2ᵉ REMARQUE. *Lorsque les facteurs 2, 5, sont affectés d'un même exposant m dans B, la partie décimale non périodique du quotient contient m chiffres.* En effet, dans ce cas, la fraction donnée est de la forme $\frac{A}{10^m \times N}$; on prouvera, comme dans la 1ʳᵉ *remarque*, que la fraction $\frac{A}{N}$ est irréductible; d'ailleurs le 1ᵉʳ chiffre à droite de A n'est pas zéro, puisque A ne contient aucun des facteurs 2, 5; la fraction $\frac{A}{N}$ sera donc exprimée par un quotient décimal périodique simple Q dans lequel le dernier chiffre de la partie entière ne sera jamais le même que le dernier chiffre de la période (3°); et par conséquent, lorsque pour obtenir la valeur décimale de $\frac{A}{10^m \times N}$, on avancera la virgule de m rangs vers la gauche dans la valeur Q de $\frac{A}{N}$, le nombre décimal périodique mixte que l'on obtiendra renfermera m décimales entre la virgule et la 1ʳᵉ période. Ce qui démontre le principe énoncé.

Par exemple, soit la fraction irréductible $\frac{21}{11000}$; on a

$$\frac{21}{11000} = \frac{21}{11 \times 10^3}, \quad \frac{21}{11} = 1{,}90\,90 \text{ etc.},$$

$$\frac{21}{11 \times 10^3} = 0{,}001\,90\,90 \text{ etc.}$$

Les exposans des facteurs 2, 5, de 10, dans le dénominateur 11000, sont égaux à 3, et on voit que la partie décimale non périodique contient *trois* chiffres.

5°. *La division du numérateur d'une fraction par son dénominateur ne peut jamais donner un quotient décimal périodique indéfini Q dont la période soit égale à* 9. En effet, si la période était 9, le quotient Q serait égal à une fraction de la forme $\frac{a}{10^n}$ (page 121); la division de a par 10^n devrait reproduire le quotient indéfini Q, ce qui n'est pas possible (nº 125).

CHAPITRE IV.

Des carrés et de la racine carrée; des cubes et de la racine cubique; des puissances et des racines.

§ Iᵉʳ. *Des carrés et de la racine carrée.*

145. *Le produit d'un nombre par lui-même est la deuxième puissance ou le* CARRÉ *de ce nombre; et le nombre qui multiplié par lui-même, fournit un nombre donné est la* RACINE DEUXIÈME, *ou la* RACINE CARRÉE *du nombre donné* (nº 50). Ainsi, le *carré* de 7, représenté par 7^2, est le produit 49 de 7 par 7; et la *racine carrée* de 49, indiquée par $\sqrt{49}$, est égale à 7, car $7 \times 7 = 49$.

En général, pour qu'un nombre α soit la racine carrée d'un nombre A, il faut et il suffit que le carré α^2 de α soit égal à A. Le carré de $\sqrt{A}$ est donc A, quel que soit A.

Lorsqu'on veut indiquer le carré d'une quantité, on met cette quantité entre parenthèses, et on place le chiffre 2 à droite de la parenthèse et un peu au-dessus.

Ainsi, $\left(\frac{4}{5}\right)^2$ représente le carré de $\frac{4}{5}$; chacune des expressions $\left(3\frac{5}{7}\right)^2$, $\left(3+\frac{5}{7}\right)^2$, indique le carré de la somme $\frac{26}{7}$ des nombres 3, $\frac{5}{7}$.

Le signe $\sqrt{}$ a reçu le nom de *radical*; on dit que $\sqrt{7}$ est une *expression radicale*, ou un *radical carré*.

146. *Lorsque la racine carrée d'un nombre entier α tombe entre deux nombres entiers consécutifs, cette racine existe nécessairement; mais elle ne saurait être exprimée exacte-*

ment par aucun nombre. En effet; si un nombre pouvait exprimer cette racine, il serait décimal ou fractionnaire, et en le convertissant en fraction irréductible, le carré de cette fraction devrait être égal au nombre entier a; ce qui n'est pas possible (nº **115**). Le principe est donc démontré.

REMARQUE. Il est facile de concevoir pourquoi *certaines quantités ne sont pas susceptibles d'être exprimées exactement en nombres;* car une quantité peut croître d'une manière continue, tandis que les nombres ne jouissent pas de cette propriété.

