née, on sème toute la récolte, et ainsi de suite jusqu'à la dixième année, où l'on a récolté 1 048 576 litres. En supposant que le rapport de blé soit le même chaque année, quel est ce rapport?

7). Une personne charitable, rencontrant 10 pauvres, fait l'aumône à chacun d'eux, en doublant toujours ce qu'elle a donné au précédent ; le dixième a reçu 25 fr. 60 c.; combien a-t-elle donné au premier, et combien a-t-elle dépensé en tout?

8). Une autre personne charitable, dans les mêmes circonstances, a donné en tout 204 fr. 75 c., et il n'y avait qu'un petit nombre de pauvres de plus ; combien?

9). Une personne acquitte sa dette en un an, en donnant 50 fr. le premier mois, et en triplant toujours à chaque mois suivant; à combien s'élève sa dette?

10). Un autre débiteur voudrait acquitter une dette de 48400 fr. en divers payements successivement triples les uns des autres, en commençant par 400 fr.; combien de payements?

11). L'inventeur du jeu des échecs, si l'on en croit l'histoire, se contenta de demander 1 grain de blé pour la première case de l'échiquier, 2 pour la deuxième, 4 pour la troisième, et ainsi de suite, jusqu'à la soixante-quatrième et dernière case. En admettant qu'il y ait 25 000 grains de blé dans 1 litre, et que chaque hectolitre de blé vaille 20 fr., quelle somme cela fait-il?

§ II. APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES.

1. DÉFINITIONS PRÉLIMINAIRES.

502. On donne généralement le nom de *corps* à tout ce qu'on peut voir, toucher et peser.

Les corps sont ou *solides*, comme les métaux, les pierres, le bois; ou *liquides*, comme l'eau, le vin, etc.; ou enfin *gazeux*, comme l'air qu'on respire, le gaz qui sert à l'éclairage, etc.

503. On ne peut se figurer un corps qui ne soit étendu, c'est-à-dire qui n'occupe une certaine portion de l'espace.

504. *Le* VOLUME *d'un corps est la portion de l'espace que ce corps occupe.*

505. *La* SURFACE *d'un corps est la partie extérieure de ce corps, ce qui le sépare du reste de l'espace.*

On distingue les surfaces *planes*, comme la façade d'une maison, le dessus d'une table, une glace polie, etc.; et les

surfaces *courbes*, qui ne sont ni planes ni composées de surfaces planes, comme un rouleau, une boule, etc.

506. *La* LIGNE *est ce qui termine la surface.*

On distingue la ligne *droite*, comme le bord d'une règle bien dressée, comme la direction que prend un fil à l'extrémité duquel on suspend un objet pesant; et la ligne *courbe*, qui n'est ni droite ni composée de lignes droites, comme la circonférence d'un cercle, le bord d'un bassin, etc.

507. *Le* POINT *est l'extrémité de la ligne.*

508. Il est bien évident que l'on peut ne considérer que la surface d'un corps sans penser à son volume.

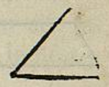
De même qu'on peut ne considérer que la ligne qui borne la surface sans songer à la surface elle-même; que le point qui termine la ligne sans penser à la ligne elle-même.

509. La forme d'un corps est celle de sa surface extérieure; la forme d'une surface plane est celle de son contour.

2. DES FIGURES OU FORMES GÉOMÉTRIQUES.

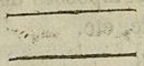
510. La distance entre deux points se mesure sur la ligne droite qui joint ces deux points ; car c'est la plus courte ligne qu'on puisse mener entre ces deux points.

511. L'*angle* est l'écartement de deux lignes qui se rencontrent; le point de rencontre de ces deux lignes s'appelle le *sommet* de l'angle.



512. Lorsqu'une ligne rencontre une autre ligne, elle fait avec celle-ci deux angles généralement inégaux. Lorsque ces deux angles sont égaux, on dit que la première ligne est *perpendiculaire* sur l'autre, et les angles égaux s'appellent des angles *droits*.

