LIBRO SEGUNDO.

TRATA DE LAS PRINCIPALES MEDIDAS QUE SE OFRECEN EN LOS EDIFICIOS DE ARQUITECTURA, PARA DARLES SU JUSTO VALOR: MODO DE TORNEAR LAS COLUNAS Y CORTAR LAS CIMBRAS PARA TODO GÉNERO DE ARCOS Y BÓVEDAS, CON ALGUNAS PRÁCTICAS DE LA CONSTRUCCION DE ELLAS.

CAPITULO I.

(Estampa V.)

En este capítulo se trata de las medidas cúbicas de los cuerpos rectilíneos, como son pilares, paredes, cilindros y pirámides.

PROPOSICION I.

Medir un pilar ó prisma cuadrado, sea recto ó inclinado (Fig. 1).

1 Pídese que se midan los pies cúbicos que

tiene el pilar cuadrado recto P F L D: sean sus dos basas iguales; la inferior I L D, y la superior V P F E; mídase cualquiera de los lados de ellas V E ó L D, pues son iguales: tenga el dicho lado por caso 4 pies: multiplíquese por sí mismo y montarán 16 pies, y esta será la superficie de cualquiera de las dos basas L D, ó V E: mídase su altura L P, y sea por caso 8 pies y un cuarto: multiplíquese esta altura por los 16 de la basa, y saldrán á la multiplicacion 132, y estos serán los pies cúbicos que tendrá el dicho pilar, y cada pie de estos constará de tres dimensiones, que serán un pie de ancho, otro de largo y otro de alto, componiendo un sólido de 6 superficies semejante á un dado.

Puédese hacer esta misma medida, multiplicando la altura D F, que es 8 pies y un cuarto, por el ancho P F, que es cuatro, que hacen 33, y esta será la superficie de un lado, que vuelta á multiplicar por el grueso, que es otros cuatro, producirá 132 pies, que son los mismos que salieron por la otra regla.

2 Si el prisma fuere inclinado, como A V, y tuviere las mismas basas que el recto, y estas estuvieren entre unas mismas paralelas P F, A D, los dos prismas, recto é inclinado, serán de una misma altura, que es la perpendicular I E ó F D, y por consiguiente serán los dos iguales en solidez (como consta de las Proposiciones 29, 30 y 31 del lib. XI de Euclides): luego multiplicando la superficie de una de sus basas por la perpendicular D F, ó I E, está hecho lo que se pide.

Y caso que se quisiere medir el prisma inclinado, se obrará de este modo. Las basas son cuadradas abajo y arriba; pero con la inclinacion de los lados se han aumentado estos en lo largo, y el prisma ha degenerado de cuadrado en paralelógramo en sus basas; pues en el recto son los cuatro lados iguales, y en el inclinado se halla que los lados opuestos V P, y E F, son iguales á los del recto; pero los otros dos se han disminuido, de modo que el lado P F, y su opuesto V E, no tienen mas anchura que lo que es la perpendicular O C; mídase esta, y tenga tres pies (que pierde uno por la inclinacion del prisma): multipliquense otros 3 por 4, que es uno de los otros dos lados que no se han disminuido nada, y montarán 12: mídase la línea V Q, ó cualquiera otra de los lados inclinados, y se halla que tiene 11 pies: multipliquense estos por los 12, y vendrán á la multiplicacion 132, que son los mismos que salieron en el prisma recto; y esta es regla general para cualesquiera otros prismas ó cilindros, midiéndolas por el modo antecedente.

PROPOSICION II.

Medir los pies cúbicos que tienen las paredes de un edificio (Fig. 2).

Estas operaciones se hacen midiendo de por sí cada lienzo de pared: comiencese por el P O C F: tenga F C (por caso) de largo 12 pies, y los mismos O P: sea su altura F P 9 pies; y el

grueso de la pared B P 3 pies: multipliquense estas tres dimensiones unas por otras, que 12 veces 9 hacen 108; y estos por 3 montan 324, que son los pies cúbicos que tiene la pared P C con su grueso hasta B N M: mídase ahora cualquiera de las otras dos paredes, pues son iguales, que será X M (pero con cuidado no se vuelvan á medir N O ni M C, porque ya están medidas antes; ó bien medir por la parte interior de N á D); tenga D N 10 pies y medio, y R X 9, X D 3: multipliquense estos tres números unos por otros: que los 10 y medio por 9 serán 94 y medio; estos por tres montan 283 y medio; y porque la otra pared A E B se supone igual á la que ahora se ha medido, se anotarán otros 283 y medio: súmense estas dos partidas con la que salió de la pared P C, que fueron 324, y la suma de las tres montará 891 pies que tiene este edificio; del que se restarán los pies cúbicos, que ocupa el hueco de la puerta, que hay entre M y R, haciendo la medida de ella segun se han hecho las antecedentes.

