

548. La surface convexe d'un cône s'obtient en multipliant la circonférence de la base par le côté du cône et prenant la moitié du produit.

La surface d'un tronc de cône s'obtient en multipliant la somme des circonférences des deux bases par le côté et prenant la moitié du produit.

549. La surface d'une sphère est égale à quatre fois la surface d'un cercle qui aurait le même diamètre, et par conséquent elle s'obtient en multipliant le carré de son diamètre par le nombre $\pi = \frac{22}{7}$ ou 3,1415926.

On peut développer sur un plan la surface d'un cylindre ou d'un cône, de même qu'on peut donner à un plan la forme cylindrique ou conique, ainsi que font les ferblantiers pour construire des tuyaux cylindriques ou des entonnoirs coniques; mais on ne pourrait dérouler la surface d'une sphère sur un plan sans la déchirer ou la plier. Cependant on doit comprendre qu'en prenant de très-petites portions de la surface, on pourrait les considérer comme de petites surfaces planes dont la réunion formerait la surface totale de la sphère.

Questionnaire.

Qu'est-ce qu'un prisme? (536)

Qu'est-ce qu'un prisme droit? (537)

Qu'est-ce qu'un prisme régulier? (537)

Qu'est-ce qu'un parallépipède? (538)

Qu'est-ce qu'un parallépipède rectangle? (539)

Qu'est-ce qu'un cube? (539)

Qu'est-ce qu'une pyramide régulière? (540)

Qu'est-ce qu'un cylindre? (541)

Qu'est-ce qu'un cône? (542)

Qu'est-ce qu'un cône droit? (542)

Qu'est-ce que la hauteur, le côté d'un cône? (542)

Qu'est-ce qu'un tronc de cône? (542)

Qu'est-ce qu'une sphère? (543)

Qu'est-ce que le diamètre, le rayon d'une sphère? (543)

Comment mesure-t-on la surface des polyèdres? (544)

Comment mesure-t-on la surface latérale d'un prisme droit? (545)

Comment mesure-t-on la surface latérale d'une pyramide régulière? (546)

Comment mesure-t-on la surface convexe d'un cylindre? (547)

Comment mesure-t-on la surface convexe d'un cône droit? (548)

Comment mesure-t-on la surface convexe d'un tronc de cône droit? (548)

Comment mesure-t-on la surface d'une sphère? (549)

Problèmes sur les surfaces des solides (XLI).

1). La surface d'un toit se compose de deux trapèzes et de deux triangles séparés par une arête culminante de 45 mètres. La longueur de la base de chaque trapèze est de 50 mètres, celle des triangles de 8 mètres et la hauteur des triangles et des trapèzes est de

3 mètres; combien faut-il, pour couvrir ce toit, d'ardoises de 30 centimètres sur 22, et si le prix du millier d'ardoises est de 17 fr. 50 c., à combien revient le prix d'achat des ardoises? On en prendra un tiers en sus à cause du déchet provenant du recouvrement des ardoises les unes sur les autres?

2). Combien faut-il de toile d'emballage pour couvrir 20 caisses dont les dimensions sont 3 mètres, 2 mètres, 1 mètre 50 centimètres, et à combien revient la toile au prix de 35 c. le mètre carré?

3). Une pyramide à base carrée a été couverte avec des feuilles de cuivre de 6 décimètres de largeur et 3 mètres de longueur. Si l'on suppose que le contour de la base de la pyramide soit de 10 mètres et la hauteur de chaque triangle latéral de 25 mètres, combien a-t-on employé de feuilles de cuivre?

4). On fait un tuyau de plomb de 4 décimètres 60 millimètres de diamètre et de 143 mètres de long; combien a-t-on employé de feuilles de plomb de 2 mètres 80 centimètres de longueur et 1 mètre 50 centimètres de largeur?

5). On a employé 13 mètres carrés 20 décimètres carrés d'étoffe pour couvrir une colonne cylindrique de 28 centimètres de rayon; quelle est la hauteur de la colonne?

6). Quelle est la surface extérieure d'un cône droit dont la base a 2 décimètres 3 centimètres de rayon et dont la distance du sommet à un point quelconque de la circonférence de la base est de 5 décimètres 8 centimètres?

7). Un seau qui a la forme d'un tronc de cône a pour rayons de ses bases 4 décimètres et 3 décimètres, et pour côté 5 décimètres; quelle est sa surface?

8). Quelle est la surface d'une sphère qui a 2 mètres 50 centimètres de diamètre?