La distance d'un point à une droite se mesure sur la perpendiculaire menée de ce point à la droite; car c'est la plus courte ligne qu'on puisse mener du point à la droite.



513. Deux lignes sont dites *parallèles* lorsqu'elles sont partout également éloignées l'une de l'autre.

La distance entre deux droites parallèles se mesure sur la perpendiculaire menée par un point de l'une de ces droites à l'autre. C'est encore la plus courte ligne qu'on puisse mener entre deux parallèles.

514. On appelle en général *polygone*, une figure géométrique formée par des lignes droites qui se coupent deux à deux, et qui renferment une certaine surface plane.

Les lignes droites qui composent la figure s'appellent les *côtés* du polygone.

On distingue les polygones par le nombre de leurs côtés.

515. La plus simple de toutes les figures est le triangle, qui se compose de trois angles et de trois côtés.

516. On appelle *quadrilatère*, *pentagone*, *hexagone*, etc., la figure de *quatre*, *cinq*, *six*, etc., côtés, et d'autant d'angles.

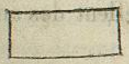
517. Un polygone *régulier* est celui dont tous les côtés sont égaux entre eux, ainsi que les angles.

518. Parmi les quadrilatères on distingue :

1° Le *parallélogramme*, dont les côtés opposés sont parallèles.

Le *losange* est un parallélogramme dont les quatre côtés sont égaux.

2° Le *trapèze*, qui n'a que deux côtés parallèles.

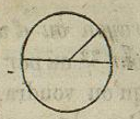


519. Parmi les parallélogrammes, on distingue le *rectangle*, dont les quatre angles sont des angles droits, et les côtés contigus inégaux.

Le *carré* est un rectangle dont les quatre côtés sont égaux.

520. La plus simple de toutes les lignes

courbes est la *circonférence* de cercle dont tous les points sont également éloignés d'un point intérieur qu'on appelle *centre*.



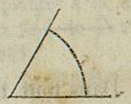
Le *cercle* est la surface comprise dans la circonférence.

On appelle *rayon* toute ligne droite qui va du centre à la circonférence : tous les rayons sont égaux entre eux.

On nomme *diamètre* toute ligne droite qui joint deux points de la circonférence en passant par le centre. Le diamètre se compose de deux rayons. Tous les diamètres sont égaux entre eux.

521. La circonférence du cercle se divise en 360 parties égales qu'on nomme degrés; le degré en 60 minutes; la minute en 60 secondes, etc.

L'*arc* est une portion de la circonférence; la *corde* de l'arc est la droite qui en joint les extrémités.



On nomme angle d'un degré, l'angle qui, ayant son sommet au centre de la circonférence, intercepte entre ses côtés un arc d'un degré.

3. MESURE DES LONGUEURS, DES CIRCONFÉRENCES ET DES ANGLES.

522. On mesure une longueur en portant sur elle la longueur prise pour unité de mesure, le mètre, le décamètre, le décimètre, etc.

523. Le contour d'un polygone n'est autre chose que la somme des longueurs de ses côtés.

524. Le contour d'une circonférence est la longueur de la circonférence supposée déroulée en ligne droite, en un mot la circonférence *rectifiée*.

Le rapport de toute circonférence à son diamètre est un nombre constant qu'on désigne généralement par la lettre grecque π (prononcez *pi*), et qui est égal à $\frac{22}{7}$, ou plus exactement à 3,1415926....

Ainsi, *pour trouver le contour d'une circonférence, d'un* *rayon ou d'un diamètre donné, on multiplie le diamètre par* $\frac{22}{7}$ *ou par* 3,1415926.... en s'arrêtant au chiffre décimal qu'on voudra, selon le degré d'approximation nécessaire. Dans les usages ordinaires, on se contente de multiplier par $\frac{22}{7}$, c'est-à-dire de multiplier le diamètre par 3 et d'ajouter $\frac{1}{7}$ du diamètre au produit.

