46). En évaluant à 16,60 pavés par mètre carré, le prix de chaque pavé à 44 centimes, le mètre carré de sable sur 22 centimètres d'épaisseur à 1 fr. 10 c. et à 45 centimes la main-d'œuvre, à combien revient le mètre carré de pavage ?

47). Le mètre cube de bois de chêne coûte 80 fr. et le transport à 100 mètres de distance 1 fr. 55 c.; à combien reviennent 2 mètres cubes 125 décimètres cubes transportés à 320 mètres?

48). Un litre de vin de Bordeaux pèse 993 grammes 9 décigrammes, le fût pèse 24 kilogrammes, et le poids brut de la pièce 302 kilogrammes 292 grammes; combien de litres de vin contient la pièce?

49). Un bassin de 360 mètres cubes est rempli par deux fontaines dont la première donne 20 litres d'eau et la seconde 30 à l'heure ; en combien de temps le bassin sera-t-il rempli ?

50). Une propriété de 21 hectares 60 ares a coûté 43200 fr.; en revendant les $\frac{2}{3}$ du terrain l'acheteur a recouvré le prix d'achat ; combien a-t-il vendu l'hectare ?

51). Avec un lingot d'argent du poids de 3 kilogrammes 60 décagrammes, combien peut-on faire de pièces de 5 fr., et pour quelle somme?

DEUXIÈME PARTIE.

APPLICATIONS.

LIVRE PREMIER.

APPLICATIONS ARITHMÉTIQUES.

---

§ I. PROBLÈMES RÉSOLUS A L'AIDE DES QUATRE RÈGLES.

1. PROBLÈMES SUR DES QUESTIONS GÉNÉRALES.

350. Dans tout problème d'arithmétique, l'*énoncé* renferme des nombres connus et des nombres inconnus.

Résoudre un problème, c'est déterminer les nombres inconnus à l'aide d'opérations faites sur les nombres connus.

351. Tous les problèmes que l'on peut proposer sur les nombres se réduisent toujours à une ou plusieurs des opérations fondamentales qui viennent d'être exposées. Mais il ne suffit pas de savoir faire ces opérations, il faut avant tout distinguer dans chaque cas particulier quelles opérations on doit effectuer pour obtenir la solution du problème.

352. Les problèmes proposés jusqu'ici ne donnaient lieu qu'à une ou deux opérations indiquées par l'énoncé lui-même; mais lorsque le problème exige un plus grand nombre d'opérations, il faut examiner attentivement l'énoncé et raisonner sur les nombres connus et inconnus, afin de reconnaître quelles sont les opérations qu'on doit effectuer et comment elles doivent se lier les unes aux autres.

Exemples.

353. PROBLÈME 1. Quel est le nombre dont la $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{3}$ et le $\frac{1}{4}$ réunis font 39?

SOLUTION. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{13}{12}$.

Je puis donc simplifier l'énoncé et dire *quel est le nombre dont les* $\frac{13}{12}$ *font* 39?

Si les $\frac{13}{12}$ du nombre inconnu font 39, $\frac{1}{12}$ sera 13 fois plus petit que 39 ou $\frac{39}{13}$, et les $\frac{12}{12}$ ou le nombre lui-même seront 12 fois plus grands que $\frac{39}{13}$; $\frac{39}{13}\times 12=\frac{39\times 12}{13}=36$.

Avant de faire le calcul, on pourrait remarquer que $\frac{39}{13}=3$, dès lors le résultat était tout trouvé : $3\times 12=36$.

354. PROBLÈME 2. 30 ouvriers ont fait 135 mètres d'un certain ouvrage, combien 43 ouvriers de la même force en feraient-ils?

SOLUTION. Puisque 30 ouvriers ont fait 135 mètres, 1 seul ouvrier en ferait 30 fois moins ou $\frac{135}{30}$ et 43 ouvriers 43 fois plus que $\frac{135}{30}$ ou $\frac{135\times 43}{30}=193^{\text{mèt}},50$.

355. PROBLÈME 3. 5 kilogrammes d'une marchandise ont coûté 7 fr. 50 cent., combien coûteront 28 kilogrammes?

SOLUTION. Puisque 5 kilogrammes coûtent 7 fr. 50 c., 1 seul kilogramme coûtera 5 fois moins, ou $\frac{7{,}50}{5}$ et 28 kilogrammes 28 fois plus que $\frac{7{,}50}{5}$ ou $\frac{7{,}50\times 28}{5}=42$ fr.

PROBLÈME 4. On a payé 120 francs pour 8 mètres de drap, combien aurait-on de mètres du même drap pour 75 francs?

SOLUTION. Puisque pour 120 fr. on a eu 8 mètres, pour 1 fr. on aurait 120 fois moins, ou $\frac{8^{\text{m}}}{120}$, et pour 75 fr. on aura 75 fois plus ou $\frac{8\times 75^{\text{m}}}{120}=5$ mètres.