PROPOSICION III.

Medir paredes de gruesos desiguales (Fig. 3).

Estas medidas son comunes á los ingenieros, por ser de esta disposicion las murallas de las fortalezas de las plazas, como son cortinas, flancos, baluartes, &c. Pídese, pues, que se mida la porcion de muralla H M: sea su corte vertical

A H R *q*: mídanse las líneas de sus dimensiones y sean por ejemplo H R la basa de 20 pies, la A *q* 12, la altura H A 25, y la línea R N 40. Tomadas todas estas medidas, se hará la cuenta de este modo. Júntense las líneas de las dos basas, inferior H R 20 pies, y superior A *q* 12 pies, que juntas son 32: tómese su mitad 16, que será una media proporcional Z T: multiplíquese Z T, que es 16, por H A, que es 25; y el producto 400 será la superficie del plano vertical A *q* R H: vuélvase á multiplicar los 400 por los 40 de la longitud R N, y vendrán á la multiplicacion 16000 pies, y estos serán los que tiene la propuesta figura.

Sino se pudiere descubrir el plano vertical A *q* R H por estar la obra cerrada en un recinto, se hará la operacion por las partes exteriores, en esta forma: Tómese una regla ó vara larga y derecha *q* D: átese en su extremo D un cordel, con una plomada pendiente en R, de modo, que no llegue á tocar en tierra; y asentando parte de la regla en la superficie A *q*, se sacará ó entrará la regla hasta que se ajuste la plomada en R; y estando así, hágase una señal en la regla en *q*, y mídase lo poco que falta para llegar el plomo al suelo R, cuya parte se aumentará al cordel que cuelga de D: con esto se han hecho dos operaciones; la una saber que A D es igual á la basa oculta H R, y la otra saber que la cuerda D R es igual á la perpendicular oculta *q* I, ó al lado A H. Júntese la distancia A D con la A *q*, y la mitad de las dos será igual á la Z T; y midiendo

la *q* M, saldrán las mismas dimensiones que antes; y haciendo con ellas las mismas cuentas saldrán los mismos 16000 pies cúbicos que tiene la muralla.

PROPOSICION IV.

Medir la solidez de las pirámides huecas (Fig. 4).

Esta clase de edificios se halla en muchas partes fabricada de los antiguos, á las que llaman agujas. Sus plantas pueden ser rectilíneas, circulares y elípticas; pero de cualquiera modo siempre vienen á rematar en una punta muy aguda, subiendo toda la superficie exterior en línea recta, inclinada desde su planta hasta su cúspide, que se cierra con una pieza de su figura. Son algo difíciles de medir por ser sus gruesos distintos en la planta de lo que son al remate; pero todo se hará fácilmente, obrando como se sigue.

Sea la aguja M N V, y su planta sea el cuadrado A F R H: mídase cualquiera de sus cuatro lados R H: tenga por caso 20 pies, que multiplicados por otros 20 de otro de sus lados, hacen 400, cuya superficie es el cuadrado de la planta: mídase ahora la perpendicular T V, que se hace por fuera, subiendo á V, y cruzando una regla V S con un cordel atado en S, y será la perpendicular S N: mídase este cordel y tenga 35 pies: multipliquense por los 400, que tuvo la basa, y serán 14000 pies cúbicos (Si este edificio fuere macizo, y rematase arriba con igual grueso que el de su

planta, no habia que hacer mas medida); y porque toda pirámide acuta es la tercera parte del prisma, formado sobre su planta, y de una misma altura, como consta de la proposicion 7 del lib. XII de Euclides, se tomará la tercera parte de los 14000, que son 4666 y dos tercios, y estos serán los pies cúbicos de toda la pirámide M N V, incluso su hueco C O I, que se restará como se sigue.