525. *L'unité de mesure des angles est l'angle d'un degré. Pour mesurer un angle, on suppose décrit de son sommet, comme centre, avec un rayon quelconque, une portion de circonférence*, et l'on cherche, à l'aide d'un instrument appelé *rapporteur*, demi-cercle dont la circonférence est divisée en degrés, le nombre de degrés compris dans l'arc

intercepté par les côtés de l'angle. Si cet arc est de 60°, l'angle est égal à 60 petits angles d'un degré, et l'on dit, pour abréger, qu'il est de 60°. L'angle droit vaut 90°.

Dans tout triangle la somme des trois angles vaut toujours deux angles droits ou 180°.

Questionnaire.

Qu'est-ce qu'un corps? (502)
En combien de classes divise-t-on tous les corps? (502)
Qu'entend-on par le volume d'un corps? (504)
Qu'entend-on par la surface d'un corps? (505)
Comment divise-t-on les surfaces? (505)
Qu'est-ce qu'une ligne? (506)
Comment divise-t-on les lignes? (506)
Qu'est-ce qu'un point? (507)
Qu'entend-on par la forme d'un corps? (509)
Qu'est-ce que la forme d'une surface plane? (509)
Qu'est-ce que la distance entre deux points? (510)
Qu'est-ce qu'un angle? (511)
Quand est-ce qu'une droite est perpendiculaire à une autre ligne droite? (512)
Sur quoi mesure-t-on la distance d'un point à une ligne droite? (512)
Qu'est-ce que deux lignes droites parallèles? Qu'est-ce que la distance entre deux droites parallèles? (513)
Qu'est-ce qu'un polygone? Comment distingue-t-on les polygones? (514)
Qu'est-ce qu'un triangle? (515)
Qu'est-ce qu'un quadrilatère, un pentagone, un hexagone, etc.? (516)
Qu'est-ce qu'un polygone régulier? (517)
Qu'est-ce qu'un parallélogramme? (518)
Qu'est-ce qu'un losange? (518)
Qu'est-ce qu'un trapèze? (518)
Qu'est-ce qu'un rectangle? (519)
Que devient un rectangle lorsque ses côtés contigus sont égaux? (519)
Qu'est-ce que la circonférence? (520)
Qu'entend-on par un rayon, un diamètre? (520)
Qu'est-ce qu'un arc, une corde? (521)
De quelle manière mesure-t-on une longueur? (522)
Comment mesure-t-on le contour d'un polygone? (523)

Qu'est-ce que le contour d'une circonférence? (524)
Quel est le rapport constant entre toute circonférence et son diamètre? Comment indique-t-on ce rapport quand on ne veut pas l'écrire en chiffres? (524)
Quelle est l'unité de mesure des angles? Avec quel instrument mesure-t-on les angles? (525)

Problèmes sur les longueurs, les circonférences et les angles (XXXIX).

1). Quel est le contour d'un triangle dont les côtés sont de 25 mètres 5 décimètres, 32 mètres 4 décimètres, 48 mètres?

2). Combien faut-il de mètres de cordes pour tendre un rectangle dont les deux côtés adjacents ont 185 mètres et 129 mètres de longueur?

3). Quelle est la vitesse d'un cheval qui fait deux fois le tour du Champ de Mars en 3 minutes $\frac{1}{2}$? Les côtés du rectangle parcouru ont 1080 mètres et 450 mètres.

4). Une place rectangulaire est bordée d'arbres plantés à la distance de 10 mètres, l'un des côtés du rectangle est le $\frac{1}{3}$ de l'autre et il y a en tout 240 arbres; combien sur chaque côté?

5). Quel est le contour d'un puits circulaire dont le diamètre est de 2 mètres 45 centimètres?

6). Pour déterminer le diamètre d'un bassin circulaire, on a mesuré sa circonférence, qui a donné 17 mètres 60 centimètres quelle est la grandeur du diamètre?

7). En supposant le rayon de l'équateur terrestre de 6378000 mètres; quelle est la vitesse d'un point de la terre situé sur l'équateur par suite de la rotation diurne?

