n'aura pas de racine carrée exacte, on sera certain que la racine carrée de N est incommensurable.

165. Nous allons donner le moyen de *calculer la racine carrée d'un nombre (entier ou décimal ou fractionnaire) avec une approximation donnée.*

166. Pour *déterminer la plus petite valeur entière approchée de la racine carrée d'un nombre* N *(décimal ou fractionnaire) plus grand que l'unité*, il suffit de calculer la plus petite valeur entière approchée de la racine carrée de la partie entière contenue dans le nombre donné N.

Ainsi, pour obtenir la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt{45{,}236}$, il suffit de prendre la partie entière 6 de $\sqrt{45}$. En effet; puisque 6 est la partie entière de $\sqrt{45}$, on est certain que 45 tombe entre 6^2 et 7^2; or 45 et 7^2 diffèrent au moins d'une unité; $45+0{,}236$ ou $45{,}236$ est donc aussi compris entre 6^2 et 7^2; $\sqrt{45{,}236}$ tombe donc entre 6 et 7; la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt{45{,}236}$ est donc 6.

Par une raison semblable, pour trouver la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt{\frac{4655}{11}}$, on cherche la partie entière 423 du quotient de 4655 par 11; la partie entière de $\sqrt{423}$, qui est 20, exprime la plus petite valeur entière approchée de la racine cherchée.

*En général, N étant composé d'un nombre entier E plus d'une quantité f moindre que l'unité, si l'on détermine la plus petite valeur entière approchée e de $\sqrt{E}$, on sera certain que $E+f$ est plus grand que e^2, et que E est moindre que $(e+1)^2$. Or, les deux nombres entiers E, $(e+1)^2$, diffèrent au moins d'une unité; $E+f$ est donc moindre que $(e+1)^2$; $E+f$ ou N est donc compris entre e^2 et $(e+1)^2$; $\sqrt{N}$ est donc compris entre e et $e+1$; la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt{N}$ est donc e. Ce qui démontre le principe énoncé.

On voit que *la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt{E+f}$ est la même que celle de $\sqrt{E}$.*

167. *Pour obtenir la racine carrée d'un nombre quelconque* N *à moins de $\frac{1}{p}$, il suffit de calculer la plus petite valeur entière approchée A de $\sqrt{Np^2}$* (n° 166), *et de diviser ensuite A par p.*

En effet; il s'agit de trouver deux nombres dont la différence soit $\frac{1}{p}$ et qui comprennent $\sqrt{N}$. Or, d'après le principe du n° 160, $\sqrt{N}$ est égal à $\frac{\sqrt{Np^2}}{p}$; d'ailleurs, la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt{Np^2}$ étant A, on est certain que $\sqrt{Np^2}$ tombe entre A et $A+1$; $\frac{\sqrt{Np^2}}{p}$ ou $\sqrt{N}$ est donc compris entre les deux nombres $\frac{A}{p}$, $\frac{A+1}{p}$, dont la différence est $\frac{1}{p}$; $\frac{A}{p}$ exprime donc $\sqrt{N}$ à moins de $\frac{1}{p}$. Ce qui démontre le principe énoncé.

1^er^ Exemple. *Calculer la racine carrée de 57 à moins d'un millième d'unité.*

Dans ce cas, $p=1000$, $Np^2=57\times1000^2=57000000$.

On cherche la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt{57000000}$ qui est 7549; la racine demandée est $\frac{7549}{1000}$ ou 7,549.

On voit que pour *calculer la racine carrée d'un nombre entier avec n décimales, c'est-à-dire à moins d'une unité décimale du $n^{ième}$ ordre*, il suffit de mettre $2n$ zéro à la droite de ce nombre; de calculer la plus petite valeur entière approchée de la racine carrée du nombre ainsi préparé; et de séparer ensuite n décimales sur la droite de cette plus petite valeur entière approchée.

2^e^ Exemple. *Déterminer la racine carrée de 2,5 à moins d'un centième d'unité.*

On a, $p=100$, $Np^2=2{,}5\times10000=25000$.

On cherche la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt{25000}$ qui est 158; la racine cherchée est $\frac{158}{100}$ ou 1,58.

