

## OBSERVATIONS GÉNÉRALES SUR LE SYSTÈME MÉTRIQUE.

Toutes les mesures et tous les poids à l'usage du commerce doivent porter ostensiblement le nom et la valeur de la mesure et du poids qu'ils représentent, ainsi que le nom ou la marque du fabricant.

Tout acheteur a le droit de s'assurer si les mesures et les poids dont se sert le vendeur sont conformes à la loi.

L'acheteur, après avoir fait choix de la marchandise qu'il veut acheter, ne doit plus s'occuper que des mesures et des poids dont le vendeur se sert pour les évaluer; car il ne paye réellement que les mesures ou les poids.

L'acheteur ne doit jamais demander aucune espèce de marchandise pour une somme fixée, mais bien fixer d'abord la quantité de marchandise qu'il désire, et payer en raison de la mesure ou du poids. Ainsi, il ne demandera pas du pain, de la viande, des légumes, etc., pour 50 c., pour 2 fr., pour 10 c.; mais bien 1, 2, ... kilogrammes de pain, 1, 2, ... hectogrammes de viande, 1, 2, ... litres de légumes selon ses besoins, et s'assurera si on lui fait une bonne mesure ou un poids exact.

## LIVRE IV.

## NOMBRES COMPLEXES.

## 1. DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

**318.** Outre ces unités de mesure qui composent le système métrique, on se sert encore en France de deux autres unités de mesure dont les multiples et les sous-multiples ne sont pas assujettis au système décimal; savoir: les unités de mesure du temps et des circonférences, qui sont le *jour* et le *degré*.

Le temps est l'intervalle entre deux événements, entre deux actes physiques ou intellectuels.

**319.** Le *jour*, temps que la terre met à tourner sur elle-même, se divise en 24 *heures*, l'heure en 60 *minutes*, la minute en 60 *secondes*.

Les jours solaires *vrais* n'ont pas constamment la même durée; en hiver ils sont plus longs qu'en été. Il n'est question ici que du *jour moyen*.

**320.** La *semaine* est une période de 7 jours.  
Le *mois commercial* est de 30 jours.

Les mois de l'année civile sont alternativement de 31 et de 30 jours, à l'exception des mois de juillet et d'août qui ont 31 jours, et du mois de février qui est communément de 28 jours, et de 29 jours de 4 ans en 4 ans.

**321.** L'*année commune* est de 365 jours; tous les quatre ans on compte une année de 366 jours qu'on nomme *bissextile*.

Le *siècle* est une période de 100 années.

L'*année* est le temps que la terre met à tourner autour du soleil.

Le rapport entre le temps de la révolution de la terre autour du soleil, et celui de sa rotation autour de son axe, c'est-à-dire entre l'année et le jour, ne peut être exprimé par un nombre fini. L'année se compose de 365 jours 5 heures 48 minutes 51 secondes 6 dixièmes environ.

En ne comptant l'année que de 365 jours on néglige environ 6 heures qui, en 4 années, font 24 heures ou 1 jour de plus; voilà pourquoi on compte tous les quatre ans une année de 366 jours. Pour reconnaître si une année est bissextile, il n'y a qu'à voir si le nombre qui l'exprime est divisible par 4. Ainsi, 1844 a été bissextile, 1845 ne l'est pas.

Mais en comptant l'erreur à 6 heures, on commet une nouvelle erreur en plus d'environ 11 minutes. Pour compenser cette erreur, on ne compte comme bissextile qu'une année *seculaire* de 4 en 4; on appelle ainsi l'année dont le nombre est terminé par deux zéros au moins à sa droite, telle que 1600, 1700, etc. D'après cela 1600 a été bissextile, mais 1700, 1800, 1900 ne le sont pas.

**522.** La *circonférence* de cercle est une ligne courbe dont tous les points sont également distants d'un point intérieur qu'on nomme *centre*.

Toute circonférence de cercle, grande ou petite, se divise en 360 parties égales, qu'on nomme *degrés*; le degré en 60 *minutes*, la minute en 60 *secondes*, la seconde en 60 *tierces*, etc. Le degré, la minute, la seconde, la tierce de degré, etc., se marquent ainsi : °, ', ", ''', etc., pour les distinguer de la minute, seconde et tierce du temps.

