ron 92 000 000 de myriamètres en un an : 1° combien par jour, par heure, par minute et par seconde ; 2° et en supposant que le centre de la terre parcoure une circonférence de cette longueur, quelle serait la longueur d'un degré, d'une minute et d'une seconde de cette circonférence ?

9). La distance entre Marseille et Paris exprimée en degrés du méridien est d'environ 5 degrés 30 minutes ; quelle est cette distance en kilomètres ?

10). La distance de deux villes placées sur le même méridien est de 1548 kilomètres ; quelle est la portion du méridien comprise entre ces deux villes ?

LIVRE V.

DES RAPPORTS.

1. DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

334. On appelle *rapport* de deux grandeurs de même espèce le nombre qui exprimerait la mesure de la première si la seconde était prise pour unité.

Soit par exemple une longueur qui renferme exactement 7 mètres, le rapport de cette longueur au mètre est égal à 7 ; il serait 0,5 si la longueur ne renfermait que 5 décimètres.

335. On appelle commune mesure de deux grandeurs de même espèce, une troisième quantité de même espèce qui est contenue exactement dans les deux premières. Un nombre qui divise exactement deux autres nombres, est la commune mesure de ces deux nombres.

336. Lorsque deux grandeurs de même espèce ont été évaluées en nombre, en les comparant à une commune mesure, leur rapport est le même que le quotient des nombres qui les représentent.

Je suppose, par exemple, qu'on ait mesuré deux poids en prenant le kilogramme pour unité et que le premier soit égal à $3^{\text{kilog}},28$ et le second à $5^{\text{kilog}},3$; on pourra prendre le décagramme pour commune mesure des deux poids et dire que le premier vaut 328 décagrammes et le second 530 ; le rapport du premier poids au second sera alors $\frac{328}{530}$ ou, ce qui est la même chose, $\frac{3,28}{5,3}$.

337. Quand on considère le rapport de deux grandeurs exprimées en nombres, on appelle *antécédent* celui des deux nombres qu'on énonce le premier; *conséquent*, le second. Les deux nombres pris ensemble s'appellent les deux termes du rapport.

338. Le rapport de deux nombres s'indique en séparant l'antécédent du conséquent par deux points placés l'un sous l'autre ou bien par le trait des fractions.

Ainsi le rapport de 15 à 3 s'indique par 15 : 3 ou $\frac{15}{3}$; si l'on comparait au contraire 3 à 15, le rapport s'indiquerait par 3 : 15 ou $\frac{3}{15}$, et il serait l'inverse du précédent.

Un rapport ne change pas quand on multiplie ou qu'on divise ses deux termes par un même nombre.

En effet, le quotient de deux nombres reste le même quand on les multiplie ou qu'on les divise tous les deux par le même nombre.

339. On simplifie un rapport de même qu'on simplifie une fraction en divisant ces deux termes par un même nombre.

Ainsi le rapport 360 : 370 peut s'exprimer par les nombres plus simples 4 : 3.

340. Pour trouver le rapport entre deux fractions, on les réduit au même dénominateur, et l'on prend le rapport des deux numérateurs.

Ainsi le rapport $\frac{3}{4} : \frac{5}{12}$ ou $\frac{36}{48} : \frac{20}{48}$ est le même que le rapport 36 : 20; en effet, cela revient à multiplier les deux termes du rapport par 48.

Au reste la division des deux fractions aurait donné plus promptement le même résultat; car $\frac{3}{4} : \frac{5}{12} = \frac{3}{4} \times \frac{12}{5} = \frac{36}{20}$ qu'on peut exprimer par 36 : 20.

En simplifiant ce rapport, on trouve 9 : 5.

341. Deux rapports sont égaux lorsqu'ils sont réductibles aux mêmes termes les plus simples.

Ainsi 32 : 40 et 28 : 35 sont deux rapports égaux parce qu'ils peuvent être réduits l'un et l'autre au rapport 4 : 5.

342. Il suit de là que les deux termes d'un rapport non réduit sont les mêmes multiples des termes du rapport irréductible qui lui correspond.