Les nombres entiers et décimaux, et les fractions ordinaires ayant une *commune mesure* avec l'unité, on dit que ces quantités sont *commensurables;* et par opposition, les quantités qui n'ont pas de commune mesure avec l'unité sont dites *incommensurables.*

Par exemple, $\frac{7}{5}$ est *commensurable*, car $\frac{1}{5}$ est contenu exactement 7 fois dans $\frac{7}{5}$ et 5 fois dans l'unité; la racine carrée de 5 est *incommensurable*, parce que ne pouvant être exprimée exactement par aucun nombre entier, ou décimal ou fractionnaire, il en résulte que si l'on conçoit l'unité divisée en un aussi grand nombre de parties égales qu'on voudra, l'une de ces parties ne sera jamais assez petite pour être contenue un nombre exact de fois dans la racine carrée de 5 et dans l'unité.

Il suit des définitions précédentes que *toute quantité commensurable est nécessairement un nombre entier, ou une fraction, ou un nombre décimal.* On en déduit qu'*une quantité commensurable peut toujours être remplacée par une fraction ordinaire équivalente.*

* **147.** Nous allons indiquer quelques *propriétés des quantités commensurables et incommensurables*, qui seront utiles par la suite.

1°. *Le produit de plusieurs facteurs commensurables ne change pas de valeur lorsqu'on intervertit l'ordre des facteurs;* car chaque facteur commensurable peut être remplacé par une fraction ordinaire équivalente (nº **146**), et le principe énoncé a été démontré (nº **115**, 1re *remarque*) pour des fractions.

2°. *Le produit de plusieurs facteurs incommensurables ne change pas de valeur dans quelque ordre qu'on effectue les multiplications.* En effet; considérons des facteurs incommensurables quelconques a, b, c, d, e,.....; tout se réduit à démontrer qu'on peut changer l'ordre de deux facteurs consécutifs quelconques, de c et d par exemple. Or, on peut toujours concevoir des quantités commensurables *variables*, a', b', c', d', e',.., respectivement moindre que les facteurs donnés a, b, c, d, e,..., et susceptibles d'en approcher *indéfiniment* (*); de telle sorte que les différences $a-a'$, $b-b'$, $c-c'$, $d-d'$, $e-e'$,..., deviennent aussi petites que l'on voudra. Soient,

$$A=abcde\ldots,\ B=abdce\ldots,\ A'=a'b'c'd'e'\ldots,\ B'=a'b'd'c'e'\ldots;$$

Il suit de (1°) que les produits A', B', seront constamment égaux. Les facteurs de A' et B' étant respectivement moindres que ceux de A et B, il est bien évident que les produits, A', B', seront respectivement moindres que A et B, et que les différences A—A', B—B', seront susceptibles de devenir aussi petites que l'on voudra. Cela posé: si *A* était plus grand que B, la différence A—B serait une quantité donnée et constante; le produit A' pouvant approcher indéfiniment de A, la différence variable A—A' finirait par devenir moindre que la constante A—B; de sorte que A' finirait par dépasser B. Mais A'=B'; B' deviendrait donc plus grand que B; ce qui est impossible; A ne saurait donc surpasser B.

On prouverait de même que B ne peut surpasser A.

Les produits A, B, sont donc égaux.

Les mêmes raisonnemens s'appliquent évidemment à un produit composé de facteurs commensurables et incommensurables. Ainsi, $5\times\sqrt{2}\times 3 = 3\times 5\times\sqrt{2}$.

(*) Toutes les fois qu'on dira qu'une quantité variable approche *indéfiniment* d'une quantité constante, on entendra que la différence entre ces deux quantités est susceptible de devenir moindre que toute grandeur donnée.

3°. *Pour multiplier un nombre A par le produit P de plusieurs facteurs, a, b, c..., il suffit de multiplier successivement par les facteurs, a, b, c..., de P.* Car, il suit de (1°) et (2°), que

$$A\times P=P\times A=abc\ldots\times A=A\times a\times b\times c\ldots$$

Ce qui démontre le principe énoncé.

4°. *Pour élever le produit de plusieurs facteurs au carré, il suffit d'élever chaque facteur au carré;* c'est-à-dire que le carré du produit de facteurs (commensurables ou incommensurables) est égal au produit des carrés de ces facteurs. Cette propriété se déduit des principes établis (1°, 2° et 3°).

