

$$345,6 = \frac{3456}{10} = \frac{3456}{1000} \times 100 = 3,456 \times 100.$$

3°. *Suivant qu'on avance la virgule d'un rang, ou de deux rangs, ou de trois rangs, etc., vers la gauche d'un nombre décimal, on rend ce nombre 10 fois plus petit, ou 100 fois plus petit, ou 1000 fois plus petit, etc.; de sorte qu'on le divise par 10, ou par 100, ou par 1000, etc.* Cela résulte de (2°).

4°. *Pour diviser un nombre entier, par l'unité suivie de plusieurs zéro, il suffit de séparer sur la droite de ce nombre autant de décimales qu'il y a de zéro sur la droite de l'unité; cela se déduit des principes des n°s 95 et 123.*

Par exemple, le quotient de 34567 par 1000 est 34,567; car ce quotient équivaut à la fraction décimale $\frac{34567}{1000}$ (n° 95), et cette dernière fraction est égale à 34,567 (n° 123).

151. La manière d'opérer sur les nombres entiers étant fondée sur cette propriété que dix unités d'un certain ordre forment constamment une unité de l'ordre immédiatement supérieur (n° 4), et les nombres décimaux étant soumis à la même loi, le calcul des nombres décimaux doit être soumis à des règles analogues à celles qui ont été données pour les nombres entiers.

152. L'ADDITION et la SOUSTRACTION des nombres décimaux s'effectuent comme s'il s'agissait de nombres entiers, en ayant soin de placer les unités de même grandeur les unes sous les autres.

Exemples d'addition.

	12,34	28000,909009	3705,2	9000,40070012
	42,53	991101991	8917501	8210,5673
Sommes	54,87	28100,011000	379419501	17210,96800012

Exemples de soustraction.

	54,87	28100,011	379419501	17210,96800012
	12,34	28000,909009	8917501	8210,5673
Restes,	42,53	991101991	3705,2	9000,40070012

REMARQUE. Quand le nombre à soustraire renferme plus de

décimales que le nombre dont on doit le soustraire, on facilite l'opération en mettant assez de zéro sur la droite de ce dernier nombre pour que le résultat contienne autant de décimales qu'il y en a dans le nombre à soustraire.

Ainsi, pour ôter 35,03476 de 1987,34, on place d'abord trois zéro sur la droite du dernier nombre, et on retranche ensuite 35,03476 de 1987,34000, ce qui donne le reste demandé 1952,30524.

153. La MULTIPLICATION des nombres décimaux s'effectue comme s'il n'y avait pas de virgule; on sépare ensuite autant de décimales à la droite du produit obtenu qu'il y a de décimales dans tous les facteurs; le résultat exprime le produit demandé.

Par exemple, on obtiendra le produit 15,768 de 6,57 par 2,4 en multipliant 657 par 24, et en séparant trois décimales sur la droite du produit 15768; car les principes des n°s 126, 115, 123,

$$\text{donnent } 6,57 \times 2,4 = \frac{657}{100} \times \frac{24}{10} = \frac{657 \times 24}{100 \times 10} = \frac{15768}{1000} = 15,768.$$

* En général: chaque facteur étant égal à une fraction dont le numérateur est le nombre entier qui résulte de la suppression de la virgule dans ce facteur, et dont le dénominateur est l'unité suivie d'autant de zéro qu'il y a de décimales dans ce facteur (n° 126), le produit des facteurs donnés sera égal au produit des numérateurs de ces fractions divisé par le produit de leurs dénominateurs (n° 115). Or, le produit des numérateurs exprime le produit des nombres décimaux qu'on veut multiplier, dans lesquels on a fait abstraction de la virgule; le produit des dénominateurs est l'unité suivie d'autant de zéro qu'il y a de décimales dans tous les facteurs; et pour diviser un nombre par l'unité suivie de plusieurs zéro, il suffit de séparer autant de décimales sur sa droite qu'il y a de zéro dans le diviseur (n° 130, 4°); on en déduit la règle énoncée.

REMARQUE. Lorsque le produit qu'on obtient en multipliant les facteurs, abstraction faite de la virgule, ne contient pas le nombre de chiffres nécessaire au placement de la virgule,

on y supplée (comme il a été dit dans la remarque du n° 123) en mettant des zéro à la gauche de ce produit.