Mídase la planta interior del hueco P Q B D: tenga por caso 10 pies por cada lado, que multiplicados en sí, hacen 100, y estos tendrá el hueco cuadrado de C á O: mídase la perpendicular T I, que es la altura inferior: tenga 33 pies, por cuya altura se pueden multiplicar los 100 pies del hueco O C, y producirán 3300, cuyo tercio 1100 se restarán de los 4666 y dos tercios que tuvieron macizo y hueco juntos, y quedarán 3566 y dos tercios, y estos serán los pies cúbicos que tienen las cuatro paredes de la tal aguja. La misma cuenta saldria multiplicando la basa A F R H por el tercio de la perpendicular T V, ó toda la T V por el tercio de la superficie de la basa, y lo mismo se haria con las dimensiones del hueco. Si como en esta aguja es la planta cuadrada, fuere triángulo, pentágono, ó cualquiera otra figura rectilínea, ó círculo, ó elipse, se medirá su area por las reglas del capítulo VII del antecedente libro.

Si esta ó cualquiera otra aguja, ó pirámide acuta, se hubiere de medir para vestirla de lata ú otra cosa por lo exterior de ella, se medirá cada

triángulo exterior de por sí por las reglas dadas en dicho capítulo 7; y juntando en una suma los lados exteriores, se sabrá el material que se necesita para formarlos.

PROPOSICION V.

Medir la superficie y solidez de las pirámides curtas ó descabezadas, sobre plantas rectilíneas (Fig. 5).

Estas medidas se pueden hacer de distintos modos: aquí se pondrá la práctica en dos maneras: la primera será por la doctrina de Nicolás Tartaglia, á quien siguieron Moya y otros autores: la segunda será una práctica sencilla y muy segura, y tan clara, que cualquiera mediano práctico la pueda entender.

Modo 1. Segun Tartaglia, sea la pirámide curta ó descabezada, ABO (Fig. 5.), cuya planta sea la basa cuadrada A B C D, y el remate ó basa superior sea tambien cuadrada en O (para obrar conforme el egemplo de Moya, le hemos de dar las mismas dimensiones que él le da en el cap. 14, lib. 4, de Geometría Práctica, fol. 217, que son las siguientes). Los lados del cuadrado de la basa inferior AB tengan á 8 pies cada uno, y los lados del cuadrado superior O tengan á 4: cuádrense los lados y serán 64 y 16: y cada superficie de estas dos se le ha de sacar su raíz cuadrada, y será, de 64 su raíz 8, y de 16 su raiz 4: multiplíquese una raíz por otra y serán 32,

cuya cantidad es la de otra basa, media proporcional entre la 64 y la de 16: súmense estas tres basas 16, 32 y 64, y montarán 112, que se multiplicarán por el tercio de la perpendicular LZ, y lo que saliere, serán los pies cúbicos que tendrá la pirámide. Lo mismo saldrá si se multiplica toda la perpendicular LZ, por el tercio de los 112, y lo mismo multiplicando todos los 112 por toda la LZ; y de lo que saliere, tomar la tercera parte, y así cada uno usará de cualquiera de los tres modos, el que mas le gustare, que por cualquiera de ellos sale la misma cuenta.

Para esta operacion, la antecedente, y las que se siguen, es preciso saber cómo se saca la perpendicular LZ, lo que se hará del modo siguiente. Tírese de cualquiera ángulo de la basa menor O una recta perpendicular al lado A B, la cual corta á este en I: mídase I A, y tenga 2 pies: hágase el cuadrado sobre ella, que multiplicando 2 por 2 serán 4: guárdese este 4: mídase ahora cualquiera de los lados inclinados, no por los ángulos, que estos son mas largos, sino por medio de sus lados, como de los puntos S ó L: tenga por caso el lado 12 pies y 8 veinticinco avos de otro pie, que multiplicados por sí mismo, hacen un cuadrado de 148 pies: réstese de este cuadrado el que salió de I A, que fué 4, y quedarán 144: sáquese la raiz cuadrada de 144, y vendrán 12, y estos son los pies que debe tener la perpendicular VO, ó LZ, como consta de la proposicion 4 del libro antecedente; y si se quisiere sacar la raíz cuadrada por via de