Par exemple, d'après ces principes,

$$(abc)^2=abc\times abc=abc\times a\times b\times c$$

$$=abcabc=aabbcc=a^2b^2c^2.$$

5°. *Le produit de plusieurs radicaux carrés est égal à la racine carrée du produit des qnantités placées sous ces radicaux.* Car d'après (4°), le carré de $\sqrt{a}\times\sqrt{b}\times\sqrt{c}\ldots$, étant, $(\sqrt{a})^2\times(\sqrt{b})^2\times(\sqrt{c})^2\ldots$, ou $a\times b\times c\ldots$, il suit de la définition de la racine carrée, que $\sqrt{a}\times\sqrt{b}\times\sqrt{c}\ldots$ exprime la racine carrée de $abc\ldots$..

Ainsi, $\sqrt{a}\times\sqrt{b}\times\sqrt{c}\ldots=\sqrt{a\times b\times c\ldots}$

Par exemple, $\sqrt{2}\times\sqrt{18}=\sqrt{18\times 2}=\sqrt{36}=6.$

Remarque. *Pour obtenir la racine carrée du produit de plusieurs facteurs, il suffit d'extraire la racine carrée de chaque facteur;* c'est-à-dire que la racine carrée du produit de plusieurs facteurs est égale au produit des racines carrées de ces facteurs. Car, $\sqrt{abc\ldots}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}\times\sqrt{c}\ldots$

6°. *Le quotient de la racine carrée d'un nombre par la racine carrée d'un autre nombre est égal à la racine carrée du quotient du 1er nombre par le 2e.* Car d'après (5°), le produit de $\sqrt{\frac{a}{b}}$ par $\sqrt{b}$ étant $\sqrt{a}$, le quotient de $\sqrt{a}$ par $\sqrt{b}$ est $\sqrt{\frac{a}{b}}$.

Ainsi, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Par exemple, $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{18}{2}}=\sqrt{9}=3.$

7°. En général, toute quantité incommensurable pouvant être considérée comme une *limite*, dont on conçoit qu'on peut approcher autant qu'on veut avec une grandeur commensurable, des raisonnemens analogues à ceux dont on a fait usage (2°) serviront à faire voir que *les propriétés démontrées pour les nombres, entiers et fractionnaires, conviennent aux quantités incommensurables.*

8°. Une quantité commensurable ne pouvant être qu'un nombre entier ou décimal, ou une fraction, il en résulte que *la somme, la différence, le produit et le quotient de deux quantités commensurables sont toujours commensurables.*

9°. *Lorsque dans le produit de deux facteurs, un des facteur* A *étant commensurable, l'autre facteur* B *est incommensurable, le produit AB est nécessairement incommensurable.* En effet; si le produit était commensurable, en le divisant par A, le quotient B serait commensurable (8°); ce qui est contre l'hypothèse.

On démontrera d'une manière semblable les propriétés suivantes:

10°. *Le produit de deux facteurs incommensurables peut être commensurable ou incommensurable.*

Ainsi, $\sqrt{18}\times\sqrt{2}=\sqrt{36}=6$, $\sqrt{3}\times\sqrt{7}=\sqrt{21}$, et $\sqrt{21}$ est incommensurable (n° 146).

11°. *Le quotient d'une quantité incommensurable par une quantité commensurable, est incommensurable.*

12°. *Le quotient d'une quantité commensurable, par une quantité incommensurable, est toujours incommensurable.*

13°. *Le quotient de deux quantités incommensurables l'une par l'autre, peut être commensurable ou incommensurable.*

Ainsi, $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{18}{2}}=\sqrt{9}=3$, $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}=\sqrt{3}.$

148. La *formation du carré d'un nombre* ne saurait offrir aucune difficulté, car elle se réduit à calculer le produit de deux facteurs égaux. Nous allons voir comment on peut *calculer la racine carrée d'un nombre quelconque.*

De la racine carrée des nombres entiers.