Ainsi, pour multiplier 0,04 par 0,0012, on forme le produit 48 de 4 par 12; la règle prescrivant de séparer six décimales à la droite de ce produit, on remplace 48 par le nombre équivalent 000048, et l'on sépare ensuite les six décimales; le résultat 0,000048 exprime le produit demandé.

154. Tout nombre décimal pouvant être remplacé par une fraction ordinaire équivalente (n° 126), le principe établi (n° 115, 1^{re} remarque) fait voir que le produit de plusieurs nombres décimaux conserve la même valeur dans quelque ordre qu'on effectue les multiplications.

155. La DIVISION des nombres décimaux présente deux cas :

1°. Quand le dividende et le diviseur contiennent le même nombre de décimales, on obtient le quotient en effectuant la division comme s'il n'y avait pas de virgule. Car la suppression de la virgule revient à multiplier le dividende et le diviseur par un même nombre (n° 150, 2°); et il est bien évident, que cela ne change pas le quotient.

Les principes des n°s 126 et 116, conduisent à la même propriété.

Par exemple, pour obtenir le quotient de 4,86 par 2,43, il suffit de diviser 486 par 243; car la suppression de la virgule revient à multiplier le dividende et le diviseur donnés par 100, ce qui ne change pas le quotient.

Cela est d'ailleurs évident, car diviser 4,86 par 2,43, revient à diviser l'une par l'autre les fractions équivalentes $\frac{486}{100}, \frac{243}{100}$ (n° 126); et d'après la 1^{re} remarque du n° 116, on obtient ce dernier quotient en divisant 486 par 243, ce qui donne 2 pour le quotient demandé.

2°. Lorsque le dividende et le diviseur ne contiennent pas le même nombre de décimales, on peut ramener ce cas au précédent, en plaçant des zéro à la droite du nombre qui contient le moins de décimales (n° 150, 1°).

Ainsi, pour trouver le quotient de 4,86 par 0,00243, on

ramène d'abord la question à diviser 4,86000 par 0,00243; la division de 486000 par 000243, ou de 486000 par 243, donne 2000 pour le quotient demandé.

La division de deux nombres décimaux pourra donc toujours se ramener à diviser deux nombres entiers l'un par l'autre.

* REMARQUE. Il n'est pas indispensable de préparer le calcul de manière que le dividende et le diviseur contiennent le même nombre de décimales. Par exemple, pour déterminer le quotient x de 4,86 par 0,00243, on peut chercher d'abord le quotient de 486 par 243, qui est 2. On observe ensuite que par la suppression de la virgule, le dividende est multiplié par 100, tandis que le diviseur est multiplié par 100000 (n° 150, 2°); il en résulte que le quotient x est multiplié par 100 et divisé par 100000 (n° 42, 2°); le quotient 2 que l'on a trouvé, est donc égal à $\frac{x \times 100}{100000}$ ou à $\frac{x}{1000}$. On obtiendra donc x en multipliant 2 par 1000; ce qui donne $x = 2000$.

156. Lorsque le dividende n'est pas le produit du diviseur par un nombre entier, le quotient se compose d'une partie entière et d'une partie moindre que l'unité égale au quotient du dernier reste par le diviseur (n° 90). Pour évaluer le quotient en décimales, on calcule d'abord sa partie entière (n° 28); on place ensuite la virgule, à la droite de cette partie entière. Pour trouver les chiffres décimaux du quotient, on convertit les restes successifs en dixièmes, en centièmes, en millièmes, etc.; ce qui s'effectue en mettant un zéro sur la droite de chaque reste; les chiffres qu'on trouve ainsi à la suite des unités du quotient, expriment les dixièmes, les centièmes, les millièmes, etc., du quotient demandé.

1^{er} EXEMPLE. Soit proposé de diviser 98 par 25.

Le quotient demandé étant le même que celui de 98 par 25 (n° 153, 1°), on dispose et on exécute ainsi le calcul :

98	25	La division de 98 par 25, fournit trois unités
230	3,92	au quotient, et le reste 23 unités; on place la
50		virgule sur la droite de la partie entière 3 du
0		quotient. Pour obtenir les dixièmes de ce quo-
		8.

tient, on convertit le reste 23 unités en 230 dixièmes; on divise 230 dixièmes par 25, ce qui donne 9 dixièmes au quotient, avec le reste 5 dixièmes; on écrit 9 au rang des dixièmes du quotient. Pour trouver les centièmes du quotient, on convertit le reste 5 dixièmes en 50 centièmes. Enfin, la division de 50 centièmes par 25 donnant le quotient 2 centièmes et le reste 0, on voit que la division de 9,8 par 2,5 fournit le quotient exact 3,92.

