273359 sur 64^3 est 11215; la racine R est donc composée de 64 dixaines plus d'une quantité r moindre que 10.

Connaissant le nombre 64 des dixaines de R, pour trouver le chiffre c des unités, on observe que R étant égale à 64 dixaines $+ r$, il suit du principe du n° **176** que le cube 273359449 de R est composé : du cube des 64 dixaines de R, de 3 fois le carré de 64 dixaines multiplié par r, de 3 fois 64 dixaines multipliées par r^2, et du cube r^3 de r.

Par conséquent, si l'on ôtait 640^3 de 273359449, le reste 11215449 contiendrait les trois autres parties du cube de 64 dixaines $+ r$.

Mais on a trouvé plus facilement ce reste en observant que, d'après le calcul qui a fourni les 64 dixaines de R, l'excès de 273359 sur 64^3 étant 11215, l'excès de 273359449 sur 640^3 peut s'obtenir en abaissant la *tranche* 449 à la droite de 11215.

Le 2^e^ reste 11215449, étant égal à $273359449 - 640^3$, contient les trois dernières parties du cube de 64 dixaines $+ r$, savoir : 3 fois le carré des 64 dixaines de R multiplié par r, 3 fois les 64 dixaines multipliées par r^2, et le cube r^3.

Or, 3 fois le carré de 64 dixaines vaut 12288 centaines. Le 2^e^ reste 11215449 contient donc le produit de 12288 centaines par r, plus les deux dernières parties du cube de 64 dixaines $+ r$; et comme r ne saurait être moindre que le chiffre cherché c des unités de R, le nombre 112154 des centaines du 2^e^ reste n'est jamais moindre que $12288 \times c$. Par conséquent, si l'on divise 112154 par 12288, c'est-à-dire par 3 fois le carré du nombre 64 des dixaines obtenues à la racine R, les 9 unités du quotient exprimeront le chiffre c des unités de R, ou un chiffre plus grand, mais jamais un chiffre plus faible.

Pour essayer 9, on pourrait ôter 649^3 de 273359449; le reste zéro ferait voir que 649 est la racine cubique exacte de 273359449.

Mais, on est parvenu plus simplement au même résultat en observant que, puisque le 2^e^ reste 11215449 est égal à 273359449 diminué du cube des 64 dixaines de 649, si l'on ôte de 11215449, la somme des trois dernières parties, 110592 centaines, 15552 dixaines, 729 unités, du cube de $640 + 9$, le reste exprimera l'excès de 273359449 sur 649^3. Ce dernier reste étant zéro, 273359449 est le cube de 649.

Ainsi, pour calculer la racine cubique R du nombre 273359449, on le divise en tranches de trois chiffres à partir de la droite, en plaçant un *point* entre deux *tranches* consécutives; le nombre 3 des tranches indique que la partie entière de R aura trois chiffres. Pour trouver le 1^er^ chiffre à gauche de R, c'est-à-dire le chiffre des centaines, on cherche la racine cubique du plus grand cube contenu dans la 1^re^ tranche 273, ce qui donne le chiffre 6 demandé. Pour calculer le 2^e^ chiffre de R, on ôte de la 1^re^ tranche 273, le cube 216 du 1^er^ chiffre 6 de R; sur la droite du reste 57 on abaisse la 2^e^ tranche 359, ce qui donne le 1^er^ reste 57359; on sépare les 573 centaines de 57359 en mettant un point sur leur droite; on divise le nombre 573 par 3 fois 6^2 ou par 108; les 5 unités du quotient expriment le 2^e^ chiffre cherché, ou un chiffre trop fort, mais jamais un chiffre trop faible. Pour essayer 5, on forme les trois dernières parties du cube de 65 qui sont 54000, 4500 et 125; leur somme 58625 étant plus grande que le 1^er^ reste 57359, le chiffre 5 est trop fort. Pour essayer 4, on forme les trois dernières parties 43200, 2880, 64, du cube de $60 + 4$, leur somme 46144 étant moindre que le 2^e^ reste, le 2^e^ chiffre de R est 4. Pour trouver le 3^e^ chiffre de R, on ôte 46144 du 1^er^ reste 57359, et sur la droite du résultat 11215 on abaisse la 3^e^ tranche 449, ce qui donne le 2^e^ reste 11215449, dont on sépare les 112154 centaines en plaçant un point sur leur droite. On divise 112154 par 3 fois le carré des 64 dixaines obtenues à la racine, ou par 12288; les 9 unités du quotient expriment le chiffre cherché ou un chiffre trop fort, mais jamais un chiffre trop faible. Pour essayer 9, on forme les trois dernières parties du cube de $640+9$, qui sont 11059200, 155520, 729; on retranche leur somme du 2^e^ reste; le résultat 0 de cette soustraction exprimant l'excès de 273359449 sur 649^3, on voit que 273359449 est égal à 649^3; de sorte que 649 est la racine cubique exacte de 273359449.