3e Exemple. *Calculer la racine carrée de* 0,004285378 *à moins d'un millième d'unité.*

On a, $p=1000$, $Np^2=0{,}004285378\times 1000000=4285{,}378$.

On cherche la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt{4285{,}378}$ qui est la même que celle de $\sqrt{4285}$ (n° **166**); cette dernière étant 65, la racine demandée est $\frac{65}{1000}$ ou 0,065.

En général, pour *calculer la racine carrée d'un nombre décimal à moins d'une unité décimale du $n^{ième}$ ordre, c'est-à-dire à moins de* $\frac{1}{10^n}$, le mécanisme du calcul se réduit à multiplier d'abord ce nombre par le carré de 10^n ou par 10^{2n}; on prend la plus petite valeur entière approchée A du produit (n° **166**), et on sépare n décimales sur la droite de A.

4e Exemple. *Calculer la racine carrée de* $\frac{180}{11}$ *à moins d'un millième d'unité.*

Dans ce cas, $p=1000$, $Np^2=\frac{180}{11}\times 1000000=\frac{180000000}{11}$.

Pour calculer la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt{\frac{180000000}{11}}$, on détermine la partie entière du quotient de 180000000 par 11 qui est 16363636; on cherche la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt{16363636}$, qui est 4045; la racine cherchée est $\frac{4045}{1000}$ ou 4,045.

En général, pour *calculer la racine carrée d'une fraction* $\frac{a}{b}$ *à moins d'une unité décimale du $n^{ième}$ ordre, c'est-à-dire à moins de* $\frac{1}{10^n}$, on multiplie d'abord le numérateur a par le carré de 10^n ou par 10^{2n}, ce qui revient à mettre $2n$ zéro sur la droite de a; on cherche la partie entière e du quotient de $a\times 10^{2n}$ par le dénominateur b; on calcule la plus petite valeur entière approchée A de $\sqrt{e}$; et en séparant n décimales sur la droite de A, le résultat exprime la racine carrée de $\frac{a}{b}$ à moins de $\frac{1}{10^n}$.

5e Exemple. *Calculer la racine carrée de* $\frac{160}{7}$ *à moins de* $\frac{3}{11}$.

La fraction $\frac{3}{11}$ pouvant être considérée comme le quotient de la division de 1 par $\frac{11}{3}$ (n° **116**), on a

$$p=\frac{11}{3},\quad Np^2=\frac{160}{7}\times\left(\frac{11}{3}\right)^2=\frac{19360}{63}.$$

Ainsi, d'après la règle générale, on cherche la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt{\frac{19360}{63}}$, qui est 17; on divise 17 par $\frac{11}{3}$, ce qui revient à multiplier 17 par $\frac{3}{11}$; le résultat $\frac{51}{11}$ exprime la racine carrée de $\frac{160}{7}$ à moins de $\frac{3}{11}$.

En général, pour *déterminer la racine carrée d'un nombre quelconque N à moins de* $\frac{a}{b}$, il suffit de multiplier N par le carré $\frac{b^2}{a^2}$ de la fraction $\frac{a}{b}$ *renversée*, et de chercher la plus petite valeur entière approchée r du produit $\frac{Nb^2}{a^2}$; le produit de r par $\frac{a}{b}$ sera la racine carrée de N à moins de $\frac{a}{b}$.

168. Pour *approcher le plus possible de la racine carrée d'un nombre (entier, ou fractionnaire, ou décimal) en ne conservant qu'un nombre déterminé de décimales*, on calcule une décimale de plus à la racine (nº **167**), et on supprime ensuite cette décimale, d'après la règle du nº **142**.

Ainsi, pour approcher le plus possible de $\sqrt{0,421387}$, en ne conservant que deux décimales, on calcule cette racine avec trois décimales, ce qui donne 0,649; et en supprimant la dernière décimale, d'après la règle du nº **142**, on voit que la racine cherchée est 0,65 à moins d'un demi-centième d'unité.

* **169**. Nous allons indiquer quelques *propriétés des carrés des nombres*.