149. Les carrés des nombres, 1, 10, 100, 1000, etc., étant 1, 100, 10000, 1000000, etc., *les nombres compris entre* 1 *et* 100, *entre* 100 *et* 10000, *entre* 10000 *et* 1000000, *etc., ont leurs racines carrées comprises entre* 1 *et* 10, *entre* 10 *et* 100, *entre* 100 *et* 1000, *etc.*

Par conséquent, *lorsqu'un nombre entier n'a pas plus de deux chiffres, la partie entière de sa racine carrée n'a qu'un seul chiffre; lorsqu'un nombre a trois ou quatre chiffres, la partie entière de sa racine carrée a deux chiffres; lorsqu'un nombre a cinq ou six chiffres, la partie entière de sa racine carrée a trois chiffres; et ainsi de suite.*

150. Les carrés des nombres d'un seul chiffre étant moindres que 10^2 ou que 100, on revient de ces carrés à leurs racines carrées, en faisant usage du *tableau* suivant :

Racines,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,
Carrés,	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49,	64,	81,	100.

Ce *tableau* peut aussi servir à *déterminer la racine carrée du plus grand carré contenu dans un nombre moindre que* 100.

Par exemple, pour trouver la racine carrée du plus grand carré contenu dans 38, on cherche, dans la seconde ligne du *tableau*, les deux carrés consécutifs qui comprennent 38; on voit que 38 est compris entre les carrés 36, 49, des nombres 6 et 7; la racine carrée de 38 tombe donc entre 6 et 7; on dit par cette raison, que *le plus grand carré* contenu dans 38 est 36, et que la racine carrée du plus grand carré contenu dans 38 est 6. La *partie entière* ou *la plus petite valeur entière approchée* de $\sqrt{38}$ est 6.

151. Pour découvrir le procédé qui servira à *extraire la racine carrée d'une nombre entier* N *plus grand que* 100, nous chercherons d'abord comment les parties de la racine entrent dans la composition du carré.

Quelle que soit la racine carrée R de N, on peut la concevoir décomposée en deux parties a, b, telles que $R = a + b$. On obtiendra le carré N de $a + b$ ou $(a+b)^2$ en multipliant $a + b$ par $a + b$. Si l'on forme ce produit au moyen du principe du n° **34** (2°), on trouvera qu'il est égal à

$$a \times a + b \times a + a \times b + b \times b, \quad \text{ou à} \quad a^2 + ba + ab + b^2.$$

Or, on a démontré (n° **147**) que les produits ab, ba, sont égaux quels que soient a et b. On a donc

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Cela démontre que *le carré d'une somme formée de deux parties est composé du carré de la* 1^re^ *partie, du double de la* 1^re^ *partie multiplié par la* 2^e^, *et du carré de la* 2^e^ *partie.*

Remarque. D'après la règle précédente, le carré de $a + 1$ étant $a^2 + 2a + 1$, l'excès du carré de $a + 1$ sur le carré de a est $2a + 1$. Par conséquent, *lorsqu'un nombre augmente de* 1, *son carré augmente du double de ce nombre, plus* 1.

152. On déduit du principe du n° **151**, que *le carré d'un nombre entier, composé de dixaines et d'unités, contient trois parties, savoir : le carré des dixaines, le double des dixaines multiplié par les unités, et le carré des unités.* Ces trois produits expriment respectivement des *centaines*, des *dixaines* et des *unités*; car le carré d'une dixaine étant une centaine, le carré de a dixaines est a^2 centaines; et des dixaines multipliées par des unités donnent nécessairement des dixaines.

Par exemple, le nombre 64 étant formé de 6 dixaines plus 4 unités, le carré de 64 est composé : du carré de 6 dixaines, qui est 6^2 centaines ou 36 centaines; du double de 6 dixaines multiplié par 4 unités, ou de 12 dixaines multiplié par 4, ou de 48 dixaines, et du carré de 4 unités qui est 16 unités. La somme des trois produits partiels 36 centaines, 48 dixaines, 16 unités, donne le carré 4096 de 64. La multiplication de 64 par 64 conduit au même résultat.

De même, 649 étant égal à 64 dixaines plus 9 unités, on a

$$649^2 = 64^2 \text{ centaines} + 2 \text{ fois } 64 \text{ dixaines} \times 9 + 9^2$$
$$= 409600 + 11520 + 81 = 421201.$$

153. Nous allons faire voir que les principes précédens fournissent le moyen de *calculer la racine carrée R d'un nombre entier quelconque N.*

1er Exemple. *Extraire la racine carrée de 4096.*

On dispose le calcul de la manière suivante :

carré........	40.96	64 *Racine.*
	36	*Essai*
1er *reste*. .	49.6	*du chiffre 4.*
	496	124
2e *reste*...	0	4
		496.