356. PROBLÈME 5. 10 ouvriers ont mis 24 jours pour faire un certain ouvrage, combien faudrait-il d'ouvriers pour faire le même ouvrage en 40 jours?

SOLUTION. Puisqu'il faut 24 jours à 10 ouvriers pour faire l'ouvrage, pour l'achever en 1 jour il faudrait 24 fois plus d'ouvriers ou 10×24; et pour le faire en 40 jours, 40 fois moins d'ouvriers, ou $\frac{10\times 24}{40}=6$.

357. PROBLÈME 6. 25 mètres d'étoffe à $\frac{2}{3}$ de large ont coûté 48 francs, à combien reviendraient 12 mètres d'étoffe de la même qualité, mais qui auraient $\frac{3}{4}$ de large?

SOLUTION. Si 25 mètres à $\frac{2}{3}^{\text{m}}$ de large ont coûté 48 fr., 1 mètre à $\frac{2}{3}$ coûtera 25 fois moins ou $\frac{48}{25}$ f.; 1 mètre à $\frac{1}{3}$ coûtera 2 fois moins ou $\frac{48}{25\times 2}$; 1 mètre à $\frac{3}{3}$ ou 1 mètre de large, 3 fois plus ou $\frac{48\times 3}{25\times 2}$; 1 mètre à $\frac{3}{4}$ coûtera les $\frac{3}{4}$ du prix précédent ou $\frac{48\times 3\times 3}{25\times 2\times 4}$; enfin, 12 mètres à $\frac{3}{4}$ coûteront 12 fois plus ou $\frac{48\times 3\times 3\times 12}{25\times 2\times 4}$.

On achèvera les calculs en supprimant le facteur 8 commun au numérateur et au dénominateur, ce qui donne $\frac{6\times 3\times 3\times 12}{25}=\frac{54\times 12}{25}=\frac{648}{25}=25$ fr. 92 cent.

On obtiendra promptement le résultat en observant que $\frac{648}{25}=648\times\frac{1}{25}=648\times\frac{4}{100}=\frac{2592}{100}=25$ fr. 92 cent. Ce qui revient à multiplier 648 par 4 et à séparer deux chiffres décimaux sur la droite du produit.

358. PROBLÈME 7. Deux ouvriers travaillent au même ouvrage : le premier pourrait le faire en 15 jours et le second en 18; combien de temps mettront-ils pour l'achever, en travaillant ensemble?

SOLUTION. Puisque les 2 ouvriers travaillant seuls pourraient achever l'ouvrage en 15 jours et en 18 jours, en 1 jour le premier ne fait que $\frac{1}{15}$ et le second que $\frac{1}{18}$ de l'ouvrage; à eux deux ils en feront en 1 jour $\frac{1}{15}+\frac{1}{18}=\frac{33}{270}$; puisqu'ils font les $\frac{33}{270}$ de l'ouvrage en 1 jour, ils en feront $\frac{1}{270}$ en 33 fois moins de temps, ou $\frac{1}{33}$, et les $\frac{270}{270}$ en 270 fois plus de temps, ou $\frac{1\times 270}{33}=8^{\text{j}}\ 2^{\text{h}}$, en supposant la journée de travail de 11 heures.

359. PROBLÈME 8. Trois fontaines coulent ensemble dans un bassin : la première le remplirait seule en 18 heures, la deuxième en 20 heures, et la troisième en 24 heures; dans combien d'heures le bassin sera-t-il rempli?

SOLUTION. Les fontaines rempliraient séparément en 1 heure, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{24}$ du bassin, et par conséquent en 1 heure à elles trois elles rempliraient $\frac{1}{18}+\frac{1}{20}+\frac{1}{24}$ du bassin.

Je réduis ces trois fractions au même dénominateur 360, ce qui donne pour la somme $\frac{53}{360}$; par conséquent, puisqu'elles remplissent les $\frac{53}{360}$ du bassin en 1 heure, elles rempliront $\frac{1}{360}$ en $\frac{1^h}{53}$, et les $\frac{360}{360}$ ou le bassin en $\frac{1 \times 360}{53} = 6$ heures $\frac{42}{53}$.

Si l'on voulait réduire la fraction $\frac{42}{53}$ d'heure en minutes, on n'aurait qu'à prendre les $\frac{42}{53}$ de 60 minutes, ce qui donne $\frac{60 \times 42}{53} = \frac{2520^m}{53} = 47^m \frac{29}{53}$.

On pourrait de même réduire $\frac{29}{53}$ de minute en secondes.

360. Problème 9. Les deux aiguilles d'une montre marquent midi, à quelle heure se rencontreront-elles pour la première fois et combien de fois dans 12 heures ?