9). Quelle est en myriamètres carrés la surface de la terre supposée parfaitement sphérique et dont les méridiens seraient par conséquent des circonférences exactes?

10). Le rayon du pôle est de 6356740 mètres et celui de l'équateur de 6378000. Calculer la surface du globe terrestre considérée comme moyenne entre les surfaces des deux sphères qui auraient pour rayons, l'une le rayon polaire, l'autre le rayon équatorial.

7. MESURE DES VOLUMES.

550. La mesure des volumes dépend de la mesure de certaines lignes qui en font partie.

551. L'unité de mesure des volumes est le cube qui a pour côté l'unité de longueur.

552. Le volume d'un prisme s'obtient en multipliant sa base par sa hauteur.

553. Le volume d'un parallépipède rectangle a pour mesure le produit des trois arêtes qui se réunissent au même point. Ces trois lignes sont appelées *longueur*, *largeur* et *hauteur*. Ce sont, en effet, la longueur du grand côté du rectangle qui sert de base, la largeur de cette même base qui est aussi la largeur du solide, et la hauteur. On dit, pour abrégé, que le volume d'un parallépipède rectangle est égal au produit de ses trois dimensions.

Si la longueur est, par exemple, de 5 mètres, la largeur de 3 et la hauteur de 7, le volume sera exprimé par $5 \times 3 \times 7 = 105$, ce qui signifie que le volume équivaut à 105 mètres cubes.

Le volume d'un cube est égal au cube de son côté; car les trois dimensions sont égales.

554. Le volume d'une pyramide s'obtient en multipliant la surface de la base par la hauteur et prenant le tiers du produit.

555. Le volume d'un cylindre s'obtient en multipliant la surface du cercle de base par le côté ou hauteur.

556. Le volume d'un cône s'obtient en multipliant le cercle de la base par la hauteur et prenant le tiers du produit.

Pour un tronc de cône on fait la somme des deux bases et d'une moyenne proportionnelle entre ces deux bases, on multiplie cette somme par la hauteur, et l'on prend le tiers du produit.

557. Le volume d'une sphère s'obtient en multipliant sa surface par le rayon et prenant le tiers du produit; ou ce qui revient au même, en multipliant la surface par le diamètre et prenant le sixième du produit.

Enfin, comme la surface de la sphère est égale au carré de son diamètre multiplié par le nombre π , on peut évaluer le volume d'une sphère en multipliant le cube de son diamètre par le nombre $\pi = \frac{22}{7}$ ou 3,1415926....., et prenant le sixième du produit.

558. Deux corps peuvent être semblables sans être égaux; il en est de même des figures tracées sur un plan qui peuvent se ressembler sans être égales.

Deux figures sont égales quand elles peuvent s'appliquer exactement l'une sur l'autre.

Deux figures sont dites semblables quand elles ont la même forme sans être égales: telles sont deux circonférences de rayon différent, etc.

559. Les contours de deux figures semblables sont dans le rapport de deux lignes correspondantes dans ces figures.

Les surfaces, dans le rapport des carrés de deux lignes correspondantes.

Les volumes, dans le rapport des cubes.

Ainsi, deux circonférences sont entre elles comme leurs rayons ou leurs diamètres; les surfaces de deux cercles comme les carrés de leurs rayons ou de leurs diamètres. Il en est de même des surfaces de deux sphères; les volumes de deux sphères sont entre eux comme les cubes de leurs rayons ou de leurs diamètres.

560. Pour que deux cylindres ou deux cônes soient semblables, il faut que les rayons de leurs bases soient dans le rapport des hauteurs.

561. Le volume d'un tonneau s'obtient en faisant la somme du cercle de base et du double du cercle du milieu du tonneau, en multipliant cette somme par la longueur et prenant le tiers du produit.

Quand on veut avoir la capacité du tonneau, on prend les mesures à l'intérieur du tonneau pour n'y pas comprendre l'épaisseur du bois.



Questionnaire.