8). En admettant que la distance moyenne de la terre au soleil soit de 34600000 lieues, quelle est la vitesse de la terre par suite de son mouvement annuel de révolution autour du soleil? Le degré terrestre, 360e partie du méridien, comprenait 25 lieues anciennes.

9). En supposant le rayon équatorial de 6378000 mètres; quelle est la distance en kilomètres de deux lieux situés sur l'équateur et à la distance l'un de l'autre de 16° 28′ 45″?

4. MESURES DES SURFACES PLANES.

526. La mesure des surfaces dépend de la mesure de certaines lignes qui en font partie.

527. L'unité de mesure des surfaces est la surface du carré qui a pour côté l'unité de mesure de longueur.

528. La surface d'un rectangle s'obtient en multipliant entre eux les deux côtés contigus d'un même angle.

Ce qui veut dire que si, en mesurant le plus grand côté, on trouve 15 mètres, par exemple, et 10 pour le plus petit, le produit $15 \times 10 = 150$ exprimera que la surface du rectangle contient 150 fois la surface du mètre carré, qu'elle est de 150 mètres carrés.

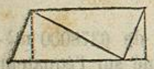
On le démontre facilement en partageant l'un des côtés en 15 parties égales, l'autre en 10 et menant réciproquement des parallèles qui partageront la surface en 15×10 carrés égaux.

Le plus grand des deux côtés contigus est la *longueur* du rectangle, et le plus petit la *largeur*.

529. La surface d'un carré s'obtient en multipliant le côté par lui-même, c'est-à-dire en faisant le carré du côté.

Si, par exemple, le côté a 8 mètres, le carré aura $8 \times 8 = 64$ mètres carrés de surface.

En effet, le carré n'est autre chose qu'un rectangle dont deux côtés contigus sont égaux.



530. La surface d'un parallélogramme s'obtient en multipliant un de ses côtés par sa distance au côté qui lui est parallèle.

Si l'on regarde ce côté comme *base*, la distance de son parallèle sera la *hauteur* de la figure; on dit pour abréger que la surface d'un parallélogramme est égale au produit de sa base par sa hauteur.

En effet, un parallélogramme a la même surface qu'un rectangle de même base et de même hauteur.

Pour le losange, il suffit de multiplier entre elles ses deux diagonales, et prendre la moitié du produit.

531. La surface d'un triangle s'obtient en multipliant sa base par sa hauteur et prenant la moitié du produit.

Comme on peut considérer un triangle comme reposant sur chacun de ses côtés, chacun des trois côtés peut être considéré comme base du triangle, et sa hauteur est la distance du sommet de l'angle opposé, à ce même côté pris pour base.

En effet, la surface d'un triangle est la moitié de celle d'un parallélogramme qui a même base et même hauteur.

532. On peut encore mesurer la surface d'un triangle d'après la règle suivante :

Après avoir mesuré successivement chacun des trois côtés, on fait la somme de ces trois longueurs et on en prend la moitié. De ce demi-contour du triangle, on retranche successivement chacun des côtés, ce qui donne trois restes; on multiplie entre eux ces quatre nombres, c'est-à-dire le demi-contour et les trois restes, et on extrait la racine carrée du produit.

Si l'unité de mesure de longueur est le mètre, la racine exprimera en mètres carrés la surface du triangle.

533. Pour obtenir la surface d'un polygone quelconque, on décompose la figure en autant de triangles qu'il y a de côtés moins deux, en menant de l'un quelconque des sommets à tous les autres des droites appelées *diagonales*.

On mesure la surface de chacun de ces triangles, et on en fait la somme.

Il suit de là que la surface d'un trapèze s'obtient en multipliant la somme de ses côtés parallèles par leur distance et prenant la moitié du produit.

534. Pour obtenir la surface d'un cercle, on multiplie sa circonférence par la moitié du rayon ou par le quart du diamètre.

Ou ce qui revient au même, on multiplie le carré du rayon par le nombre $\pi = \frac{22}{7}$ ou 3,1415926....

La surface d'un secteur qui n'est qu'une portion du cercle comprise entre deux rayons et l'arc s'obtient en multipliant l'arc par la moitié du rayon.