4[e] Exemple. *Extraire la racine cubique de 273367873.*

En opérant comme dans le 3[e] exemple, on trouvera que la *partie entière* de la racine demandée est 649, et que l'excès de 273367873 sur le cube de 649 est 8424. La racine demandée tombant entre 649 et 650, on est certain que cette racine est incommensurable (n° **175**).

Pour *faire la preuve*, on ajoute le dernier reste 8424 au cube du nombre 649 obtenu à la racine, la somme doit être égale au nombre 273367873 dont on a cherché la racine cubique.

181. En général, *pour calculer la racine cubique* R *d'un nombre entier quelconque* N, *on dispose et on exécute les calculs comme il a été indiqué dans les exemples précédens. On divise* N *en tranches de trois chiffres, à partir de la droite, en séparant deux tranches consécutives quelconques à l'aide d'un point (la* 1[re] *tranche à gauche peut contenir moins de trois chiffres); le nombre des tranches indique combien il y aura de chiffres dans la partie entière de* R.

Pour déterminer le 1[er] *chiffre à gauche de* R, *on cherche (par la méthode du* n° **175**) *la racine cubique du plus grand cube contenu dans la* 1[re] *tranche à gauche; cette racine exprime le chiffre cherché.*

Pour trouver le 2[e] *chiffre de* R, *on ôte de la* 1[re] *tranche le cube du* 1[er] *chiffre obtenu à la racine; et sur la droite du résultat on abaisse la* 2[e] *tranche, ce qui fournit le* 1[er] *reste. On sépare les centaines de ce* 1[er] *reste, à l'aide d'un point placé sur leur droite, et on divise le nombre de ces centaines par* 3 *fois le carré du* 1[er] *chiffre de* R; *les unités du quotient expriment le* 2[e] *chiffre de* R *ou un chiffre trop fort, mais jamais un chiffre trop faible. Pour essayer ce* 2[e] *chiffre, on retranche du* 1[er] *reste la somme des trois dernières parties du cube d'un nombre de deux chiffres, dont le chiffre des dixaines est le* 1[er] *chiffre obtenu à la racine, et dont le chiffre des unités est le chiffre que l'on essaie; quand cette somme (formée d'après le principe du* n° **177**) *n'est pas plus grande que le* 1[er] *reste, le chiffre que l'on a essayé est le* 2[e] *chiffre de* R; *quand cette somme ne peut être retranchée du* 1[er] *reste, le chiffre que l'on*

a essayé est trop fort, au moins d'une unité, et on le diminue successivement d'une unité, jusqu'à ce que l'on puisse retrancher du 1[er] *reste la somme des trois dernières parties du cube d'un nombre de deux chiffres, dont le chiffre des dixaines est le* 1[er] *chiffre de la racine, et dont le chiffre des unités est celui que l'on essaie. Le chiffre des unités qui satisfait à cette condition est le* 2[e] *chiffre de* R.