Quelle est l'unité de mesure des volumes? (551)
Comment mesure-t-on le volume d'un parallépipède rectangle? (553)
Comment mesure-t-on le volume d'un cube? (553)
Comment mesure-t-on le volume d'un prisme droit? (552)

Comment mesure-t-on le volume d'une pyramide? (554)
Comment mesure-t-on le volume d'un cylindre? (555)
Comment mesure-t-on le volume d'un cône? (556)
Comment mesure-t-on le volume d'un tronc de cône? (558)

- Comment mesure-t-on le volume d'une sphère? (557)
- Quand est-ce qu'on dit que deux figures ou deux solides sont semblables? (559)
- Dans quel rapport sont les contours de deux figures semblables? (559)
- Dans quel rapport sont les surfaces de deux solides semblables? (559)
- Dans quel rapport sont les volumes de deux solides semblables? (559)
- Quand est-ce que deux cylindres ou deux cônes sont semblables? (560)
- Comment évalue-t-on le volume et la capacité d'un tonneau? (561)

Problèmes sur le volume des solides (XLII).

- 1). Dans une boîte ayant la forme d'un parallépipède rectangle et dont les dimensions seraient de 4, 3, 5 décimètres, combien pourrait-on mettre de petites boîtes de même forme et dont les dimensions seraient de 10, 8, 6 centimètres?
- 2). Quel est le poids de l'eau distillée contenue dans une caisse dont les dimensions sont 1 mètre 80 centimètres, 1 mètre 50 centimètres, 90 centimètres?
- 3). Le litre du commerce destiné à mesurer les grains, etc., a autant d'épaisseur que de hauteur; quelle est sa hauteur?
- 4). Un cylindre dont la base a 3 mètres de circonférence et la hauteur 5 mètres, est rempli aux $\frac{2}{3}$ d'eau distillée; quel est le poids de cette eau?
- 5). Pour calculer le volume de petits objets de forme irrégulière, on s'est servi d'un cylindre de 14 centimètres de diamètre dans lequel on avait versé les $\frac{3}{4}$ d'un litre d'eau. Après l'immersion des objets, l'eau s'est élevée de 1 centimètre $\frac{1}{2}$; quelle est la hauteur de l'eau dans le cylindre et quel est le volume des objets?
- 6). Quel est le rapport des surfaces et des volumes d'une sphère et d'un cylindre qui auraient la même dimension?
- 7). Quelle est la hauteur d'un cône qui aurait 2 mètres 10 centimètres de rayon de base et même volume qu'une pyramide à base carrée de 3 mètres de côté et de 10 mètres de hauteur?
- 8). Quel est le volume d'une sphère de 5 mètres de rayon?
- 9). Quel est le diamètre d'une sphère dont le volume est de 480 mètres cubes?
- 10). Quelle est la surface d'une sphère dont le volume est de 168 mètres cubes?
- 11). Quel est le volume d'une sphère dont la surface est de 28 mètres carrés?
- 12). Quel est le côté du cube équivalent en volume à une sphère de 3 mètres de rayon?

8. ÉVALUATION DU POIDS DES CORPS PAR LEUR VOLUME, ET LEUR POIDS SPÉCIFIQUE.

562. On évalue le poids d'un corps en multipliant son poids spécifique par son volume.

563. Le poids spécifique d'un corps est le poids d'un volume quelconque de ce corps comparé à celui d'un même volume d'eau distillée.

Ainsi, quand on dit que le poids spécifique d'un corps est 4, cela signifie qu'un volume quelconque de ce corps, 1 décimètre cube par exemple, pèse 4 fois autant que 1 décimètre cube d'eau distillée.

Comme 1 décimètre cube d'eau distillée pèse 1 kilogramme, il s'ensuit que 1 décimètre cube du corps dont il s'agit pèserait 4 kilogrammes.

564. On a constaté avec beaucoup de soin le poids spécifique de toutes les substances importantes. Le tableau suivant présente quelques-uns de ces résultats.

TABLEAU DES POIDS SPÉCIFIQUES DES PRINCIPALES SUBSTANCES SOLIDES, LIQUIDES ET GAZEUSES.

SOLIDES.	LIQUIDES.	GAZ.
Platine..... 22,0690	Acide sulfurique..... 1,8409	Air..... 0,0013
Or..... 19,3617	Acide nitrique..... 1,3175	Acide carbonique..... 0,0020
Mercure..... 15,5980	Eau de 'a mer..... 1,0263	Oxygène... 0,0014
Plomb..... 11,3523	Lait..... 1,0300	Azote..... 0,0012
Argent..... 0,4743	Vin de Bordeaux..... 0,9939	Gaz à brûler. 0,9907
Cuivre..... 8,8785	Vin de Bourgogne... 0,9915	Hydrogène.. 0,00009
Acier..... 7,8163	Huile d'olive..... 0,9153	(On rapporte ordinairement à l'air le poids spécifique des gaz.)
Fer en barre. 7,7880	Alcool..... 0,7920	
Fer fondu... 7,2070	Éther sulfurique.... 0,7155	
Rubis..... 4,2833		
Diamant..... 3,5313		
Marbre..... 2,8376		
Perles..... 2,7509		
Verre..... 2,4882		
Ivoire..... 1,9170		
Bois de chene 0,8520		
Liège..... 0,2400		