Ainsi $32 = 4 \times 8$ et $40 = 5 \times 8$, de même que $28 = 4 \times 7$ et $35 = 5 \times 7$.

343. Par conséquent, si l'on ajoute terme à terme deux ou plusieurs rapports égaux, les deux sommes formeront encore le même rapport.

Car les deux termes de ce dernier rapport seront encore les mêmes multiples des termes du rapport irréductible qui correspond aux rapports égaux.

Ainsi les rapports 32 : 40, 28 : 35, 36 : 45, donnent par la somme des termes $32 + 28 + 36 = 96 : 40 + 35 + 45 = 120$, qui est réductible pareillement à 4 : 5 comme les rapports égaux proposés.

344. Lorsqu'un rapport dont les deux termes sont des nombres très-grands ne peut pas être réduit, on peut en obtenir autant de rapports approchés que l'on voudra par la méthode suivante :

Soit le rapport 3425 : 14297, n° **187**; je divise les deux termes par le plus petit et j'obtiens à l'aide des décimales le rapport 1 : 4,1743065...

Multipliant successivement par 1, 2, 3... 9, 10, 100, les deux termes de ce rapport, en ayant égard à la correction du n° **226**, j'obtiendrai les rapports approchés suivants :

1 : 4	10 : 42	100 : 417
2 : 8	20 : 83	200 : 835
3 : 12	30 : 125	300 : 1252
4 : 16	40 : 167	400 : 1670
5 : 21	50 : 209	500 : 2087
6 : 25	60 : 250	600 : 2504
7 : 29	70 : 292	700 : 2922
8 : 33	80 : 334	800 : 3339
9 : 37	90 : 375	900 : 3757

Maintenant ajoutant terme à terme un des rapports de la deuxième colonne avec un rapport de la première, je pourrai former autant de rapports approchés que je voudrai; je trouve ainsi :

11 : 46	21 : 87
12 : 50	22 : 91
13 : 54, etc.	23 : 95, etc.

de même, les rapports de la troisième colonne avec ceux de la deuxième et de la première donneront :

101 : 421	110 : 459
102 : 425	120 : 500
103 : 429	130 : 542
104 : 433, etc.	140 : 584, etc

2. CONVERSION DES ANCIENNES MESURES ET DES MESURES ÉTRANGÈRES EN NOUVELLES MESURES FRANÇAISES.

345. Anciennement chaque province, chaque ville de France avait ses mesures particulières, et c'est pour faire cesser cet inconvénient fâcheux pour les relations entre les habitants des différentes parties de la France qu'on a dû adopter un système uniforme de mesures.

346. Le rapport de ces anciennes mesures et des mesures étrangères avec les mesures métriques est indiqué, soit dans les ouvrages de géographie, soit dans d'autres ouvrages spéciaux. On peut au surplus les trouver facilement par la comparaison avec les mesures françaises. Voici comment on peut obtenir ces rapports pour les monnaies.

Problème. — Soit proposé, par exemple, de déterminer la valeur *intrinsèque* de la livre sterling d'Angleterre, sachant que la livre sterling pesant $7^{gr},97$ est au titre de 0,910.

Je cherche d'abord la quantité d'or pur contenue dans la pièce; cette quantité est $7^{gr},97 \times 0,910 = 7^{gr},2527$.

Mais puisque 4 grammes $\frac{1}{2}$ d'argent pur valent 1 fr., $1^{gr} = 1^{fr}$ divisé par $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$, et par conséquent $\frac{2}{9}^{fr}$ ou bien $0^{fr},2222...$ L'or pur valant 15 fois $\frac{1}{2}$ la valeur de l'argent à poids égal, 1 gramme d'or vaudra $0,2222... \times 15\frac{1}{2} = 3^{fr}\frac{4}{9}$.

Donc la livre sterling vaudra $3^{fr}\frac{4}{9} \times 7,2527 = 24^{fr},981$.

