582 pour résultat, la preuve par 9 n'indiquerait aucune erreur, et cependant ce résultat est trop fort de 9×2.

Par une raison semblable, la preuve par 11 n'est en défaut, que quand les erreurs commises sont telles que le produit obtenu est trop fort ou trop faible d'un multiple de 11.

Le dividende diminué du dernier reste devant être égal au produit du diviseur par le quotient, la méthode précédente donne le moyen de faire la *preuve de la division par* 9 *et par* 11.

Quand les preuves par 9 *et par* 11 *s'accordent à n'indiquer aucune faute de calcul, il est probable que le résultat obtenu est exact;* car s'il existait une erreur, elle serait nécessairement un multiple de 9 et de 11; elle serait donc un multiple de 9×11 (nº **73**) ou de 99.

§ IV. *Des nombres* PREMIERS. *Du plus grand commun diviseur. Propriétés des diviseurs des nombres.*

62. On dit qu'*un nombre est* PREMIER, *lorsqu'il n'est divisible par aucun autre nombre;* ce qui revient à dire qu'un nombre est *premier* quand il n'est divisible que par lui-même et par l'unité. Les nombres premiers sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29. 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, etc. Nous verrons (nºs **79**, **80**, et **81**), comment on les détermine.

Deux nombres sont dits *premiers entre eux*, quand ils n'ont pas de facteur commun. Ainsi, 10 et 21, ou 2×5 et 3×7, sont *premiers entre eux;* on dit encore que 10 est *premier avec* 21.

Deux nombres entiers consécutifs sont toujours premiers entre eux, car s'ils admettaient un facteur commun, ce facteur diviserait leur différence 1, (nº **54**, 2º); ce qui n'est pas possible.

Lorsqu'un nombre premier p ne divise pas un autre nombre, ces deux nombres sont nécessairement premiers entre eux; car s'ils avaient un facteur commun, ce facteur diviserait le nombre premier p; ce qui est contraire à la définition des nombres premiers. Il suit de là que *deux nombres premiers sont toujours premiers entre eux.*

Les facteurs et les diviseurs qui sont des nombres premiers, prennent aussi les noms de *facteurs premiers* et de *diviseurs premiers.* Ainsi, 35 est le produit des facteurs premiers 5, 7; 5 et 7 sont les diviseurs premiers de 35.

63. Le plus grand nombre qui divise à la fois plusieurs nombres donnés étant le plus grand de tous leurs diviseurs communs, est ce qu'on nomme leur *plus grand commun diviseur.*

Par exemple, les *diviseurs* de 48 étant 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, et ceux de 18 étant 2, 3, 6, 9, on voit que les *diviseurs communs* à 48 et 18 sont 2, 3, 6; et que leur *plus grand commun diviseur* est 6.

64. Nous allons d'abord faire voir comment on peut *trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres.*

Pour fixer les idées, considérons les nombres 117, 51; leur plus grand commun diviseur ne pouvant surpasser 51, on est conduit à diviser 117 par 51; car dans le cas où 51 diviserait 117, le nombre 51 serait évidemment le plus grand commun diviseur demandé. Cela n'arrive pas dans notre exemple, car 117 divisé par 51 donne le quotient 2 et le reste 15. On a donc

$$117 = 51 \times 2 + 15, \text{ (nº 27)}.$$

On voit ainsi que 117 est la *somme* des deux nombres 51×2, 15, et que 15 est la *différence* entre 117 et 51×2.

Il est facile d'en déduire que tout diviseur commun aux nombres donnés 117, 51, divise le reste 15 de leur division, et que le plus grand commun diviseur des nombres 117, 51, est le même que celui qui existe entre le plus petit de ces deux nombres et le reste 15 de leur division. En effet; d'après les propriétés du nº **54** (1º, 2º et 5º), tout diviseur commun à 117 et 51, divisant les deux nombres 117, 51×2, devra diviser leur différence 15, qui exprime le reste de la division de 117 par 51; de plus tout diviseur commun à 51 et 15, divisant les deux nombres 51×2, 15, divisera leur somme 117; les diviseurs communs de 117 et 51 sont donc les mêmes que ceux de 51 et 15; le plus grand commun diviseur de 117 et 51 est donc le même que celui de 51 et 15. Ce qui démontre les deux propriétés énoncées.