565. PROBLÈME. — *Quel est le poids d'un bloc de marbre de la forme d'un parallépipède rectangle dont la longueur est de 2 mètres 3 décimètres, la largeur de 1 mètre 25 centimètres, et la hauteur de 97 centimètres, le poids spécifique du marbre étant 2,8376 ?*

Le volume du bloc sera

$2^m,3 \times 1^m,25 \times 0^m,97 = 2^m \cdot \text{cub},78875 = 2788^{\text{decim. cub}},750$;
 puisque le décimètre cube du marbre pèse $2^{\text{kilog}},8376$, le poids demandé sera $2^{\text{kilog}},8376 \times 2788,75 = 7913^{\text{kilog}},35$ à moins d'un centième près.

566. RÉCIPROQUEMENT. — *Pour trouver le volume d'un corps de forme quelconque connaissant son poids absolu et son poids spécifique, on divise le poids absolu par le poids spécifique.*

PROBLÈME. — *Quel est le volume d'une masse de fonte du poids de 248 kilogrammes, le poids spécifique du fer fondu étant 7,2070 ?*

Je divise 248 kilogrammes par 7,2070 ; ce qui donne $34^{\text{kilog}},411$ pour le poids d'un même volume d'eau, lequel volume sera par conséquent de $34^{\text{decim. cub}},411$, puisque 1 décimètre cube d'eau pèse 1 kilogramme.

Questionnaire.

Comment peut-on évaluer le poids d'un corps sans le peser? (562 et 565)	Comment peut-on déterminer le volume d'un corps à l'aide de son poids absolu et de son poids spécifique? (566)
Qu'entend-on par poids spécifique d'un corps? (563)	

Problèmes sur le poids absolu des corps déterminé par leur volume, et sur leur volume déterminé par leur poids absolu (XLIII).

1). Quel est le poids d'une planche de chêne de 3 mètres de longueur 4 décimètres de largeur et 5 centimètres d'épaisseur? Le poids spécifique du chêne étant 0,8520.

2). Une voiture est chargée de 20 barres de fer, à base carrée, dont chacune a 2 mètres 25 centimètres de long et 8 centimètres d'épaisseur ; quel est le poids de la charge? Le poids spécifique du fer en barre étant de 7,7880.

3). On demande le poids de 150 pains de sucre supposés de même forme conique régulière dont la hauteur est de 45 centimètres et le

rayon de base de 3 centimètres? Le poids spécifique du sucre est 1,3580.

4). La pression de l'air qui entoure la terre est équivalente à celle d'une colonne de mercure de 76 centimètres de hauteur. En admettant que la surface du corps humain soit de 1 mètre carré 50 décimètres carrés, quelle est la pression éprouvée par le corps humain? Le poids spécifique du mercure est 13,5980.

5). Selon le principe découvert par Archimède, tout corps pesé dans un milieu quelconque y perd une partie de son poids égale au poids du volume du milieu qu'il déplace. D'après cela combien pèserait, dans l'eau distillée, une boule de fer de 10 centimètres 5 millimètres de rayon? Le fer fondu a pour poids spécifique 7,2070.

6). Quel serait le diamètre d'une boule d'or du même poids qu'une boule d'argent de 35 millimètres de rayon? Le poids spécifique de l'or est 19,3617 et celui de l'argent 10,4743.

7). Avec une masse de 400 kilogrammes de fer fondu, combien peut-on faire de tringles cylindriques de 3 mètres de long et de 1 centimètre 4 millimètres de rayon?

8). Quelle est la valeur d'une barre d'argent ayant 135 millimètres de longueur, 48 de largeur, 30 d'épaisseur?

9). Quel est le poids de l'air renfermé dans une chambre ayant pour dimension : longueur, 5 mètres ; largeur, 3 mètres ; hauteur, 4 mètres? Le poids spécifique de l'air est 0,0013.

10). Quelle serait la valeur d'une boule d'or de 2 centimètres 1 millimètre de rayon?

11). Quel serait le diamètre d'une boule d'argent de la valeur de 1000 francs?