REMARQUE. Lorsque nous dirons qu'une division donne un quotient exact, nous sous-entendons toujours que ce quotient est composé d'un nombre limité de chiffres, et que le produit du diviseur par ce quotient est égal au dividende.

2^e EXEMPLE. Trouver le quotient de 4,7 par 1,1.

Ce quotient étant le même que celui de 47 par 11, on dispose et on exécute le calcul de la manière suivante :

Dividende. 47		11	Diviseur.
1 ^{er} reste... 30	dixièmes.		4127 27 27... Quotient.
2 ^e reste... 80	centièmes.		
3 ^e reste... 30	millièmes.		
4 ^e reste... 80	dix-millièmes.		
5 ^e reste... 30	cent-millièmes, etc.		

La division de 47 par 11 donne le quotient entier 4 et le reste 3; on écrit 4 au rang des unités du quotient, et on place la virgule sur la droite de la partie entière 4 du quotient.

Pour trouver les chiffres décimaux du quotient, on doit diviser le reste 3 par 11; on convertit ce reste en 30 dixièmes; la division du 1^{er} reste 30 dixièmes par 11, donne le quotient 2 dixièmes et le 2^e reste 8 dixièmes ou 80 centièmes; on écrit 2 au rang des dixièmes du quotient; la division de 80 centièmes par 11, donne le quotient 7 centièmes, et le 3^e reste 3 centièmes ou 30 millièmes; on écrit 7 au rang des centièmes du quotient. Cela posé: le 3^e reste 30 millièmes ne différant du 1^{er} reste 30 dixièmes que par l'ordre de ses unités, la division de ce 3^e reste par 11, devra reproduire au quotient les mêmes chiffres 2, 7, que l'on a déjà trouvés en divisant le 1^{er} reste par 11; et en effet, la division de 30 millièmes par 11

donne le quotient 2 millièmes et le 4^e reste 8 millièmes ou 80 dix-millièmes; on écrit 2 au rang des millièmes du quotient; la division de 80 dix-millièmes par 11, donne le quotient 7 dix-millièmes et le 5^e reste 3 dix-millièmes ou 30 cent-millièmes; on écrit 7 au rang des dix-millièmes du quotient. Le 5^e reste contenant le même nombre d'unités que le 3^e, en le divisant par 11, on retrouverait de nouveau les mêmes chiffres 2, 7, au quotient; et ainsi de suite à l'infini. On voit que la division de 47 par 11, conduit à un quotient indéfini 4,27 27 27 etc., dans lequel les chiffres 2, 7, du groupe 27, se reproduisent indéfiniment dans le même ordre.

3^e EXEMPLE. Calculer le quotient de 4,9019 par 1,1.

Ce quotient étant le même que celui de 49019 par 11000, on divise 49019 par 11000; ce qui fournit le quotient indéfini 4,4562727 etc., dans lequel les chiffres 2, 7, se reproduisent constamment dans le même ordre et à l'infini.

157. En général, la division de deux nombres entiers ou décimaux, l'un par l'autre, conduira toujours à un quotient décimal exact, ou à un quotient indéfini, dans lequel plusieurs chiffres, à partir d'un certain rang, se reproduiront constamment dans le même ordre et à l'infini.

En effet; lorsque après avoir ramené la question à diviser deux nombres entiers l'un par l'autre, on aura trouvé la partie entière du quotient, on obtiendra les dividendes partiels qui fourniront les chiffres décimaux du quotient, en multipliant chaque reste par 10. Par conséquent, lorsqu'on aura trouvé au quotient, un nombre de chiffres décimaux tout au plus égal au diviseur diminué de 1, on parviendra nécessairement à un reste nul, ou à un reste R' égal à un reste R déjà obtenu (*). Dans le 1^{er} cas, le quotient obtenu sera exact (n^o 156). Dans le 2^e cas, la multiplication des deux restes égaux R, R', par 10 fournira deux dividendes partiels égaux

(*) On fait abstraction de l'espèce des unités représentées par les restes. Ainsi, lorsqu'on dit que deux restes ou que deux dividendes partiels sont égaux, on entend qu'ils contiennent le même nombre d'unités décimales.