Le nombre 4096 ayant quatre chiffres, il résulte du principe du n° **149** que la partie entière de $\sqrt{4096}$ aura deux chiffres a, b, qui représenteront respectivement des dixaines et des unités.

Pour déterminer le chiffre, a, des dixaines de $\sqrt{4096}$, concevons que la racine cherchée R de 4096 soit décomposée en a dixaines plus en une quantité r moindre que 10. Il suit du principe du n° **151** que le carré 4096 de cette racine sera formé du carré de a dixaines, du double produit de a dixaines par r, et du carré r^2 de r. Or, le carré de a dixaines exprimant des centaines, ne saurait se trouver que dans les 40 centaines de 4096; on sépare ces centaines à l'aide d'un *point* placé sur leur droite; de sorte que 4096 est partagé en deux *tranches* 40 et 96.

Nous allons démontrer que la racine carrée du plus grand carré contenu dans la 1re tranche à gauche 40 (cette tranche représente des centaines), exprime le 1er chiffre a des dixaines de R. En effet, on voit à l'aide du *tableau* (page 136), que la 1re tranche 40 tombe entre les carrés 36, 49, des nombres 6 et 7; 40 centaines ou 4000 est donc nécessairement compris

entre 6^2 et 7^2 centaines. Or, 4000 étant plus grand que 6^2 centaines, 4096 est à plus forte raison plus grand que 6^2 centaines. D'ailleurs, comme 40 centaines et 7^2 centaines diffèrent au moins d'une centaine, le nombre 4096 (composé de 40 centaines plus 96 unités) est nécessairement moindre que 7^2 centaines. Le nombre 4096 est donc compris entre 6^2 et 7^2 centaines, c'est-à-dire entre les carrés de 6 et 7 dixaines; la racine carrée de 4096 est donc comprise entre 6 et 7 dixaines; elle est donc composée de 6 dixaines, plus de la quantité r moindre que 10. On obtiendra donc le chiffre des dixaines de $\sqrt{4096}$ en prenant la racine carrée du plus grand carré 36 contenu dans le nombre 40 des centaines de 4096.

Connaissant le chiffre 6 des dixaines de R, pour trouver le chiffre b des unités de R, on observe que R étant égal à 6 dixaines $+ r$, il suit du principe du n° **151** que le carré 4096 de R sera composé : du carré des 6 dixaines qui vaut 36 centaines, du double des 6 dixaines multiplié par r, et du carré r^2 de r. Par conséquent, si l'on ôte 36 centaines de 4096, le reste 496 ne contiendra plus que le double des 6 dixaines de R multiplié par r, et le carré r^2 de r. De sorte que

$$496 = 2 \text{ fois } 6 \text{ dixaines} \times r + r^2.$$

Le mécanisme du calcul qui a conduit au reste 496 se réduit à ôter 36 de la 1re tranche 40, et à placer la 2e tranche 96 sur la droite du résultat 4 de cette soustraction.

Cela posé : la 2e partie r de R ne saurait être moindre que le chiffre b des unités de R; les 49 dixaines de 496 ne sont donc jamais moindres que 2 fois 6 dixaines multipliées par b. Ainsi, en divisant le nombre 49 des dixaines de 496, par le double 12 du nombre 6 des dixaines de R, les 4 unités du quotient ne seront jamais moindres que b; ces quatre unités du quotient exprimeront donc le chiffre b des unités de R, ou un chiffre trop fort, mais jamais un chiffre trop faible.

Pour essayer le chiffre 4, on pourrait ôter 64^2 de 4096; le reste zéro indiquerait que 4096 est le carré de 64.