On ne reçoit pas les pièces étrangères pour leur valeur intrinsèque, parce qu'elles n'ont pas cours en France, et encore parce que, pour en faire de la monnaie française, il faudrait les travailler pour les réduire au titre légal, ce qui diminuerait la valeur de tout le prix de fabrication.

347. Lorsque les rapports entre les mesures ne sont pas donnés directement, on opère d'après la règle suivante, qu'on nomme règle *conjointe.*

3. RÈGLE CONJOINTE.

348. *Pour convertir des mesures en d'autres par le moyen de mesures intermédiaires, on écrit les nombres de même valeur en regard les uns des autres de manière que les mesures de même espèce se trouvent*

alternativement sur deux colonnes, le premier nombre de la 1^{re} colonne est le nombre inconnu qu'on désigne par x, et le dernier nombre de la 2^{e} colonne est de la même espèce que x. Cela fait, on multiplie entre eux tous les nombres de la 2^{e} colonne, et l'on divise ce produit par le produit de tous les nombres qui se trouvent dans la 1^{re} colonne excepté x; le quotient est la valeur de x, que l'on veut obtenir.

Problème. Combien le pied anglais vaut-il en mètres, sachant que 19 pieds anglais valent 15 pieds anciens de France, et que 6 pieds anciens de France valent $1^{m},949$?

Disposition du calcul.

x mètres	1 pied anglais.
16 pieds anglais	15 pieds de France.
6 pieds de France	$1^{m},949$.

$$x = \frac{1^{m},949 \times 15 \times 1}{6 \times 16} = 0^{m},304.$$

En effet : 1° puisque 6 pieds anciens de France; valent $1^{m},949$, 1 pied de France vaut $\frac{1^{m},949}{6}$; 2° 16 pieds anglais valent 15 pieds anciens de France, un pied anglais vaut $\frac{15}{16}$ pieds de France ; par conséquent 1 pied anglais vaut les

$$\frac{15}{16} \text{ de } \frac{1^{m},949}{6} = \frac{1^{m},949}{6} \times \frac{15}{16} = \frac{1^{m},949 \times 15}{6 \times 16}.$$

On voit que ce n'est qu'une application des fractions de fractions.

On abrégera les calculs en supprimant le facteur 3 au numérateur et au dénominateur, ce qui donne

$$\frac{1^{m},949 \times 5}{2 \times 16} = \frac{9^{m},745}{32} = 0^{m},304.$$

349. La règle conjointe prend le nom d'*arbitrage* quand elle sert à comparer des monnaies de divers pays; ce qui est d'un fréquent usage dans les opérations de banque.

Problème. 4 roubles de Russie valent 37 sous de Hambourg; 160 marcs de banque (le marc vaut 16 sous) de Hambourg valent 141 florins d'Amsterdam : 227 florins d'Amsterdam font 480 francs; combien valent 4000 roubles en francs?

x francs,	4000 roubles.
4 roubles,	37 sous de Hambourg.
$16^{s} \times 160 = 2560$ sous de Hambourg,	141 florins.
227 florins,	480 francs.

$$x = \frac{480^{fr} \times 141 \times 37 \times 4000}{227 \times 2560 \times 4} = 4309^{fr},20,$$

à moins d'un centime près.

Questionnaire.

Qu'appelle-t-on rapport? (334).
Qu'entend-on par commune mesure de deux grandeurs? (335)
Comment trouve-t-on le rapport de deux grandeurs de même espèce évaluées en nombre? (336)
Que signifient les mots *antécédent*, *conséquent?* (337)
Qu'entend-on par les termes d'un rapport?
Comment indique-t-on un rapport? (338)
Démontrer qu'un rapport ne change pas quand on multiplie ou qu'on divise ses deux termes par le même nombre? (338)
Comment simplifie-t-on un rapport? (339)
Comment trouve-t-on le rapport entre deux fractions? (340)
Qu'entend-on par des rapports égaux? (341)
Démontrer que si l'on ajoute terme à terme deux ou plusieurs rapports égaux, les deux sommes forment le même rapport. (343)
Comment peut-on trouver autant de rapports approchés qu'on voudra lorsque les deux termes d'un rapport irréductible sont des nombres considérables? (344)
Comment trouve-t-on le rapport entre les mesures étrangères et les mesures françaises? (346)
Comment trouve-t-on ce rapport particulièrement pour les monnaies? (346)
Qu'est-ce que la règle conjointe? (347)
En quoi consiste-t-elle?
Qu'est-ce que la règle d'arbitrage? (349)

Problèmes de récapitulation générale sur les nombres entiers et décimaux, sur les fractions et les rapports (XXV).