10R, 10R', lesquels divisés par le diviseur, donneront au quotient les mêmes chiffres décimaux et les mêmes restes; de sorte qu'à partir d'un certain ordre décimal, les chiffres décimaux du quotient formeront des groupes qui se reproduiront continuellement dans le même ordre et à l'infini. Ce qui démontre les propriétés énoncées.

1^{re} REMARQUE. Le groupe de chiffres décimaux qui se reproduit continuellement dans le même ordre et à l'infini, forme la *période*; les chiffres qui précèdent la première période forment la *partie non périodique*; et les chiffres décimaux placés entre la virgule et la première période, composent la *partie décimale non périodique*; de sorte que la partie non périodique se compose de la partie entière et de la partie décimale non périodique. Lorsque la période commence immédiatement après la virgule, le nombre décimal est dit *périodique simple*, et quand la période ne commence qu'après un certain nombre de chiffres décimaux, le nombre décimal est *périodique mixte*. Ainsi, 4,272727 etc., est un *nombre décimal périodique simple* dont la période est 27 et dont la *partie entière* est 4; l'expression 4,4562727 etc., est un *nombre décimal périodique mixte*, la *partie entière* est 4, la *période* est 27, la *partie non périodique* est 456, et la *partie décimale non périodique* est 456.

* 2^e REMARQUE. Il suit de ces définitions que le *dernier chiffre de la partie non périodique*, n'est jamais le même que le *dernier chiffre de la période*; car si cela arrivait, le dernier chiffre de la partie non périodique deviendrait le premier chiffre de la période, ce qui est absurde. Par exemple, si l'on représente par E la *partie entière* d'un nombre décimal périodique mixte N, dont la partie décimale non périodique contient deux chiffres a, b, et dont la période renferme trois chiffres c, d, e, le nombre N sera représenté par E, ab cde cde etc. Si le dernier chiffre b de la partie non périodique était le même que le dernier chiffre e de la période, le nombre N deviendrait E, a bcd bcd etc.; de sorte que le chiffre b que

l'on suppose ne pas faire partie de la période, deviendrait le 1^{er} chiffre de la période bcd, ce qui est absurde.

3^e REMARQUE. On déduit de ce qui précède que *la division conduit toujours à un quotient décimal exact ou à un quotient indéfini périodique*, et que *le nombre des chiffres de la période est toujours moindre que le diviseur*.

158. Toute fraction pouvant être considérée comme indiquant le quotient de la division de son numérateur par son dénominateur, on déduit du principe du n° 157 que *la conversion d'une fraction en décimales fournit toujours un quotient décimal exact ou périodique*.

Par exemple, si l'on effectue la division du numérateur par le dénominateur, à l'aide de la règle du n° 157, on trouvera

$$\frac{39}{800} = 0,04875, \quad \frac{3}{11} = 0,272727 \text{ etc.}, \quad \frac{58}{11} = 5,272727 \text{ etc.},$$

$$\frac{49019}{110000} = 0,44562727 \text{ etc.}, \quad \frac{49019}{11000} = 4,4562727 \text{ etc.}$$

159. Tout nombre décimal, composé d'un nombre limité de chiffres, ou périodique simple, ou périodique mixte, peut être exprimé par une fraction ordinaire équivalente. En effet :

1°. Si le nombre décimal a un nombre limité de chiffres, la règle du n° 126 fournit sa valeur en fraction ordinaire.

2°. Si le nombre décimal est périodique simple, on en déduira une autre expression composée de la même partie périodique; en retranchant ces deux expressions l'une de l'autre, la partie périodique disparaîtra, et il sera facile d'en tirer la valeur du nombre donné en fraction ordinaire.

1^{er} EXEMPLE. Soit le nombre décimal périodique simple (moindre que l'unité), 0,272727 etc., dont la période est 27.