1°. Le carré d'un nombre entier composé de dixaines et d'unités étant formé : du carré des dixaines (qui exprime des centaines), du double des dixaines multiplié par les unités (qui exprime des dixaines), et du carré du chiffre des unités (nº **152**), il en résulte que *le premier chiffre à droite du carré d'un nombre entier ne peut être qu'un des chiffres* 0, 1, 4, 5, 6, 9, qui terminent les carrés 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Les nombres terminés sur la droite par un des chiffres 2, 3, 7, 8, *ne sont donc jamais des carrés.*

2°. *Quand le chiffre des unités d'un nombre entier* N *est* 5, *les deux premiers chiffres à droite du carré de* N *valent* 25.

Car N étant formé de a dixaines + 5 unités, on a $N = 10a + 5$; et le principe du nº **152**, donne

$$N^2 = 100\,a^2 + 100\,a + 25 = (a^2 + a)\text{ centaines} + 25.$$

3°. Quand un nombre est terminé vers la droite par un certain nombre de zéro ou de décimales, son carré est terminé par le double de ce nombre de zéro ou de décimales. Par conséquent, *un nombre terminé par un nombre impair de zéro ou de décimales, n'est jamais un carré.*

Ainsi, quoique 25 soit un carré, les nombres 250, 25000, 2,5 et 0,025, ne sont pas des carrés.

§. II. *Des cubes et de la racine cubique.*

170. *Le produit de trois facteurs égaux à un nombre donné, est la troisième puissance ou le* CUBE *de ce nombre donné ; et*

le nombre qui, pris trois fois comme facteur, détermine un nombre donné, est la RACINE TROISIÈME, *ou la* RACINE CUBIQUE *du nombre donné.*

Ainsi, le cube de 7, représenté par 7^3, est le produit 343 de trois facteurs égaux à 7, et la racine cubique de 343 est 7.

Pour indiquer la racine cubique d'un nombre, on met ce nombre sous le signe $\sqrt[3]{}$. Ainsi, $\sqrt[3]{8}$ indique la racine cubique de 8.

En général, pour qu'un nombre α soit la racine cubique d'un nombre A, il faut et il suffit que le cube α^3 de α soit égal à A. Le cube de $\sqrt[3]{A}$ est donc A, quel que soit A.

171. Lorsqu'on connaît le carré a^2 d'un nombre quelconque a, pour en déduire le cube de a, il suffit de multiplier a^2 par a.

Ainsi, le carré de 7 étant 49, le cube de 7 est 49×7 ou 343.

172. La *formation du cube d'un nombre* ne saurait offrir aucune difficulté, car elle se réduit à calculer le produit de trois facteurs égaux. Nous allons voir comment on peut *trouver la racine cubique d'un nombre quelconque.*

De la racine cubique des nombres entiers.

173. *Lorsque la racine cubique d'un nombre entier tombe entre deux nombres entiers consécutifs, cette racine est incommensurable.* On démontre ce principe par des raisonnemens semblables à ceux du nº **146**.

174. Les cubes des nombres 1, 10, 100, 1000, etc., étant 1, 1000, 1000000, 1000000000, etc., *les nombres compris entre* 1 *et* 1000, *entre* 1000 *et* 1000000, *entre* 1000000 *et* 1000000000, etc., *ont leurs racines cubiques comprises entre* 1 *et* 10, *entre* 10 *et* 100, *entre* 100 *et* 1000, *etc.*

Par conséquent : *lorsqu'un nombre entier n'a pas plus de trois chiffres, la partie entière de sa racine cubique n'a qu'un seul chiffre ; lorsqu'un nombre a* 4, 5 *ou* 6 *chiffres, la partie entière de sa racine cubique a deux chiffres ; lorsqu'un nombre a* 7, 8 *ou* 9 *chiffres, la partie entière de sa racine cubique a trois chiffres ; et ainsi de suite.*

175. Les cubes des nombres d'un seul chiffre étant moindres que 10^3 ou que 1000, on revient de ces cubes à leurs racines cubiques en faisant usage du *tableau* suivant :

Racines cubiques,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	10.
Cubes,	1,	8,	27,	64,	125,	216,	343,	512,	729,	1000.

Ce *tableau* peut aussi servir à *déterminer la racine cubique du plus grand cube contenu dans un nombre moindre que* 100.