Pour trouver le 3[e] *chiffre de* R, *on ôte du* 1[er] *reste la somme des trois dernières parties du cube du nombre de deux chiffres obtenu à la racine; sur la droite du résultat de cette soustraction on abaisse la* 3[e] *tranche du nombre donné, ce qui fournit le* 2[e] *reste. On sépare les centaines de ce* 2[e] *reste en plaçant un point sur leur droite, et on divise le nombre de ces centaines par trois fois le carré du nombre de deux chiffres obtenu à la racine; les unités du quotient expriment le* 3[e] *chiffre de* R *ou un chiffre trop fort, mais jamais un chiffre trop faible. Pour essayer ce* 3[e] *chiffre, on forme la somme des trois dernières parties du cube d'un nombre de trois chiffres dont les dixaines sont exprimées par le nombre de deux chiffres obtenu à la racine, et dont le chiffre des unités est celui qu'on essaie; quand cette somme n'est pas plus grande que le* 2[e] *reste, le chiffre qui a été essayé est le* 3[e] *chiffre de* R; *quand cette même somme surpasse le* 2[e] *reste, le chiffre que l'on vient d'essayer est trop fort, et on le diminue successivement d'une unité, jusqu'à ce qu'on puisse retrancher du* 2[e] *reste la somme des trois dernières parties du cube d'un nombre de trois chiffres, dont les dixaines sont exprimées par les deux premiers chiffres obtenus à la racine, et dont le chiffre des unités est celui qu'on veut essayer; le chiffre des unités qui satisfait à cette condition est le* 3[e] *chiffre de* R.

En continuant à opérer d'une manière semblable, on obtiendra successivement les différens chiffres de R. *Lorsque après avoir abaissé la dernière des tranches du nombre donné* N, *on aura obtenu le chiffre des unités de* R, *on retranchera du reste correspondant la somme des trois dernières parties du cube du nombre entier* E *obtenu à la racine; cela fournira un* *dernier reste r qui exprimera l'excès de* N *sur le cube de* E. *Si r est nul,* E *sera la racine cubique exacte de* N. *Si r n'est pas nul,* R *sera incommensurable, et* E *sera la partie entière de R; nous verrons* (n° **190**) *comment on peut approcher autant qu'on veut de* R.

Remarque. On déduit de cette règle générale, que *lorsque le nombre des centaines d'un reste est moindre que le triple carré du nombre obtenu à la racine, le chiffre correspondant de la racine est un zéro.*

Pour *faire la preuve,* on ajoute au dernier reste le cube du nombre E obtenu à la racine; la somme doit être égale au nombre N dont on a cherché la racine cubique. De plus, pour que E soit la racine cubique du plus grand cube contenu dans N, il faut et il suffit que le dernier reste soit moindre que $3E^2+3E+1$.

Formation du cube et extraction de la racine cubique des fractions et des nombres décimaux.

182. *Le cube d'une fraction peut s'obtenir en élevant séparément le numérateur et le dénominateur au cube.* Car le principe du n° **115** donne

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3=\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}=\frac{a\times a\times a}{b\times b\times b}=\frac{a^3}{b^3}.$$

183. *Pour trouver la racine cubique d'une fraction* $\frac{a}{b}$, *on peut extraire séparément la racine cubique du numérateur et du dénominateur.*

Lorsque a et b sont les cubes de deux nombres entiers, le principe énoncé n'est qu'une conséquence de celui du n° **182**.

*2°. Lorsque a et b ne sont pas des cubes, on ne saurait plus conclure le principe du n° **183** de celui du n° **182**. Pour démontrer que le principe énoncé est vrai, quels que soient a et b, on prouvera d'abord, par des raisonnemens analogues à ceux du n° **147** (4° et 5°), que le cube de $A\times B$ est $A^3\times B^3$, et que $\sqrt[3]{A}\times\sqrt[3]{B}=\sqrt[3]{AB}$, quels que soient A et B. On a donc,

$$\sqrt[3]{b}\times\sqrt[3]{\frac{a}{b}}=\sqrt[3]{b\times\frac{a}{b}}=\sqrt[3]{a};\quad\text{donc}$$

$$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}=\sqrt[3]{\frac{a}{b}};\ \text{donc,}\quad\sqrt[3]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}.$$

La dernière égalité démontre le principe du n° **183**. Ce principe donne

$$\sqrt[3]{\frac{8}{125}}=\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}}=\frac{2}{5},\quad\sqrt[3]{\frac{7}{125}}=\frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{125}}=\frac{\sqrt[3]{7}}{5}.$$

184. Il est facile de réduire la recherche de la racine cubique d'une fraction, à calculer la racine cubique d'un seul nombre entier. Car,

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}}=\sqrt[3]{\frac{ab^2}{b^3}}=\frac{\sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{b^3}}=\frac{\sqrt[3]{ab^2}}{b},\ (\text{n° } \mathbf{183}).$$

On peut donc obtenir la racine cubique d'une fraction en extrayant la racine cubique du produit du numérateur par le carré du dénominateur, et en divisant le résultat par le dénominateur.