Désignons par x la valeur de 0,272727 etc., qu'il s'agit de trouver; pour en déduire une autre expression composée de la même partie périodique, on avance la virgule de deux rangs à droite, ce qui revient à multiplier 0,2727 etc. par 100 (n° 150, 2°); on a donc

$$100 \text{ fois } x = 27,272727 \text{ etc.}$$

$$\text{une fois } x = 0,272727 \text{ etc.}$$

On retranche une fois x de 100 fois x ; le reste 99 fois x est égal à 27,272727 etc. — 0,272727 etc., ou à 27, car les parties décimales périodiques étant les mêmes, se détruisent. Donc,

$$99 \text{ fois } x = 27; \text{ d'où } x = \frac{27}{99}.$$

Des transformations analogues étant applicables à tous les nombres décimaux périodiques simples moindres que l'unité, on voit que *tout nombre décimal périodique simple, plus petit que l'unité, est équivalent à une fraction ordinaire qui a pour numérateur la période, et pour dénominateur un nombre composé d'autant de 9 qu'il y a de chiffres dans la période.*

2^e EXEMPLE. Soit le nombre décimal périodique simple, plus grand que l'unité, 4,27 27 27 etc., dont la période est 27.

En opérant comme dans le 1^{er} exemple, on trouvera

$$\begin{aligned} 100 \text{ fois } x &= 427,27 \text{ etc.} \\ \text{une fois } x &= 4,27 \text{ etc.} \end{aligned}$$

Et en retranchant une fois x de 100 fois x , il viendra,

$$99 \text{ fois } x = 427 - 4; \text{ d'où } x = \frac{427 - 4}{99}.$$

Les mêmes raisonnemens étant applicables à tous les nombres décimaux périodiques simples plus grands que l'unité, on voit que *tout nombre décimal périodique simple, plus grand que l'unité, est égal à une fraction ordinaire, qui a pour numérateur la différence entre la partie entière suivie de la première période et la partie entière, et pour dénominateur un nombre composé d'autant de 9 qu'il y a de chiffres dans la période.*

3^o. S'il s'agit d'un nombre décimal périodique mixte plus petit ou plus grand que l'unité, on place successivement la virgule à droite et à gauche de la première période, ce qui donne deux nombres composés de la même partie périodique: la différence entre ces nombres ne contenant plus la partie périodique, on en déduit facilement la valeur en fraction ordinaire du nombre donné.

1^{er} EXEMPLE. Soit le nombre décimal périodique mixte, moindre que l'unité, 0,013 67 67 67 etc., dont la période est 67.

Si l'on désigne par x la valeur de 0,013 67 67 67 etc., qu'il s'agit de calculer, on aura $x = 0,013 67 67 67$ etc.; d'où

$$\begin{aligned} 100000 \text{ fois } x &= 1367,67 67 \text{ etc.}, \\ 1000 \text{ fois } x &= 13,67 67 \text{ etc.} \end{aligned}$$

On retranche 1 000 fois x de 100 000 fois x ; les parties périodiques étant les mêmes se détruisent, et on trouve

$$99000 \text{ fois } x = 1367 - 13; \text{ d'où } x = \frac{1367 - 13}{99000}.$$

2^e EXEMPLE. Soit le nombre décimal périodique mixte plus grand que l'unité, 8,013 67 67 67 etc., dont la période est 67.

On fait $x = 8,013 67 67 67$ etc.; et en opérant comme dans le premier exemple, on trouve

$$\begin{aligned} 100000 \text{ fois } x &= 801367,67 67 \text{ etc.}, \\ 1000 \text{ fois } x &= 8013,67 67 \text{ etc.} \end{aligned}$$

$$99000 \text{ fois } x = 801367 - 8013; \text{ d'où } x = \frac{801367 - 8013}{99000}.$$

La comparaison des nombres 0,013 67 67 67 etc., 8,013 67 67 67 etc. avec les fractions équivalentes $\frac{1367 - 13}{99000}$, $\frac{801367 - 8013}{99000}$,

fait voir que *tout nombre décimal périodique mixte (plus petit ou plus grand que l'unité) est équivalent à une fraction ordinaire dont le numérateur est la différence entre la partie non périodique suivie de la première période et cette partie non périodique; pour former le dénominateur on écrit autant de 9 qu'il y a de chiffres dans la période, et on met autant de zéro sur la droite de ces 9 qu'il y a de chiffres dans la partie décimale non périodique.*