Questionnaire.

Quelle est l'unité de mesure des surfaces? (527)
Comment mesure-t-on la surface des rectangles? (528)
Comment mesure-t-on la surface d'un carré? (529)
Comment mesure-t-on la surface d'un parallélogramme? (530)
Comment mesure-t-on, particulièrement, la surface d'un losange? (530)
Comment mesure-t-on la surface d'un triangle? (531, 532)
Comment mesure-t-on la surface d'un polygone quelconque? (533)
Comment mesure-t-on, particulièrement, la surface d'un trapèze? (533)
Comment mesure-t-on la surface d'un cercle? (534)
Comment mesure-t-on la surface d'un secteur? (534)

Problèmes sur les surfaces planes à contour rectiligne ou circulaire (XL).

1). Combien faut-il au plus de rouleaux de papier de 4 décimètres 5 centimètres de large et de 10 mètres de longueur pour tapisser une chambre qui a les dimensions suivantes : longueur 5 mètres, largeur 4 mètres, hauteur 3 mètres 60 centimètres?

2). Quelle est en hectares la surface d'un terrain triangulaire dont la base est de 1440 mètres et la hauteur 840?

3). Quel est le côté du carré qui aurait la même surface qu'un triangle dont les côtés sont de 25 mètres, 30 mètres, 45 mètres?

4). Combien entre-t-il de pavés, dont la surface extérieure est un carré de 2 décimètres 40 millimètres de côté, dans une chaussée de 360 mètres de long sur 4 de large?

5). Pour calculer le rapport d'un champ de blé ayant la forme d'un trapèze, on a mesuré les deux côtés parallèles qui sont respectivement de 420 mètres et 350 mètres et la distance entre ces deux côtés, qui est 280 mètres.

En admettant qu'un hectare rapporte 22 hectolitres $\frac{1}{2}$ de blé; quelle est la production moyenne du champ mesuré?

6). Quelle est la surface d'un cercle dont le diamètre est de 3 mètres 50 centimètres; et quel est le côté du carré qui aurait la même surface?

7). Un terrain circulaire a 44 mètres de circonférence; quelle est sa surface?

8). Un menuisier a construit une porte ayant la forme d'un rectangle surmonté d'un cintre demi-circulaire. La hauteur totale de la porte, y compris le cintre, est de 5 mètres 60 centimètres, et la largeur 2 mètres 10 centimètres; le bois qu'il a employé lui coûte 2 fr. 50 c. le mètre carré. A combien revient le bois seul de la porte?

9). Quel serait le rayon du cercle équivalent, c'est-à-dire ayant autant de surface que deux autres cercles dont les rayons sont de 3 mètres et de 4 mètres?

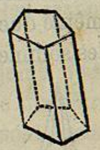
10). On a couvert la surface d'un carré avec des pièces de 5 fr. dont le diamètre est de 37 millimètres; il y a 15 pièces sur chaque côté du carré. Combien d'espace vide ces pièces laissent-elles entre elles?

5. FORMES GÉOMÉTRIQUES DES CORPS.

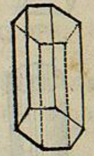
535. Les corps qui ont une forme géométrique sont terminés, soit par des surfaces planes, soit par des surfaces courbes; il n'y a que les corps solides qui conservent leur forme; les corps liquides ou gazeux prennent la forme des vases ou bassins dans lesquels ils sont renfermés.

Parmi les solides terminés par des surfaces planes, et qu'on nomme *polyèdres*, on distingue :

536. Le *prisme*, qui a pour base deux polygones égaux et parallèles, et dont les faces latérales sont des parallélogrammes.

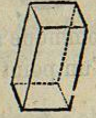


Un prisme est dit triangulaire, quadrangulaire, pentagonal, hexagonal, etc., selon que sa base est un triangle, un quadrilatère, un pentagone, un hexagone, etc.; on le désigne aussi par le nombre des faces latérales, qu'on nomme *pans*, et l'on dit un prisme à six pans au lieu d'un prisme hexagonal.