1). Qu'est-ce que le tiers et demi d'un nombre? de 36 fr.?

2). Deux personnes se partagent 240 fr. : la première en a la $\frac{1}{2}$, et la deuxième le $\frac{1}{3}$; combien la première a-t-elle de plus que la deuxième?

3). On a partagé également 25 pommes entre 3 enfants; combien chacun a-t-il eu de pommes?

4). Un héritage de 36000 fr. doit être partagé entre 3 personnes : la première en a la $\frac{1}{2}$, la deuxième le $\frac{1}{3}$; quelle portion de l'héritage la troisième a-t-elle, et combien chaque personne recevra-t-elle?

5). Un marchand a vendu deux coupons d'une pièce d'étoffe, le premier de $\frac{1}{3}$, le deuxième de $\frac{1}{4}$; combien reste-t-il de la pièce?

6). Deux personnes ont dépensé 12 fr. 60 c., la première en a payé les $\frac{3}{4}$; combien chaque personne a-t-elle payé?

7). Une personne a acheté $\frac{1}{2}$ kilogramme de café à 1 fr. 80 c. le kilogramme, et 3 kilogrammes d'une autre marchandise à 1 fr. 15 c.; combien a-t-elle payé en tout?

8). Un épicier a vendu, au prix de 1 fr. 90 c. le kilogramme, 38 kilogrammes d'huile qu'il a payée à raison de 150 fr. les 100 kilogrammes; quel est son bénéfice?

9). Un marchand de vin fait un mélange de 3 pièces de Bordeaux ordinaire à 75 fr. la pièce avec 5 pièces de petit Médoc à 125 fr. la pièce; combien doit-il vendre le mélange s'il veut gagner 130 fr. sur le tout?

10). Une pièce de vin de 300 bouteilles a coûté 60 fr. d'achat; les frais de transport s'élèvent à 4 fr. 50 c., les droits d'entrée à 37 fr.; à combien revient la bouteille?

11). Un sac de blé de 1 hectolitre $\frac{1}{2}$ pèse à peu près 120 kilogrammes en bon grain; quelle est la charge d'une voiture qui transporte 18 sacs de blé, et combien d'hectolitres en tout?

12). Avec 3 kilogrammes de bonne farine de froment on peut faire 4 kilogrammes de pain; un sac de farine pèse 157 kilogrammes $\frac{1}{2}$; combien pourra-t-on faire de pains de 2 kilogrammes avec un sac de farine?

13). Un vaisseau a pour 25 jours de vivres : si le voyage devait durer 8 jours de plus, de combien la ration de l'équipage serait-elle réduite?

14). La hauteur de la colonne Vendôme à Paris est de 40 mètres 50 centimètres; combien faudrait-il de pièces de 5 fr. empilées les unes sur les autres pour faire cette hauteur? la pièce de 5 fr. a $2^{\text{millim}},30$.

15). Deux fontaines coulent ensemble dans un bassin : la première le remplirait en 3 heures $\frac{1}{2}$ et la deuxième en 4 $\frac{1}{5}$; quelle partie du bassin remplissent-elles en 1 heure?

16). Quelle somme faut-il avoir, au moins, pour pouvoir donner 15 c. à chacun de 140 pauvres?

17). Quel est le nombre qui est égal à 38 fois la dixième partie de 4,75?

18). Si l'on augmente de 45 fr. le prix d'une pièce de Bordeaux de 300 bouteilles, de combien le prix de la bouteille serait-il augmenté?