línea, se harán sin confusion de quebrados por la proposicion 14 del citado libro. Esto entendido, sigamos la medida de Tartaglia: quedamos en que las tres basas eran 16, 32 y 64, que sumadas, hacen 112, y multiplicadas por el tercio de la perpendicular V O (que de 12 es 4) salen á la multiplicacion 448, y estos son los pies cúbicos, que dicen tiene la propuesta pirámide; la que si, como es cuadrada, fuere redonda, se tomarian los 11 catorce avos, que se haria multiplicando los 448 por 11, y el producto partirlo á 14, y lo que viniere sería la solidez de la pirámide redonda. El por qué se multiplica por 11, y se parte á 14, se halla en la proposicion 51 del libro antecedente sobre medir los círculos. Esta práctica es universal á todo género de pirámides: porque medidas sus basas, sean de la figura que quisieren, siempre se obra lo mismo con la perpendicular.

Modo 2, con mas brevedad, por cualquiera de dos prácticas. Primera: Sea la misma pirámide con las mismas dimensiones (Fig. 5); cuádrese la basa A B, cuyo lado es 8, y serán 64: cuádrese la basa O, que es 4, y serán 16: súmense las 16 con 64, y serán 80: tómese su mitad 40, y multiplíquese por la perpendicular 12, y saldrán á la multiplicacion 480: esta medida es 32 pies mas que la antecedente, y la tengo por mas segura, como se demostrará en la proposicion siguiente.

Segunda. Cuádrese la basa menor O, que siendo sus lados cada uno de 4 pies, serán 16: multiplíquense estos 16 por la perpendicular 12, y montarán 192: estos 192 son los pies cúbicos

que tiene un prisma, ó pilar, cuyas basas son iguales, como la de V con la oculta O, imaginada en el centro de la pirámide, como se demuestra con las líneas de puntos en el centro O V; y porque ya hemos medido el prisma interior, que es V O, que si fuera hueco como en la figura antecedente, se habia de restar de la solidez de la pirámide, falta que medir ahora los macizos, que cargan entre los lados del cuadrado interior V, hasta S y L, y demás correspondientes, cuya altura es la misma perpendicular V O, ú L Z, rematando en el cuadrado O, sin ninguna superficie: para saber esta solidez, cuádrese la basa S L, cuyo cuadrado será el mismo de antes 64: réstese de este cuadrado V, que es 16, y quedarán 48: tómese la mitad, que es 24, y multiplíquese por la perpendicular 12, y saldrán á la multiplicacion 480, como por la práctica antecedente. La razon de multiplicar la mitad de la superficie de la basa A B C D (menos la del cuadrado V igual á O) se comprenderá mejor en la proposicion siguiente, en que se probará ser cierta esta medida.

PROPOSICION VI.

Medir la solidez de las paredes de un pozo redondo, ú otro edificio semejante (Fig. 6).

Sea un pozo A H M N, cuyo hueco sea P Q B D, y todas sus líneas paralelas entre sí. Mídase cualquiera de sus dos diámetros mayores; sea el superior A H; tenga por caso 8 pies: mídase la superficie de su círculo por la proposicion 51 del

lib. I, que es cuadrar el diámetro 8, y el producto 64 multiplíquese por 11, y saldrán 704: pártanse estos á 14, y vendrán á la particion 50 y 4 catorce avos; mídase su altura PB, y sea 7 pies: multiplíquense estos por los 50 y 4 catorce avos, que traidos estos á menor denominacion, hacen 2 séptimos, y saldrán 350; y añadiéndoles los 2 séptimos de 7, que son 2 enteros, montará la suma 352, y estos serán los pies cúbicos que tendrá todo el cilindro del pozo (hueco con macizo); y porque solo se ha de medir el macizo, réstese el hueco, que será en esta forma: Mídase el diámetro de su círculo, cuya línea es P Q: tenga 4 pies: cuádrense estos, y serán 16: multiplíquense por 11, y el producto pártase á 14, y vendrán á la particion 12 y 4 séptimos: multiplíquense por los 7 (altura del pozo), y montarán 88, y estos serán los pies cúbicos que tiene el cilindro vacío P Q B D, que restados de la partida antecedente, quedan 264 en las paredes.