**523.** On appelle nombre *complexe*, un nombre composé de deux ou plusieurs nombres entiers, rapportés à des unités qui sont des subdivisions non décimales les unes des autres, et par suite d'une même unité principale.

Ainsi, 25 jours 3 heures 36 minutes est un nombre complexe.

**RÈGLE.** — Pour écrire un nombre complexe, on écrit tous les nombres partiels à la suite les uns des autres, par ordre d'unité, en les séparant par de petits traits horizontaux et en indiquant au-dessus de chacun d'eux, par une ou plusieurs lettres initiales ou par des signes de convention, le nom de l'unité.

Le nombre complexe qui précède, s'écrit 25j 3h 36m; de même 5 degrés 18 minutes 9 secondes, s'écrit 5° 18' 9".

**524.** On peut réduire un nombre complexe en expression fractionnaire de l'unité principale, et réciproquement, une expression fractionnaire en nombre complexe.

En effet soit le nombre complexe,

$$\begin{array}{r} 25j \ 3h \ 36m \\ 24 \\ \hline 603 \\ 50 \\ \hline 3 \\ \hline 603 \\ 60 \\ \hline 36180 \\ 36 \\ \hline 36216m = \frac{36216j}{1440} \end{array}$$

Puisque 1 jour vaut 24 heures, 25 jours vaudront 25 fois 24 heures. Je multiplie donc 24 par 25, ou, ce qui revient au même, je multiplie 25 par 24, et j'aurai ainsi réduit les 25 jours en heures; ajoutant les 3 heures que renferme le nombre proposé, j'obtiens 603 heures.

Je réduis de même 603 heures en minutes, en multipliant 603 par 60, puisque 1 heure vaut 60 minutes, et ajoutant au produit les 36 minutes que renferme le nombre proposé, j'aurai pour résultat demandé 36216 minutes.

Maintenant, puisque 1 jour vaut 24 heures et 1 heure 60 minutes, le jour vaudra 24 fois 60 minutes = 1440 minutes; et par conséquent la minute est la 1440<sup>e</sup> partie du jour; donc 36216 vaudront  $\frac{36216j}{1440}$ .

**525.** Réciproquement, soit l'expression fractionnaire  $\frac{648}{45}$  à réduire en nombre complexe.



$= 5 \frac{1}{4}$ ; j'écris  $\frac{1}{4}$  sous la fraction du multiplicande, et je retiens 5 pour les porter au produit suivant des minutes.

$36^m \times 8 = 288^m$ , et 5 de retenue font  $293^m$ , qui, divisées par 60, donnent 4 pour quotient et 53 pour reste; j'écris 53 sous les minutes et je retiens 4 pour les porter au produit suivant des heures.

$13^h \times 8 = 104^h$ , et 4 de retenue font  $108^h$ , qui, divisées par 24, donnent 4 pour quotient et 12 pour reste; j'écris 12 sous les heures et je retiens 4 pour les porter au produit suivant des jours.

$18^j \times 8 = 144^j$ , et 4 de retenue font 148, que j'écris sous le nombre de jours.

Le produit est donc  $148^j 12^h 53^m \frac{1}{4}$ .

329. Lorsque le multiplicateur est un nombre au-dessus de 10, le calcul serait long et pénible par le moyen précédent, on opère alors de la manière qui suit :

Soit à multiplier	36 <sup>j</sup> 19 <sup>h</sup> 17 <sup>m</sup> $\frac{3}{4}$				
par	148				
	288				
	144				
	36				
		12 <sup>h</sup>	74		
19 <sup>h</sup>	}	6	37		
		1	6	4	
		10	1	0	40
17 <sup>m</sup>	}	5	0	12	20
		2	0	4	56
		$\frac{2}{4}$	0	1	14
$\frac{3}{4}$	}	$\frac{1}{4}$	0	0	37
			5446 <sup>j</sup>	23 <sup>h</sup>	47 <sup>m</sup>

Commençant l'opération par la gauche, je multiplie 36 par 148 à la manière ordinaire, mais je n'additionne pas les produits partiels.