Les mêmes raisonnemens étant applicables à des nombres quelconques, on voit : 1° que *tout diviseur commun à deux nombres divise le reste de leur division,* et 2° que *le plus grand commun diviseur de deux nombres est le même que celui qui existe entre le plus petit de ces deux nombres et le reste de la division du plus grand nombre par le plus petit.*

La question est ainsi réduite à chercher le plus grand commun diviseur de 51 et 15; pour l'obtenir, on divise 51 par 15, ce qui fournit le quotient 3 et le reste 6. Or, on vient de voir que le plus grand commun diviseur de 117 et 51 est le même que celui de 51 et 15; et d'après le principe général énoncé (2°), le plus grand commun diviseur des nombres 51 et 15 est le même que celui qui existe entre 15 et le reste 6 de la division de 51 par 15; le plus grand commun diviseur des nombres donnés 117, 51, est donc le même que celui de 15 et 6.

La question se trouve ainsi réduite à chercher le plus grand commun diviseur entre le reste 15 de la 1re division et le reste 6 de la 2e division. Pour trouver ce plus grand commun diviseur, on divise 15 par 6, ce qui fournit le quotient 2 et le reste 3. On vient de voir que le plus grand commun diviseur de 117 et 51 est le même que celui de 15 et 6, et d'après le principe général énoncé (2°), ce dernier plus grand commun diviseur est le même que celui qui existe entre 6 et le reste 3 de la division de 15 par 6; le plus grand commun diviseur des nombres donnés 117, 51, est donc le même que celui de 6 et 3.

La question est donc réduite à chercher le plus grand commun diviseur entre les deux derniers restes 6, 3; à cet effet, on divise 6 par 3, ce qui donne le quotient exact 2; le reste 3 divisant 6 est le plus grand commun diviseur de 6 et 3; et par suite, le plus grand commun diviseur des nombres donnés 117, 51, est le reste 3 qui a divisé exactement le reste 6 précédent.

On dispose ordinairement le calcul de cette manière :

Quotiens...............	2	3	2	2	
Dividendes et diviseurs.	117	51	15	6	3
Restes...............	15	6	3	0	

Remarque. On déduit de ce qui précède que tout diviseur commun aux nombres 117, 51, divise les restes successifs 15, 6, 3, que l'on trouve en cherchant le plus grand commun diviseur de 117 et 51. En effet, d'après le principe général énoncé (1°), tout diviseur commun à 117 et 51 divisant le reste 15 de leur division, doit diviser 51 et 15; d'après le même principe, tout diviseur commun à 51 et 15, divisant le reste 6 de leur division, doit diviser 15 et 6; enfin, tout diviseur commun à 15 et 6 divisant le reste 3 de leur division, on voit que tout diviseur commun à 117 et 51, divise les restes successifs 15, 6, 3. Tout diviseur commun aux nombres 117 et 51, divise donc leur plus grand commun diviseur 3.

65. En général : *Pour trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres, divisez le plus grand nombre par le plus petit; si le reste est zéro, le plus petit nombre sera le plus grand commun diviseur cherché; si le reste n'est pas nul, divisez le plus petit des nombres proposés par ce 1er reste; si le reste de cette division est zéro, le 1er reste sera le diviseur cherché; si ce 2e reste n'est pas nul, divisez le 1er reste par le 2e; si le 3e reste est zéro, le 2e reste sera le diviseur cherché; si ce 3e reste n'est pas zéro, divisez le 2e reste par le 3e. Continuez à diviser les restes successifs les uns par les autres, jusqu'à ce que vous parveniez à un quotient exact; le reste qui divisera exactement le reste précédent sera le plus grand commun diviseur demandé.*

66. Les raisonnemens du n° 64 pouvant s'appliquer à des nombres quelconques, on en déduit les propriétés suivantes :

1°. *Tout diviseur commun à deux nombres, divise les restes successifs que l'on obtient en cherchant le plus grand commun diviseur de ces deux nombres.*

2°. *Le plus grand commun diviseur de deux nombres est le même que celui de deux restes consécutifs quelconques.*

3°. *Tout diviseur commun à deux nombres* A, B, *divise leur plus grand commun diviseur*. Car d'après (1°), ce diviseur commun divise les restes successifs fournis par la recherche du plus grand commun diviseur de A et B; et le dernier de ces restes est le plus grand commun diviseur de *A* et *B*.