Par exemple, pour trouver la racine cubique du plus grand cube contenu dans 239, on cherche dans la seconde ligne du *tableau* les deux cubes consécutifs qui comprennent 239; on voit que 239 tombe entre les cubes 216, 343, des nombres 6 et 7; la racine cubique de 239 tombe donc entre 6 et 7; on dit par cette raison que *le plus grand cube* contenu dans 239 est 216, et que la racine cubique du plus grand cube contenu dans 239 est 6. La *partie entière*, ou la *plus petite valeur entière approchée* de la racine cubique de 239, est 6.

176. Pour découvrir le procédé qui servira à *extraire la racine cubique d'un nombre entier* N *plus grand que* 1000, nous chercherons d'abord comment les parties de la racine entrent dans la composition du cube.

Quelle que soit la racine cubique R de N, on peut la concevoir décomposée en deux parties a, b, telles que $R = a + b$. On obtiendra le cube N de $a + b$, en multipliant le carré de $a + b$, qui est $a^2 + 2ab + b^2$ (nº **151**), par $a + b$. Si l'on effectue ce produit, au moyen du principe du nº **34** (2º), en multipliant successivement les parties $a^2, 2ab, b^2$, du multiplicande, par les parties a, b, du multiplicateur, on trouvera que le cube de $a + b$ est $a^3 + 2ab \times a + b^2a + a^2b + 2ab \times b + b^3$.

Or, a et b représentant des quantités commensurables ou incommensurables, les principes du nº **147** (1º, 2º et 3º) donnent, $2ab \times a = 2aab = 2a^2b$, $b^2a = ab^2$, $2ab \times b = 2ab^2$.

D'ailleurs, $2a^2b + a^2b = 3a^2b$, $ab^2 + 2ab^2 = 3ab^2$.

On en déduit que le cube de $a + b$ se réduit à

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Le cube d'une somme formée de deux parties est donc composé : du cube de la 1re *partie, de trois fois le carré de la* 1re *partie multiplié par la* 2e, *de trois fois la* 1re *partie multipliée par le carré de la* 2e *partie, et du cube de la* 2e *partie.*

177. Ce dernier principe fait voir que *le cube d'un nombre composé de dixaines et d'unités contient quatre parties, savoir : le cube des dixaines, le produit de trois fois le carré des dixaines par les unités, le produit de trois fois les dixaines par le carré des unités, et le cube des unités.* Ces quatre parties expriment respectivement des mille, des centaines, des dixaines et des unités.

Ainsi, le cube de 64 est composé : du cube 216 mille des 6 dixaines de 64, de trois fois le carré 36 centaines des 6 dixaines multiplié par les 4 unités ou de 432 centaines, de trois fois les 6 dixaines multipliées par le carré des 4 unités ou de 288 dixaines, et enfin du cube 64 des 4 unités. La somme 262144 de ces quatre parties exprime le cube de 64.

178. Nous allons faire voir que les principes précédens fournissent le moyen de *calculer la racine cubique* R *d'un nombre entier quelconque N.*

1er Exemple. *Extraire la racine cubique de* 262144.

On dispose le calcul de la manière suivante :

Cube......	262.144	64 *Racine cubique.*
	216	$6^2 \times 3 = 108$
1er *reste*...	461.44	43200
	46144	2880
2e *reste*....	0	64
		46144.

Le nombre 262144 ayant six chiffres, il résulte du principe du nº **174** que la partie entière de $\sqrt[3]{262144}$ aura deux chiffres a, b, qui représenteront respectivement des dixaines et des unités.

Pour *déterminer le chiffre*, a, *des dixaines de* $\sqrt[3]{262144}$, concevons que la racine cubique R de 262144 soit décomposée en a dixaines plus en une quantité r moindre que 10. Il suit du principe du nº **176**, que le cube 262144 de R sera formé :

du cube de a dixaines, de trois fois le carré de a dixaines multiplié par r, de trois fois a dixaines multipliées par r^2, et du cube r^3 de r. Or, le cube des a dixaines étant a^3 mille, ne saurait se trouver que dans les 262 mille de 262144; on sépare ces mille à l'aide d'un *point* placé sur leur droite; de sorte que 262144 se trouve partagé en deux *tranches* 262 et 144.