Ainsi, $$\sqrt[3]{\frac{5}{7}}=\frac{\sqrt[3]{5\times7^2}}{7}=\frac{\sqrt[3]{245}}{7}.$$

185. Pour *calculer la racine cubique d'un nombre composé d'un entier et d'une fraction,* on ajoute d'abord l'entier à la fraction (n° **120**); et on extrait ensuite la racine cubique du nombre fractionnaire qui en résulte.

186. *Le cube d'un nombre décimal* N, *qui contient n décimales, s'obtient en formant le cube du nombre entier qui résulte* *de la suppression de la virgule dans* N, *et en séparant* $3n$ *décimales à la droite de ce dernier cube.* Cela se déduit de la règle du nº **133**. *Le nombre des chiffres décimaux d'un cube est donc toujours un multiple de* 3.

On trouve de cette manière que les cubes des nombres 6,49 et 0,0649, sont 273,359449 et 0,000273359449.

187. *Pour revenir du cube* N *d'un nombre décimal à sa racine cubique, il suffit de calculer la racine cubique du nombre entier qui résulte de la suppression de la virgule dans* N, *et de séparer ensuite autant de décimales à la droite de cette racine, qu'il y a d'unités dans le tiers du nombre des décimales de* N. On démontrera cette règle générale par des raisonnemens analogues à ceux du nº **164**.

1^er^ Exemple. *Calculer la racine cubique de* 273,359449.

On cherche la racine cubique de 273359449; cette racine est 649. Le cube donné 273,359449 ayant six décimales, sa racine cubique doit en avoir deux; on sépare donc deux décimales sur la droite de 649; le résultat 6,49 est la racine demandée.

2^e^ Exemple. *Soit proposé de calculer la racine cubique de* 0,000273359449.

On trouve que cette racine est 0,0649.

Remarque. Lorsque le nombre des décimales de N ne sera pas un multiple de 3, ou lorsqu'en faisant abstraction de la virgule dans N, le nombre entier qu'on obtiendra n'aura pas de racine cubique exacte, la racine cubique de N sera nécessairement incommensurable.

188. Pour *déterminer la plus petite valeur entière approchée de la racine cubique d'un nombre* N (*décimal ou fractionnaire*) *plus grand que l'unité*, il suffit de calculer la plus petite valeur entière approchée de la racine cubique de la partie entière contenue dans le nombre donné N. On démontrera ce principe à l'aide de raisonnemens analogues à ceux du nº **166**.

Ainsi : la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt[3]{218,35}$ est la même que celle de $\sqrt[3]{218}$, qui est 6.

189. *Pour obtenir la racine cubique d'un nombre quelconque* N *à moins de* $\frac{1}{p}$, *il suffit de calculer la plus petite valeur entière approchée* A *de la racine cubique de* Np^3 (nº **188**), *et de diviser ensuite* A *par* p. On démontrera ce principe à l'aide de raisonnemens analogues à ceux du nº **167**; et on en déduira des règles particulières analogues à celles qui ont été données dans ce nº. En voici des exemples :

1^er^ Exemple. *Calculer la racine cubique de* 8755, *à moins d'un centième d'unité*, c'est-à-dire avec deux décimales.

Dans ce cas, $p = 100$, $Np^3 = 8755000000$.

On cherche la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt[3]{8755000000}$ qui est 2061; la racine cubique demandée est $\frac{2061}{100}$ ou 20,61.

On voit que pour *calculer la racine cubique d'un nombre entier* N, *à moins d'une unité décimale du* $n^{ième}$ *ordre*, c'est-à-dire avec n décimales, il suffit de mettre $3n$ zéro à la droite de N; de calculer la plus petite valeur entière approchée de la racine cubique du nombre ainsi préparé; et de séparer n décimales à la droite de cette plus petite valeur entière approchée.