4°. *Quand on obtient un reste égal à l'unité, ou quand un reste est égal au diviseur diminué d'une unité, ou quand deux restes consécutifs ne diffèrent que d'une unité, ou quand on s'aperçoit que deux restes consécutifs sont premiers entre eux, ou quand on trouve pour reste un nombre premier qui ne divise pas le reste précédent, on ne continue pas les divisions successives*, parce qu'il est facile de déduire de (2°) que dans ces différens cas, *les deux nombres donnés sont premiers entre eux*.

5°. *Lorsque deux nombres* A, B, *sont premiers entre eux, la recherche de leur plus grand commun diviseur conduit nécessairement à un reste égal à l'unité;* car le reste qui divise exactement le reste précédent étant le plus grand commun diviseur de A et B, si ce reste n'était pas égal à l'unité, les nombres A, B, admettraient un diviseur commun autre que l'unité; ils ne seraient donc pas premiers entre eux; ce qui est contre l'hypothèse.

* 6°. *Lorsque les nombres* A, B, *dont on cherche le plus grand commun diviseur, ne sont pas premiers entre eux, les restes successifs diminuent au moins de deux unités à chaque division;* car, si la différence entre deux restes consécutifs pouvait être moindre que 2, elle serait nécessairement égale à l'unité; les nombres A, B, seraient donc premiers entre eux; ce qui est contre l'hypothèse.

* 7°. *Le nombre de divisions à effectuer pour trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres ou pour reconnaître s'ils sont premiers entre eux, ne saurait surpasser la moitié du plus petit de ces deux nombres;* car dans la première division, le reste est moindre que le plus petit des deux nombres donnés, et les restes successifs (à l'exception des deux derniers) diffèrent au moins de deux unités à chaque division.

Remarque. Pour que cette propriété soit générale, il faut avoir soin d'arrêter les divisions successives dans les cas indiqués (4°).

Par exemple, si dans la recherche du plus grand commun diviseur entre 17 et 3, on continuait les divisions jusqu'à ce qu'on parvînt à un reste nul, on effectuerait trois divisions; si l'on s'arrêtait au reste 1, on ferait deux divisions; de sorte que le nombre des divisions surpasserait la moitié du plus petit des deux nombres donnés. Mais, en ayant égard à la remarque que nous venons de faire, la propriété énoncée n'est plus en défaut; car dès la 1re division de 17 par 3, le reste 2 ne différant que d'une unité avec le diviseur, on est certain que 17 est premier avec 3; de sorte qu'il suffit d'effectuer une seule division.

67. Le *plus grand commun diviseur de plusieurs nombres* se déduit facilement de ce qui précède.

Par exemple, pour trouver le plus grand commun diviseur de 48, 18 et 15, on observe que tout diviseur commun à 48, 18 et 15, devant diviser 48 et 18, divise nécessairement le plus grand commun diviseur de 48 et 18 (nº **66**, 3°) qui est 6; tout diviseur commun à 48, 18 et 15, divise donc 6 et 15. Mais, tout diviseur commun à 6 et 15, divisant le plus grand commun diviseur 6 de 48 et 18, divisera nécessairement 48 et 18 (nº **54**, 5°); tout diviseur commun à 6 et 15, divise donc 48, 18 et 15. Les diviseurs communs à 48, 18 et 15, sont donc les mêmes que ceux de 6 et 15; le plus grand commun diviseur de 48, 18 et 15, est donc le même que celui de 6 et 15. Le plus grand commun diviseur 3 de 6 et 15, est donc le plus grand commun diviseur de 48, 18 et 15. On voit que le plus grand commun diviseur de trois nombres est le même que celui qui existe entre le plus grand commun diviseur des deux premiers nombres et le troisième nombre.

Tout diviseur commun à 48, 18 et 15, divisant 6 et 15, divise le plus grand commun diviseur de 6 et 15 (nº **66**, 3°); et comme ce dernier plus grand commun diviseur est celui de 48, 18 et 15, on voit que tout diviseur commun à trois nombres, divise leur plus grand commun diviseur. Et ainsi de suite.

68. Les raisonnemens précédens conduisent à cette règle générale : *Pour trouver le plus grand commun diviseur de différens nombres*, A, B, C, D, etc., *déterminez d'abord le plus grand commun diviseur* P *entre* A *et* B. *Cherchez ensuite le plus grand commun diviseur* P′ *entre* P *et* C; P′ *sera le plus grand commun diviseur des nombres* A, B, C. *Calculez le plus grand commun diviseur* P″ *entre* P′ *et* D ; P″ *sera le plus grand commun diviseur des nombres* A, B, C, D. *Continuez à opérer de la même manière, jusqu'au dernier des nombres donnés; le plus grand commun diviseur fourni par la dernière opération sera celui des nombres donnés.*

On trouve de cette manière que le plus grand commun diviseur des nombres 90, 126 et 540, est 18.