Pour multiplier 19 heures par 148, je décompose 19 en parties qui soient des *parties aliquotes*, c'est-à-dire des sous-multiples les unes des autres et la première de 24; 12, 6, 1, par exemple, 12 heures étant la moitié de 1 jour, j'observe que si j'avais 1 jour à multiplier par 148, le produit serait 148 jours, par conséquent  $\frac{1}{2}$  jour multiplié par 148 donnera la moitié de 148 jours, ce que je trouve en disant : Pour 12 heures je prends la moitié de 148, ce qui donne 74, que j'écris sous les produits partiels déjà obtenus.

Pour 6 heures, je prends la moitié du produit qu'ont donné 12 heures, et je trouve 37 jours.

Pour 1 heure, je prends le sixième de 37, qui est 6 pour 36; il reste 1 jour qui vaut 24 heures, dont le sixième est 4, que j'écris sous les heures du multiplicande.

Je décompose pareillement 17 minutes en parties aliquotes; la première de 60 et les autres en parties aliquotes les unes des autres, 10, 5, 2,

Pour 10 minutes, je prends le sixième du produit qu'a donné 1 heure, en disant : Le sixième de 6 est 1, le sixième de 4 est 0, et il reste 4 qui valent 4 fois 60 = 240 dont le sixième est 40, que j'écris sous les minutes du multiplicande.

Pour 5 minutes, je prends la moitié du produit précédent; pour 2 minutes, le cinquième de ce même produit qu'ont donné 10 minutes.

Je partage de même  $\frac{3}{4}$  en  $\frac{2}{4}$  et  $\frac{1}{4}$ .

Pour  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ , je prends le quart du produit de 2 minutes, et pour  $\frac{1}{4}$ , la moitié de ce dernier produit.

Puis faisant la somme, j'obtiens pour produit total 5446<sup>j</sup> 23<sup>h</sup> 47<sup>m</sup>.

330. PROBLÈME. — Autre exemple : Un train de chemin de fer parcourt  $21^{\text{kilom}},75$  en 1 heure; combien parcourra-t-il de kilomètres en  $12^h 18^m 40^s$ ?

Il parcourra évidemment 12 fois  $21^{\text{kilom}},75$ , plus les  $\frac{18}{60}$  du chemin qu'il parcourt en 1 heure, plus les  $\frac{40}{60}$  du chemin qu'il parcourt en 1 minute.

Multiplicande	$21^{\text{kilom}},75$
Multiplicateur	$12^h 18^m 40^s$
	43,50

		217,5		
10	}	$3,62 \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ (12)	12	
18 <sup>m</sup>	}	1,81	$\frac{1}{6}$ (6)	6
		2	$\frac{1}{2}$ (12)	12
		1	$\frac{1}{4}$ (6)	6
40 <sup>s</sup>	}	30	$\frac{1}{8}$ (3)	3
		10	$\frac{1}{24}$ (1)	1
		267,76	$\frac{2}{3}$	16   24

Quoique le multiplicateur soit toujours et dans tous les cas un nombre abstrait, on laisse les noms des unités des nombres partiels qui rappellent leur relation mutuelle.

Je multiplie, selon la règle,  $21^{\text{kilom}},75$  par 12, mais je n'additionne pas les produits partiels.

Je décompose ensuite 18 minutes en 10, 5, 2, 1. Puisque le train parcourt  $21^{\text{kilom}},75$  en 1 heure, en 10 minutes ou  $\frac{1}{6}$  d'heure il parcourra le sixième de ce nombre, c'est-à-dire  $3^{\text{kilom}},62 \frac{1}{2}$ , que j'écris au-dessous des produits partiels comme pour l'addition.

Pour 5 minutes je prends la moitié de produit; pour 2 minutes, le cinquième du même produit; pour une 1 minute, la moitié du dernier produit.

Je décompose pareillement 40 secondes en 30, 10; pour 30 secondes, je prends la moitié du produit qu'a donné 1 minute; pour 10 secondes, le tiers du produit de 30 secondes.