19). Si la pièce de Bordeaux, au même prix, contenait 45 bouteilles de moins, de combien le prix de la bouteille serait-il augmenté?

20). On a vendu les $\frac{5}{7}$ d'une pièce d'étoffe, et il en reste encore 42 mètres; de combien de mètres était la pièce?

21). On a vendu d'abord $\frac{1}{5}$ d'une pièce de drap, ensuite les $\frac{3}{4}$ de ce qui reste, et après cette seconde vente il ne reste plus qu'un coupon de 16 mètres; quelle est la longueur de la pièce de drap?

22). La lumière du soleil arrive à la terre en 8 minutes 13 secondes; quelle est la vitesse de la lumière par seconde, en supposant la distance de la terre au soleil de 17 millions de myriamètres?

23). Deux ouvriers peuvent faire un même ouvrage, le premier en 2 jours $\frac{1}{2}$, le deuxième en 3 jours $\frac{1}{3}$; si on les fait travailler ensemble, quelle portion d'ouvrage feront-ils en un seul jour?

24). 28,783 est le produit de deux nombres dont l'un est 2,69; quel est l'autre nombre?

25). On a payé à un relieur 100 fr. pour la reliure de 80 volumes d'un même ouvrage; à combien revient la reliure du volume?

26). On a payé 255 fr. pour façon de 14 douzaines $\frac{1}{6}$ de chemises; à combien revient la façon d'une chemise?

27). On a multiplié deux nombres décimaux dont l'un avait 5 chiffres décimaux et l'autre 4; quelle est la plus petite unité sous-décuple du produit?

28). Un vase rempli d'eau pèse 28 kilogrammes 50 décagrammes, vide il ne pèse que 2 kilogrammes 30 décagrammes; quelle est la capacité du vase?

29). On a partagé une pile de bois à brûler contenant 26 stères 4 décistères entre 6 personnes; combien chaque personne a-t-elle reçu de stères de bois, et à combien revient la part de chacune, si le stère coûte 18 fr. 50 c.?

30). Un sac rempli de pièces de 5 fr. pèse 6 kilogrammes 75 décagrammes, le sac vide pèse 4 hectogrammes; quelle est la somme d'argent renfermée dans le sac?

31). Un homme de force moyenne peut porter 130 kilogrammes; quelle somme pourra-t-il porter 1° en argent, 2° en or?

32). Un marchand de drap n'a pu revendre que 360 fr. une pièce

de drap; ce sont les $\frac{5}{6}$ du prix d'achat; combien la pièce lui a-t-elle coûté?

33). Quel est le nombre tel que l'excès de ses $\frac{3}{4}$ sur ses $\frac{2}{3}$ est égal à 3?

34). Quelle est la somme en or dont le poids équivaut à celui de 2 litres 5 décilitres d'eau prise dans les conditions du gramme?

35). On a partagé une somme entre 3 personnes, dont la première a eu la $\frac{1}{2}$, la deuxième les $\frac{2}{3}$ du reste, et la troisième 63 fr.; quelle était la somme à partager, et combien chaque personne a-t-elle reçu?

36). Quel est le nombre dont la somme du tiers et du quart diminuée des $\frac{5}{9}$ du même nombre est égal à 10?

37). Une locomotive parcourt 20 kilomètres en 30 minutes; combien de temps mettra-t-elle pour parcourir 180 kilomètres?

38). Un épicier a retiré 18 fr. 50 c. dans sa journée, de la vente d'une égale quantité de sucre à 2 fr. 35 c., et de café à 2 fr. 65 c. le kilogramme, combien a-t-il vendu de kilogrammes de chaque denrée?

39). Un marchand a acheté en fabrique 18 douzaines de vases à 16 fr. la douzaine; en les transportant, il casse 8 vases; à quel prix doit-il revendre chaque vase restant, s'il veut faire un bénéfice de 40 fr.?

40). Un épicier a vendu de la chandelle à 1 fr. 30 c. le kilogramme, et de l'huile à brûler à 1 fr. 50 c., il a retiré pour le tout 86 fr. 90 c.; il a vendu 38 kilogrammes de chandelle; combien d'huile à brûler?