Si las paredes no fueren paralelas, como sucede en una pirámide descabezada, se obrará de este modo: Sean las paredes en la planta el grueso de M B, y arriba rematen en ángulo agudo en P, con la inclinacion de las rectas de puntos M P: tengan de altura 7 pies, y la basa M N 8 pies de diámetro, incluso el hueco B D, y la de éste tenga 4 pies; y porque ya están medidas de antes, no hay que repetir la operacion; la superficie de M N tuvo 50 pies, y dos séptimos: la B D, ó P Q, su igual, tuvo 12 pies y 4 séptimos: restense estos de los 50 y 2 séptimos, y quedan 37 y $\frac{5}{7}$, y estos son los pies superficiales que tiene el anillo comprendido entre los dos círculos M N, y B D: multiplíquense los 37 y $\frac{5}{7}$ por toda la altura B P (que tiene 7), y montarán 264 pies, que son los mismos que salieron antes en las paredes paralelas A P, M B; y porque las que ahora hemos medido son la mitad de aquellas, tómese la mitad de 264, y serán 132, y estos serán los pies cúbicos que tendrán las paredes del propuesto pozo.

El que sean estas mitad de las antecedentes, se demuestra claro en la figura en cualquiera de los planos, cortados verticalmente; porque al plano A P, M B, que es un paralelepípedo, le corta la diagonal M P en dos partes iguales; y al otro, su opuesto, le corta la diagonal N Q: luego cualquiera de los dos triángulos verticales M P A y M P B son iguales, y cada uno de ellos es mitad de la superficie vertical A P M B. Si esta medida se quisiere verificar mas, se obrará multiplicando la superficie vertical del triángulo M B P por la mitad de lo que tuvieren las circunferencias de los dos círculos mayor y menor, cuya práctica es la siguiente.

Si 7 de diámetro me dan 22 de circunferencia, 8, que tiene el diámetro M N, qué me darán? Multiplíquese el segundo número 22 por el tercero 8, y el producto 176 pártase al primero 7, y vendrán al cociente 25 pies y un séptimo; y esta será la circunferencia del círculo hecho sobre el diámetro M N: hágase la misma cuenta con el diámetro menor B D, que es 4

pies; si 7 dan 22, 4 qué darán? y siguiendo la regla antecedente, saldrán de circunferencia 12 pies, y 4 séptimos, que juntos con los 25 y un séptimo, montarán 37 y $\frac{5}{7}$ (valor de las dos circunferencias): tómese la mitad, y serán 18 y seis séptimos: multiplíquense estos por los 7 de la altura BP, y vendrán al producto 132 pies cúbicos, que son los mismos que por la medida antecedente. Esta práctica es lo mismo que la de la Fig. 5 antecedente á esta: porque aquella es una pirámide descabezada, y tiene un prisma cuadrado dentro de ella, como representa VO; y esta que ahora hemos medido es otra pirámide descabezada, cuya basa inferior es MN, y la superior PQ, y en su centro hay otro prisma cilíndrico PQBD, y solo se diferencian las dos en que la una es cuadrada, y la otra es redonda; pero las reglas de medir unas y otras son de un mismo modo, segun se ha practicado sobre estas dos figuras: luego es claro, que midiéndolas por estas últimas reglas no habrá error, y se obrará con mas facilidad que por las medidas de Nicolás Tartaglia, escusando el sacar raices cuadradas, como tambien, sino se quisiere usar de quebrados, medir por pulgadas ó líneas; advirtiendo, que cada pulgada tiene 12 líneas de largo, 12 de ancho, y otras 12 de alto: luego multiplicando las tres dimensiones unas por otras, constará la pulgada de 2728 líneas cúbicas, y el pie de otras 2728 pulgadas: con que haciendo así las medidas, saldrán tan ajustadas, que aunque sean las pirámides, ú obras que se midan, de

los metales de mas valor, no se le perjudicará, ni al dueño, ni al artífice que hizo la obra.

PROPOSICION VII.

Medir las superficies de cualquiera edificio redondo, para revocos, estucados, ú otros forros con que se quieran revestir (Fig. 6).

