 7, on dit encore que 3 est *facteur* ou sous-multiple de 21, qui à son tour est dit *multiple* de 3.

160. Un nombre peut avoir plusieurs diviseurs. Ainsi 60 a pour diviseurs, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60.

161. On appelle *nombre premier absolu* ou seulement *nombre premier*, tout nombre qui n'est divisible que par lui-même et par l'unité. Tels sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, etc.

162. Principe I. — *Tout nombre qui divise exactement deux ou plusieurs autres nombres, divise exactement leur somme.*

En effet, chacun de ces nombres vaut un certain nombre de fois le diviseur : leur somme vaudra donc ce même diviseur un nombre de fois exprimé par la somme de tous les quotients.

Ainsi, 24, 36, 60 étant divisibles chacun par 12, leur somme 120 est aussi divisible par 12, et le quotient 10 est égal à la somme des quotients 2, 3, 5.

163. Principe II. — *Tout nombre qui divise un autre nombre divise tous les multiples de ce nombre, et à plus forte raison tous les multiples des multiples.*

En effet, un multiple quelconque de ce nombre n'est autre chose que la somme de plusieurs nombres égaux au proposé.

Ainsi 5 divisant 10 divise exactement 20, 30, 720, etc., et par conséquent aussi 200, 3000, 7200, etc.

164. *Tout nombre est divisible par 2 lorsque son dernier chiffre à droite est un des chiffres* PAIRS, 0, 2, 4, 6, 8.

Tels sont 346, 5860, 15934, etc.

On les appelle *pairs* parce qu'on peut les partager en deux parties *pareilles*, égales.

Démonstration. — En effet, $346 = 340 + 6$. Or 340 est un multiple de 10, qui est lui-même multiple de 2; donc il est divisible par 2 (principe II); de plus 6 est divisible par 2; donc la somme $340 + 6$ ou 346 (principe I) sera divisible par 2.

165. Les autres chiffres 1, 3, 5, 7, 9 sont appelés IMPAIRS