Remarque. On déduit des raisonnemens du n° **67** que *tout diviseur commun à plusieurs nombres divise leur plus grand commun diviseur.* Il résulte du principe du n° **54** (5°), que *réciproquement, tout diviseur du plus grand commun diviseur de différens nombres, divise ces nombres.*

69. *Lorsqu'on connaît le plus grand commun diviseur* P *de différens nombres* A, B, C, etc., *pour en déduire le plus grand commun diviseur entre les produits* AN, BN, CN, etc., *de* A, B, C, etc., *par un nombre donné* N, *il suffit de multiplier* P *par* N.

Nous allons d'abord démontrer que cette propriété convient à deux nombres. Nous en déduirons qu'elle est générale.

1°. Soient les nombres 58, 26, dont le plus grand commun diviseur est 2; je dis que le plus grand commun diviseur entre 58×5 et 26×5 sera 2×5. En effet; pour trouver le plus grand commun diviseur entre 58 et 26, on divise 58 par 26, ce qui donne le quotient entier 2 et le reste 6; on divise 26 par 6, ce qui donne le quotient entier 4 et le reste 2; enfin, on divise 6 par 2, ce qui donne le quotient exact 3 et le reste 0. Il suit de ces calculs que le plus grand commun diviseur de 58 et 26 est 2, et que

$$58=26\times2+6,\quad 26=6\times4+2,\quad 6=2\times3+0.$$

Si l'on veut trouver le plus grand commun diviseur entre 58×5 et 26×5, on divisera 58×5 par 26×5; or, la division de 58 par 26 ayant fourni le quotient entier 2 et le reste 6, il suit du principe du n° **44** que la division de 58×5 par 26×5, fournira le même quotient entier 2 et le reste 6×5. Le reste de la division de 58×5 par 26×5 étant 6×5, on divisera 26×5 par 6×5; or, la division de 26 par 6 ayant donné le quotient entier 4 et le reste 2, la division de 26×5 par 6×5 donnera le même quotient entier 4 et le reste 2×5 (n° **44**). Le reste de la division de 26×5 par 6×5 étant 2×5, on divisera 6×5 par 2×5; or, la division de 6 par 2 ayant donné le quotient entier 3 et le reste 0, la division de 6×5 par 2×5 donnera le même quotient entier 3 et le reste 0×5 ou 0 (n° **44**). Or, le reste 2×5 qui divise exactement le reste précédent 6×5, exprime le plus grand commun diviseur entre 58×5 et 26×5 (n° **65**). On voit donc que le plus grand commun diviseur entre 58 et 26 étant 2, celui qui existe entre 58×5 et 26×5 est 2×5. Cela démontre que le principe énoncé convient à deux nombres.

2°. Soient les trois nombres 48, 18, 15, dont le plus grand commun diviseur est 3 (n° **67**). Je dis que le plus grand commun diviseur entre 48×7, 18×7 et 15×7 sera 3×7. En effet, d'après la règle du n° **68**, pour calculer le plus grand commun diviseur de 48, 18 et 15, on cherche d'abord le plus grand commun diviseur de 48 et 18 qui est 6; on cherche ensuite le plus grand commun diviseur de 6 et 15 qui est 3; ce dernier nombre est le plus grand commun diviseur de 48, 18 et 15. Supposons maintenant qu'on multiplie 48, 18 et 15 par 7; il suit de (1°) que le plus grand commun diviseur entre 48×7 et 18×7 sera 6×7, et que le plus grand commun diviseur entre 6×7 et 15×7 sera 3×7; le plus grand commun diviseur des trois nombres 48×7, 18×7 et 15×7 sera donc 3×7 (n° **68**); cela démontre que le principe énoncé convient à trois nombres.

On prouverait d'une manière semblable que ce principe convient à quatre nombres ; et ainsi de suite.