Solution. L'aiguille des minutes allant plus vite que celle des heures, ne rencontrera celle-ci qu'après avoir fait une fois le tour du cadran, plus la distance que l'aiguille des heures aura parcourue. Elle a donc 60 divisions du cadran de retard sur l'aiguille des heures ; mais comme l'aiguille des minutes parcourt en 1 heure 60 divisions pendant que l'aiguille des heures n'en parcourt que 5, elle gagne sur celle-ci 55 divisions en une heure. Elle gagne donc une seule division en $\frac{1}{55}$ d'heure et les 60 divisions en $\frac{60}{55}$ d'heure $= 1$ heure $\frac{1}{11}$; il sera donc 1 heure 5 minutes $\frac{5}{11}$. Les aiguilles se rencontreront 11 fois en 12 heures; car $12^h : \frac{60}{55} = \frac{12 \times 55}{60} = 11$.

361. Problème 10. Pour 270 fr. on a acheté un certain nombre de mètres de drap ; on en aurait eu 2 de plus pour 306 fr.; combien de mètres a-t-on achetés et quel est le prix du mètre ?

Solution. $306^{fr} - 270^{fr} = 36^{fr}$ représentent le prix de 2 mètres; par conséquent le mètre coûtera $\frac{36^{fr}}{2} = 18^{fr}$ et le nombre de mètres est $\frac{270}{18} = 15$.

362. Problème 11. Trouver deux nombres dont la somme soit 51 et la différence 13.

Solution. Je suppose pour un moment que les deux nombres cherchés soient égaux entre eux et à la moitié de 51, c'est-à-dire $\frac{51}{2}$. Comme la différence entre ces 2 nombres serait 0 au lieu de 13, ce ne sont pas les nombres demandés; mais chaque $\frac{1}{2}$ que j'ôterai à l'un pour l'ajouter à

CAPILLA
BIBLIOTECA UNIVERSIT

l'autre, donnera 1 de différence entre les nombres ainsi modifiés ; donc pour que la différence soit 13, il faudra retrancher de l'un $\frac{13}{2}$ pour l'ajouter au second.

Le plus grand nombre sera donc $\frac{51}{2} + \frac{13}{2} = \frac{51+13}{2} = 32$, et le plus petit $\frac{51}{2} - \frac{13}{2} = \frac{51-13}{2} = 19$.

De là cette règle générale :

Règle. *Connaissant la somme et la différence de deux nombres inconnus, on trouve le plus grand en ajoutant à la demi-somme donnée la demi-différence aussi donnée, et le plus petit en retranchant de la demi-somme la demi-différence.*

363. Problème 12. On a payé 69 fr. pour 25 bouteilles de vin de deux qualités différentes, à 2 fr. 40 c. et à 3 fr.; combien a-t-on acheté de bouteilles de chaque espèce ?

Solution. A 3 fr. la bouteille, les 25 bouteilles seraient revenues à 75 fr., c'est-à-dire à 6 fr. de plus que le véritable prix d'achat; mais chaque bouteille de 2 fr. 40 c. substituée à une bouteille de 3 fr. diminue la dépense de $3^{fr} - 2^{fr},40 = 0^{fr},60$; il faudra donc substituer $\frac{6}{0,60} = 10$ bouteilles à 2 fr. 40 c. On a donc acheté 10 bouteilles de la première qualité et 15 de la seconde.

364. Problème 13. *Trouver deux nombres entiers dont le produit soit 84 et la somme 19.*

Solution. Je cherche les diviseurs de 84 ainsi qu'il suit: 84 est divisible par 2 puisqu'il est terminé par un chiffre pair, et en prenant la moitié de 84 pour avoir le facteur correspondant, je trouve 42, et par conséquent 2 et 42 pour les deux facteurs correspondants.

84 est divible par 3, puisque la somme 12 de ses chiffres est un nombre divisible par 3; j'obtiens donc pour facteurs correspondants :

3 et 28

Et en continuant ainsi, j'obtiens pour les autres facteurs correspondants :

4 et 21
6 et 14
7 et 12

$7+12=19$; les deux nombres cherchés sont donc 7 et 12.

365. PROBLÈME 14. *Trouver trois nombres entiers dont la somme soit* 19 *et le produit* 84.

SOLUTION. Je cherche les diviseurs de 84 en prenant les facteurs correspondants 2 à 2 comme dans l'exemple précédent, et je décompose chacun des facteurs en 2 autres, ainsi qu'il suit :

2 et 42	donnent	2. 2. 21.	2. 3. 14.	2. 6. 7.
3 et 28		3. 2. 14.	3. 4. 7.	
4 et 21		4. 3. 7.	2. 2. 21.	
6 et 14		2. 3. 14.	6. 2. 7.	
7 et 12		7. 2. 6.	7. 3. 4.	

Les nombres demandés sont 2, 3 et 14; car $2+3+14=19$.

366. PROBLÈME 15. Un tailleur a acheté 2 coupons de drap de qualités différentes; pour le coupon de drap de première qualité qui coûte 7 fr. de plus par mètre, il a payé 345 fr.; pour le coupon de deuxième qualité qui a 23 mètres de plus, il a payé 368 fr. Combien chaque coupon contient-il de mètres et quel est le prix du mètre de chaque coupon?