2^e^ Exemple. *Déterminer la racine cubique de* 12,5 *à moins d'un centième d'unité.*

On a, $Np^3 = 12500000$. On cherche la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt[3]{12500000}$ qui est 232; la racine demandée est $\frac{232}{100}$ ou 2,32.

3^e^ Exemple. *Soit proposé de calculer la racine cubique du nombre* 0,000012755427 etc., *à moins d'un millième d'unité.*

On trouve que la racine demandée est $\frac{23}{1000}$ ou 0,023.

4^e^ Exemple. *Calculer la racine cubique de* $\frac{71}{22}$, *à moins d'un centième d'unité, c'est-à-dire avec deux décimales.*

On a, $Np^3 = \frac{71}{22} \times 100^3 = \frac{71000000}{22} = 3227272$, etc.

On cherche la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt[3]{3227272}$, qui est 147; on divise 147 par 100; le quotient 1,47 exprime la racine demandée.

5e Exemple. *Calculer la racine cubique de* $\frac{2003}{4}$ *à moins de* $\frac{7}{10}$.

On a, $p = \frac{10}{7}$, $Np^3 = \frac{2003000}{1372} = 1459$, etc.

On détermine la plus petite valeur entière approchée de $\sqrt[3]{1459}$ qui est 11. On divise 11 par $\frac{10}{7}$, le quotient $\frac{77}{10}$ exprime la racine demandée. Il est facile de s'assurer que $\sqrt[3]{\frac{2003}{4}}$ est effectivement compris entre les fractions $\frac{77}{10}$, $\frac{84}{10}$, qui diffèrent entre elles de $\frac{7}{10}$.

190. Pour *approcher le plus possible de la racine cubique d'un nombre (entier, ou fractionnaire, ou décimal) en ne conservant qu'un nombre déterminé de décimales*, on calcule une décimale de plus à la racine, et on supprime ensuite cette décimale, d'après la règle du n° **142**.

Par exemple, pour approcher le plus possible de la racine cubique de 0,0002733359449, en ne conservant que trois décimales, on calcule cette racine avec quatre décimales, ce qui donne 0,0649; et en supprimant la dernière décimale, d'après la règle du n° **142**, on voit que la racine cherchée est 0,065 à moins d'un demi-millième d'unité.

§ III. *Des puissances et des racines de tous les degrés.*

Des puissances.

191. La $m^{ième}$ puissance d'un nombre quelconque A, indiquée par A^m, étant le produit de m facteurs égaux à A (n° **50**),

la formation des puissances des nombres ne peut offrir aucune difficulté.

192. 1°. *Pour former la $m^{ième}$ puissance d'un produit, il suffit d'élever chaque facteur à cette puissance.*

Par exemple, les principes du n° **147** (1°, 2° et 3°) donnent

$$(abc)^m = abc \times abc \times abc \ldots\ldots = abcabcabc \ldots\ldots$$
$$= aaa\ldots bbb\ \ldots ccc\ldots\ldots = a^m\, b^m\, c^m.$$

2°. *La $m^{ième}$ puissance d'une fraction peut s'obtenir en élevant séparément le numérateur et le dénominateur à cette puissance.* Cette propriété se déduit de la règle du n° **115**.

De l'extraction des racines de tous les degrés.

193. *La racine $m^{ième}$ d'un nombre quelconque A, indiquée par $\sqrt[m]{A}$, est la quantité dont la $m^{ième}$ puissance reproduit A;* de sorte qu'en désignant cette racine par a, on doit avoir $a^m = A$, $(\sqrt[m]{A})^m = A$.

194. *La racine $m^{ième}$ de la racine $n^{ième}$ d'un nombre quelconque A est égale à la racine $mn^{ième}$ de ce nombre,* quels que soient d'ailleurs les nombres entiers m, n. En effet; si l'on désigne par b la racine $m^{ième}$ de $\sqrt[n]{A}$, on aura $b^m = \sqrt[n]{A}$, (n° **193**). D'ailleurs, b^m étant la racine $n^{ième}$ de A, la $n^{ième}$ puissance de b^m, qui est b^{mn} (n° **51**), doit reproduire A. On a donc, $b^{mn} = A$; et par suite, $b = \sqrt[mn]{A}$.

Ce qui démontre le principe énoncé.