4^o. Lorsque la période est 9, la partie décimale périodique, prolongée à l'infini, vaut une unité décimale de l'ordre immédiatement supérieur à celui où la période commence; car la

règle démontrée (2^o) donnant $0,999 \text{ etc.} = \frac{9}{9} = 1$, on en déduit, en divisant successivement par 10,

$$0,0999 \text{ etc.} = 0,1, \quad 0,00999 \text{ etc.} = 0,01; \text{ etc.}$$

Il suit de là que *tout nombre décimal périodique mixte dont la période est 9, est équivalent à la partie non périodique augmentée d'une unité décimale de l'ordre du dernier chiffre de cette partie non périodique.* Ainsi :

$$6,347999 \text{ etc.} = 6,348, \quad 0,037999 \text{ etc.} = 0,038.$$

REMARQUE. Il est facile de déduire de cette dernière propriété, que *si l'on désigne par A le nombre entier résultant de la suppression de la virgule dans la partie non périodique d'un nombre décimal N dont la période est 9 et dont la partie décimale non périodique contient n chiffres, le nombre N sera égal à la fraction ordinaire $\frac{A+1}{10^n}$.*

$$\text{Par exemple } 6,347999 \text{ etc.} = 6,348 = \frac{6348}{10^3}.$$

Lorsque nous parlerons désormais d'un nombre décimal périodique, nous supposerons toujours qu'il ne peut être exprimé par un nombre décimal composé d'un nombre limité de chiffres; de sorte que *la période ne sera pas égale à 9.*

140. On déduit de la règle du n^o 159 (4^o), que *lorsqu'un nombre n'est pas terminé par une infinité de 9, si l'on supprime des chiffres sur sa droite, la totalité des chiffres supprimés a une valeur moindre qu'une unité du dernier ordre conservé.*

Par exemple, soit le nombre 37,46785 etc.; en supprimant tous les chiffres placés à la droite du chiffre 6 des centièmes, la partie supprimée 0,00785 etc., est moindre que 0,0099999 etc., ou que 0,01, ou qu'un centième (n^o 159, 4^o).

Par conséquent : *pour obtenir la valeur d'un nombre à moins d'une unité décimale d'un ordre donné, il suffit de supprimer tous les chiffres qui expriment des unités inférieures à cet ordre.*

141. Pour trouver la valeur du quotient d'une division, ou

d'une fraction ordinaire, à moins d'une unité décimale d'un ordre donné, il suffit d'effectuer la division d'après la méthode du n^o 156, et de continuer le calcul jusqu'au chiffre du quotient qui exprime des unités décimales de l'ordre donné. Cela résulte du principe du n^o 140.

142. Pour *approcher le plus possible de la valeur d'un nombre décimal, en supprimant plusieurs chiffres à sa droite, distinguez trois cas* : si le premier chiffre à supprimer est moindre que 5, supprimez-le avec ceux qui le suivent; s'il est plus grand que 5, ou si, étant 5, il est suivi d'autres chiffres significatifs, augmentez d'une unité le dernier chiffre à conserver; enfin, si le premier chiffre à supprimer est égal à 5 et n'est pas suivi d'autres chiffres significatifs, vous pourrez laisser le dernier chiffre à conserver tel qu'il est, ou l'augmenter d'une unité. Dans ces trois cas, l'erreur ne saurait excéder une demi-unité du dernier ordre conservé.

Par exemple, lorsqu'on ne veut conserver que deux décimales, la valeur la plus approchée de 5,67498 etc. est 5,67, et celle de 5,476 etc. est 5,48; l'erreur est moindre qu'un demi-centième ou que 0,005. Car dans le 1^{er} cas, la partie supprimée 0,00498 etc. est moindre que 0,004999 etc., ou que 0,005 (n^o 159, 4^o); et dans le 2^e cas, la quantité qu'il faut ajouter à 5,476 etc., pour obtenir 5,48 est moindre que 0,005.

*143. Les deux termes de la fraction ordinaire $\frac{A}{B}$ équivalente à un nombre décimal périodique mixte, formés d'après la règle du n^o 159 (3^o), jouissent des propriétés suivantes :

1^o. *Le dénominateur B est toujours divisible par 10*; car la partie décimale non périodique ayant au moins un chiffre, le chiffre des unités du dénominateur est nécessairement un zéro.

2^o. *Le numérateur A n'est jamais divisible par 10.* Car, d'après la 2^{me} remarque du n^o 157, le dernier chiffre de la partie non périodique n'étant jamais le même que le dernier chiffre de la période, le numérateur A ne sera jamais terminé par un zéro.