Nous allons démontrer, par des raisonnemens analogues à ceux du n° **155**, que la racine cubique du plus grand cube contenu dans la 1re tranche 262 (des mille), exprime le chiffre a des dixaines de R. En effet; on voit, à l'aide du *tableau* (page 160), que la 1re tranche 262 tombe entre les cubes 216, 343, de 6 et de 7; 262 mille ou 262 000 est donc nécessairement compris entre 6^3 mille et 7^3 mille. Or, 262 mille et 7^3 mille diffèrent au moins d'un mille; 262144 est donc compris entre 6^3 mille et 7^3 mille, c'est-à-dire entre les cubes de 6 dixaines et de 7 dixaines; $\sqrt[3]{262144}$ ou R est donc compris entre 6 dixaines et 7 dixaines; R est donc composé de 6 dixaines, plus de la quantité r moindre que 10. On obtiendra donc le chiffre 6 des dixaines de $\sqrt[3]{262144}$ en prenant la racine cubique du plus grand cube 216 contenu dans le nombre 262 des mille de 262144.

Connaissant le chiffre 6 des dixaines de R, pour trouver le chiffre b des unités de R, on observe que R étant égale à 6 dixaines $+ r$, il suit du principe du n° **176** que le cube 262144 de R sera composé : du cube des 6 dixaines de R qui vaut 216 mille, de trois fois le carré de 6 dixaines multiplié par r, de trois fois 6 dixaines multipliées par r^2, et du cube r^3 de r. Par conséquent, si l'on ôtait 216 mille de 262144, le *reste* 46144 ne renfermerait plus, que trois fois le carré des 6 dixaines de R multiplié par r, trois fois les 6 dixaines multipliées par r^2 et le cube r^3 de r.

On est parvenu plus simplement au même reste 46144 en ôtant 6^3 ou 216 de la 1re *tranche* 262, et en plaçant la 2e tranche 144 sur la droite du résultat 46.

Or, trois fois le carré de 6 dixaines vaut 108 centaines. Le reste 46144 est donc égal à

$$108 \text{ centaines} \times r + \text{trois fois } 6 \text{ dixaines} \times r^2 + r^3.$$

Mais, la 2e partie r de R ne saurait être moindre que le chiffre b des unités de R; les 461 centaines du reste 46144 ne sont donc jamais moindres que le produit de 108 centaines par b. Ainsi, en divisant le nombre 461 des centaines du reste 46144 par 108, c'est-à-dire par le triple carré 108 du chiffre 6 des dixaines de R, les 4 unités du quotient exprimeront le chiffre b des unités de R, ou un chiffre trop fort, mais jamais un chiffre trop faible.

Pour essayer 4, on pourrait ôter 64^3 de 262144; le reste zéro ferait voir que 64 est la racine cubique exacte de 262144.

Mais, le reste 46144 étant égal à $262144 - 60^3$, on est parvenu au même résultat en retranchant de 46144, la somme des trois dernières parties (432 centaines, 288 dixaines, 64 unités) du cube de $60 + 4$, (n° **177**).

Ainsi, pour calculer la racine cubique R du nombre 262144, on le divise en tranches de trois chiffres à partir de la droite, en plaçant un *point* entre les tranches; la racine cubique 6 du plus grand cube 216 contenu dans la 1re tranche 262 des mille, détermine le chiffre 6 des dixaines de R. Pour trouver le chiffre des unités de R, on pourrait ôter de 262144 le cube 216 mille des 6 dixaines obtenues à la racine, ce qui donnerait le reste 46144; mais on est parvenu au même résultat, en retranchant de la 1re tranche 262, le cube 216 du chiffre 6 des dixaines de R, ce qui a donné le reste 46, et en écrivant la 2e tranche 144 à la droite du reste 46. On divise les 461 centaines du reste 46144, par trois fois le carré du chiffre 6 des dixaines de R, ou par 108; les 4 unités du quotient expriment le chiffre des unités de R, ou un chiffre trop fort, mais jamais un chiffre trop faible. Pour essayer le chiffre 4, on pourrait ôter 64^3 de 262144, le reste zéro indiquerait que 64 est la racine cubique exacte de 262144. On est parvenu au même résultat en retranchant du 1er reste 46144, la somme des trois dernières parties, 432 centaines, 288 dixaines, 64 unités, du cube de 64 (n° **177**); le reste étant zéro, le chiffre des unités de R est 4, et le nombre 64 obtenu à la racine est la racine cubique exacte de 262 144.