SOLUTION. Je cherche les facteurs correspondants de 345 et 368, et je trouve pour 345

Pour 345	3 et 115
	5 et 69
	15 et 23
Pour 368	2 et 184
	4 et 92
	8 et 46

Les nombres 15 et 23, 8 et 46 satisfont à l'énoncé, le tailleur a donc acheté 23 mètres de drap à 15 fr., et 46 mètres de drap de qualité inférieure à 8.

367. Ce petit nombre de problèmes suffit pour donner une idée de la méthode, qui a pour base le simple raisonnement. Il sera facile de l'appliquer à toutes les questions de la vie ordinaire et particulièrement aux opérations commerciales et industrielles qui sont l'origine et le but essentiel de l'arithmétique.

DES GRANDEURS PROPORTIONNELLES ET DES RÈGLES DE TROIS.

MÉTHODE DE RÉDUCTION A L'UNITÉ.

368. On dit que deux grandeurs sont *proportionnelles* quand, l'une devenant double, triple, quadruple, etc..., l'autre devient en même temps double, triple, quadruple, etc.... Ainsi le prix d'une étoffe est proportionnel à sa longueur; car si la longueur devient double, triple, quadruple, etc..., le prix de cette étoffe devient aussi double, triple, quadruple. On dit encore que ces deux grandeurs varient dans le même rapport, ou en raison directe l'une de l'autre.

369. On dit que deux grandeurs sont *inversement proportionnelles*, lorsque, l'une devenant 2, 3, 4, etc..., fois plus grande, l'autre devient en même temps 2, 3, 4, etc..., fois plus petite. Considérons, par exemple, deux feuilles de tôle de même épaisseur : si la longueur de la 1re est 2, 3, 4 fois plus grande que la longueur de la 2^{e}, la largeur de la 1re sera 2, 3, 4 fois plus petite que la largeur de la 2^{e}. On dira alors qu'à égalité de poids et d'épaisseur la longueur d'une lame de tôle est inversement proportionnelle à sa largeur. On dit encore que ces grandeurs *varient dans un rapport inverse*, ou *en raison inverse* l'une de l'autre.

370. On appelle *règle de trois* un problème dans lequel, connaissant les valeurs de plusieurs grandeurs directement ou inversement proportionnelles les unes aux autres, on demande ce que devient l'une d'elles quand toutes les autres changent de valeur.

371. On dit qu'une règle de trois est *simple*, lorsqu'on ne considère que deux grandeurs directement ou inversement proportionnelles; elle est *composée*, lorsqu'on considère plus de deux grandeurs.

372. Une règle de trois simple est *directe*, quand les deux grandeurs que l'on y considère sont directement proportionnelles ; elle est *inverse*, quand les deux grandeurs sont inversement proportionnelles.

Règle de trois simple.

373. Problème. *On sait que 17 litres d'eau de mer pèsent* $17^{\text{kilog}},442$; *quel est le poids de 58 litres d'eau de mer?*

Solution. Ce problème est une règle de trois simple directe. On le résout comme il suit :

Si 17 litres d'eau de mer pèsent $17^{\text{kilog}},442$, 1 litre pèsera 17 fois moins, ou

$$\frac{17,442}{17}.$$

Si 1 litre d'eau de mer pèse $\frac{17^{\text{kilog}},442}{17}$, 58 litres d'eau de mer pèseront 58 fois plus, ou

$$\frac{17,442 \times 58}{17} = 59^{\text{kilog}},508.$$

On dispose ordinairement l'énoncé et les raisonnements de la manière suivante :

Nombre de litres.	Poids.
17	$17^{\text{kilog}},442$
58	x
1	$\frac{17,442}{17}$
58	$\frac{17,442 \times 58}{17} = 59,508 = x.$

374. Problème. *Deux terrains rectangulaires et de même surface ont des longueurs respectivement égales à* $162^{\text{m}},45$ *et à* $113^{\text{m}},23$; *le premier a une largeur de* $56^{\text{m}},25$; *quelle sera la largeur du second?*

Solution. Ce problème est une règle de trois simple inverse ; car il est évident qu'à égalité de surface un terrain rectangulaire est d'autant plus long qu'il est moins

large, et que si la longueur devient double, triple, etc...., la largeur deviendra deux fois moindre, trois fois moindre, etc.... Cela posé, on résout la question de la manière suivante :

Si pour une longueur de $162^{\text{m}},45$ le terrain a une largeur de $56^{\text{m}},25$, pour une longueur de 1^{m} il aurait une largeur égale à

$$56^{\text{m}},25 \times 162,45,$$

si pour une longueur de 1 mètre le terrain a une largeur égale à $56^{\text{m}},25 \times 162,45$, pour une longueur de $113^{\text{m}},23$ il aura une largeur égale à

$$\frac{56^{\text{m}},25 \times 162,45}{113,23} = 80^{\text{m}},70,$$

à un centimètre près par défaut.