Si se ofreciere haber de medir las dos superficiales (exterior é interior) de un edificio redondo por saber los pies, que se hicieron, ó hay que hacer de revoco, ó estucado, ó cualquiera otro material, se hallarán los pies de circunfecia, que tienen los dos círculos; y juntándolas en una suma se multiplicarán por la altura (si fuere igual en todo el edificio), y lo que saliere serán los pies cuadrados de aquellas superficies; y habiendo de medir cada una de por sí, se obrará del modo siguiente: Sea la superficie, que se ha medir, la del cilíndro PQBD por la parte interior: mídase su diámetro PQ: tenga por egemplo 4 pies: multiplíquense estos por 3 y un séptimo, y montarán 12 y 4 séptimos: multiplíquense 12 $\frac{4}{7}$ por 7 de la altura BP, y montarán 88, y tantos serán los pies superficiales, que tendrá el propuesto cilindro: si se hubiere de medir la superficie exterior, se obrará del mismo modo, multiplicando su diámetro AH (que se supone ser 8 pies) por 3 y un séptimo, y saldrán 25 pies y un séptimo, y esta será la circunferencia que le rodea, que multiplicada por

los 7 (altura de M A) montarán 176, y esta será la superficie exterior, y así se medirán todos los cilindros. La razon por qué se halla la circunferencia de cualquiera círculo multiplicando su diámetro por 3 y un séptimo, consta de la proposicion 37 del lib. 1.

PROPOSICION VIII.

Medir la solidez de cualquiera cilindro, ó coluna, sea recta ó inclinada (Fig. 7).

Sea un cilindro ó coluna recta A B C D: mídase la area de cualquiera de sus dos basas, que se obrará por cualquiera de las reglas antecedentes, ó multiplicando el diámetro en sí y lo que saliere por 11, y este último producto partirlo á 14: ó bien multiplicando la mitad del diámetro por la mitad de la circunferencia, y lo que saliere por cualquiera de las dos reglas, será la superficie de la basa, que se multiplicará por la altura D A; y el producto de todo serán los pies cúbicos de la propuesta coluna ó cilindro.

Ejemplo.

Sea el diámetro de cualquiera de las dos basas A B: multiplíquese por sí mismo; y suponiendo que tenga 4 pies, harán 16: vuélvanse á multiplicar los 16 por 11, y montan 176: pártanse estos á 14, y vendrán al cociente 12 y $\frac{4}{7}$ y esta será la superficie de la basa: mídase la perpendicular A D; tenga por caso 11 pies: multiplíquense estos por los 12 y $\frac{4}{7}$ de la basa, y saldrán á la multiplicacion 138 y 2 séptimos; y estos serán los pies cúbicos que tendrá la solidez de la coluna.

Si el cilindro fuere oblicuo, y asentare sobre la misma basa del recto D C, y su largura fuere D E, ó C F, por mucha que fuere esta, no saliendo de entre las paralelas D M, A F, sería de igual altura que el recto D B; y por consiguiente sería de igual solidez (como consta de la proposicion I de este libro): luego echándole la perpendicular F M, se multiplicará esta por la superficie de una de las dos basas del recto, y lo que saliere será la solidez del inclinado. Si el cilindro inclinado se hubiere de medir siendo sus basas D C, y E F círculos, el cuerpo del cilindro degenera en óvalo, cuyos diámetros son el mayor el mismo D C, y el menor la perpendicular E S: por lo que será preciso delinear una elipse de los dos diámetros, por cualquiera regla de las figuras 31, 32, 33, &c. de la estampa II del libro antecedente, y se medirá por las reglas de la fig. 60, estampa III de dicho libro; y la superficie que saliere, se multiplica ó por lo largo de D á E, ó de C á F; pero si los lados inclinados fueren el uno mayor que el otro, como el uno D E, y el otro C S, se juntarán los dos en una suma, y tomando la mitad de esta, se multiplicará por la misma basa de la elipse que se ha delineado; y así se obrará con todos los sólidos semejantes.

PROPOSICION IX.

Medir la superficie de las pirámides cónicas y sus solidezes, sean acutas ó descabezadas (Fig. 8).

Pirámide cónica es la que su basa es un círculo ó elipse (aunque en este segundo caso será como elíptico): sus lados son líneas rectas, y suben de su circunferencia á rematar en un punto, formando un ángulo agudo: pueden ser rectas ó inclinadas: rectas son las que su cúspide dista igualmente por todas partes de la circunferencia de su basa: inclinadas son las que se aparta su cúspide, cayendo fuera del centro de la basa. Esto entendido, se pide los pies superficiales de la pirámide cónica A B D, que se sabrá obrando del modo siguiente: Hállese la circunferencia del círculo de la basa, cuyo diámetro sea la recta B D, que se hallará multiplicando el dicho diámetro por 3 y un séptimo, y los pies que salieren de circunferencia en esta basa, vuélvanse á multiplicar por los que tuviere el lado inclinado A B, ó A D, y lo que montare será la superficie exterior, que rodea toda la pirámide, sin entrar en ella lo que tiene la basa, que siendo necesario se medirá aparte.