J'additionne tous ces produits partiels; et je trouve pour produit total  $267^{\text{kilom}},76 \frac{2}{3}$ .

REMARQUE. Au lieu de décomposer 18 minutes en 10, 5, 2, 1, on

aurait pu faire toute autre décomposition, par exemple, en 15, 3; puis 40 secondes en 20, 20; pour 20 secondes =  $\frac{1}{3}$  de minute, on aurait pris le neuvième du produit de 3 minutes.

## 5. DIVISION.

331. Une machine à vapeur, fonctionnant régulièrement, a fait  $248^m,94^{\frac{3}{4}}$  d'étoffe en  $7^i 16^h 24^m \frac{1}{2}$ ; combien a-t-elle fait de mètres par jour?

Il faut diviser  $248^m,94^{\frac{3}{4}}$  par le nombre complexe  $7^i 16^h 24^m \frac{1}{2}$ .

	$248^m,94^{\frac{3}{4}}$	$7^i 16^h 24^m \frac{1}{2}$
	4320	24
	4960	168
	744	16
	992	184
0,96	25	60
	5	11040
	15	24
	1	11064
$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	3
	$\frac{1}{4}$	33192
	10,8	1
	1075539,6	$\frac{33193^m}{3} = 33193^i$
	86,4	4320
Produit	1075453,2	33193
	79663	32,40
	132772	

Je réduis le diviseur en fraction ordinaire de l'unité principale, ce qui donne  $\frac{33193^i}{4320}$ ; ensuite, pour diviser par cette fraction, je multiplie le dividende par la fraction diviseur renversée.

Je multiplie par 4320, au moyen des parties aliquotes; pour la facilité du calcul, j'ai pris 96 pour 94, mais ensuite au produit j'ai retranché le double du produit de 0,01 par 4320. Enfin, divisant le produit  $1075453^m,2$  par 33193, j'obtiens pour le résultat demandé  $32^m,40$ .

La machine fait donc  $32^m,40$  par jour.

332. La plupart des peuples de l'Europe n'ayant pas adopté le système décimal pour les mesures dont ils se servent, sont obligés le plus souvent d'opérer sur des nombres complexes.

Voici un exemple de ces calculs.

En Angleterre, la livre (poids), unité de mesure des poids, se divise en 16 onces, l'once en 16 drachmes, la drachme en 30 grains.

La livre sterling, ou souverain, unité monétaire, vaut 20 shillings; le shilling, 12 deniers.

PROBLÈME. — Au prix de 4 shillings 8 deniers la livre (poids), combien coûteront 20 livres (poids) 6 onces  $\frac{1}{2}$ ?

	$4^s 8^d$	$20^l p 6^o \frac{1}{2}$
Je multiplie	20 <sup>l</sup> p...	80 <sup>h</sup>
par	6	10
	2	3 4 <sup>d</sup>
	4	1 2
	2	0 7
	$\frac{1}{2}$	0 1 $\frac{1}{2}$
	<hr/>	<hr/>
	$4^s \text{ouv} 15^s 2^d \frac{3}{4}$	

Je multiplie d'abord 4 shillings 8 deniers par 20 en commençant par les shillings; puis après avoir décomposé 8 deniers en  $6^d + 2^d$ , j'observe que  $1^s \times 20 = 20^s$ ; par conséquent  $6^d = \frac{1}{2}$  de shilling, multiplié par 20, donnera la moitié de  $20^s = 10^s$ ; pour 2 deniers le tiers de ce qu'ont produit 6 deniers.

Pour 6 onces, que je décompose en  $4^o + 2^o$ , je prends d'abord le quart de  $4^s 8^d$  et pour 2 onces la moitié du produit précédent; enfin pour  $\frac{1}{2}$  once, je prends le quart de ce qu'ont produit 2 onces.

Faisant la somme totale, j'obtiens pour le prix demandé 4 souverains 15 shillings 2 deniers  $\frac{3}{4}$ .