70. *Lorsqu'on divise des nombres par leur plus grand commun diviseur, les quotiens ne peuvent plus admettre un même diviseur commun.*

Ainsi, lorsqu'on divise 48, 18 et 15 par leur plus grand commun diviseur 3, les quotiens 16, 6, 5, ne peuvent plus admettre un même diviseur; car s'ils avaient un plus grand commun diviseur, tel que 2 par exemple, en multipliant 16, 6 et 5 par 3, les produits 48, 18, 15, admettraient le plus grand commun diviseur 2×3 (n° **69**) ; ce qui est contre l'hypothèse.

Réciproquement. *Lorsqu'en divisant des nombres donnés par un même nombre, les quotiens n'admettent plus un même diviseur commun, le nombre qui a servi de diviseur est le plus grand commun diviseur de ces nombres donnés.*

Par exemple, les nombres 48, 18, 15, divisés par 3, donnant des quotiens 16, 6, 5, qui n'admettent plus un même diviseur commun, je dis que 3 est le plus grand commun diviseur de 48, 18 et 15. Car le plus grand commun diviseur des quotiens 16, 6, 5, étant 1, si on multiplie 16, 6, 5 par 3, les produits 48, 18, 15, auront pour plus grand commun diviseur 1×3 (n° 69), ou 3.

71. *Lorsqu'un nombre divise le produit de deux facteurs, s'il est premier avec l'un de ces facteurs, il divise nécessairement l'autre facteur.*

Par exemple, supposons que le nombre 6 divise le produit 35×12 des facteurs 35, 12, et soit premier avec 35; je dis que 6 divise nécessairement 12. En effet, puisque 6 est premier avec 35, la recherche du plus grand commun diviseur entre 35 et 6 conduira nécessairement au reste 1 (n° **66**, 5°), qui sera le plus grand commun diviseur de 35 et 6; le plus grand commun diviseur de 35×12 et 6×12 sera donc 1×12 (n° 69) ou 12; or on suppose que 6 divise 35×12, et 6 divise nécessairement 6×12; 6 doit donc diviser le plus grand commun diviseur de 35×12 et 6×12 (n° **66**, 3°); et comme ce

dernier plus grand commun diviseur est 12, on voit que 6 doit diviser 12; ce qui démontre le principe énoncé.

72. *Tout nombre premier qui divise un produit, divise nécessairement un des facteurs de ce produit.*

Par exemple, soit un nombre premier 7 qui divise le produit $9 \times 18 \times 35$; si 7 ne divise pas 9, les nombres 7 et 9 seront premiers entre eux (n° **62**). Or, on peut considérer $9 \times 18 \times 35$ comme le produit des deux nombres 9, 18×35 (n° **37**) ; d'ailleurs 7 divise ce produit, et 7 est premier avec 9; il faut donc que 7 divise 18×35 (n° **71**). Par une raison semblable, si 7 ne divise pas le facteur 18 du produit 18×35, les nombres 7 et 18 seront premiers entre eux (n° **62**) ; il faudra donc que 7 divise 35 (n° **71**).

Des raisonnemens analogues pouvant s'appliquer à un nombre quelconque de facteurs, le principe est démontré.

1re Remarque. *Tout diviseur premier d'une puissance d'un nombre, divise nécessairement ce nombre.*

2e Remarque. *Les puissances successives,* 10, 100, 1000, etc., *de* 10, *ne sauraient admettre d'autres diviseurs premiers que* 2 *et* 5; car tout diviseur premier de l'une quelconque de ces puissances de 10, devant diviser le produit 10 des nombres premiers 2 et 5, ne peut être que 2 ou 5.

73. *Quand un nombre est divisible par des nombres qui sont premiers entre eux, deux à deux, il est aussi divisible par leur produit.*

Par exemple, 360 étant divisible par chacun des nombres 4, 5, 9, qui sont deux à deux premiers entre eux, je dis que 360 est divisible par le produit $4 \times 5 \times 9$. En effet, 360 étant divisible par 4 et donnant le quotient 90, on a

$$360 = 90 \times 4.$$

Or, 5 divise le produit 360 de 90 par 4, et 5 est premier avec 4; 5 divise donc 90 (n° **71**) ; le quotient étant 18, on a

$$90 = 18 \times 5.$$

Mais, par hypothèse, 9 divise 90×4, et 9 est premier avec

4; 9 divise donc 90 (n° **71**); 9 divise donc 18×5; mais 9 est premier avec 5; 9 divise donc 18 (n° **71**); le quotient étant 2, on a $18 = 2 \times 9$.