179. On démontrera comme dans le n° **154** que le raisonnement qui vient de servir à déterminer les dixaines de la racine cubique de 262 144, est applicable à tout autre nombre; de sorte que *la racine cubique du plus grand cube contenu dans les mille d'un nombre N, détermine toujours les dixaines de la racine cubique de N.*

180. 2e Exemple. *Extraire la racine cubique de 273359.*

Les raisonnemens employés dans le 1er exemple (n° **178**) conduisent aux calculs suivans :

	2 7 3.3 5 9	64	
	2 1 6	*Essai*	*Essai*
1er *reste*...	5 7 3.5 9	*du chiffre* 5.	*du chiffre* 4.
	4 6 1 4 4	54000	43200
2e *reste*...	1 1 2 1 5	4500	2880
		125	64
		58625	46144.

On trouve que la partie entière de $\sqrt[3]{273359}$ est 64 et que le 2e reste est 11215. Ce dernier reste exprime l'excès de 273359 sur le cube du nombre 64 obtenu à la racine; car les calculs qui ont conduit à ce reste, reviennent à retrancher de 273359 la somme des quatre parties qui composent le cube de 64 (n° **177**).

La racine cubique R de 273359 est donc comprise entre 64 et 65; le nombre 64 obtenu à la racine exprime donc la racine cubique du plus grand cube contenu dans 273359.

Remarque. Le principe du n° **176** fournit aussi le moyen de s'assurer que 273359 est compris entre 64^3 et 65^3. En effet; le dernier reste 11215 étant égal à $273359 - 64^3$, on est certain que 273359 est plus grand que 64^3.

Pour s'assurer que 273359 est moindre que 65^3, on observe que le principe du n° **176** donnant

$(a+1)^3 = a^3 + a^2 \times 3 + a \times 3 + 1$, on a

$(64+1)^3 = 64^3 + 64^2 \times 3 + 64 \times 3 + 1$.

Or, le nombre 11215, ou $273359 - 64^3$, est moindre que $64^2 \times 3 + 64 \times 3 + 1$; 273359 est donc moindre que $64^3 + 64^2 \times 3 + 64 \times 3 + 1$, ou que $(64+1)^3$, ou que 65^3.

3e Exemple. *Extraire la racine cubique de 273359449.*

On effectue le calcul de la manière suivante :

		649 *Racine cubique.*		
Cube	2 7 3.3 5 9.4 4 9	$6^2 \times 3 = 108$		$64^2 \times 3 = 12288$
	2 1 6	*Essai du chiffre* 5.	*Essai du chiffre* 4.	*Essai du chiffre* 9.
1er *reste.*	5 7 3.5 9			
	4 6 1 4 4			
2e *reste.*	1 1 2 1 5 4.4 9	54000	43200	11059200
	1 1 2 1 5 4 4 9	4500	2880	155520
3e *reste.*	0	125	64	729
		58625	46144	11215449.

Le nombre 273359449 ayant 9 chiffres, la partie entière de la racine cubique R de 273359449 aura trois chiffres a, b, c, (n° **174**), qui représenteront respectivement des centaines, des dixaines et des unités. On peut donc concevoir que cette partie entière soit décomposée en un nombre D de dixaines exprimé par les deux premiers chiffres a, b, de R, plus en un nombre c d'unités moindre que 10.

Pour calculer D, on observe que le cube de D dixaines étant D^3 mille, ne saurait se trouver que dans les 273359 mille de 273359449 (on sépare ces mille à l'aide d'un point placé sur leur droite); et d'après le principe du n° **179**, la racine cubique du plus grand cube contenu dans 273359 exprimera D. On obtiendra donc le nombre D des dixaines de $\sqrt[3]{273359449}$, en calculant la racine cubique du plus grand cube contenu dans un nombre 273359 qui contient trois chiffres de moins que le nombre 273359449 proposé.

Si l'on opère comme dans le 2e exemple, en regardant 273359 comme des unités simples, on trouvera, après avoir essayé les chiffres 5 et 4, que la racine cubique D du plus grand cube contenu dans 273359 est 64, et que l'excès de