333. Comme exemple de division, résoudre la question inverse.

PROBLÈME. — Au prix de 4 souverains 15 shillings 2 deniers  $\frac{3}{4}$ , les 20 livres (poids) 6 onces  $\frac{1}{2}$ , à combien revient la livre?

	$4^s \text{ouv} 15^s 2^d \frac{3}{4}$	$20^l p 6^o \frac{1}{2}$
Je divise	32	16
	128	320
	10	6
15 <sup>sh</sup>	2	326
	2	2
	1	652
	2 <sup>d</sup>	1
$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	653 <sup>o</sup>
	$\frac{1}{4}$	$\frac{653^{\text{liv. p}}}{2} = 32$
	<hr/>	<hr/>
	$152^{\text{ouv}} 7^s 4^d \frac{653}{0^{\text{ouv}} 4^s 8^d}$	

20
3040
7
3047 <sup>sh</sup>
435
12
5220
4
5224 <sup>d</sup>

Pour cela, je commence par réduire le diviseur en expression fractionnaire de l'unité principale, ce qui donne  $\frac{653}{32}$  livres (poids); pour diviser par cette fraction, je multiplie le dividende par cette fraction renversée, ce qui revient à multiplier par 32 et à diviser le produit par 653.

Le produit du dividende par 32 est, comme on peut le voir par le tableau ci-dessus, 152 souverains, 7 shillings 4 deniers.

Divisant ce nombre complexe par 653, j'obtiens 0 souverains au quotient, et je réduis 152 souverains en shillings, en multipliant par 20 et ajoutant 7 shillings au produit, ce qui donne 3047 shillings qui, divisés par 653, donnent 4 shillings au quotient et 435 shillings pour reste: je réduis ce reste en deniers en multipliant par 12 et ajoutant 4 deniers au produit, ce qui donne 5224, qui, divisés par 653, donnent pour quotient exact 8 deniers.

La livre (poids) revient donc à 4 shillings 8 deniers.

#### Questionnaire.

Quelles sont les unités de mesure qui ne sont point soumises au système décimal? (318)

Qu'est-ce que le jour? (319)

Comment divise-t-on le jour? (319)

Qu'est-ce que la semaine? (320)

Qu'est-ce que le mois? (320)

Qu'est-ce que l'année? l'année commune? (321)

Comment divise-t-on les circonférences? (322)

Qu'est-ce qu'un degré, une minute, une seconde de degré? (322)

Qu'est-ce qu'un nombre complexe? (323)  
Comment écrit-on un nombre complexe? (323)

Peut-on réduire un nombre complexe en expression fractionnaire, et une expression fractionnaire en nombre complexe? (324)

Le calcul des nombres complexes ne peut-il pas être ramené au calcul des fractions ordinaires? (324)

Y a-t-il un moyen d'abrégé le calcul des nombres complexes? (326, 327, 328, 329, 331).

#### Problèmes sur le temps (XXIII).

1). Combien d'heures, de minutes et de secondes dans une année commune de 365 jours?

2). Combien y a-t-il de jours dans 46 ans, en comptant les années bissextiles?

3). Un élève dissipé perd environ 15 minutes par classe de 4 heures; estimez la perte de temps de cet élève par an en supposant qu'il y ait dans l'année 280 jours de travail et 2 classes par jour.

4). Une personne est née le 27 octobre 1798 et morte le 3 mars 1845; à quel âge est-elle morte en comptant les années bissextiles?

5). Trois ouvriers ont travaillé: le premier, 25 jours 6 heures  $\frac{1}{2}$ ; le deuxième, 18 jours 9 heures; le troisième, 20 jours 7 heures  $\frac{2}{3}$ ; com-

bien de temps ces trois ouvriers ont-ils travaillé en comptant la journée de travail de 12 heures?

6). Deux voyageurs ont fait le même chemin, le premier en 28 jours 5 heures 30 minutes; le deuxième en 25 jours 8 heures 50 minutes: ils marchaient tous les deux 14 heures par jour; combien le premier voyageur a-t-il mis plus de temps que le deuxième?