On peut disposer l'énoncé, les raisonnements et le résultat de la manière suivante :

Longueur.	Largeur.
162,45	56,25
113,23	x
1	$56,25 \times 162,45$
113,23	$\frac{56,25 \times 162,45}{113,23} = 80,70 = x.$

Règle de trois composée.

375. Problème. *Une pièce de bois de sapin équarrie a* $3^{\text{m}},25$ *de longueur,* $0^{\text{m}},22$ *de largeur et* $0^{\text{m}},12$ *d'épaisseur ; son poids est égal à* $42^{\text{kilog}},23$. *Quelle sera la longueur d'une pièce de bois de sapin dont la largeur serait* $0^{\text{m}},17$, *l'épaisseur* $0^{\text{m}},18$ *et le poids* $68^{\text{kilog}},56$?

Solution. Ce problème est une règle de trois composée, que l'on résout de la manière suivante :

Si pour *une largeur* de $0^{\text{m}},22$, une épaisseur de $0^{\text{m}},12$ et un poids de $42^{\text{kilog}},23$, la longueur est égale à $3^{\text{m}},25$, pour *une largeur* de $0^{\text{m}},01$, une épaisseur de $0^{\text{m}},12$ et un poids de $42^{\text{kilog}},23$, la longueur sera 22 fois plus grande, c'est-à-dire

$$3^{\text{m}},25 \times 22.$$

Si pour *une largeur* de $0^{\text{m}},01$, une épaisseur de $0^{\text{m}},12$ et un poids de $42^{\text{kilog}},23$, la longueur est égale à $3^{\text{m}},25 \times 22$, pour *une largeur* de $0^{\text{m}},17$, une épaisseur de $0^{\text{m}},12$ et un poids de $42^{\text{kilog}},23$, la longueur sera 17 fois plus petite, c'est-à-dire

$$\frac{3^{\text{m}},25 \times 22}{17}, \text{ ou } \frac{3^{\text{m}},25 \times 0,22}{0,17} = 3^{\text{m}},25 \times \frac{0,22}{0,17}.$$

Si pour une largeur de $0^{\text{m}},17$, *une épaisseur* de $0^{\text{m}},12$ et un poids de $42^{\text{kilog}},23$, la longueur est égale à $3^{\text{m}},25 \times \frac{0,22}{0,17}$, pour une largeur de $0^{\text{m}},17$, *une épaisseur* de 0,01 et un poids de $42^{\text{kilog}},23$, la longueur sera 12 fois plus grande, c'est-à-dire

$$3^{\text{m}},25 \times \frac{0,22}{0,17} \times 12.$$

Si pour une largeur de $0^{\text{m}},17$, *une épaisseur* de $0^{\text{m}},01$ et un poids de $42^{\text{kilog}},23$, la longueur est égale à $3^{\text{m}},25 \times \frac{0,22}{0,17} \times 12$, pour une largeur de $0^{\text{m}},17$, *une épaisseur* de $0^{\text{m}},18$ et un poids de $42^{\text{kilog}},23$ la longueur sera 28 fois plus petite, c'est-à-dire

$$3^{\text{m}},25 \times \frac{0,22}{0,17} \times \frac{12}{18} = 3^{\text{m}},25 \times \frac{0,22}{0,17} \times \frac{0,12}{0,18}.$$

Si pour une largeur de $0^{\text{m}},17$, une épaisseur de $0^{\text{m}},18$ et *un poids* de $42^{\text{kilog}},23$, la longueur est égale à $3^{\text{m}},25 \times \frac{0,22}{0,17} \times \frac{0,12}{0,18}$, pour une largeur de $0^{\text{m}},17$, une épaisseur de $0^{\text{m}},18$ et *un poids* de $0^{\text{kilog}},01$, la longueur sera 4223 fois plus petite, c'est-à-dire

$$3^{\text{m}},25 \times \frac{0,22}{0,17} \times \frac{0,12}{0,18} \times \frac{1}{4223}.$$

Enfin, si pour une longueur de $0^{\text{m}},17$, une épaisseur de $0^{\text{m}},18$ et *un poids* de $0^{\text{kilog}},01$, la longueur est égale à $3^{\text{m}},25 \times \frac{0,22}{0,17} \times \frac{0,12}{0,18} \times \frac{1}{4223}$, pour une largeur de $0^{\text{m}},17$, une épaisseur de $0^{\text{m}},18$ et *un poids* de $68^{\text{kilog}},56$, la longueur sera 6856 fois plus grande, c'est-à-dire

$$3^{\text{m}},25 \times \frac{0,22}{0,17} \times \frac{0,12}{0,18} \times \frac{68,56}{42,23} = 4^{\text{m}},55,$$

à moins d'un centimètre près par défaut.