L'égalité $90 = 18 \times 5$ devient $90 = 2 \times 9 \times 5$, et d'après cette dernière, l'égalité $360 = 90 \times 4$ devient

$$360 = 2 \times 9 \times 5 \times 4 = 2 \times (9 \times 5 \times 4), \quad (\text{n° } \mathbf{37}).$$

Le nombre 360 étant le produit de 2 par $9 \times 5 \times 4$, est nécessairement divisible par $9 \times 5 \times 4$; ce qui démontre le principe énoncé.

74. Deux nombres premiers étant toujours premiers entre eux (n° **62**), le principe du n° **73** démontre que *quand des nombres premiers divisent un nombre N, tous les produits deux à deux, trois à trois, etc., de ces nombres premiers, sont aussi des diviseurs de N.*

* Remarque. En combinant ce principe avec ceux des n^os^ **56** (1°, 2°) et **58**, on reconnaît que *pour qu'un nombre soit divisible par 6 ou par 2×3, il faut et il suffit qu'il soit pair, et que la somme de ses chiffres soit divisible par 3;* que *pour qu'un nombre soit divisible par 15 ou par 3×5, il faut et il suffit que la somme de ses chiffres soit divisible par 3, et qu'il soit terminé par un zéro ou par un 5; et ainsi de suite.*

75. *Quand deux nombres sont premiers entre eux, toute puissance de l'un de ces nombres est première avec une puissance quelconque de l'autre nombre.*

Par exemple, soient les nombres 14, 33, qui sont premiers entre eux; je dis que 14^3 et 33^2 sont aussi premiers entre eux; car autrement, un même nombre premier diviserait 14^3 et 33^2; ce nombre premier diviserait donc 14 et 33 (n° **72**, 1^re^ rem.); ce qui est contre l'hypothèse.

76. *Lorsqu'un nombre est premier avec d'autres nombres, il est aussi premier avec leur produit.*

Par exemple, 91 étant premier avec chacun des nombres 6, 12, 15, je dis que 91 est premier avec $6 \times 12 \times 15$; car autrement, il existerait un nombre premier qui diviserait 91 et $6 \times 12 \times 15$; ce nombre premier diviserait donc un des

facteurs 6, 12, 15 (n° **72**); 91 aurait donc un facteur commun avec un des nombres 6, 12, 15; ce qui est contre l'hypothèse.

77. *Quand un nombre est premier avec un autre, il est aussi premier avec toutes les puissances de cet autre nombre.* Cela peut se déduire de chacun des deux principes précédens.

78. *Un nombre n'est décomposable ~~que d'une seule manière~~* qu'en un seul sys- tême de *~~en~~ facteurs premiers;* c'est-à-dire que de quelque manière qu'on parvienne à décomposer un nombre en facteurs premiers, on retrouvera toujours les mêmes facteurs premiers affectés des mêmes exposans; il n'y aura que l'ordre de ces facteurs qui pourra changer.

Par exemple, soit le nombre 360; supposons qu'en suivant une certaine méthode, on trouve que $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.

Je dis qu'en suivant toute autre méthode, on retrouvera nécessairement les mêmes facteurs 2^3, 3^2, 5.

Il est d'abord évident, qu'on ne saurait trouver dans 360 d'autres facteurs premiers que 2, 3, 5; car d'après le principe du n° **72**, tout diviseur premier de 360 devant diviser un des facteurs premiers 2, 3, 5, de $2^3 \times 3^2 \times 5$, ne peut être qu'un des nombres 2, 3, 5. De plus, si en décomposant d'une autre manière 360 en facteurs premiers, un des facteurs 2, 3, 5, n'avait pas le même exposant que dans $2^3 \times 3^2 \times 5$, si l'on avait par exemple $360 = 2^7 \times 3 \times 5$, il en résulterait

$$2^7 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5;$$

et en divisant de part et d'autre par 2^3, il resterait

$$2^4 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5.$$

Or, $2^4 \times 3 \times 5$ est divisible par 2; le nombre $3^2 \times 5$ devrait donc admettre aussi le diviseur 2, ce qui est impossible (n° **72**): le principe est donc démontré.

79. Nous allons voir comment on peut *déterminer successivement les nombres premiers.* Cela se réduit à trouver quels sont ceux des nombres 2, 3, 4, 5, 6, 7, etc., qui ne sont divisibles que par eux-mêmes et par l'unité (n° **62**). On reconnaîtrait à l'aide de divisions successives que ces nombres sont