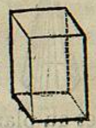


La hauteur d'un prisme est la distance entre les plans parallèles de ses deux bases.

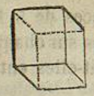
537. Les prismes sont *droits* lorsque leurs arêtes latérales sont perpendiculaires sur les deux bases, et *réguliers* lorsque les deux bases sont, en outre, deux polygones réguliers.



538. Lorsque la base d'un prisme quadrangulaire est un parallélogramme, il prend le nom de *parallélipipède;* les six faces sont alors toutes des parallélogrammes égaux et parallèles deux à deux.



539. On l'appelle *parallélipipède rectangle* lorsque ses six faces sont toutes des rectangles, comme une boîte fermée, une chambre, un bloc de pierre bien équarri.



Le *cube* est une espèce de parallélipipède rectangle dont les six faces sont des carrés égaux.

540. La *pyramide* a pour base un polygone et pour faces latérales des triangles qui, ayant pour base chacun un des côtés du polygone, ont tous leurs sommets en un même point qu'on appelle aussi *sommet* de la pyramide.

Les pyramides sont triangulaires, quadrangulaires, pentagonales, etc., selon que la base est un triangle, un quadrilatère, un pentagone, etc.

La hauteur d'une pyramide est la distance de son sommet à sa base, c'est-à-dire la longueur de la perpendiculaire abaissée du sommet sur le plan de sa base.

Une pyramide régulière est celle dont la base est un polygone régulier et dont la perpendiculaire menée du sommet tombe précisément au centre du polygone, qui est le même que le centre de la circonférence qui passerait par les sommets de tous les angles.

Si l'on coupe une pyramide par un plan parallèle à la base, on obtient ce qu'on appelle un *tronc de pyramide.*

541. Parmi les solides terminés par des surfaces courbes, on distingue :

Le *cylindre*, vulgairement appelé *rouleau*, dont les deux bases sont des cercles égaux et parallèles. On peut se le figurer comme un prisme dont la base serait un polygone d'un nombre infini de côtés.

La hauteur du cylindre est la perpendiculaire commune aux deux bases. C'est la droite qu'on peut mener d'un point de la circonférence supérieure à l'inférieure.

542. Le *cône*, dont la forme est celle d'un pain de sucre, a pour base un cercle; on peut se le figurer comme une pyramide dont la base serait un polygone d'une infinité de côtés.

La hauteur du cône est la distance du sommet au plan de sa base.

Le cône est *droit* quand la perpendiculaire abaissée du sommet tombe précisément sur le centre de la base; dans tout autre cas le cône est oblique.

Le côté du cône droit est la droite qui joint le sommet à un point quelconque de la base.

Si l'on coupe un cône par un plan parallèle à la base, on obtient ce qu'on appelle un *tronc de cône.*

543. Enfin, la *sphère*, vulgairement appelée *boule*, qui est terminée de toutes parts par une surface courbe dont tous les points sont également éloignés d'un point intérieur qu'on nomme centre.

Le *rayon* de la sphère est la droite qui joint le centre avec un point quelconque de sa surface; tous les rayons d'une même sphère sont égaux.

Le *diamètre* de la sphère est la droite qui joint deux points de sa surface en passant par le centre. Le diamètre se compose de deux rayons; tous les diamètres sont égaux dans une même sphère.

6. MESURES DES SURFACES EXTÉRIEURES DES CORPS.

544. La surface extérieure des solides terminés par des faces planes s'obtient en mesurant la surface de chacune des faces et faisant la somme de toutes ces surfaces.

545. La surface latérale d'un prisme droit s'obtient en multipliant le contour de la base par la hauteur, qui n'est autre chose que la longueur de chacune des arêtes latérales.

546. La surface latérale d'une pyramide régulière s'obtient en multipliant le contour de la base par la hauteur d'un des triangles latéraux et prenant la moitié du produit.

547. La surface convexe d'un cylindre s'obtient en multipliant la circonférence de la base par le côté, qui n'est autre chose que la hauteur du cylindre.