7). Un ouvrier payé à raison de 2 fr. 50 c. la journée a travaillé 15 journées 7 heures 30 minutes; la journée devait être de 12 heures; combien lui revient-il pour son travail?

8). Une machine fait 3 mètres 75 centimètres par heure; combien fera-t-elle en 4 jours 6 heures 40 minutes?

9). Un ouvrier payé à raison de 3 fr. 60 c. la journée de 12 heures a reçu 79 fr. 50 c.; combien de temps a-t-il travaillé?

10). Un train de chemin de fer parcourt, vitesse commune, 5 myriamètres en 1 heure, combien mettra-t-il de temps à parcourir 87 myriamètres 3 kilomètres?

#### Problèmes sur les degrés (XXIV).

1). La distance de l'équateur au pôle étant de 90 degrés, quelle est en myriamètres: 1° la longueur de 1 degré du méridien; 2° et en mètres la longueur de 1 minute de degré?

2). La longitude d'un lieu est l'arc de l'équateur compris entre le méridien du lieu et le méridien de Paris. La terre tournant sur elle-même en 24 heures présente successivement tous ses méridiens au soleil: 1° combien passe-t-il de degrés devant le soleil en 1 heure; 2° quelle heure est-il en un lieu dont la longitude orientale est de 35 degrés quand il est midi à Paris?

3). Quelle est la différence entre 30 degrés 25 minutes 15 secondes et 26 degrés 17 minutes 48 secondes?

4). La roue d'une machine fait un tour en 8 heures, combien de degrés parcourt en 1 heure chaque point de la circonférence de la roue?

5). En 1 heure, chaque point de la circonférence d'une roue parcourt 3 degrés 20 minutes; combien de temps mettra-t-il à parcourir 72 degrés 30 minutes 20 secondes?

6). L'eau d'un moulin fait monter un poids de 3 mètres 40 centimètres pour chaque degré de la roue; combien de degrés doit parcourir la roue pour que le poids soit monté de 17 mètres?

7). Dans une circonférence de 4 mètres de longueur, quelle est la longueur d'une portion de la circonférence de 35 degrés 20 minutes?

8). La terre, dans son mouvement autour du soleil parcourt envi-

ron 92 000 000 de myriamètres en un an : 1° combien par jour, par heure, par minute et par seconde ; 2° et en supposant que le centre de la terre parcourt une circonférence de cette longueur, quelle serait la longueur d'un degré, d'une minute et d'une seconde de cette circonférence ?

9). La distance entre Marseille et Paris exprimée en degrés du méridien est d'environ 5 degrés 30 minutes ; quelle est cette distance en kilomètres ?

10). La distance de deux villes placées sur le même méridien est de 1548 kilomètres ; quelle est la portion du méridien comprise entre ces deux villes ?

## LIVRE V.

### DES RAPPORTS.

#### 1. DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

**554.** On appelle *rapport* de deux grandeurs de même espèce le nombre qui exprimerait la mesure de la première si la seconde était prise pour unité.

Soit par exemple une longueur qui renferme exactement 7 mètres, le rapport de cette longueur au mètre est égal à 7 ; il serait 0,5 si la longueur ne renfermait que 5 décimètres.

**555.** On appelle commune mesure de deux grandeurs de même espèce, une troisième quantité de même espèce qui est contenue exactement dans les deux premières. Un nombre qui divise exactement deux autres nombres, est la commune mesure de ces deux nombres.

**556.** Lorsque deux grandeurs de même espèce ont été évaluées en nombre, en les comparant à une commune mesure, leur rapport est le même que le quotient des nombres qui les représentent.

Je suppose, par exemple, qu'on ait mesuré deux poids en prenant le kilogramme pour unité et que le premier soit égal à 3<sup>kilog</sup>,28 et le second à 5<sup>kilog</sup>,3 ; on pourra prendre le décagramme pour commune mesure des deux poids et dire que le premier vaut 328 décagrammes et le second 530 ; le rapport du premier poids au second sera alors  $\frac{328}{530}$  ou, ce qui est la même chose,  $\frac{3,28}{5,3}$ .

**557.** Quand on considère le rapport de deux grandeurs