L'énoncé et les raisonnements peuvent se disposer ainsi :

Largeur. (m)	Épaiss. (m)	Poids. (kg)	Longueur. (m)
0,22	0,12	42,23	3,25
0,17	0,18	68,56	x
0,01	0,12	42,23	$3,25 \times 22$
0,17	0,12	42,23	$3,25 \times \frac{22}{17}$
0,17	0,01	42,23	$3,25 \times \frac{22}{17} \times 12$
0,17	0,18	42,23	$3,25 \times \frac{22}{17} \times \frac{12}{18}$
0,17	0,18	0,01	$3,25 \times \frac{22}{17} \times \frac{12}{18} \times \frac{1}{4223}$
0,17	0,18	68,56	$3,25 \times \frac{22}{17} \times \frac{12}{18} \times \frac{6856}{4223} = 4^{\text{m}},55 = x.$

376 AUTRE EXEMPLE. *On a doré une boule ayant une surface de $1^{\text{mq}},62$; l'épaisseur de la couche d'or étant $\frac{1}{25}$ le millimètre, le prix de la dorure a été de 4130^{f}; on veut faire dorer une boule ayant une surface de $0^{\text{mq}},84$, et* *on ne veut dépenser que* 2080^{f}; *quelle sera l'épaisseur de la couche d'or ?*

SOLUTION.

Surface de la boule.	Prix de la dorure.	Épaisseur de la couche.
$0,62^{mq}$	4130	$\frac{1^{mm}}{25}=0^{mm},04$
0,84	2080	x
0,01	4130	$0,04\times 162$
0,84	4130	$0,04\times\frac{162}{84}$
0,84	1	$0,04\times\frac{162}{84}\times\frac{1}{4130}$
0,84	2080	$0,04\times\frac{162}{84}\times\frac{2080}{4130}=0,0194=x.$

Ainsi l'épaisseur de la couche d'or sera égale à $\frac{194}{10000}$ de millimètre, ou environ $\frac{1}{50}$ de millimètre.

377. De ces exemples on déduit la règle pratique suivante, pour écrire de suite le résultat d'une règle de trois composée.

RÈGLE *On écrit la valeur de la quantité de même nature que l'inconnue, puis on la multiplie successivement par le rapport des valeurs de chacune des autres grandeurs. Dans chacun de ces rapports, la nouvelle valeur est au numérateur ou bien au dénominateur, selon que la quantité dont il s'agit est directement ou bien inversement proportionnelle à la grandeur de même espèce que l'inconnue.*

378. La méthode précédente porte le nom de *méthode de réduction à l'unité*, parce que l'on fait subir à chacune des grandeurs qui accompagnent l'inconnue deux changements successifs, dans lesquels l'unité sert d'intermédiaire.

Questionnaire.

Qu'entend-on par grandeurs proportionnelles? (368)
Qu'entend-on par grandeurs inversement proportionnelles? (369)
Qu'appelle-t-on règle de trois? (370)
Quand une règle de trois est-elle simple? (371)
Quand une règle de trois est-elle composée? (371)
Quand une règle de trois simple est-elle directe? (372)
Quand une règle de trois simple est-elle inverse? (372)
Quelle est la règle générale pour résoudre les règles de trois? (377)

Problèmes sur les règles de trois (XXV *bis*).

1). Une étoffe d'une certaine longueur coûte 6 fr.; combien coûtera une longueur 7 fois plus grande de la même étoffe?

2). L'huile contenue dans un vase pèse $4^{kg},7$; combien pèsera l'huile contenue dans un vase 5 fois plus petit?

3). Deux fils de cuivre ont le même poids : le premier a une longueur de 62 mètres; le second a une section 6 fois plus petite que le premier; quelle est sa longueur?

4). Un fossé a $1^{m},65$ de largeur; si sa profondeur devient 3 fois plus grande, quelle largeur faudra-t-il lui donner pour qu'il coûte le même prix?

5). Un bassin rectangulaire a une profondeur de $1^{m},08$; sa superficie est égale à $4^{mq},2809$; quelle doit être la superficie d'un autre bassin de même capacité et dont la profondeur est $0^{m},85$?

6). Un fossé de 415 mètres de longueur a coûté 391 francs; combien coûtera un fossé de même largeur, de même profondeur et dont la longueur sera 167 mètres?

7). Il a fallu 24 jours à 18 ouvriers travaillant 8 heures par jour pour creuser une tranchée de 480 mètres de longueur. Combien 15 ouvriers de même force que les premiers, travaillant 7 heures par jour, emploieront-ils de jours à faire 1051 mètres du même ouvrage?

8). On sait que 48 ouvriers ont fait en 32 jours, en travaillant 10 heures par jour, un canal de 800 mètres de longueur, 8 de largeur et 3 de profondeur; on demande quelle serait la longueur d'un canal de 9 mètres de largeur, 4 de profondeur que 60 ouvriers feraient en 40 jours en travaillant 9 heurs par jour? — On suppose que la difficulté du travail soit la même et que les ouvriers soient de même force dans les deux cas.

2. DE L'INTÉRÊT SIMPLE.

379. *On appelle* INTÉRÊT *le bénéfice qu'on retire d'une somme prêtée, qui prend alors le nom de* CAPITAL.