Il existe une manière plus simple d'essayer le chiffre 4. En effet; d'après le principe du n° **152**, le carré de 64 ou de 6 dixaines plus 4 unités, est composé : du carré 36 centaines des 6 dixaines de 64, du double des 6 dixaines de 64 multiplié par les 4 unités de 64, et du carré 16 de ces 4 unités. Or, on a trouvé le 1[er] reste 496 en ôtant 36 centaines de 4096 ; on obtiendra donc l'excès de 4096 sur 64^2, en ôtant de 496 la *somme* des deux dernières parties du carré de 64. Pour former cette *somme*, il suffit de placer le chiffre 4 des unités de 64 sur la droite du double 12 du nombre 6 des dixaines de la racine, et de multiplier le résultat 124 par 4, car le produit 124×4 est formé du double 12 dixaines des 6 dixaines de 64, multiplié par les 4 unités de 64, et du carré 4×4 des 4 unités de 64. Par conséquent, au lieu de retrancher le carré de 64 de 4096, ce qui a donné zéro pour dernier reste, il revient au même, de placer le chiffre 4 des unités de 64 sur la droite du double 12 du chiffre 6 des dixaines de 64, ce qui donne 124, et d'ôter du 1[er] reste 496, le produit de 124 par le chiffre 4 des unités de R.

Ainsi, pour calculer la racine carrée R du nombre 4096, on le divise en tranches de deux chiffres à partir de la droite, en plaçant un *point* entre les tranches. La racine 6 du plus grand carré 36 contenu dans la 1[re] tranche 40 détermine le 1[er] chiffre 6 de la racine R (ce chiffre exprime des dixaines) ; on ôte de la 1[re] tranche 40 le carré 36 du 1[er] chiffre 6 de R, et sur la droite du résultat 4 de cette soustraction on abaisse la 2[e] tranche 96, ce qui donne le 1[er] reste 496 ; on place un *point* sur la droite des 49 dixaines de 496, et on divise 49 par le double 12 du 1[er] chiffre 6 obtenu à la racine ; les 4 unités du quotient expriment le 2[e] chiffre de R, ou un chiffre trop fort, mais jamais un chiffre trop faible. Pour essayer le chiffre 4, on le place à droite du double 12 du 1[er] chiffre 6 de R, et on multiplie le résultat 124 par 4 ; on retranche ce produit de 496 ; le reste étant zéro, le 2[e] chiffre de R est 4, et le nombre 64 obtenu à la racine est la racine carrée exacte de 4096.

154. Le raisonnement dont on a fait usage (n° 153) pour trouver le chiffre des dixaines de $\sqrt{4096}$ fait voir que *la racine carrée du plus grand carré contenu dans le nombre des*

centaines d'un nombre entier N, *détermine le nombre des dixaines de* $\sqrt{N}$.

* Pour démontrer généralement cette propriété, nous désignerons : par C le nombre des centaines de N, et par A la racine carrée du plus grand carré contenu dans C. Le nombre C tombant entre A^2 et $(A+1)^2$, C centaines sera compris entre A^2 et $(A+1)^2$ centaines. Puisque C centaines surpasse A^2 centaines, N qui est plus grand que C centaines, sera à plus forte raison plus grand que A^2 centaines. D'ailleurs, C centaines et $(A+1)^2$ centaines diffèrent au moins d'une centaine, et C centaines est moindre que $(A+1)^2$ centaines ; le nombre N, composé de C centaines plus d'une quantité moindre que 100, sera donc nécessairement moindre que $(A+1)^2$ centaines ; N est donc compris entre A^2 et $(A+1)^2$ centaines ; c'est-à-dire que N est compris entre les carrés de A et $A+1$ dixaines ; $\sqrt{N}$ est donc comprise entre A et $A+1$ dixaines ; $\sqrt{N}$ est donc composée de A dixaines plus d'une quantité moindre que 10. On obtiendra donc le nombre des dixaines de la racine carrée d'un nombre entier quelconque N, en prenant la racine carrée A du plus grand carré A^2 contenu dans le nombre C des centaines de N.

155. 2[e] Exemple. *Extraire la racine carrée de* 4123.

Les raisonnemens employés dans le 1[er] exemple (page 138) conduisent aux calculs suivants :

	41.23	64
	36	*Essai*
1[er] *reste*....	52.3	*du chiffre* 4.
	496	124
		4
2[e] *reste*....	27	496

On trouve que la partie entière de $\sqrt{4123}$ est 64. Le 2[e] et *dernier reste* 27 exprime l'excès de 4 123 sur le carré de 64, car on est parvenu à ce reste après avoir diminué 4 123 des parties qui composent le carré de $60 + 4$ ou de 64.

Remarque. Le principe du n° 151 fait voir que *le nombre* 64