Pour indiquer la racine $m^{ième}$ de $\sqrt[n]{A}$, on écrit

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{A}}.\ \text{De sorte que}\ \sqrt[m]{\sqrt[n]{A}} = \sqrt[mn]{A}.$$

On déduit de ce principe que *lorsque l'indice de la racine à extraire, ne renferme pas d'autres facteurs premiers que 2 et 3,* *on obtient cette racine en extrayant successivement des racines carrées et des racines cubiques.*

Par exemple, 6 étant le produit de 2 par 3, pour obtenir la racine sixième de 64, on prend d'abord la racine carrée de 64 qui est 8, et la racine cubique de 8, qui est 2; ce dernier nombre est la racine demandée.

De même, 12 étant le produit de 2 par 6, pour obtenir $\sqrt[12]{4096}$, on prend d'abord la racine carrée de 4096 qui est 64; la racine sixième de 64 sera la racine demandée. On trouvera, comme dans le 1er exemple, que

$$\sqrt[6]{64} = 2. \text{ De sorte que } \sqrt[12]{4096} = 2.$$

Lorsque *l'indice m de la racine à extraire renferme d'autres facteurs premiers que 2 et 3*, la démonstration arithmétique de la règle à suivre, pour obtenir la racine *m*ième d'un nombre entier, devenant très compliquée, nous ne traiterons cette question que dans l'*Algèbre*. On verra d'ailleurs, dans le cinquième chapitre, comment on calcule, à l'aide des *logarithmes,* des valeurs approchées des racines de tous les degrés.

195. 1°. *Le produit de plusieurs radicaux du m*ième *degré est égal à la racine m*ième *du produit des quantités placées sous ces radicaux.*

Par exemple, $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b} \times \sqrt[m]{c} = \sqrt[m]{a \times b \times c}$,

Car, d'après le principe du n° **192** (1°), la *m*ième puissance de $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b} \times \sqrt[m]{c}$ étant $(\sqrt[m]{a})^m \times (\sqrt[m]{b})^m \times (\sqrt[m]{c})^m$, ou $a \times b \times c$, il suit de la définition de la racine *m*ième (n° **193**) que $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b} \times \sqrt[m]{c}$ exprime la racine *m*ième de $a \times b \times c$.

Remarque. On voit que *la racine m*ième *du produit de plusieurs facteurs est égale au produit des racines m*ièmes *de ces facteurs.*

2°. *La racine m*ième *d'un quotient est égale à la racine m*ième *du dividende divisée par la racine m*ième *du diviseur.*

Il s'agit de prouver que $\dfrac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\dfrac{a}{b}}$.

Le principe établi (1°) démontre cette propriété; car d'après ce principe, le produit du diviseur $\sqrt[m]{b}$ par $\sqrt[m]{\dfrac{a}{b}}$ étant $\sqrt[m]{b \times \dfrac{a}{b}}$ ou $\sqrt[m]{a}$, il suit de là que le quotient de $\sqrt[m]{a}$ par $\sqrt[m]{b}$ est égal à $\sqrt[m]{\dfrac{a}{b}}$.

Remarque. On voit que *la racine m*ième *d'une fraction est égale à la racine m*ième *du numérateur divisée par la racine m*ième *du dénominateur.*

196. *Pour former la m*ième *puissance d'un radical, il suffit d'élever la quantité placée sous le radical à cette puissance;* c'est-à-dire que la *m*ième puissance de $\sqrt[n]{a}$, indiquée par $(\sqrt[n]{a})^m$, est $\sqrt[n]{a^m}$. Ce principe se déduit de celui du n° **195** (1°).

Par exemple,

$$(\sqrt[n]{a})^3 = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a \times a \times a} = \sqrt[n]{a^3}.$$

Les théories exposées dans ce chapitre conduisent aux résultats suivants :

$$\sqrt[2]{10} = 3,16227766 \text{ etc.}, \quad \sqrt[4]{10} = 1,77827941 \text{ etc.},$$

$$\sqrt[3]{1061520150601} = 10201, \quad \sqrt[6]{1061520150601} = \sqrt{10201} = 101.$$

$$\sqrt[8]{10828567056280801} = \sqrt[4]{104060401} = \sqrt{10201} = 101.$$