L'intérêt se règle, d'après les conventions particulières ou légales, en prenant pour base le capital de 100 fr. L'intérêt de 100 fr. est ce qu'on nomme le *taux*.

Le taux légal est de 5 pour 100 par an et de 6 dans le commerce. Toute convention qui dépasse ce taux est défendue par la loi et réputée *usuraire*.

Il y a des taux inférieurs en usage, tels que 3, 4, $4\frac{1}{2}$ pour cent, suivant les conditions réglées entre les parties contractantes.

Ainsi le taux de l'intérêt peut varier, mais le capital 100 francs, qui sert de base, est *fixe et invariable*. Aussi lorsqu'on dit, pour abréger, que l'intérêt 3, 4 ou 5, on entend que l'intérêt est de 3, 4 ou 5 *pour cent*, que l'on écrit souvent 0/0.

380. Règle. *Pour trouver l'intérêt d'un capital quelconque pour un an à un taux donné, on multiplie le capital par le taux, et on divise le produit par* 100.

Démonstration. En effet, soit proposé de trouver l'intérêt de 6893 fr. à 5 pour 100 par an.

Puisque 100 fr. rapportent 5 fr. d'intérêt; 1 fr. rapportera $\frac{5^{fr}}{100}$; et 6893 fr. rapporteront $\frac{5^{fr}}{100} \times 6893 = \frac{6893 \times 5}{100}$.

Effectuant les calculs, après avoir séparé deux chiffres décimaux sur la droite du produit, j'obtiens pour l'intérêt demandé $344^{fr},65$.

L'intérêt à 5 pour 100 d'un capital quelconque s'obtient en prenant le 20e du capital.

En effet, d'après la règle, il faut multiplier le capital par 5 et diviser le produit par 100, ce qui revient à prendre les $\frac{5}{100}$ du capital, ou, en simplifiant la fraction, le $\frac{1}{20}$ du capital.

381. Règle. *Pour trouver le capital, connaissant l'intérêt pour un an et le taux, on multiplie l'intérêt par* 100 *et l'on divise le produit par le taux.*

Démonstration. En effet, soit proposé de trouver le capital qui, placé à 4 pour 100, a rapporté en un an 760 fr. d'intérêt.

Puisque 4 fr. sont l'intérêt pour un an de 100 fr., 1 fr. le sera de $\frac{100^{fr}}{4}$, et 760 fr. de $\frac{100^{fr}}{4} \times 760 = \frac{760 \times 100}{4} = 19000^{fr}$.

Le capital demandé est 19 000 fr.

Lorsque le taux est 5, il suffit de multiplier l'intérêt par 20.

382. Règle. *Pour trouver le taux, connaissant le capital et l'intérêt pour un an, on multiplie l'intérêt par* 100 *et on divise le produit par le capital.*

Démonstration. En effet, soit proposé de trouver à quel taux a été placé un capital de 1670 fr. qui a rapporté $58^{fr},45$ d'intérêt en un an.

Puisque 1670 fr. ont rapporté $58^{fr},45$ en un an, 1 fr. rapporterait $\frac{58,45}{1670}$, et 100 fr. $\frac{58,45 \times 100}{1670} = 3,50$.

Le taux est 3,50 ou $3\frac{1}{2}$.

383. Cette règle sert à résoudre un très-grand nombre de questions dans lesquelles il s'agit de trouver le taux de l'argent, soit gagné, soit perdu.

Problème. Une propriété qui a coûté 100000 fr. rapporte net, année commune, 3500 fr.; à quel taux a-t-on placé son argent en achetant cette propriété?

Solution. 100000 fr. rapportent 3500 fr.; 100 fr., mille fois moindres, rapporteront $\frac{3500}{1000} = \frac{35}{10} = 3,50 = 3\frac{1}{2}$.

On a placé son argent à $3\frac{1}{2}$ pour 100.

Problème. On a fait construire une maison qui a coûté en tout 140000 fr., et dont la location rapporte chaque année 5880 fr.; à quel taux a-t-on placé son argent?

Solution. 140000 fr. rapportent 5880 fr.; 100 fr. rapporteront $\frac{5880}{1400} = 4\frac{1}{5}$.

On a placé son argent à $4\frac{1}{5}$.

384. Souvent l'intérêt n'est pas demandé seulement pour une année, on peut le demander pour plusieurs années ou pour une portion de l'année. De là la règle suivante:

Règle. *Pour trouver l'intérêt d'un capital pour un temps donné, on multiplie l'intérêt d'un an par le temps.*

Si le temps donné est moindre qu'une année, on l'exprime en jours.

Si, par exemple, l'intérêt était pour 123 jours, il faudrait multiplier l'intérêt d'un an par 123 et diviser le produit par 365; car $123^j = \frac{123}{365}$ de l'année. Dans ce cas, la règle générale devient:

Règle. *Pour trouver l'intérêt d'une somme pour un nombre de jours donnés, à un taux donné, on multiplie le capital par le taux, puis ce premier produit par le nombre de jours, et l'on divise le produit total par* 36500.