41). On peut faire la longueur du mètre en plaçant à la suite les unes des autres des pièces de 2 fr. et de 1 fr. dont les diamètres sont de 27 millimètres et de 23 millimètres; quelle est la somme en argent que l'on obtient ainsi?

42). La surface totale des murs d'un appartement est de 118 mètres carrés 15 décimètres carrés, la surface des portes, des croisées, des glaces et des lambris est de 29 mètres carrés 50 décimètres carrés; combien recevra le peintre qui a mis l'appartement en couleur, à raison de 1 fr. 20 c. le mètre carré?

43). On estime que la vitesse d'un chemin de fer est de 4 myriamètres à l'heure; combien de temps met-on, en chemin de fer, pour aller de Paris à Rouen dont la distance est de 136 kilomètres; et combien va-t-on plus vite qu'un courrier qui parcourrait cette distance en 10 heures.

44). En 1600, la superficie de Paris était de 576 hectares 80 ares; en 1840 elle était de 34 $\frac{1}{2}$ kilomètres carrés; de combien la superficie de Paris s'est-elle accrue depuis 1600 jusqu'en 1840?

45). On compte environ 16 pavés $\frac{1}{2}$ par mètre carré; combien y a-t-il de pavés sur une route dont la superficie est de 14 kilomètres carrés 25 hectomètres carrés?

46). En évaluant à 16,60 pavés par mètre carré, le prix de chaque pavé à 44 centimes, le mètre carré de sable sur 22 centimètres d'épaisseur à 1 fr. 10 c. et à 45 centimes la main-d'œuvre, à combien revient le mètre carré de pavage?

47). Le mètre cube de bois de chêne coûte 80 fr. et le transport à 100 mètres de distance 1 fr. 55 c.; à combien reviennent 2 mètres cubes 125 décimètres cubes transportés à 320 mètres?

48). Un litre de vin de Bordeaux pèse 993 grammes 9 décigrammes, le fût pèse 24 kilogrammes, et le poids brut de la pièce 302 kilogrammes 292 grammes; combien de litres de vin contient la pièce?

49). Un bassin de 360 mètres cubes est rempli par deux fontaines dont la première donne 20 litres d'eau et la seconde 30 à l'heure; en combien de temps le bassin sera-t-il rempli?

50). Une propriété de 21 hectares 60 ares a coûté 43200 fr.; en revendant les $\frac{2}{3}$ du terrain l'acheteur a recouvré le prix d'achat; combien a-t-il vendu l'hectare?

51). Avec un lingot d'argent du poids de 3 kilogrammes 60 décagrammes, combien peut-on faire de pièces de 5 fr., et pour quelle somme?

DEUXIÈME PARTIE.

APPLICATIONS.

LIVRE PREMIER.

APPLICATIONS ARITHMÉTIQUES.

§ I. PROBLÈMES RÉSOLUS A L'AIDE DES QUATRE RÈGLES.

1. PROBLÈMES SUR DES QUESTIONS GÉNÉRALES.

350. Dans tout problème d'arithmétique, l'*énoncé* renferme des nombres connus et des nombres inconnus.

Résoudre un problème, c'est déterminer les nombres inconnus à l'aide d'opérations faites sur les nombres connus.

351. Tous les problèmes que l'on peut proposer sur les nombres se réduisent toujours à une ou plusieurs des opérations fondamentales qui viennent d'être exposées. Mais il ne suffit pas de savoir faire ces opérations, il faut avant tout distinguer dans chaque cas particulier quelles opérations on doit effectuer pour obtenir la solution du problème.

352. Les problèmes proposés jusqu'ici ne donnaient lieu qu'à une ou deux opérations indiquées par l'énoncé lui-même; mais lorsque le problème exige un plus grand nombre d'opérations, il faut examiner attentivement l'énoncé et raisonner sur les nombres connus et inconnus, afin de reconnaître quelles sont les opérations qu'on doit effectuer et comment elles doivent se lier les unes aux autres.