Si la superficie se hubiere de medir en la pirámide inclinada, se juntarán los dos lados V D, V L en una suma (por ser desiguales), y tomando la mitad de esta suma se multiplicará por la

circunferencia, y saldrán los pies superficiales, sin los que tiene la basa.

Para saber los pies cúbicos de la pirámide recta A B D, multiplíquese la area de la basa por el tercio de la perpendicular D H, y lo que saliere será su solidez, cuya práctica es la misma que se obró sobre la fig. 4, y no es necesario repetirla.

Si la solidez, que se hubiere de medir, fuere la pirámide inclinada V D L, hállese la perpendicular V F, que corta á la basa alargada en F: multiplíquese la superficie de esta basa por toda la perpendicular; y el tercio de lo que saliere, será la solidez de la propuesta pirámide inclinada. Sobre esto se advierte, que las pirámides acutas, rectas, ó inclinadas, son tercia parte del sólido formado sobre su basa, sea prisma, ó cilindro, como consta de la propos. 7, del 12 de Euclides. Tambien las pirámides inclinadas, como las rectas siendo de iguales basas, y estando entre unas mismas paralelas, se guardan recíproca igualdad, que los prismas, y cilindros, como se representa en las figuras 1 y 7. Luego entendiendo aquellas, se halla conocido el mismo efecto en estas de la fig. 8.

Si las propuestas dos pirámides fueren descabezadas, de iguales basas y alturas, cortadas con la recta *y* E, paralela á la B F de la basa, midiendo la una, está medida la otra, cuya regla es la misma que la que se ha practicado con la fig. 5, y se ha demostrado en la fig. 6.

PROPOSICION X.

Tender en plano la superficie exterior de cualquiera pirámide cónica (Fig. 8).

Sea la superficie, que se ha de tender en plano, de la pirámide acuta A B D: hágase aparte la recta M N, larga á discrecion: tómese el diámetro B D, y póngase tres veces este diámetro, y la séptima parte de una mas de M á N: tómese cualquiera de los lados inclinados A B, y levántese igual á este lado la recta M Z, perpendicular á M N (como se levanta del extremo M, se podia levantar de cualquiera otro punto de la M N) del extremo Z á los extremos M y N: tírense las rectas Z M, Z N, y se habrá formado el triángulo M N Z, cuya superficie es igual á la exterior de la pirámide A B D (sin contar su basa), como se puede probar, midiendo una y otra por cualquiera de las reglas dadas para medir planos en el libro antecedente.

Si la superficie, que se hubiere de tender en plano, fuere de la pirámide inclinada V D L, habiendo tendido la M N igual á 3 diámetros, y un séptimo de su basa, se juntarán en una suma el lado mayor V D con el menor V L; y tomando la mitad, se hará la perpendicular M Z igual á dicha mitad; y tirando las rectas Z M, Z N, será el triángulo Z M N de igual superficie que la que rodea la pirámide V D L, sin contar la de su basa.

Si cualquiera de las dos pirámides, que se han tendido en plano, fueren descabezadas, se tirarán las dos paralelas M N igual á la circunferencia de la basa mayor, y K G igual á la de la basa menor, de modo, que disten una paralela de otra lo que es de largo el lado inclinado de la pirámide recta, que será la línea *y* B, ó D O; y siendo la pirámide inclinada, distarán las dichas paralelas lo que fuere la mitad de la suma de los dos lados inclinados mayor D R, y menor L C, cuya distancia será la línea M K: tírense las rectas K M, G N, y el trapecio M N G K será la superficie que se busca, igual á la de la parte exterior de la pirámide, sin la de sus basas, que siendo necesario se medirán aparte, y se juntarán con la demás superficie.

CAPITULO II.

En este capítulo se trata del modo de medir cornisas y todo género de colunas, así la superficie de ellas, como el sólido: modo de delinearlas, disminuirlas, tender en plano sus superficies, y tornear las salomónicas, &c.

PROPOSICION XI.

Medir la superficie y solidez de las cornisas (Fig. 9).

Sea la cornisa, que se ha de medir, A M,