Dans le commerce, le taux légal étant 6, et l'année considérée comme n'ayant que 360 jours, il suffit de multiplier le capital par le nombre de jours et diviser le produit par 6000.

385. Pour compter le nombre de jours entre deux dates, on compte d'abord tous les mois comme s'ils n'avaient que 30 jours ; mais on doit ajouter autant d'unités qu'il y a de mois intermédiaires de 31. Ainsi du 15 juin au 28 septembre, je trouve 3 mois intermédiaires ou 90 jours, mais comme juillet et août sont des mois de 31 jours, je compte 2 jours de plus, ce qui fait 92 jours du 15 juin au 15 septembre ; mais du 15 au 28 il y a 13 jours, il faut donc ajouter encore 13 à 92, ce qui donne 105 jours entre le 15 juin et le 28 septembre.

Les règles précédentes sont trop simples pour avoir besoin de démonstration.

386. Problème. *Quel est le capital qui, placé à* 5 *pour* 100 *par an, a produit en capital et intérêts au bout de* 6 *ans la somme de* 6500 *fr.?*

100 fr. en un an produisent 5 fr. d'intérêt; en 6 ans ils produiront $5^{fr} \times 6 = 30^{fr}$; je dirai donc :

Puisque 130 fr. proviennent d'un capital de 100 fr., 1 fr. proviendrait de $\frac{100}{130}$, et 6500 fr. de $\frac{100 \times 6500}{130} = 5000$.

Le capital demandé est donc 5000 fr.

387. Problème. Pour une somme de 4850 fr., le débiteur a rendu à son créancier, au bout de 3 ans $\frac{1}{3}$, une somme de 5820 fr. en capital et intérêts ; à quel taux avait-il emprunté ?

Je retranche 4850 fr. de 5820 fr., et je trouve 970 fr. pour les intérêts seuls pendant $3^{ans}\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ ans ; donc pendant $\frac{1}{3}$ d'année, le capital a produit $\frac{970^{fr}}{10} = 97$ fr., et pendant une année $97^{fr} \times 3 = 291$ fr.

BIBLIOTECA UNIVERSIT

Connaissant le capital 4850 fr. et l'intérêt pour 1 an, 291 fr., on trouve facilement que le taux est 6.

L'emprunt avait été fait à 6 pour 100.

388. Anciennement on se servait d'une autre expression pour indiquer le taux de l'argent : ainsi l'on disait prêter au *denier* 15, 20, 25 pour désigner le capital qui rapportait 1 fr. d'intérêt.

D'après cela prêter au denier 20 ou à 5 pour 100 c'est exactement la même chose.

Cette simple définition permettra de résoudre toutes les questions d'intérêt d'après l'ancienne dénomination de denier.

Questionnaire.

Qu'entend-on par l'intérêt de l'argent? (379)
Quel est l'intérêt légal? (379)
Qu'entend-on par le taux de l'intérêt? (379)
Comment trouve-t-on l'intérêt d'un capital, pour un an, à un taux donné? (380).
Comment trouve-t-on l'intérêt d'un capital pour un temps donné? (384)
Qu'entendait-on par le denier dans les questions d'intérêt? (388)

Problèmes sur l'intérêt simple (XXVI).

1). Quel est l'intérêt de 6895 fr. à 4 pour 100 par an?

2). Quelle est la somme qui a rapporté en un an 3600 fr. d'intérêt, à 4 $\frac{1}{2}$ pour 100?

3). Quelle est la somme qui vaut au bout de l'année 6300 fr. intérêt et capital compris, le taux étant 5?

4). A quel taux a-t-on placé un capital de 8000 fr. pour avoir au bout de l'année 8280 fr., capital et intérêt compris?

5). Une personne a acheté pour 200000 fr. une propriété qui lui a rapporté dans l'année 13400 fr.; une autre personne a fait construire pour 150000 fr. une maison qui lui a rapporté, bénéfice net, 10800 fr.; laquelle des deux a fait la meilleure spéculation?

6). Un capitaliste consent à faire valoir à 6 pour 100 par an la somme de 40000 fr. qu'on lui a confiée; au bout de 2 ans 50 jours, il rend la somme totale avec les intérêts; quelle somme a-t-il rendue?

7). Pour un capital de 450 fr. on a retiré au bout de 8 ans 576 fr., intérêt et capital compris; à quel taux ce capital avait-il été placé?

8). Quel est le capital qui, placé à 4 pour 100, a produit au bout de trois ans 3360 fr., intérêt et capital compris?

9). Un voyageur avait prêté au moment de son départ 3400 fr. à 5 pour 100; à son retour, il reçoit, pour les intérêts et le capital, la somme de 4080 fr.; combien de temps est-il resté absent?

10). Une personne voudrait, en plaçant un capital à 5 pour 100, retirer au bout de 8 ans la somme de 14800 fr.; quel capital doit-elle placer?